

## ANÁLISIS DE CIRCUITOS

# Trabajo práctico

× ×

July 29, 2021

Lukas Nahuel De Angelis Riva  
103784

## Enunciado

Dada la transferencia

$$H(s) = \frac{0.8911s^4}{s^4 + 2539s^3 + 4.686 \cdot 10^6 s^2 + 2.894 \cdot 10^9 s + 2.863 \cdot 10^{12}}$$

1. Definir el tipo de filtro y calcular los polos y los ceros de  $H(s)$ . En el caso que corresponda calcule los parámetros  $\omega_0$ ,  $Q$  y la ganancia de la misma.
2. Realizar el cálculo analítico de las respuestas al impulso, al escalón y al seno (en 1 frecuencia) y graficar.
3. Elegir un circuito con amplificadores operacionales que cumpla con la transferencia propuesta. Justificar la elección del mismo.
4. Definir los valores de los componentes, normalizando según se indica. Recalcular la transferencia con los valores normalizados.
  - Capacitores: utilizar la serie del 10% (E24) y valores entre  $1nF$  y  $1\mu F$
  - Resistores: utilizar la serie del 1% (E96) o 5% (E48) y valores entre  $1k\Omega$  y  $1M\Omega$
5. Calcular el error porcentual de los parámetros  $\omega_0$ ,  $Q$ , la ganancia y las singularidades del sistema respecto a la transferencia original.
6. Realizar las simulaciones  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  y  $e$ . Tanto para la transferencia original como para la transferencia con los valores normalizados.
7. Realizar las simulaciones  $a$ ,  $b$ ,  $d$  y  $e$  para el filtro con Spice.

Simulaciones:

- a) Diagramas de Bode de módulo y fase
- b) Respuesta al escalón
- c) Respuesta al impulso
- d) Respuesta a señal senoidal (3 frecuencias características)
- e) Respuesta a señal cuadrada de frecuencias:  $f_o/10$ ,  $f_o$  y  $10 \cdot f_o$

## Contents

<b>1</b>	<b>Tipo de filtro</b>	<b>4</b>
1.1	Análisis de límites . . . . .	4
1.2	Análisis de polos y ceros . . . . .	4
1.3	Análisis de la frecuencia de corte . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Cálculo analítico de las respuestas</b>	<b>6</b>
2.1	Respuesta al impulso . . . . .	6
2.2	Respuesta al escalón . . . . .	7
2.3	Respuesta a la señal sinusoidal (frecuencia de corte) . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Elección del circuito</b>	<b>9</b>
<b>4</b>	<b>Elección de componentes</b>	<b>10</b>
<b>5</b>	<b>Cálculo del error</b>	<b>12</b>
<b>6</b>	<b>Simulaciones de la transferencia</b>	<b>12</b>
6.1	Diagramas de Bode de módulo y fase . . . . .	12
6.2	Respuesta al escalón . . . . .	13
6.3	Respuesta al impulso . . . . .	14
6.4	Respuesta a señal senoidal . . . . .	14
6.5	Respuesta a señal cuadrada . . . . .	15
<b>7</b>	<b>Simulaciones del filtro</b>	<b>16</b>
7.1	El circuito . . . . .	16
7.2	Diagramas de Bode . . . . .	16
7.3	Respuesta al escalón . . . . .	17
7.4	Respuesta a la señal senoidal . . . . .	17
7.5	Respuesta a la señal cuadrada . . . . .	18

## Aclaraciones

Todos los gráficos y simulaciones matemáticas fueron realizados en MatLab, mientras que las simulaciones circuitales en LTSpice y la búsqueda de componentes en python. Todos los archivos se podrán encontrar en:

<https://github.com/Lukas-De-Angelis-Riva/Analisis-de-Circuitos>

Los análisis cualitativos de las respuestas se harán en el ítem 6 y no en el ítem 2.

Se utilizó la serie E24 para capacitores y E96 para resistencias. Los valores se obtuvieron en:

<http://materias.fi.uba.ar/6625/TPs/TP5/old/>

El circuito para implementado para obtener la transferencia fue obtenido en:

<http://sim.okawa-denshi.jp/en/OPtazyuHikeisan.htm>

# 1 Tipo de filtro

## 1.1 Análisis de límites

Para analizar de qué tipo de filtro se trata según la transferencia se calculan los límites para  $H$  de  $s$  tendiendo a 0 y tendiendo a infinito.

$$\lim_{s \rightarrow 0} H(s) = 0$$

$$\lim_{s \rightarrow \infty} H(s) = 0.8911$$

Por lo que se concluye que se trata de un filtro pasa altos, pues para las frecuencias cercanas a 0 la ganancia tiende a 0, mientras que para frecuencias altas (tendiendo a infinito) la ganancia es distinta de 0.

## 1.2 Análisis de polos y ceros

La función de transferencia posee un único cero para  $s = 0$  y este se trata de un cero de orden 4. Analizando el denominador se obtiene que la función de transferencia tiene los siguientes polos:

$$p_{1,2} = -1136.16 \pm 1374.31j$$

$$p_{3,4} = -133.34 \pm 939.50j$$

Dichos valores se visualizarán en el siguiente diagrama de polos y ceros.

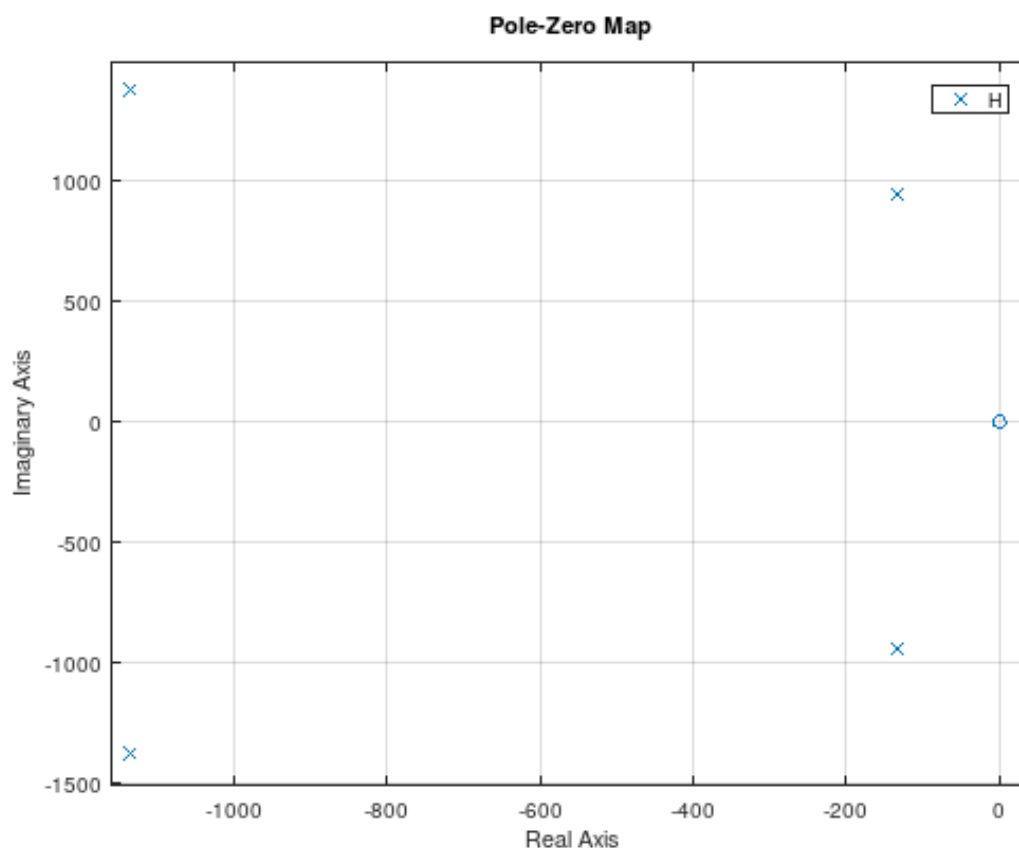


Figure 1: Diagrama de polos y ceros para el circuito

Sabiendo esto, podemos descomponer el filtro en dos.

$$\begin{aligned}
 H(s) &= 0.8911 \cdot \frac{s^2}{(s - p_1) \cdot (s - p_2)} \cdot \frac{s^2}{(s - p_3) \cdot (s - p_4)} \\
 &= \frac{K_1 s^2}{s^2 + 2272.32s + 3.17959 \cdot 10^6} \cdot \frac{K_2 s^2}{s^2 + 266.68s + 900440} \\
 &= H_1(s) \cdot H_2(s)
 \end{aligned}$$

Con  $K_1 \cdot K_2 = 0.8911$

Teniendo en cuenta que los polos denominadores de nuestra transferencia son de la forma  $s^2 + \frac{\omega_o}{Q}s + \omega_o^2$ , se calculará para cada transferencia  $H_1$  y  $H_2$  cada factor. Siendo entonces:

$$H_1: \omega_o = 1783.14 \text{ y } Q = 0.7847$$

$$H_2: \omega_o = 948.91 \text{ y } Q = 3.5583$$

Ambos valores de Q tienen sentido pues en ambos filtros estamos en presencia de polos complejos conjugados.

### 1.3 Análisis de la frecuencia de corte

Dado que estamos frente a un filtro pasa altos es oportuno calcular la frecuencia de corte del filtro, es decir la frecuencia  $f_o = \frac{\omega_o}{2\pi}$  tal que la señal se ha atenuado  $3dB$ , esto es equivalente a que la ganancia máxima se ha reducido en un 29.3%. Veamos gráficamente

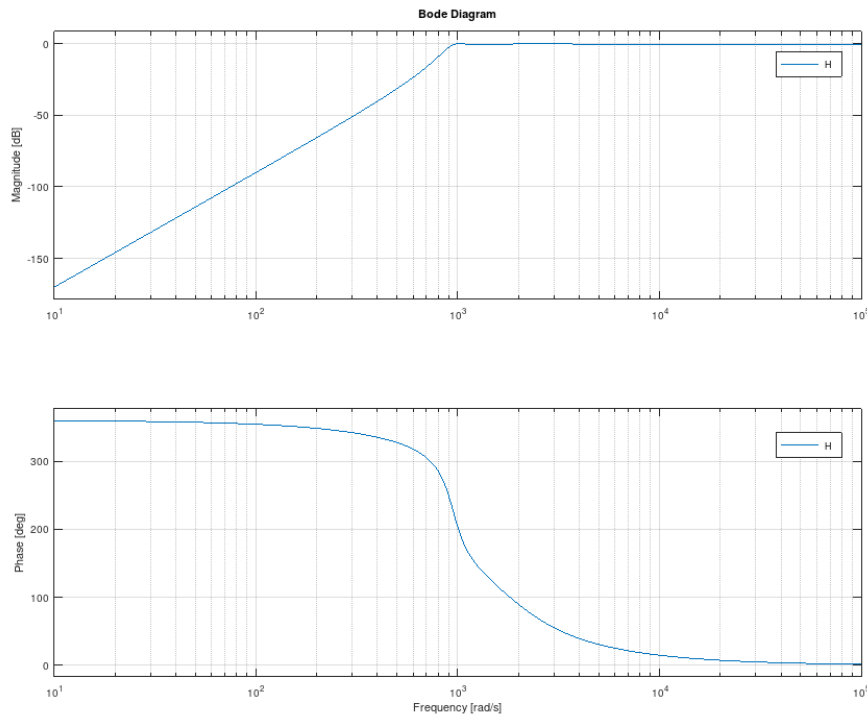


Figure 2: Diagrama de Bode. En el eje horizontal está la frecuencia angular  $\omega$

Resolviendo numéricamente (utilizando la biblioteca de sympy en python3) se obtiene el valor para  $\omega_o = 895.3 \text{ rad/s}$ , esto se traduce en una frecuencia de corte  $f_o = \frac{\omega_o}{2\pi} = 142.4 \text{ Hz}$

## 2 Cálculo analítico de las respuestas

### 2.1 Respuesta al impulso

Cuando  $v_i(t) = \delta(t)$ ,  $V_i(s) = 1$ . Por lo tanto, basta con calcular la transformada inversa de Laplace de  $V_o(s) = H(s)$ . Para ello se procede a realizar fracciones simples de  $V_o(s)$

$$V_o(s) = \frac{A}{s - p_1} + \frac{B}{s - p_2} + \frac{C}{s - p_3} + \frac{D}{s - p_4}$$

Donde:

$$A = \text{Res}(V_o(s), p_1) = \frac{0.8911p_1^4}{(p_1 - p_2)(p_1 - p_3)(p_1 - p_4)} = -1105 + 439j$$

$$B = \text{Res}(V_o(s), p_2) = \frac{0.8911p_2^4}{(p_2 - p_1)(p_2 - p_3)(p_2 - p_4)} = -1105 - 439j$$

$$C = \text{Res}(V_o(s), p_3) = \frac{0.8911p_3^4}{(p_3 - p_1)(p_3 - p_2)(p_3 - p_4)} = -26 - 137j$$

$$D = \text{Res}(V_o(s), p_4) = \frac{0.8911p_4^4}{(p_4 - p_1)(p_4 - p_2)(p_4 - p_3)} = -26 + 137j$$

Por otro lado, tenemos que  $\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s-a}\right) = e^{at}$ , por lo que resulta que:

$$v_o(t) = A \cdot e^{p_1 t} + B \cdot e^{p_2 t} + C \cdot e^{p_3 t} + D \cdot e^{p_4 t}$$

Y como  $A = \overline{B}$ ,  $C = \overline{D}$  y además  $p_1 = \overline{p_2}$ ,  $p_3 = \overline{p_4}$ , entonces se tiene que:

$$v_o(t) = 2\Re(A \cdot e^{p_1 t}) + 2\Re(C \cdot e^{p_3 t})$$

Por lo tanto se obtiene:

$$v_o(t) = -2210.14\cos(1374.31t)e^{-1136.16t} - 878.06\sen(1374.31t)e^{-1136.16t} \\ + -52\cos(939.5t)e^{-133.34t} + 274\sen(939.5t)e^{-133.34t}$$

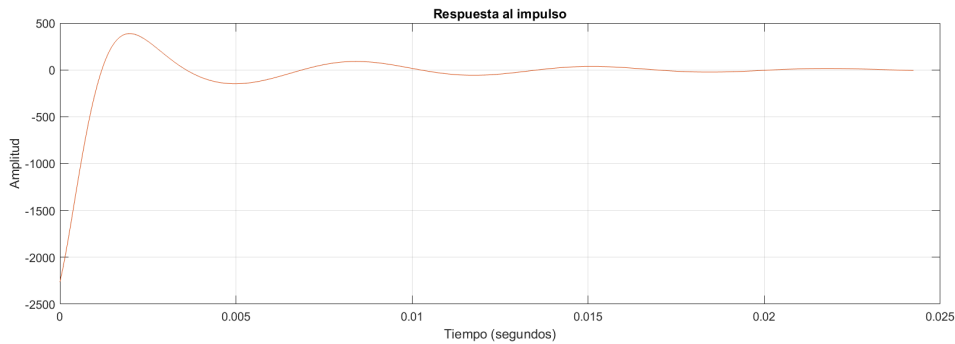


Figure 3: Respuesta al impulso

## 2.2 Respuesta al escalón

Cuando  $v_i(t) = \Delta(t)$ , siendo  $\Delta(t)$  la función escalón de Heaviside, entonces se tiene que  $V_i(s) = \frac{1}{s}$ . Por lo tanto, basta con calcular la transformada inversa de Laplace de

$$V_o(s) = \frac{1}{s} H(s) = \frac{0.8911s^3}{s^4 + 2539s^3 + 4.686 \cdot 10^6 s^2 + 2.894 \cdot 10^9 s + 2.863 \cdot 10^{12}}$$

Para ello se procede a realizar fracciones simples de  $V_o(s)$

$$V_o(s) = \frac{A}{s - p_1} + \frac{B}{s - p_2} + \frac{C}{s - p_3} + \frac{D}{s - p_4}$$

Donde:

$$A = \text{Res}(V_o(s), p_1) = \frac{0.8911p_1^3}{(p_1 - p_2)(p_1 - p_3)(p_1 - p_4)} = 0.5846 + 0.3208j$$

$$B = \text{Res}(V_o(s), p_2) = \frac{0.8911p_2^3}{(p_2 - p_1)(p_2 - p_3)(p_2 - p_4)} = 0.5846 - 0.3208j$$

$$C = \text{Res}(V_o(s), p_3) = \frac{0.8911p_3^3}{(p_3 - p_1)(p_3 - p_2)(p_3 - p_4)} = -0.1391 + 0.0476j$$

$$D = \text{Res}(V_o(s), p_4) = \frac{0.8911p_4^3}{(p_4 - p_1)(p_4 - p_2)(p_4 - p_3)} = -0.1391 - 0.0476j$$

Por lo tanto,

$$v_o(t) = 1.1692\cos(1374.31t)e^{-1136.16t} - 0.6416\sin(1374.31t)e^{-1136.16t} \\ + -0.2782\cos(939.5t)e^{-133.34t} - 0.094\sin(939.5t)e^{-133.34t}$$

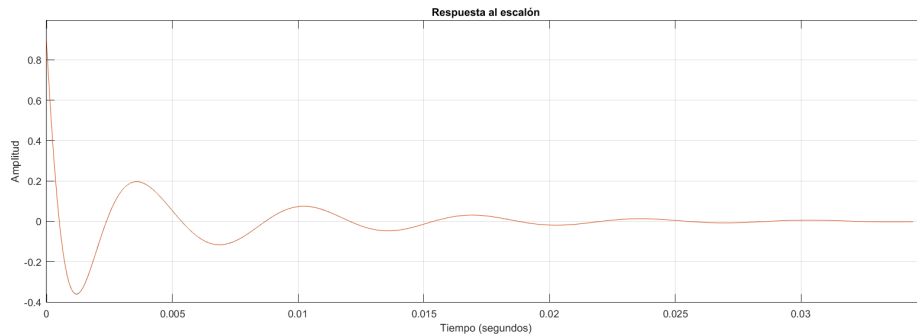


Figure 4: Respuesta al escalón

## 2.3 Respuesta a la señal sinusoidal (frecuencia de corte)

Dado que  $\mathcal{L}(\sin(\omega t)) = \frac{\omega}{\omega^2 + s^2}$ , y tomando  $\omega = \omega_0 = 895.3 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ . Para obtener la salida del filtro será necesario realizar la transformada inversa de Laplace de

$$V_o = \frac{895.3}{895.3^2 + s^2} \cdot H(s) = \frac{797.8s^4}{(s^4 + 2539s^3 + 4.686 \cdot 10^6 s^2 + 2.894 \cdot 10^9 s + 2.863 \cdot 10^{12})(s^2 + 895.3^2)}$$

Ahora, los polos serán:

$$p_1 = -1136.16 + 1374.31j$$

$$p_2 = -1136.16 - 1374.31j$$

$$p_3 = -133.34 + 939.50j$$

$$p_4 = -133.34 - 939.50j$$

$$p_5 = 895.3j$$

$$p_6 = -895.3j$$

Por lo tanto:

$$V_o(s) = \frac{A}{s - p_1} + \frac{B}{s - p_2} + \frac{C}{s - p_3} + \frac{D}{s - p_4} + \frac{E}{s - p_5} + \frac{F}{s - p_6}$$

Siendo los coeficientes:

$$A = \text{Res}(V_o(s), p_1) = \frac{797.8p_1^4}{(p_1 - p_2)(p_1 - p_3)(p_1 - p_4)(p_1 - p_5)(p_1 - p_6)} = -0.1459 - 0.3073j$$

$$B = \text{Res}(V_o(s), p_2) = \frac{797.8p_2^4}{(p_2 - p_1)(p_2 - p_3)(p_2 - p_4)(p_2 - p_5)(p_2 - p_6)} = -0.1459 + 0.3073j$$

$$C = \text{Res}(V_o(s), p_3) = \frac{797.8p_3^4}{(p_3 - p_1)(p_3 - p_2)(p_3 - p_4)(p_3 - p_5)(p_3 - p_6)} = 0.4825 + 0.0284j$$

$$D = \text{Res}(V_o(s), p_4) = \frac{797.8p_4^4}{(p_4 - p_1)(p_4 - p_2)(p_4 - p_3)(p_4 - p_5)(p_4 - p_6)} = 0.4825 - 0.0284j$$

$$E = \text{Res}(V_o(s), p_5) = \frac{797.8p_5^4}{(p_5 - p_1)(p_5 - p_2)(p_5 - p_3)(p_5 - p_4)(p_5 - p_6)} = -0.3365 + 0.1097j$$

$$F = \text{Res}(V_o(s), p_6) = \frac{797.8p_6^4}{(p_6 - p_1)(p_6 - p_2)(p_6 - p_3)(p_6 - p_4)(p_6 - p_5)} = -0.3365 - 0.1097j$$

Y nuevamente por propiedades de números complejos conjugados:

$$v_o(t) = 2\Re(Ae^{p_1 t}) + 2\Re(Ce^{p_3 t}) + 2\Re(Ee^{p_5 t})$$

$$\begin{aligned} v_o(t) = & e^{-1136.16t} \cdot (-0.2918 \cdot \cos(1374.31t) + 0.6146 \cdot \text{sen}(1374.31t)) \\ & + e^{-133.34t} \cdot (0.965 \cdot \cos(939.5t) - 0.0568 \cdot \text{sen}(939.5t)) \\ & - 0.673 \cdot \cos(895.3t) - 0.2194 \cdot \text{sen}(895.3t) \end{aligned}$$



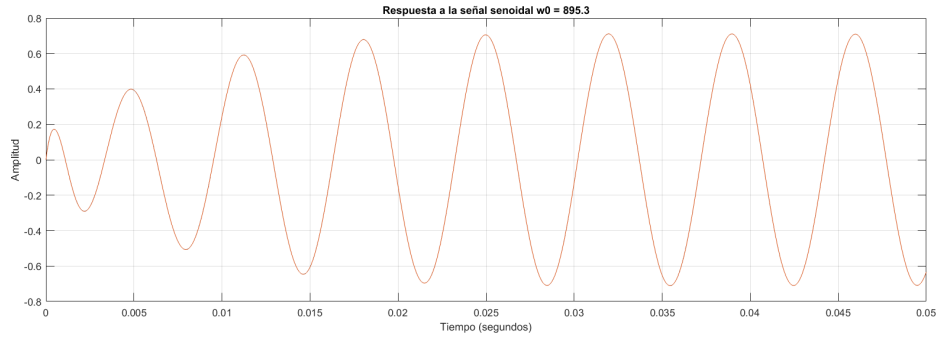


Figure 5: Respuesta a la señal senoidal

### 3 Elección del circuito

Dada la separación en cascada realizada en la sección 1 para  $H(s) = H_1(s) \cdot H_2(s)$ , donde cada  $H$  es de la forma:

$$H_i = \frac{K_i s^2}{s^2 + b_i \cdot s + c_i}$$

Teniendo en cuenta que el siguiente circuito

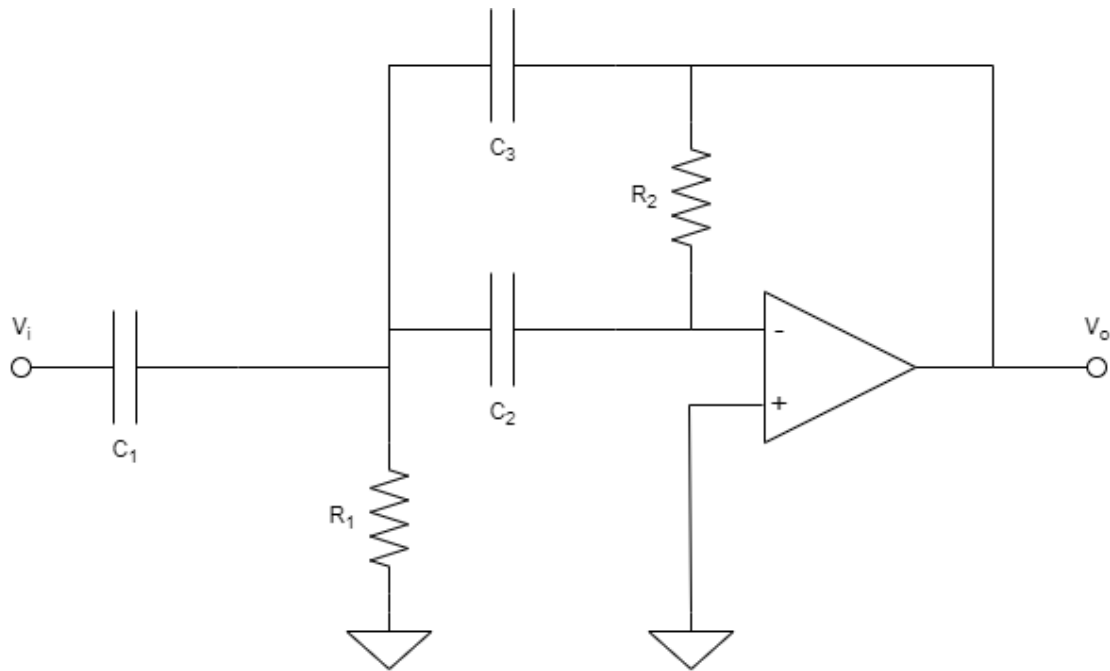


Figure 6: Circuito pasa altos con retroalimentación múltiple

posee una transferencia definida

$$H^*(s) = \frac{-\frac{C_1}{C_3} s^2}{s^2 + \frac{C_1 + C_2 + C_3}{R_2 C_2 C_3} s + \frac{1}{R_1 R_2 C_2 C_3}}$$

Entonces, ambas transferencias  $H_1$  y  $H_2$  podrán ser implementadas a partir de este circuito. Quedando entonces el siguiente filtro:

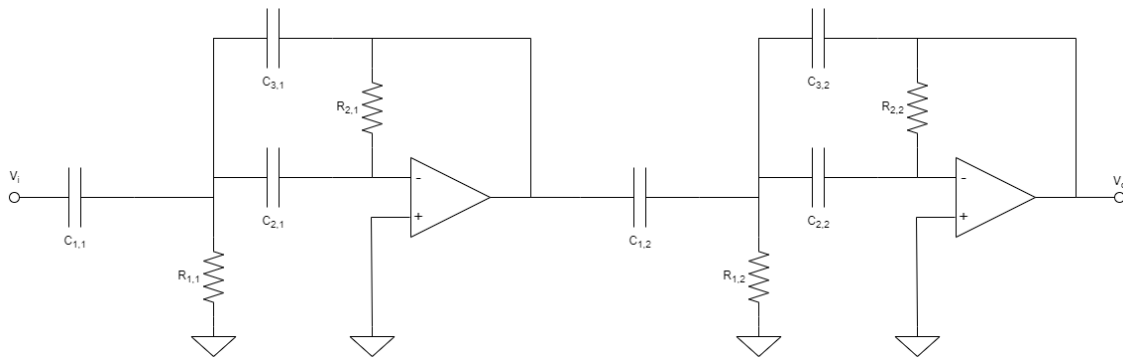


Figure 7: Implementación del filtro

Siendo finalmente la transferencia:

$$H(s) = \frac{\frac{C_{1,1}C_{1,2}}{C_{3,1}C_{3,2}}s^4}{(s^2 + \frac{C_{1,1}+C_{2,1}+C_{3,1}}{R_{2,1}C_{2,1}C_{3,1}}s + \frac{1}{R_{1,1}R_{2,1}C_{2,1}C_{3,1}})(s^2 + \frac{C_{1,2}+C_{2,2}+C_{3,2}}{R_{2,2}C_{2,2}C_{3,2}}s + \frac{1}{R_{1,2}R_{2,2}C_{2,2}C_{3,2}})}$$

## 4 Elección de componentes

Dada entonces la configuración seleccionada en la sección anterior y la transferencia del enunciado se tratará de realizar una búsqueda para los valores de los componentes que mejor se adecúen a los valores teóricos. Para ello se realizó el siguiente script en Python (cuyo objetivo es encontrar primero las posibles combinaciones de capacitores para satisfacer la ganancia y luego con ellas buscar la primera combinación de las demás resistencias y capacitores que obtengan un error relativo para los coeficientes de los denominadores menor al 5%)

```
1 from itertools import product
2 import numpy as np
3
4 # Valores reales
5
6 K1_real = sqrt(0.8911)
7 K2_real = sqrt(0.8911)
8 b1_real = 2272.32
9 c1_real = 3.17959e6
10 b2_real = 266.68
11 c2_real = 900440
12
13 # Serie E24
14 valoresC = np.array([1.0, 1.1, 1.2, 1.3, 1.5, 1.6, 1.8, 2.0, 2.2, 2.4, 2.7, 3.0,
15 3.3, 3.6, 3.9, 4.3, 4.7, 5.1, 5.6, 6.2, 6.8, 7.5, 8.2, 9.1, 10, 11, 12, 13,
16 15, 16, 18, 20, 22, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 43, 47, 51, 56, 62, 68, 75, 82,
17 91, 100, 110, 120, 130, 150, 160, 180, 200, 220, 240, 270, 300, 330, 360,
18 390, 430, 470, 510, 560, 620, 680, 750, 820, 910, 1000])*1e-9
19
20 # Serie E96
21 valoresR = np.array([1.00, 1.02, 1.05, 1.07, 1.10, 1.13, 1.15, 1.18, 1.21, 1.24,
22 1.27, 1.30, 1.33, 1.37, 1.40, 1.43, 1.47, 1.50, 1.54, 1.58, 1.62, 1.65, 1.69,
23 1.74, 1.78, 1.82, 1.87, 1.91, 1.96, 2.00, 2.05, 2.10, 2.15, 2.21, 2.26, 2.32,
24 2.37, 2.43, 2.49, 2.55, 2.61, 2.67, 2.74, 2.80, 2.87, 2.94, 3.01, 3.09, 3.16,
25 3.24, 3.32, 3.40, 3.48, 3.57, 3.65, 3.74, 3.83, 3.92, 4.02, 4.12, 4.22, 4.32,
26 4.42, 4.53, 4.64, 4.75, 4.87, 4.99, 5.11, 5.23, 5.36, 5.49, 5.62, 5.76, 5.90,
27 6.04, 6.19, 6.34, 6.49, 6.65, 6.81, 6.98, 7.15, 7.32, 7.50, 7.68, 7.87, 8.06,
28 8.25, 8.45, 8.66, 8.87, 9.09, 9.31, 9.53, 9.76, 100, 102, 105, 107, 110, 113,
29 115, 118, 121, 124, 127, 130, 133, 137, 140, 143, 147, 150, 154, 158, 162, 165,
30 169, 174, 178, 182, 187, 191, 196, 200, 205, 210, 215, 221, 226, 232, 237, 243,
31 249, 255, 261, 267, 274, 280, 287, 294, 301, 309, 316, 324, 332, 340, 348, 357,
32 365, 374, 383, 392, 402, 412, 422, 432, 442, 453, 464, 475, 487, 499, 511, 523,
```

```

32     536, 549, 562, 576, 590, 604, 619, 634, 649, 665, 681, 698, 715, 732, 750, 768,
33     787, 806, 825, 845, 866, 887, 909, 931, 953, 976, 1000])*1000
34
35
36 def err(real, sim):
37     return abs((real-sim)/real)
38
39 # Búsqueda de la ganancia.
40 mejores_comb = []
41 for C_11, C_31, C_12, C_32 in product(valoresC, valoresC, valoresC, valoresC):
42     K = (C_11*C_12)/(C_31*C_32)
43     errK = err(K, K_real)
44     if(errK < 0.001):
45         mejores_comb.append([C_11, C_31, C_12, C_32])
46
47 print("Se encontraron", len(mejores_comb), "posibles combinaciones.")
48 # >>> Se encontraron 2802 posibles combinaciones.
49
50 # Búsqueda de C21, R11, R12, C22, R12, R22
51 for C_11, C_31, C_12, C_32 in mejores_comb:
52     mejor_comb1 = [] # C_21, R_11, R_21
53     menor_err1 = float('inf')
54     mejor_comb2 = [] # C_22, R_12, R_22
55     menor_err2 = float('inf')
56
57     for C_2, R_1, R_2 in product(valoresC, valoresR, valoresR):
58         b1 = (C_11+C_2+C_31)/(R_2*C_2*C_31)
59         c1 = 1/(R_1*R_2*C_2*C_31)
60         err1 = err(b1, b1_real) + err(c1, c1_real)
61         if err1 < menor_err1:
62             mejor_comb1 = [C_2, R_1, R_2]
63             menor_err1 = err1
64
65         b2 = (C_12+C_2+C_32)/(R_2*C_2*C_32)
66         c2 = 1/(R_1*R_2*C_2*C_32)
67         err2 = err(b2, b2_real) + err(c2, c2_real)
68         if err2 < menor_err2:
69             mejor_comb2 = [C_2, R_1, R_2]
70             menor_err2 = err2
71
72     if (menor_err2 < 0.05) and (menor_err1 < 0.05):
73         [C11, C_21, C_31, R_11, R_21] = [C_11, mejor_comb1[0], C_31, mejor_comb1[1],
74             mejor_comb1[2]]
75         [C12, C_22, C_32, R_12, R_22] = [C_12, mejor_comb2[0], C_32, mejor_comb2[1],
76             mejor_comb2[2]]
77         print("Termino la busqueda.")
78         break
79
80 print("C_11: ", C_11, "\nC_21: ", C_21, "\nC_31: ", C_31, "\nR_11: ", R_11, "\nR_21: ",
81     R_21)
82 # >>> C_11: 1e-09 C_21: 1.3e-07 C_31: 2.2e-09 R_11: 5360.0 R_21: 205000.0
83 print("C_12: ", C_12, "\nC_22: ", C_22, "\nC_32: ", C_32, "\nR_12: ", R_12, "\nR_22: ",
84     R_22)
85 # >>> C_12: 1e-08 C_22: 1.6e-07 C_32: 5.1e-09 R_12: 1690.0 R_22: 806000.0

```

Del que se obtuvieron los siguientes valores

$H_1$		$H_2$	
Componente	Valor	Componente	Valor
$C_{1,1}$	1.00n	$C_{1,2}$	10n
$C_{2,1}$	130n	$C_{2,2}$	160n
$C_{3,1}$	2.20n	$C_{3,2}$	5.1n
$R_{1,1}$	5.36k	$R_{1,2}$	1.69k
$R_{2,1}$	205k	$R_{2,2}$	806k

Con dichos valores se obtiene la siguiente transferencia:

$$H^*(s) = \frac{-0.4545s^2}{s^2 + 2271.87s + 3.18 \cdot 10^6} \cdot \frac{-1.9608s^2}{s^2 + 266.23s + 899680}$$

Ya desde esta expresión podemos ver que los coeficientes de la transferencia obtenida son comparables a los coeficientes de la transferencia ideal.

## 5 Cálculo del error

Veamos cómo se comportaron los parámetros de circuito.

Parámetro	Filtro ideal	Filtro implementado	Error %
K	0.8911	0.8913	0.02
$\omega_{o,1}$	1783.14	1783.85	0.04
$Q_1$	0.7847	0.7852	0.06
$\omega_{o,2}$	948.91	948.51	0.04
$Q_2$	3.5583	3.5627	0.12

Vemos que el circuito propuesto tiene un error prácticamente despreciable en todos los parámetros (menor a 1%), por lo que considero que resulta de una buena estimación.

Veamos cómo resultaron afectados los polos de la transferencia.

$\Re(\text{Polo ideal})$	$\Re(\text{Polo aprx})$	Error%	$\Im(\text{Polo ideal})$	$\Im(\text{Polo aprx})$	Error%
-1136.16	-1135.9	0.02	1374.31	1374.6	0.02
-133.34	-133.11	0.17	939.50	939.13	0.04

Vemos nuevamente que el error relativo, tanto la parte real como la parte imaginaria, de los polos mantiene un error relativo menor que un 1% por lo que puede ser considerado como una buena estimación.

## 6 Simulaciones de la transferencia

En esta sección se comparará la implementación del filtro obtenida en la sección 3, que se denominará  $H^*(s)$ , con el filtro ideal  $H(s)$

### 6.1 Diagramas de Bode de módulo y fase

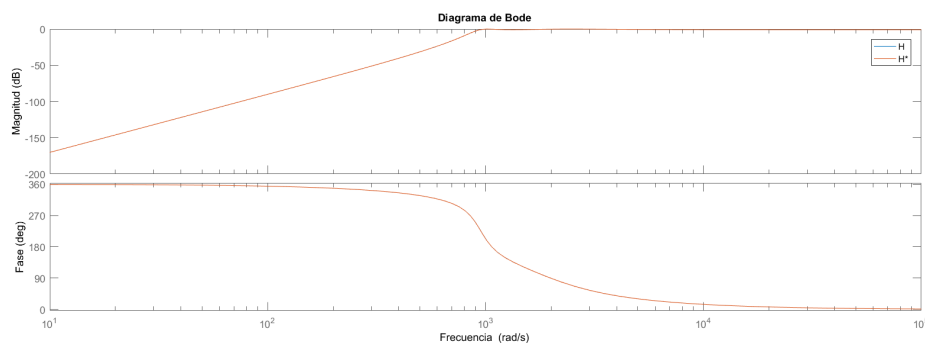


Figure 8: Comparación del diagrama de Bode

En este gráfico podemos ver que todo lo que ya fue mencionado previamente en el trabajo práctico, el filtro es un pasaaltos pues para frecuencias menores a  $\omega_0$  la señal se ve altamente atenuada y tendiendo a frecuencia 0 directamente se anula, mientras que para frecuencias mayores la señal se atenúa mucho menos y cuando se tiende a infinito la ganancia es constante. En este gráfico podemos ver que efectivamente para  $\omega_0 = 895 \text{ rad/s}$  se alcanza  $-3 \text{ dB}$  y luego para un valor cercano a este se alcanza un pico de  $0 \text{ dB}$  aproximadamente en  $1000 \text{ rad/s}$ .

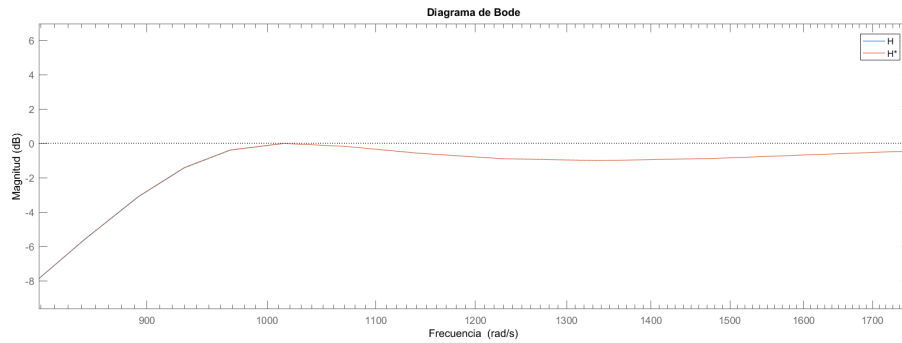


Figure 9: Pico en el diagrama de magnitud de Bode

Además, en este gráfico podemos ver que la diferencia entre el filtro implementado y el filtro ideal propuesto para el trabajo práctico es despreciable incluso a pequeñas escalas.

## 6.2 Respuesta al escalón

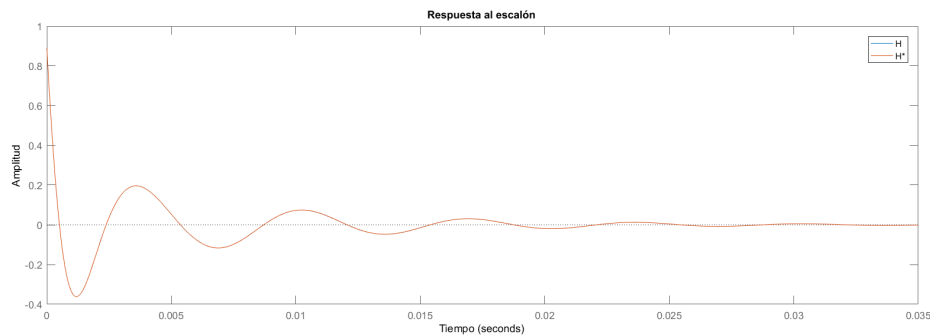


Figure 10: Comparación en respuesta al escalón

Teniendo en cuenta que la continua se trata de una señal de frecuencia cero, la señal tiende a anularse en la salida ya que como se vio en el gráfico de Bode la ganancia tiende a  $-\infty$  para una frecuencia nula. La perturbación inicial se debe al comportamiento transitorio del circuito que no es tenido en cuenta para los diagramas de bode. Previamente en las secciones anteriores se había calculado, para la transferencia ideal, la respuesta analítica al escalón:

$$v_o(t) = 1.1692\cos(1374.31t)e^{-1136.16t} - 0.6416\sin(1374.31t)e^{-1136.16t} \\ + -0.2782\cos(939.5t)e^{-133.34t} - 0.094\sin(939.5t)e^{-133.34t}$$

De aquí obtenemos la información de los  $\tau$  del circuito, estos vienen de los coeficientes que acompañan a la variable en los exponentes: 1136.16 y 133.34, por lo que cada coeficiente tiene asociado un  $\tau_i$  respectivamemente:

$$\tau_1 = \frac{1}{1136.16} s = 0.88ms$$

$$\tau_2 = \frac{1}{133.34} s = 7.50ms$$

Por lo que, teóricamente, el circuito estará en régimen transitorio durante  $5\max(\tau_1, \tau_2) = 5 \cdot 7.50ms = 37.5ms$ . Si bien dicho valor no aparece en el gráfico, se puede percibir que en un valor

aproximado ( $35ms$ ) la señal se ve atenuada por completo, que es lo que se espera en la respuesta debido a lo analizado previamente en los diagramas de Bode.

Además agregar que como el filtro es un pasa altos podemos ver que la salida a  $t = 0$  es 1, y eso es porque las altas frecuencias del inicio del escalón no se ven anuladas.

### 6.3 Respuesta al impulso

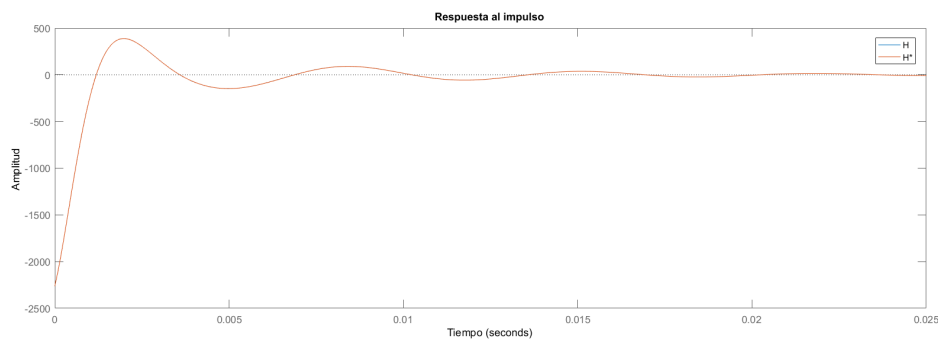


Figure 11: Comparación en respuesta al impulso

Podemos ver que, como en la respuesta al escalón, el  $\tau$  es  $37.5ms$ , lo que se percibe en la el gráfico. Prematuramente la señal alcanza valores muy negativos en la amplitud y luego crece rápidamente hasta un valor muy alto, cercano a 400 para luego tender a anularse para un tiempo cercano a  $20ms$ .

Como sabemos, el impulso corresponde a la derivada del escalón, y por ende se esperaba ver la misma relación entre las respuestas a ambas señales:

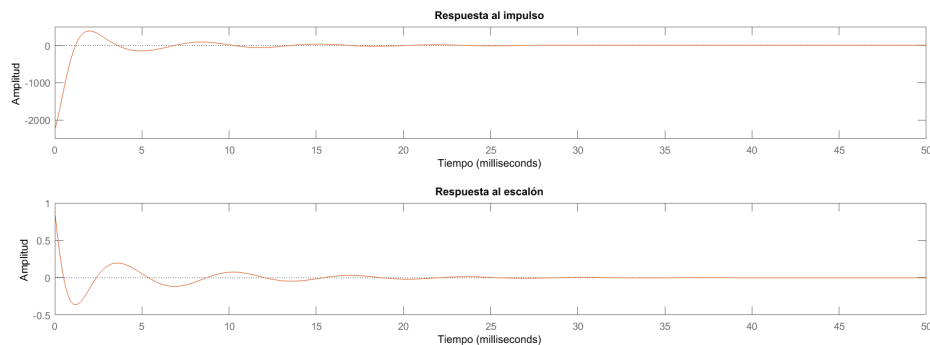


Figure 12: Comparación en respuesta al impulso

Comparando ambos gráficos se puede notar que cuando la respuesta al impulso se anula, la respuesta al escalón alcanza un máximo. Y además la magnitud de la respuesta al impulso se puede asociar fácilmente a la tasa de cambio de la respuesta al escalón.

### 6.4 Respuesta a señal senoidal

Las frecuencias fueron elegidas para lograr entender el funcionamiento del filtro. Se escogió la frecuencia de corte de manera que se pueda ver que la señal se ve efectivamente atenuada  $-3dB$  y que la fase sea aproximadamente  $\pi rad$  como se vio en el diagrama de Bode. Luego se escogió

$0.1 \cdot \omega_0$  para ver que la señal se vea completamente atenuada y  $10 \cdot \omega_0$  para ver si la señal se atenúa aproximadamente un 10% y la fase se deja intacta.

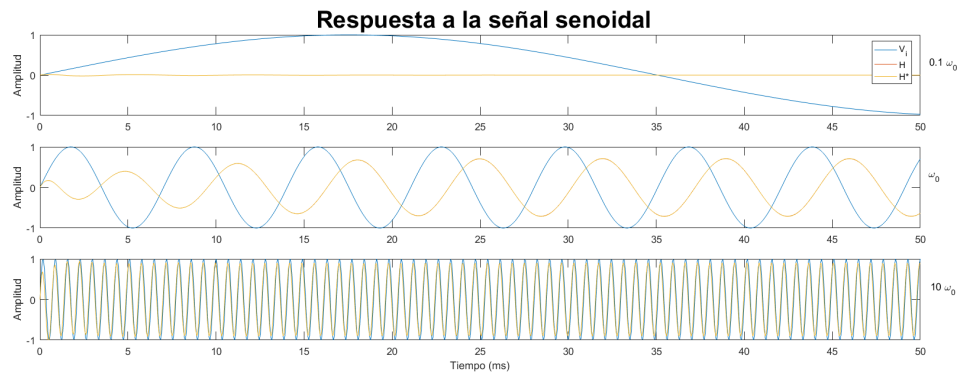


Figure 13: Comparación en respuesta a señal senoidal

Todas las premisas previamente mencionadas se vieron cumplidas en el gráfico. Podemos ver perfectamente que para el primer gráfico la señal se ve completamente atenuada, pues su frecuencia es 10 veces menor a la frecuencia de corte. Para la frecuencia de corte se puede ver que la respuesta se atenúa cerca del 30% ( $-3dB$ ) y se desfasó  $\pi rad$ . Luego, para 10 veces la frecuencia de corte se puede ver que la respuesta se encuentra en fase con la señal de entrada, y que además la atenuación es poca que coincide con el 10% esperado.

## 6.5 Respuesta a señal cuadrada

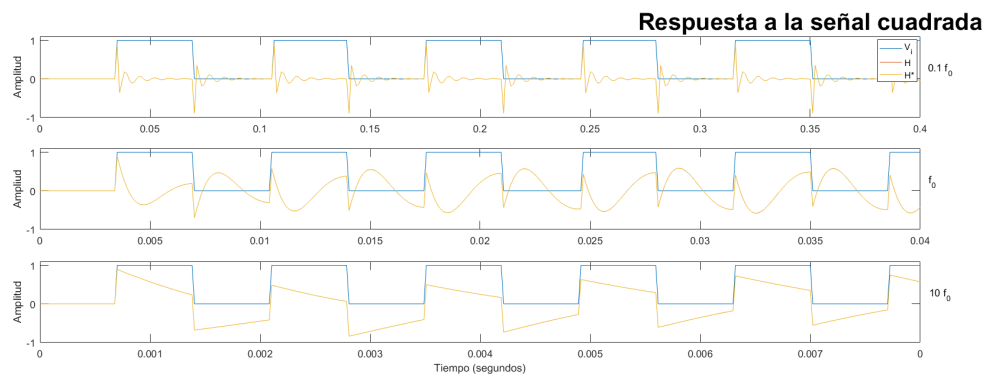


Figure 14: Comparación en respuesta a señal cuadrada

Como ya se ha analizado la respuesta al escalón, es importante tenerla en cuenta para el análisis de la respuesta a la señal cuadrada, pues se trata de un tren de escalones. Hay que recordar que la respuesta al escalón tenía un  $5 \cdot \tau \approx 37.5ms$ .

Para el primer gráfico se puede observar que la señal está activa durante  $35ms$ , por lo que se puede observar que para cada activación la respuesta obtenida es similar a la del escalón.

Para el segundo gráfico la señal está activa durante  $3.5ms$  por lo que no le da tiempo de atenuarse por completo, como se puede observar. Sin embargo podemos ver que la señal no se parece nada a la respuesta. Luego a medida que se va aumentando la frecuencia la señal comienza a parecerse a la señal de entrada, como ya se puede observar en el tercer gráfico donde la frecuencia es 10 veces la de corte.

## 7 Simulaciones del filtro

### 7.1 El circuito

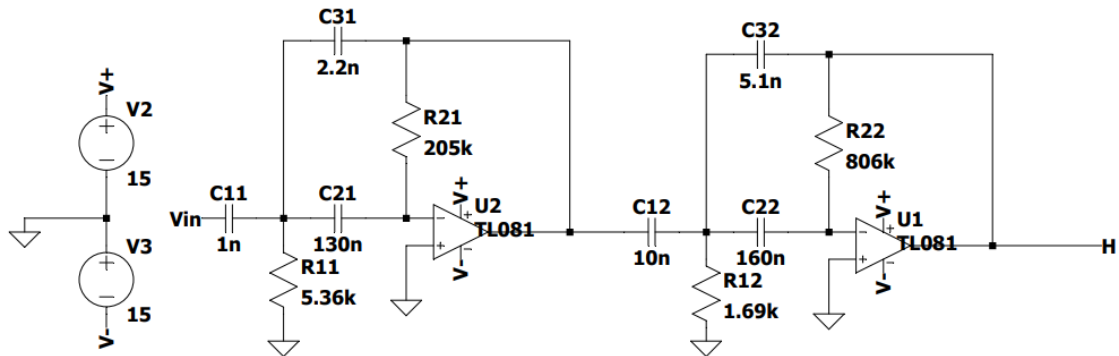


Figure 15: Implementación del circuito en LTSpice

### 7.2 Diagramas de Bode

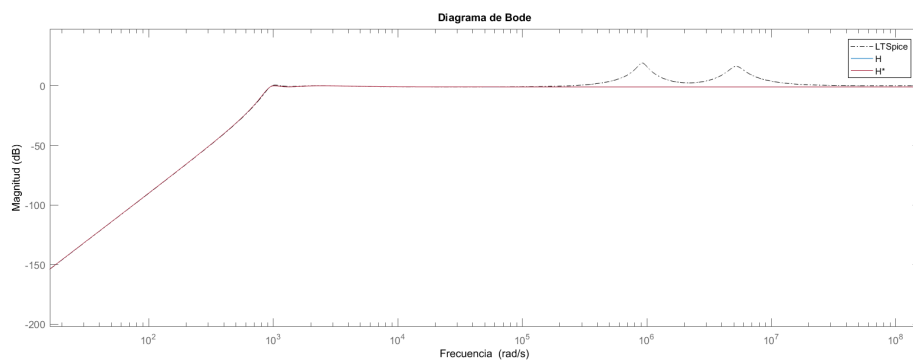


Figure 16: Diagrama de magnitud de Bode

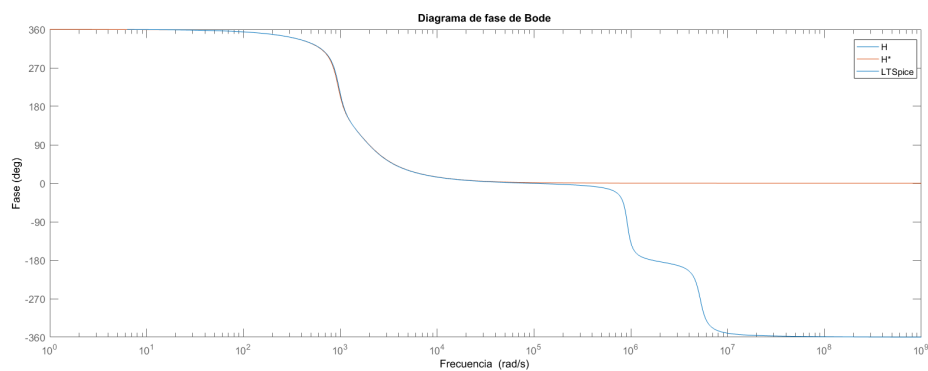


Figure 17: Diagrama de fase de Bode



En estos gráfico podemos ver que, a diferencia de los anteriores gráficos, aquí se puede percibir una diferencia a altas frecuencias entre lo obtenido con las simulaciones matemáticas en Mat-Lab y lo obtenido en la simulación circuital en LTSpice. Esto se puede explicar con el uso de un modelo real para el amplificador operacional, el cual a altas frecuencias introduce nuevas singularidades al circuito que generan una diferencia en el diagrama de Bode esperado.

### 7.3 Respuesta al escalón

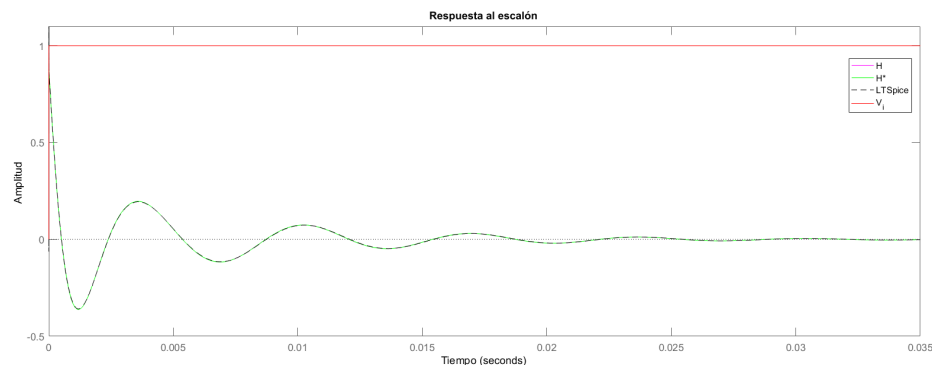


Figure 18: Respuesta al escalón

Podemos ver en este gráfico que la señal de salida simulada con el circuito de LTSpice con el amplificador ideal es prácticamente la misma que la salida con la simulación numérica.

### 7.4 Respuesta a la señal senoidal

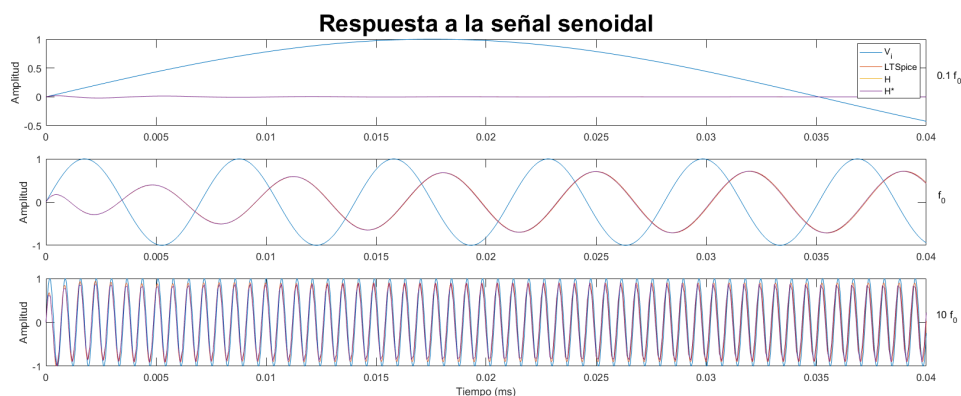


Figure 19: Respuesta a la señal senoidal

En los primeros dos gráficos no hay una diferencia significativa entre la señal de salida simulada matemáticamente y la señal de salida simulada por LTSpice con el amplificador operacional. Luego, para el tercer gráfico podemos ver que sí existe una diferencia, sobre todo en las puntas, para las señales de salida, siendo que para la salida simulada con LTSpice se obtiene una mayor ganancia que para la esperada matemáticamente. Esto podría deberse a múltiples factores. El primer factor podría ser una discretización de la señal de salida obtenida con MatLab ya que se nota que en las puntas no parecen haber cambios suaves, sino más bien puntiagudos, y esto podría deberse a falta de muestreo por el software utilizado. El segundo factor podría ser la alta

frecuencia de la señal de entrada, como ya hemos visto en el diagrama de Bode para la magnitud, para frecuencias muy altas el circuito comienza a comportarse de forma diferente a la esperada matemáticamente ya que este modelo (el matemático) no tiene en cuenta el circuito interno del amplificador operacional real, mientras que LTSpice sí lo tiene en cuenta, de todas formas no es factible que el problema sea debido a esto último comentado, ya que para llegar a diferencias significativas la frecuencia debe ser, al menos, 2 órdenes de magnitud superior.

## 7.5 Respuesta a la señal cuadrada

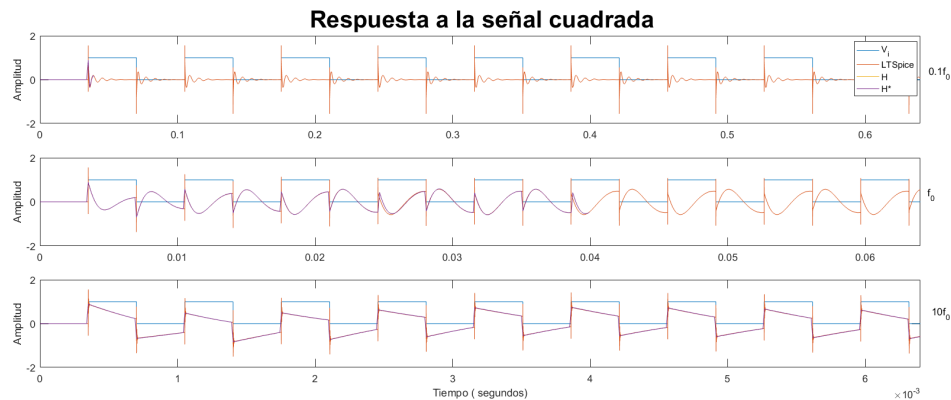


Figure 20: Respuesta a la cuadrada

Se puede observar que para los tres gráficos las señales de salida correspondientes a la simulación matemática y la simulación con LTSpice difieren relativamente poco. Sin embargo, la simulación de LTSpice presenta en todos los gráficos una diferencia en los primeros períodos para luego estabilizarse a medida que transcurre el tiempo, estas diferencias podrían ser explicadas por las características internas del amplificador operacional.