Wirtschaftsmathematik

5. Lineare Gleichungssysteme

Aufgabe 1 (14 Punkte)

Sie führen ein exklusives Eiscafé mit nur drei aus frischen Früd (x), Ananas (y) und Heidelbeere (z). Zu Beginn des Tages haben Sie

Lösung

Am Mittag stellen Sie fest, dass Sie schon 20% der ursprünglichen Menge Himbeen. Eis und 50% an Heidelbeer-Eis verkauft haben. Insgesamt beläuft sich der Eis-Bestand auf noch 40% der ursprünglichen Menge Himbeer-Eis, immer noch 40% Ananas-Eis und Sheidelbeer-Eis übrig. Damit sind insgesamt 25 Liter Eis übriggeblieben.

- a) Stellen Sie das lineare Gleichungssystem zu diesem Problem auf. (6 Punkte)
- b) Wie haben sich die 100 Liter Eis zu Beginn des Tages auf die drei Eissorten verteilt? Lösen Sie mit Hilfe eines linearen Gleichungssystems. (8 Punkte)

x: Himbeere

y: Ananas

z: Heidelbeere

Х	У	Z	L
1	1	1	100
0,8	0,4	0,5	50
0,1	0,4	0,2	25
1	1	1	100
0	0,4	0,3	30
0	-0,3	-0,1	-15
1	1	1	100
0	1	0,75	75
0	0	-0,13	-7,5
1	0	0	10
0	1	0	30
0	0	1	60

Liter Himbeere Liter Ananas Liter Heidelbeere

Lineare Gleichungssysteme

Ökonomische Anwendung: Innerbetriebliche Leistungsverrechnung

a) Die Verrechnungspreise sind k₁ f\u00fcr A-pret, k₂ f\u00fcr B-s\u00e4ure und k₃ f\u00fcr C-tanol. Das lineare Gleichungssystem zur Bestimmung der Verrechnungspreise (Selbst-kosten) f\u00fcr A-pret, B-s\u00e4ure und C-tanol lautet:

$$k_{1} = \frac{26 + 6 \cdot k_{2} + 1 \cdot k_{3}}{12}$$

$$k_{2} = \frac{2 + 2 \cdot k_{3}}{10}$$

$$k_{3} = \frac{28 + 4 \cdot k_{2}}{8}$$

$$12 \cdot k_{1} = 26 + 6 \cdot k_{2} + 1 \cdot k_{3}$$

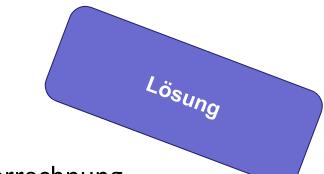
$$10 \cdot k_{2} = 2 + 2 \cdot k_{3}$$

$$8 \cdot k_{3} = 28 + 4 \cdot k_{2}$$

Hieraus ergibt sich folgende Standardform

$$12k_1 -6k_2 - k_3 = 26 (I)
10k_2 - 2k_3 = 2 (II)
-4k_2 + 8k_3 = 28 (III)$$

Wirtschaftsmathematik



Lineare Gleichungssysteme

Ökonomische Anwendung: Innerbetriebliche Leistungsverrechnung

b) Aus den Gleichungen II und III k\u00fannen die Verrechnungspreise k₂ = 1 und k₃ = 4 bestimmt werden (4·II+III ergibt 36k₂ = 36 und k₂ = 1. Dies eingesetzt in III ergibt -4·1+8k₃ = 28 ⇔ 8k₃ = 32 und k₃ = 4). Gleichung I mit k₂ = 1 und k₃ = 4 ergibt 12k₁ -6·1-4 = 26 und k₁ = 3/12 = 3. Die Verrechnungspreise sind damit k₁ = 3, k₂ = 1 und k₃ = 4.

Quelle: Pampel: Arbeitsbuch Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler, Springer Spektrum (Wiesbaden)

Lineare Gleichungssysteme

Ökonomische Anwendung: Innerbetriebliche Leistungsverrechnung

c) Die 12 Einheiten A-pret können zum Preis von $p_A = 10$ verkauft werden, die Stückkosten sind die berechneten Selbstkosten $k_1 = 3$, sodass der Gewinn für 12 Einheiten A-pret $12 \cdot (10-3) = 84$ ist.

Die überschüssigen 5 Einheiten C-tanol können zum Preis von $p_C = 5$ verkauft werden, die Stückkosten sind die berechneten Selbstkosten $k_3 = 4$, sodass der Gewinn für 5 Einheiten C-tanol $5 \cdot (5-4) = 5$ ist. B-Säure wurde vollständig bei den anderen Produktionen verbraucht.

Der Gesamtgewinn beträgt 84 + 5 = 89 Geldeinheiten. Dieser entspricht der Differenz 145 - 56 = 89 aus dem Gesamterlös 120 + 25 = 145 (Verkauf der nicht intern verbrauchten Güter) und den Gesamtkosten 26 + 2 + 28 = 56 (Summe der Primärkosten, alles andere wird verrechnet).