In Exercises 21–42, find the derivative of y with respect to the appropriate variable.

21. $y = \cos^{-1}(x^2)$

Her kan der bruges kædereglen til at finde den afledte af y i forhold til x. Eftersom at cos^-1(x) kun er defineret mellem -1 og 1 er den afledte også kun defineret i dette område

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{\sqrt{1-(x^2)^2}} \cdot \left(\frac{d}{dx} x^2\right), \quad x^2 < 1$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{\sqrt{1-x^4}} \cdot 2x, \quad |x| < 1$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{2x}{\sqrt{1-x^4}}, \quad |x| < 1$$

Checking the Mean Value Theorem

Find the value or values of c that satisfy the equation

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c)$$

in the conclusion of the Mean Value Theorem for the functions and intervals in Exercises 1–8.

3. $f(x) = x + \frac{1}{x}, \quad \left[\frac{1}{2}, 2\right]$

Finder her først den afledte

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$$

Herefter finder vi så vores f(a) og f(b)

$a = \frac{1}{2}$, $\quad b = 2$

$$f\left(\tfrac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)} = \frac{5}{2}$$

$$f(2) = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

Vi kan nu tjekke hvad f'(c) skal give

$$f'(c) = \frac{\frac{5}{2} - \frac{5}{2}}{2 - \frac{1}{2}} = 0$$

$$1 - \frac{1}{c^2} = 0$$

$$1 = \frac{1}{c^2}$$

$$c^2 = 1$$

$$c = \pm\sqrt{1}$$

$$c = \pm 1$$

Vi ser her at -1 ikke ligger inde for vores interval

$$\underline{\underline{c = 1}}$$

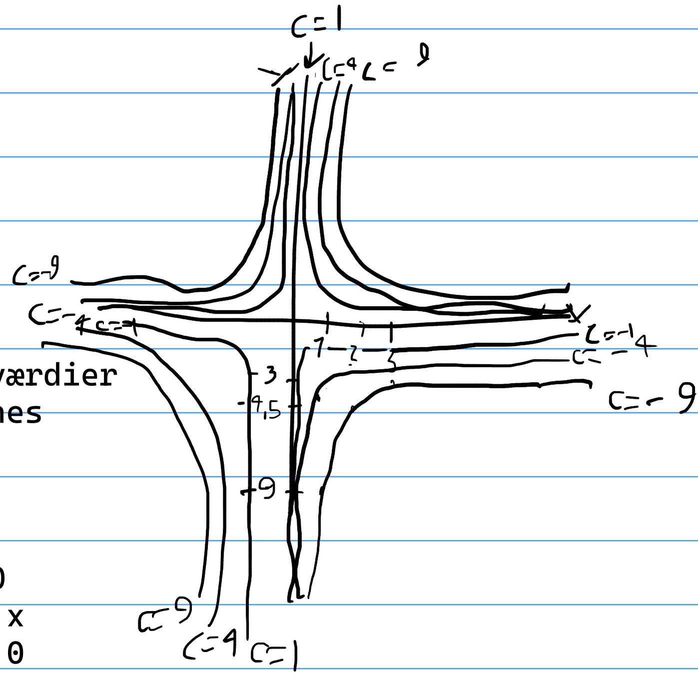
In Exercises 13–16, find and sketch the level curves $f(x, y) = c$ on the same set of coordinate axes for the given values of c. We refer to these level curves as a contour map.

15. $f(x, y) = xy, \quad c = -9, -4, -1, 0, 1, 4, 9$

Her sættes f(x, y) til at være lig med c og derefter isoleres y hvor denne graf så tegnet i det samme kordinat system så som her:

$x \cdot y = c$

$y = \frac{c}{x}$



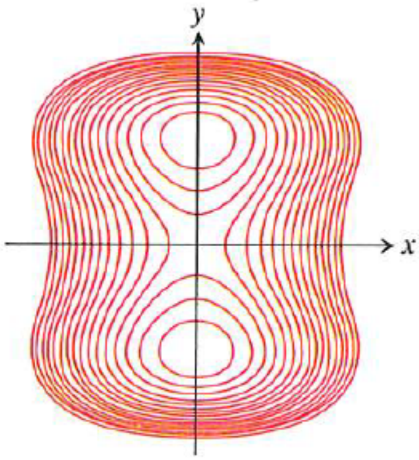
Her indsættes alle værdier for c og grafen tegnes

Ved c=0 for man x*y=0 og derfor skal enten x eller y være lig med 0 denne linje er derfor oveni akserne

Matching Surfaces with Level Curves

Exercises 31–36 show level curves for six functions. The graphs of these functions are given on the next page (items a–f), as are their equations (items g–l). Match each set of level curves with the appropriate graph and appropriate equation.

31.



Her ses at den har 2 minimumer eller maximumer langs y aksen og at den er spejlvendt i y aksen og den eneste graf som også har disse 2 engenskabber er f

I forhold til hvilken funktion dette er kan man se at den ikke er periodisk og vokser ned mod -z og er spejlvendt i x og y
det er derfor irrelevant hvilket fortegn x og y. Der ledes derfor efter en funktion hvor både x og y er kvadreret eller er opløftet i et lige potent
Dette efterlader funktion h og k, men eftersom at k ikke kan være blive <0 er der kun funktion h tilbage
Funktionen som tilhører niveukurverne er derfor den som er vist i h. og selve funtkionen er vist i f.

Limits with Two Variables

Find the limits in Exercises 1–12.

9. $\displaystyle \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{e^y \sin x}{x}$

Først deles denne grænseværdi op

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{e^y \cdot \sin(x)}{x} = \left(\lim_{(x,y)\to(0,0)} e^y\right)\left(\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\sin(x)}{x}\right)$$

Her kan den ene grænseværdi regnes

$$= e^0 \cdot \left(\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\sin(x)}{x}\right)$$

$$= \left(\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\sin(x)}{x}\right)$$

Her fordi at y ikke indgår i denne funktion ses der her bort fra den

$$= \lim_{x\to 0} \frac{\sin(x)}{x}$$

Hvis x=0 indsættes her får man 0/0 hvilket betyder vi kan bruge l'hopitals regel

$$= \lim_{x\to 0} \frac{\cos(x)}{1}$$

$$= \cos(0)$$

$$= 1$$

Vi har her at:

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{e^y \cdot \sin(x)}{x} = 1$$

11. $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(1,\pi/6)} \frac{x \sin y}{x^2+1}$

Her kan der bare indsættes grænserne

$$\lim_{(x,y)\to(1,\frac{\pi}{6})} \frac{x \cdot \sin(\frac{\pi}{6})}{x^2+1} \stackrel{L}{=} \frac{1 \cdot \sin(\frac{\pi}{6})}{1^2+1}$$

$$= \frac{\sin(\frac{\pi}{6})}{2}$$

$$= \frac{(\frac{1}{2})}{2}$$

$$= \frac{1}{4}$$

Vi har derfor her at:

$$\underline{\underline{\lim_{(x,y)\to(1,\frac{\pi}{6})} \frac{x \cdot \sin(\frac{\pi}{6})}{x^2+1} \stackrel{L}{=} \frac{1}{4}}}$$