

Besondere Schwierigkeiten beim Mathematiklernen in der Primarstufe

Eye-Tracking-Untersuchungen zur Identifikation und Förderung

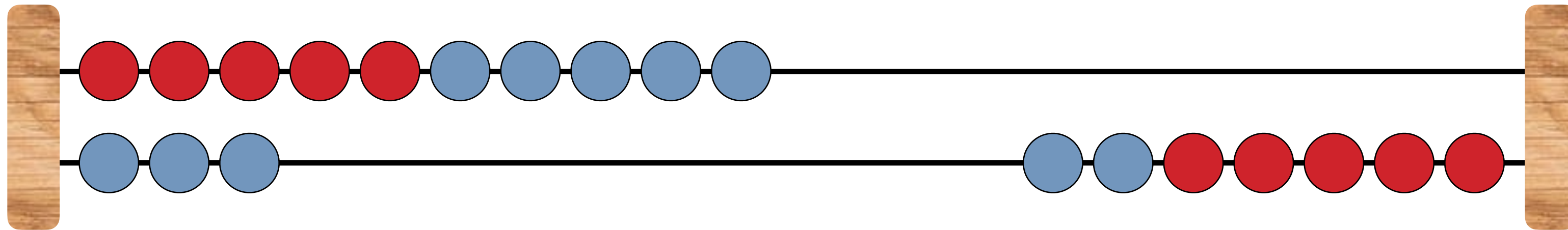
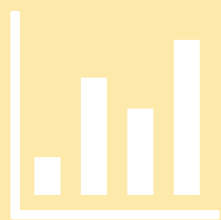
Dr. Lukas Baumanns

Forschungsvortrag im Rahmen des Berufungsverfahrens für eine W2-Professur für „Didaktik der Mathematik mit dem Schwerpunkt Primarstufe“ an der Universität Münster



Besondere Schwierigkeiten beim Mathematiklernen in der Primarstufe

Anzahlerfassung – 2. Klasse

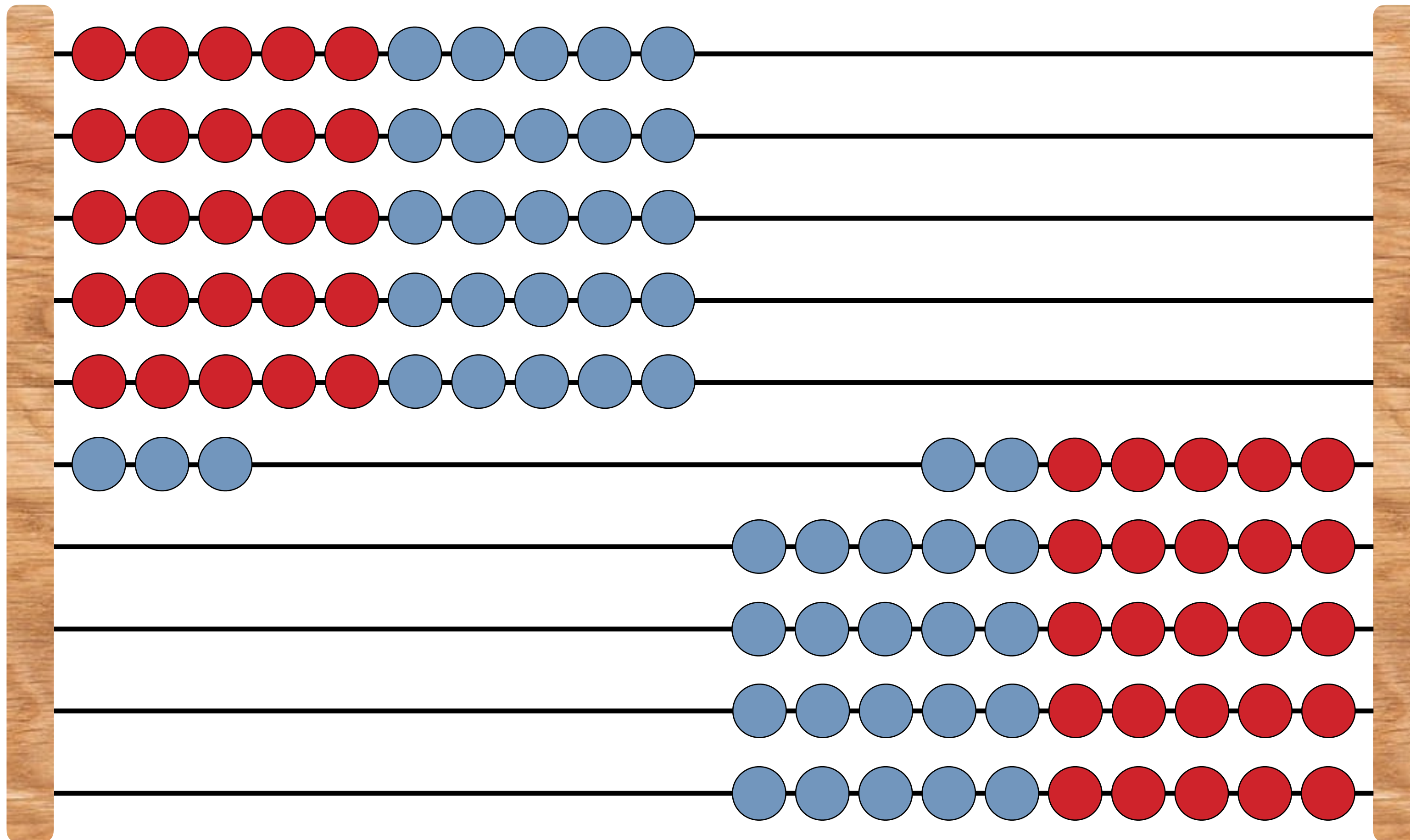
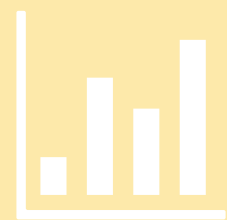


(Schindler, 2019; 2020; Schipper, 2011)

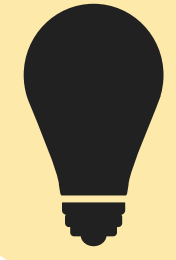


Besondere Schwierigkeiten beim Mathematiklernen in der Primarstufe

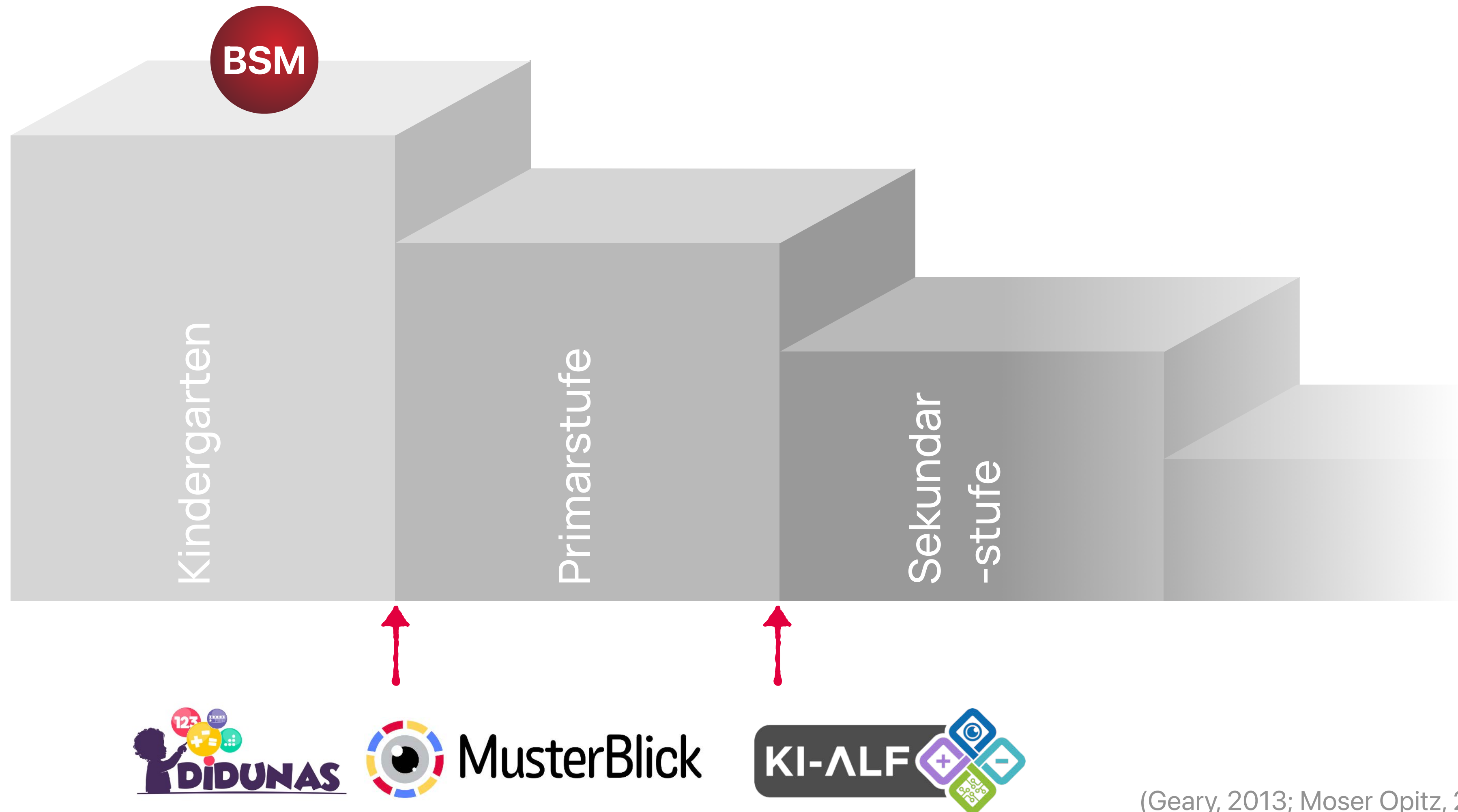
Anzahlerfassung – 4. Klasse



(Schindler, 2019; 2020; Schipper, 2011)



Besondere Schwierigkeiten beim Mathematiklernen in der Primarstufe (BSM)



(Geary, 2013; Moser Opitz, 2013; Sasanguie et al., 2012)



Besondere Schwierigkeiten beim Mathematiklernen in der Primarstufe (BSM)

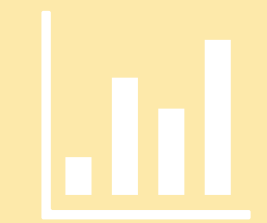
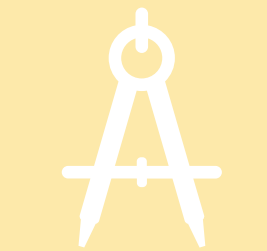
...und das Risiko, diese zu entwickeln



Kennzeichen für BSM

- Mangelndes Verständnis
 - natürlicher Zahlen,
 - des dezimalen Stellenwertsystems und
 - der Rechenoperationen.

(Gaidoschik et al., 2021; Moser Opitz et al., 2016; Scherer et al., 2016)

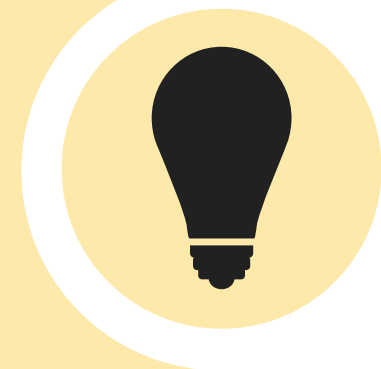


→ Entwickeln sich im Verlauf der Grundschule, sind jedoch noch nicht in der ersten Klasse manifest.

Kennzeichen für das Risiko für die Entwicklung von BSM

- Schwierigkeiten bei
 - Mengenerfassung,
 - Mengeninvarianzen,
 - Zählkompetenz,
 - Ziffernkenntnis
 - ... (Dornheim, 2008; Jordan et al., 2007)

→ Bereits in der ersten Klasse sichtbar und gute Prädiktoren für die spätere Entwicklung von BSM
(Baumanns et al., 2022; Lüken et al., 2014; Rittle-Johnson et al., 2019)



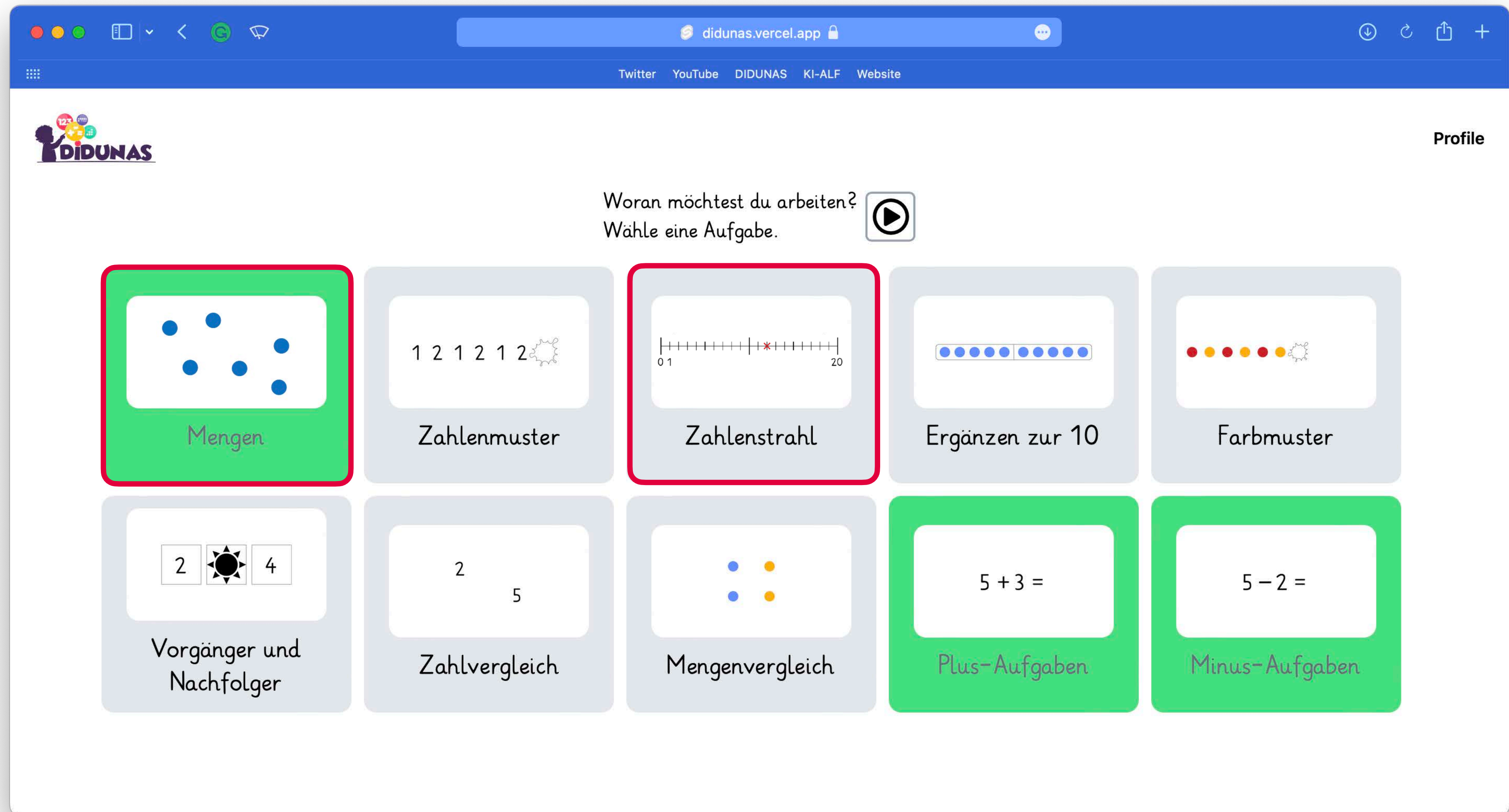
DIDUNAS App

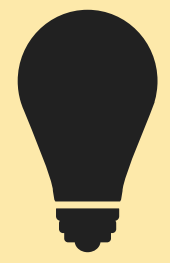


Erasmus+

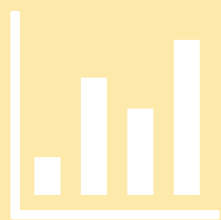
Projektleitung: Prof. Dr. Maike Schindler; Kooperationspartner: Prof. Dr. Demetra Pitta-Pantazi, Prof. Dr. Constantinos Christou, Prof. Dr. Achim J. Lilienthal

tu



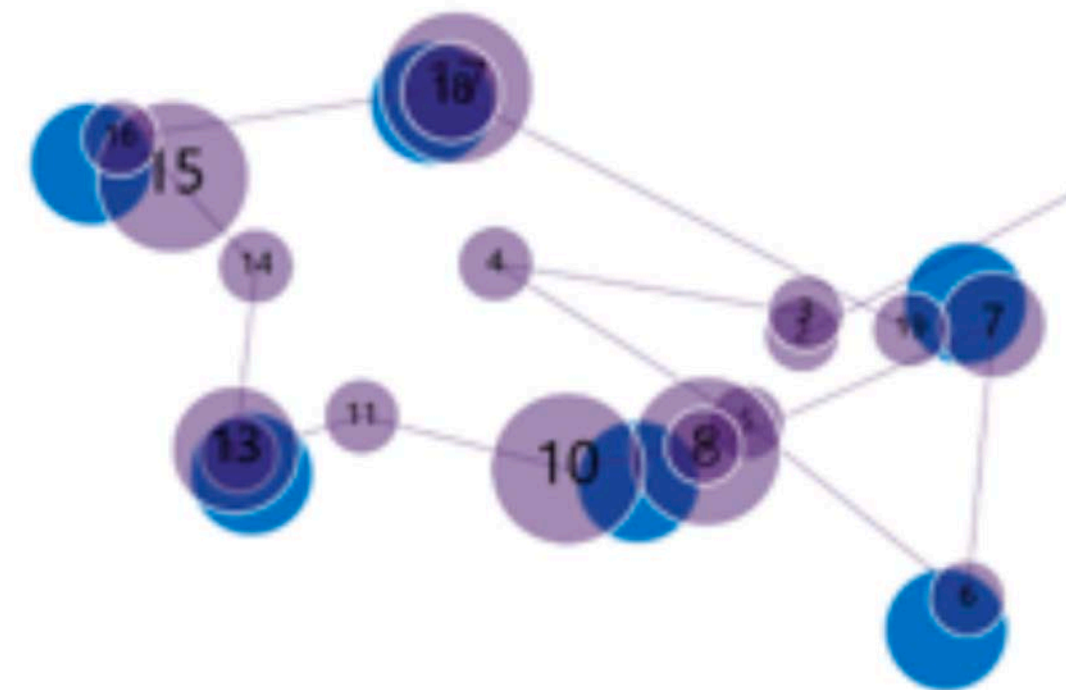


Zahlverständnis

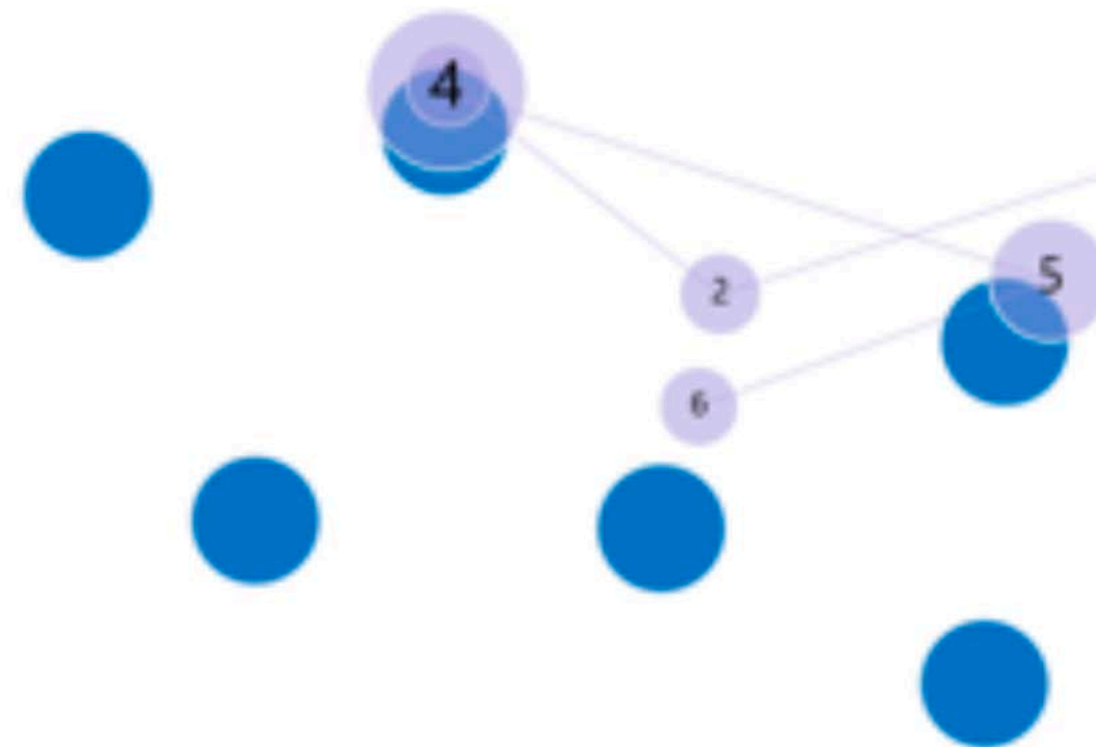


Kinder
mit Risiko

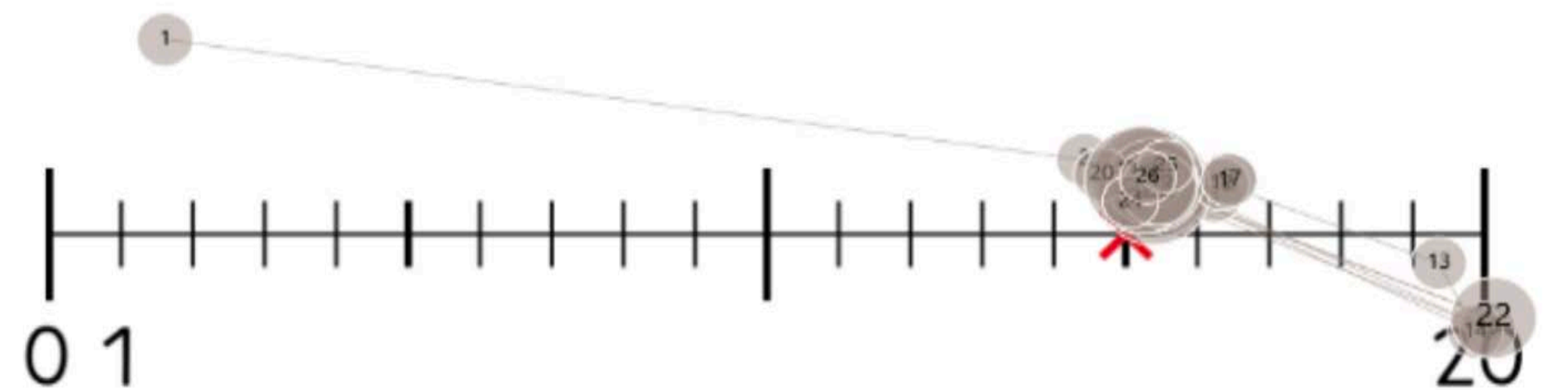
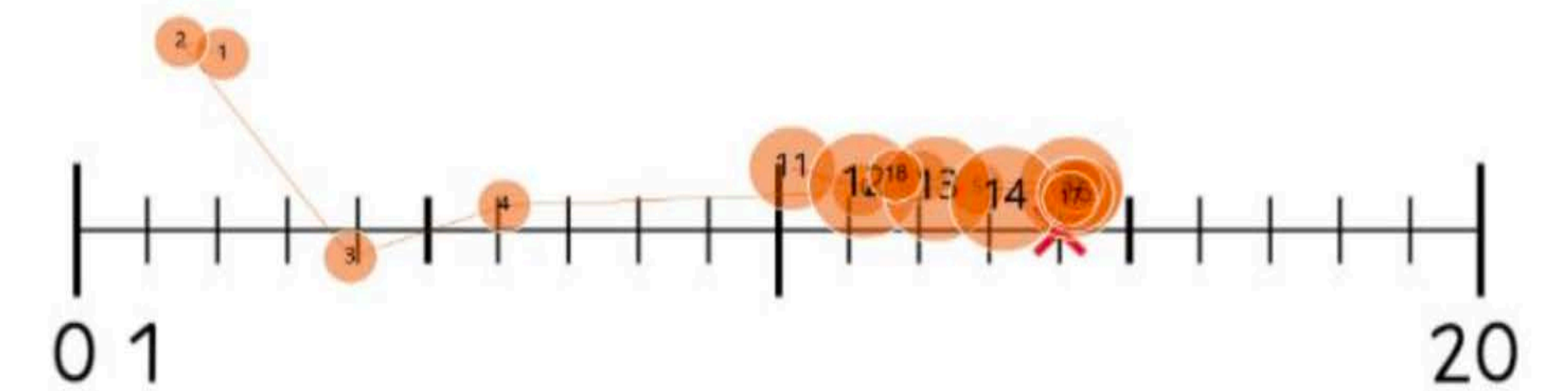
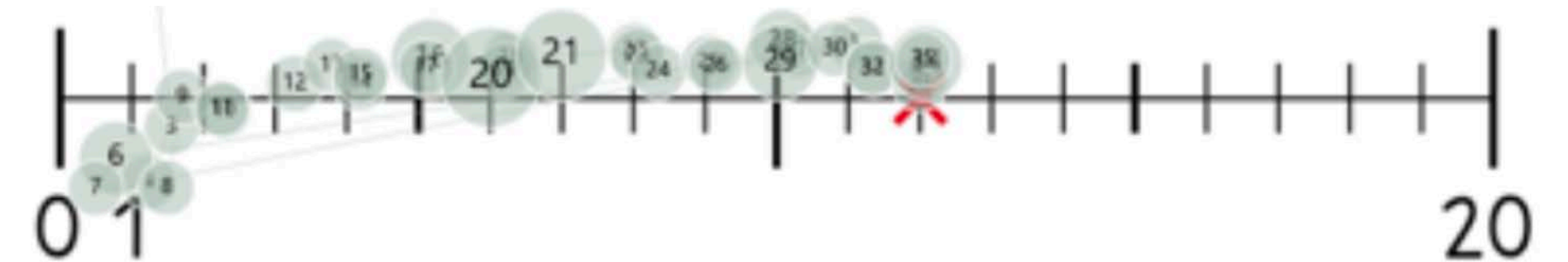
Kardinal



Kinder
ohne Risiko



Ordinal






DIDUNAS App




didunas.vercel.app

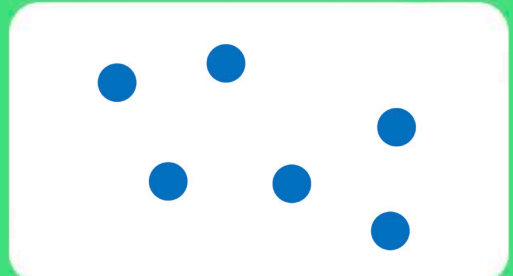
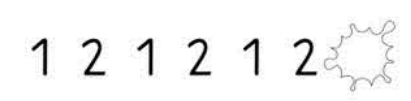
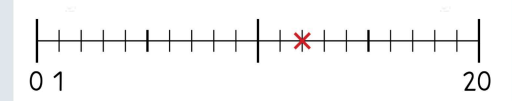





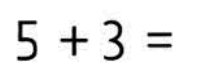
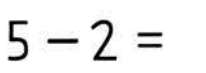
Twitter YouTube DIDUNAS KI-ALF Website

 **Guter Prädiktor für die spätere Entwicklung von BSM**
(Baumanns et al., 2022; Lüken et al., 2014; Rittle-Johnson et al., 2019)

Profile

Woran möchtest du arbeiten?
Wähle eine Aufgabe.



 Mengen	 Zahlenmuster	 Zahlenstrahl	 Ergänzen zur 10	 Farbmuster
 Vorgänger und Nachfolger	 Zahlvergleich	 Mengenvergleich	 Plus-Aufgaben	 Minus-Aufgaben



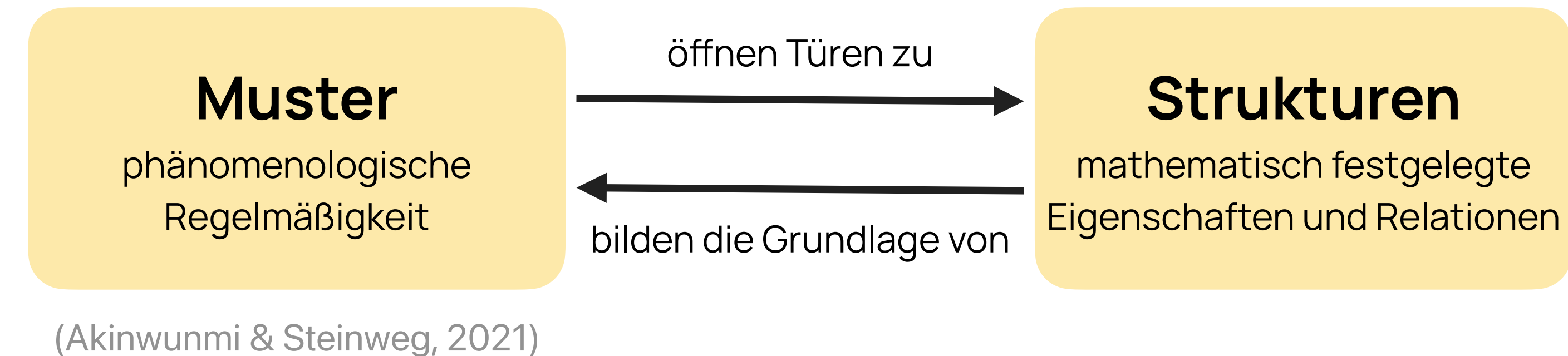
Mathematik als Wissenschaft der Muster und Strukturen

(Steen, 1988)

„... die im Prozess entwickelt, erforscht, fortgesetzt und verändert werden können“ (Wittmann, 2004, S. 1)



Penrose-Parkettierung im Audimax der TU Dortmund



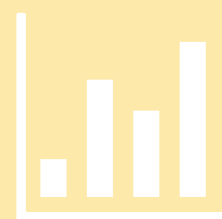
Muster und Strukturen sind überall

deswegen ist ein frühes Bewusstsein für Muster zentral bei der Entwicklung mathematischen Denkens

(Carraher & Schliemann, 2007; Clemens & Sarama, 2007; NCTM, 2000)

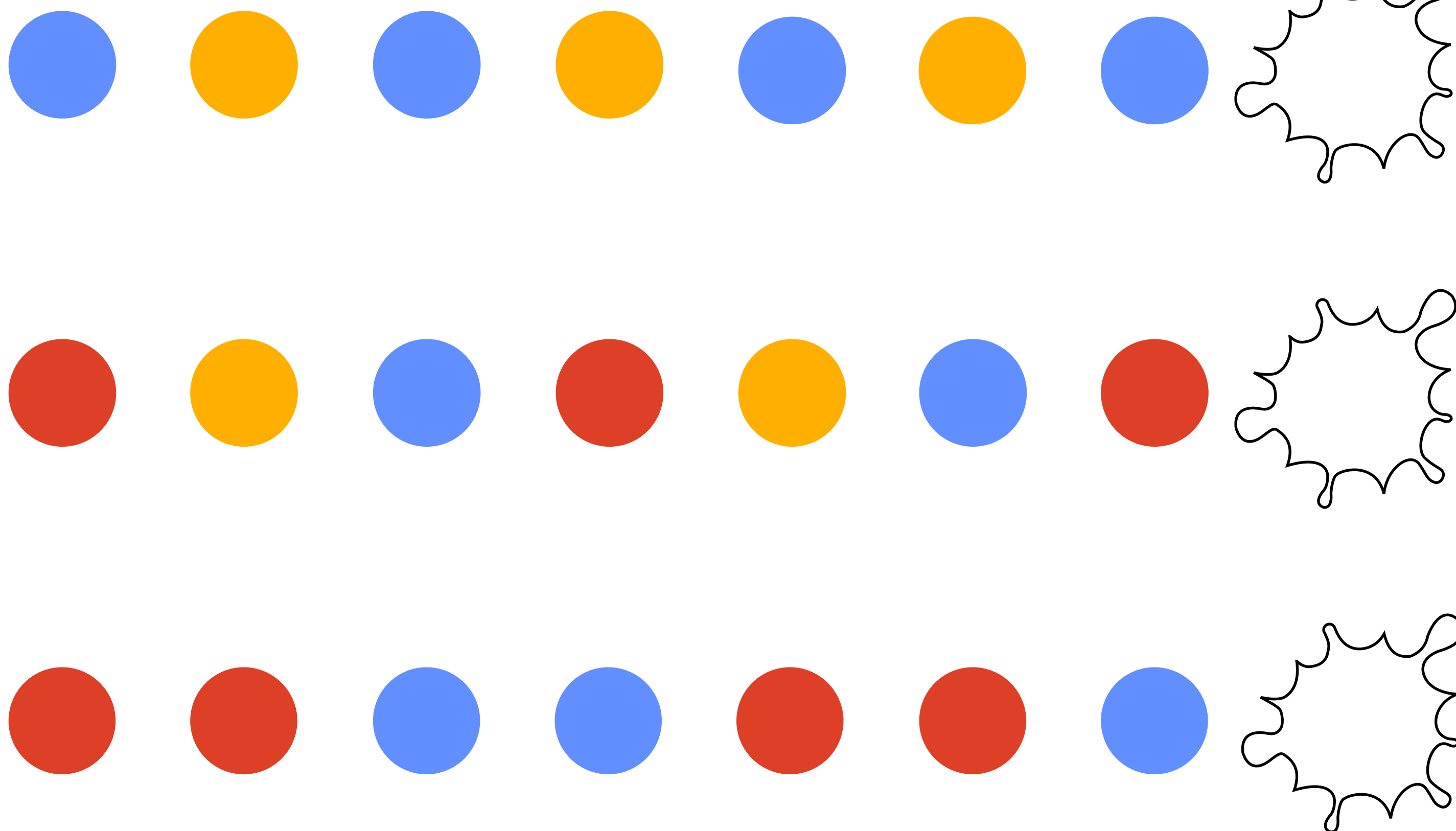


Theorie



Statische Musterfolgen

(Akinwunmi & Steinweg, 2024; Böttinger & Söbbeke, 2009; Clemens & Sarama, 2007; Mulligan & Mitchelmore, 2018; Lüken, 2012; NCTM, 2000; Papic & Mulligan, 2007; Steinweg, 2013)



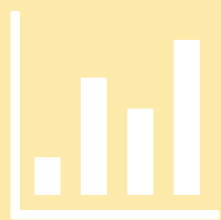
tu



KMK (2022)



Theorie



Forschung zu Musterfolgeaufgaben **tu**

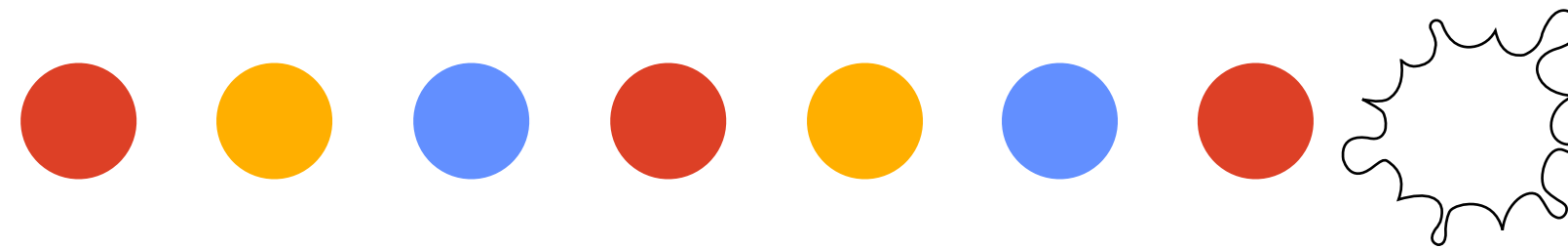
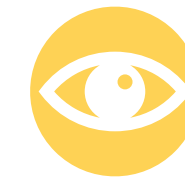
Vorgehensweisen

Basierend auf Interviews,
Beobachtungen oder Zeichnungen

Collins & Laski (2015), Lüken (2018), Lüken & Sauzet
(2021), Papic et al. (2011)

Basierend auf
Blickbewegungen

Baumanns et al. (2022; 2023; 2024),
Pitta-Pantazi et al. (2024)



- Zufälliges Aussuchen des nächsten Elements
- Wiederholen des letzten Elements
- Identifizieren der Grundeinheit
- Verifizieren mit dem Anfang des Musters
- „Aufsagen“ des Musters

Fehler

4 Jahre

~47 % korrekt

(Rittle-Johnson et al., 2015)

5 Jahre

~31 % korrekt

(Clarke et al., 2006)

6 Jahre

~67 % korrekt

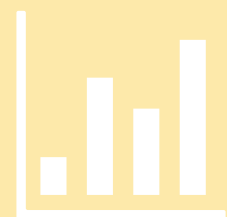
(Lüken & Sauzet, 2021)

Unzureichende Forschungslage

... vor allem im Hinblick auf Kinder mit BSM



Theorie



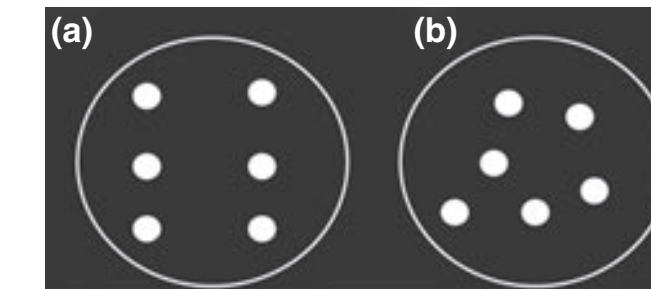
Forschung zu Kindern unterschiedlicher Leistungsgruppen in der Arithmetik

tu

Hinsichtlich arithmetischer Basiskompetenzen machen leistungsstarke Schüler*innen

- **weniger Fehler** (Ashkenazi et al., 2013; Olkun & Akkurt-Denizli, 2015; Geary et al., 2004; Zhang et al., 2014)
- **nutzen elaborierter und effizientere Vorgehensweisen** (Geary et al., 2004; Schindler et al., 2019; 2020; Simon & Schindler, 2022; van't Noordende et al., 2016)
- **nutzen bestimmte Vorgehensweisen mit einer höheren Korrektheit** (Torbeyns et al., 2005; Torbeyns et al., 2017)

als leistungsschwache Schüler*innen.



(Ashkenazi et al., 2013; Schindler et al., 2020)

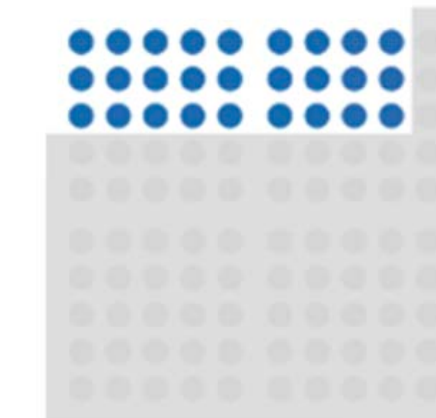
14×13
(Zhang et al., 2014)

$7 + 8 = \dots$

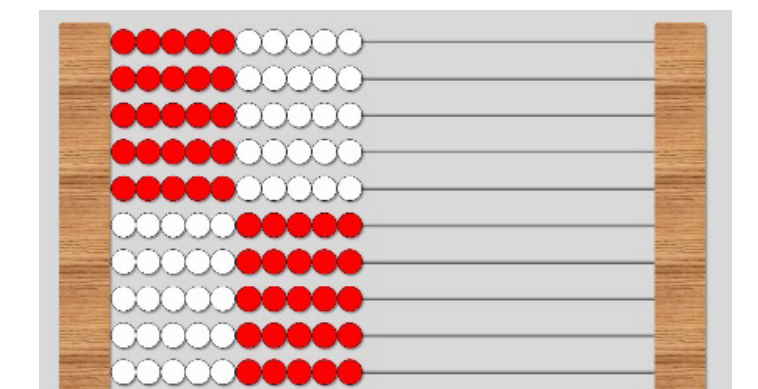
(Torbeyns et al., 2007)



(Simon et al., 2022; van't Noordende et al., 2016)

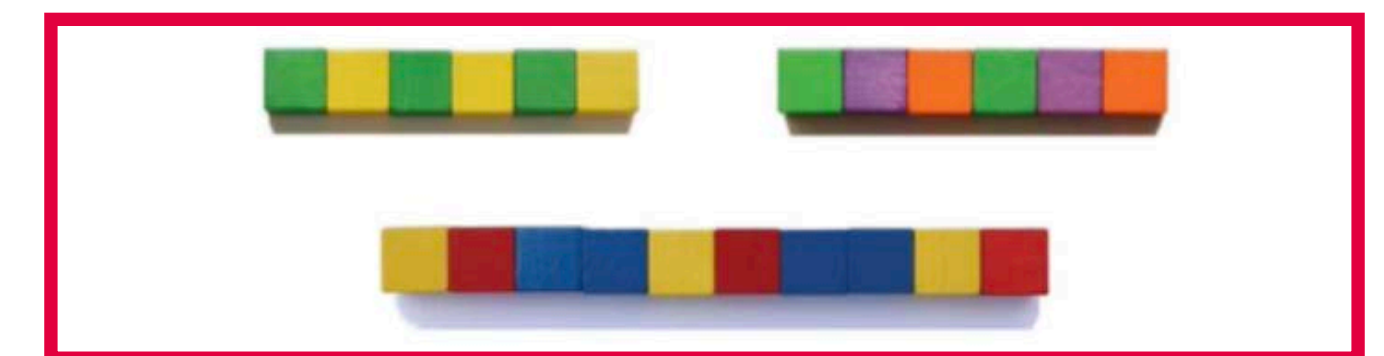


(Lai et al., 2023)



(Schindler et al., 2019)

Und bei Musterfolgen?



(Lüken und Sauzet, 2021)

Forschungsziele

N = 22

Identifikation von
Vorgehensweisen

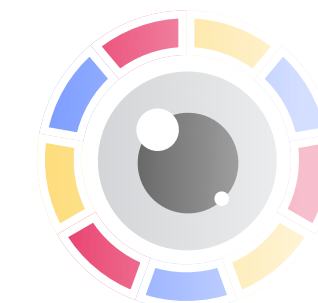
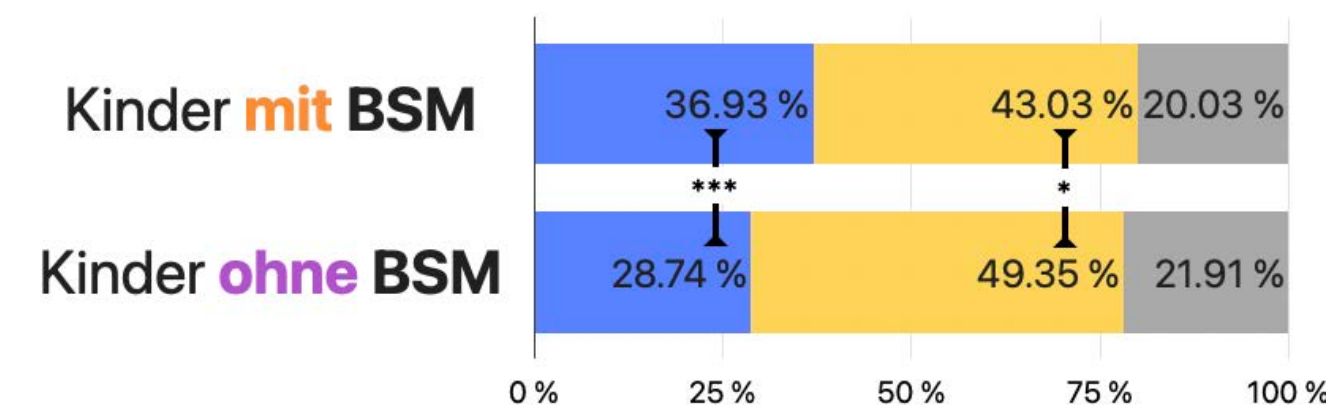
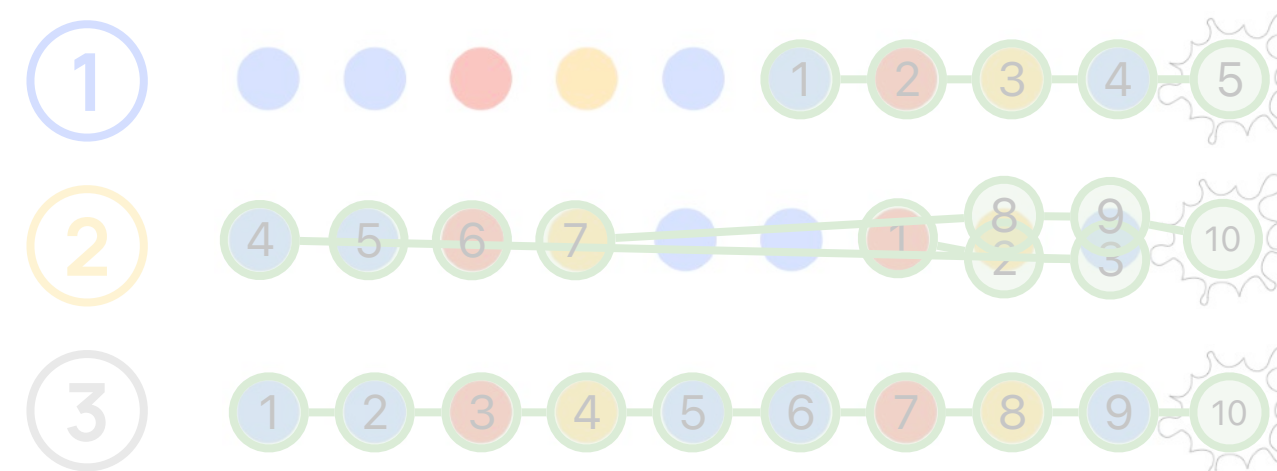
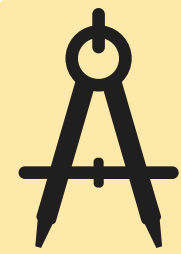
N = 224

Unterschiede zwischen
Kindern mit und ohne BSM

N = 42

Evaluationsstudie eines
Förderkonzepts

Methoden



MusterBlick

BSM: Risiko für die Entwicklung **B**esonderer **S**chwierigkeiten beim **M**athematiklernen

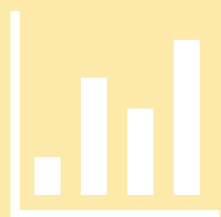
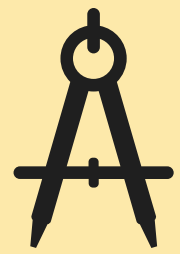
Forschungsfragen

Unterscheiden sich Kinder **mit** und **ohne BSM** beim Lösen von Musterfolgeaufgaben hinsichtlich ihrer

- a. Fehlerraten,
- b. Vorgehensweisen und
- c. Fehlerraten bei der Verwendung bestimmter Vorgehensweisen?



Methoden

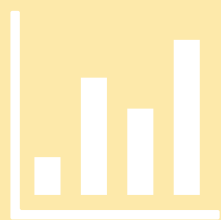
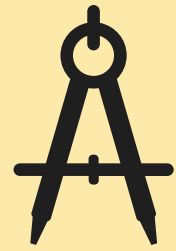


BSM: Risiko für die Entwicklung **B**esonderer **S**chwierigkeiten beim **M**athematiklernen

Datenerhebung



Methoden



Tobii Pro X3-120

- 224 Erstklässler*innen aus Zypern und Deutschland
(Alter: $M = 7.2$ Jahre; $SD = 0.4$ Jahre)
- Standardisierter Test
(ZAREKI-K)

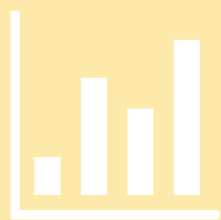
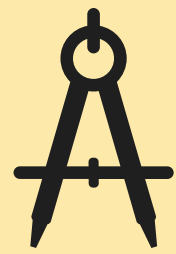
37 Kinder **mit** BSM
187 Kinder **ohne** BSM



BSM: Risiko für die Entwicklung **B**esonderer **S**chwierigkeiten beim **M**athematiklernen



Methoden



Musterfolgeaufgaben

tu

Zahlenmuster

Farbmuster

AB

4 1 4 1 4 1 4



ABC

1 5 3 1 5 3 1 5 3 1



AABB

3 3 2 2 3 3 2 2 3 3 2 2 3



AAB

7 7 1 7 7 1 7 7 1 7



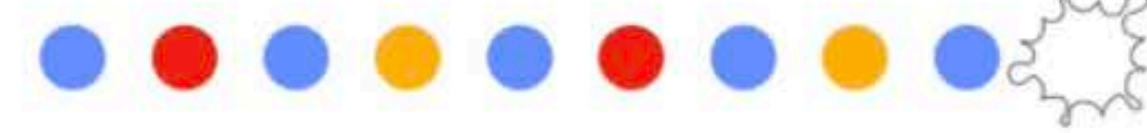
AABC

1 1 7 5 1 1 7 5 1 1 7 5 1



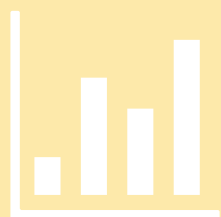
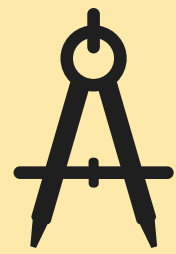
ABAC

9 6 9 1 9 6 9 1 9 6 9 1 9





Methoden



Datenanalyse

BSM: Risiko für die Entwicklung
Besonderer Schwierigkeiten beim
Mathematiklernen



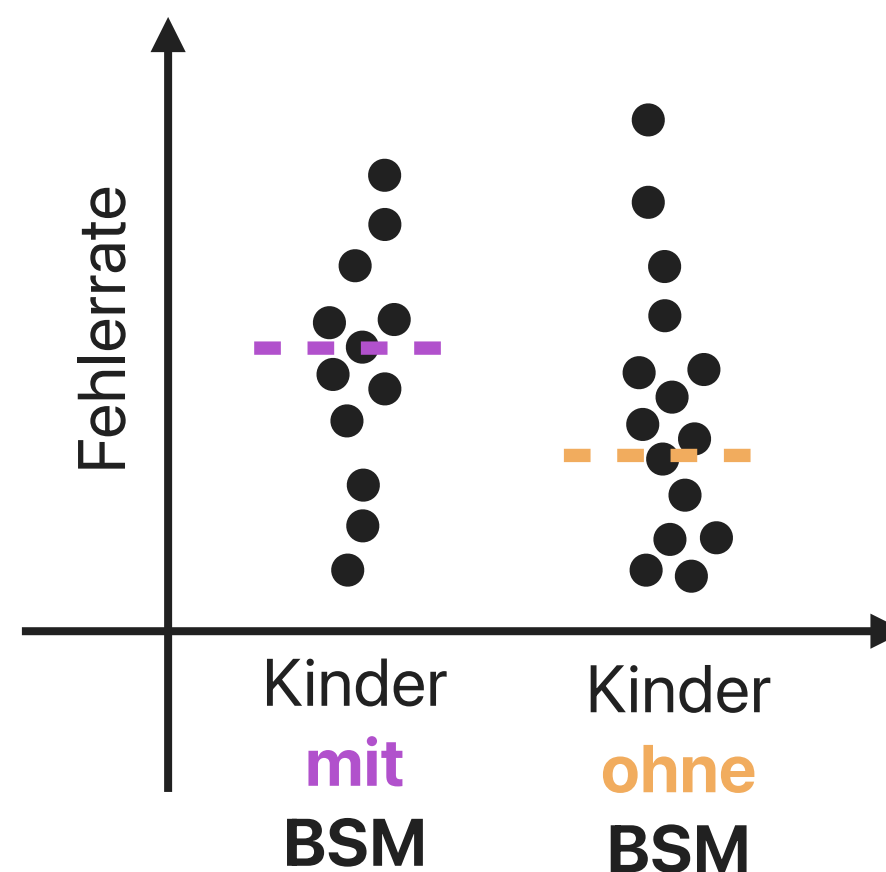
Unterscheiden sich Kinder **mit** und **ohne BSM** beim Lösen von Musterfolgeaufgaben hinsichtlich ihrer

a. Fehlerraten?

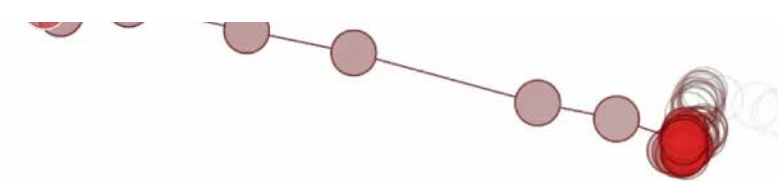
b. Vorgehensweisen?

c. Fehlerraten bei der Verwendung bestimmter Vorgehensweisen?

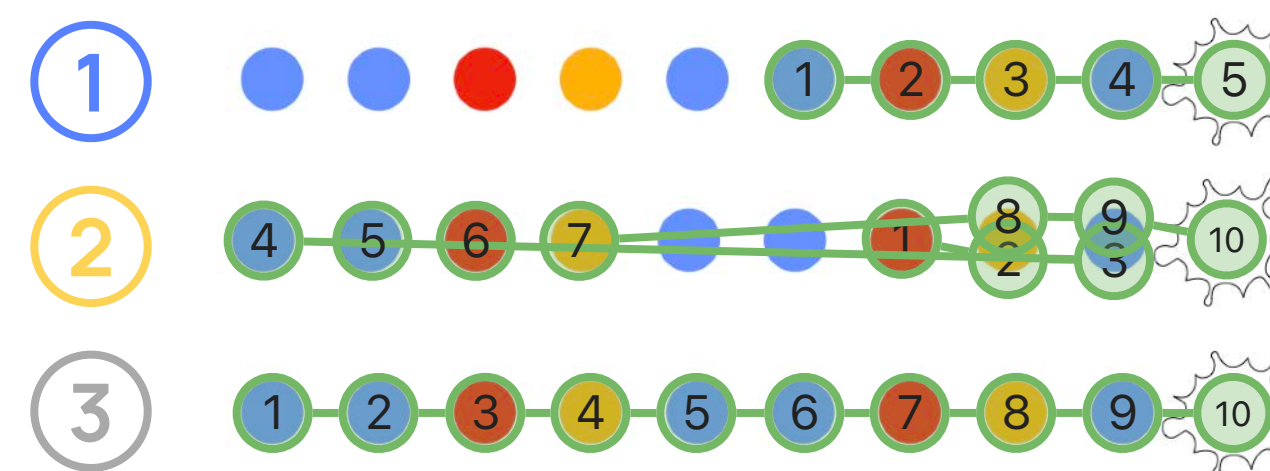
Mann-Whitney-U-Test



~2700 Blickbewegungsvideos



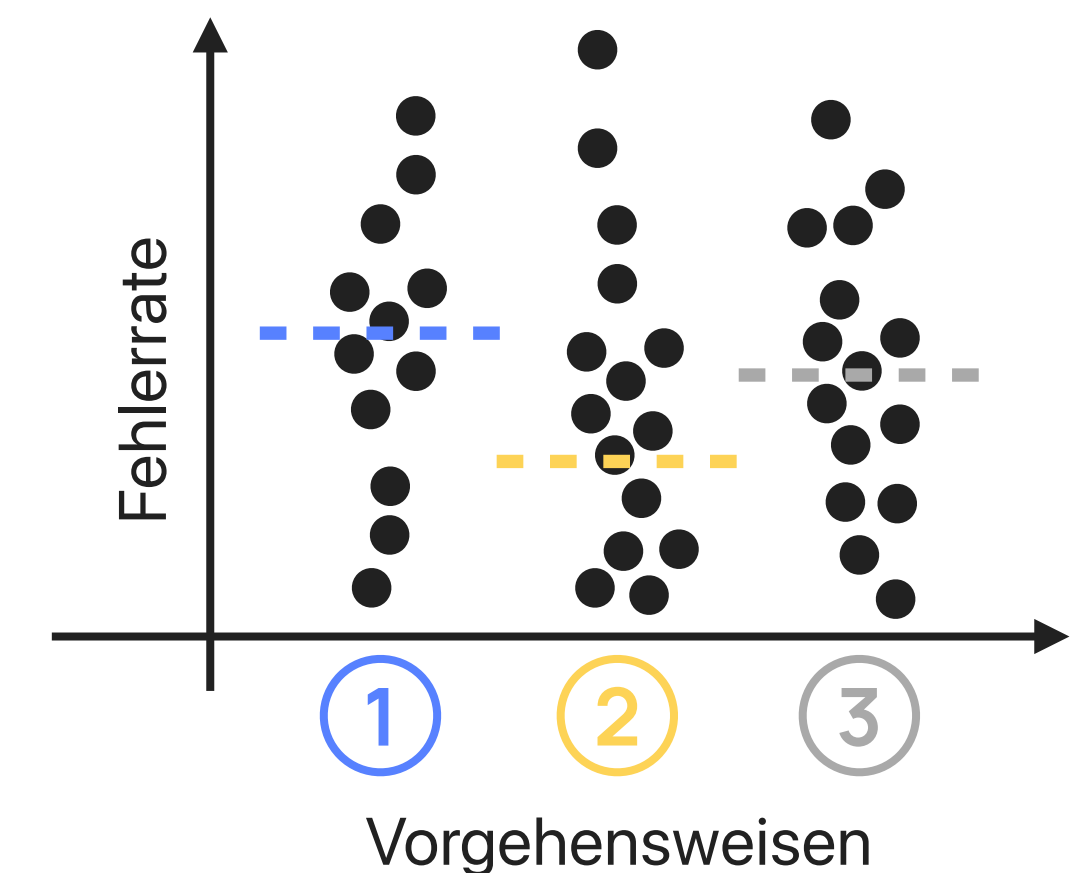
Vorgehensweisen



Chi-Quadrat-Test + Posthoc-Analyse

	①	②	③
Kinder mit BSM	435	1042	504
Kinder ohne BSM	370	223	63

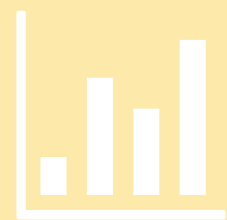
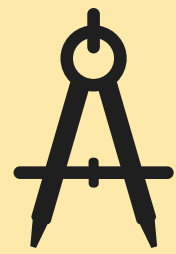
Kruskal-Wallis-Test



1. Für alle Kinder,
2. Kinder **mit** BSM und
3. Kinder **ohne** BSM



Methoden



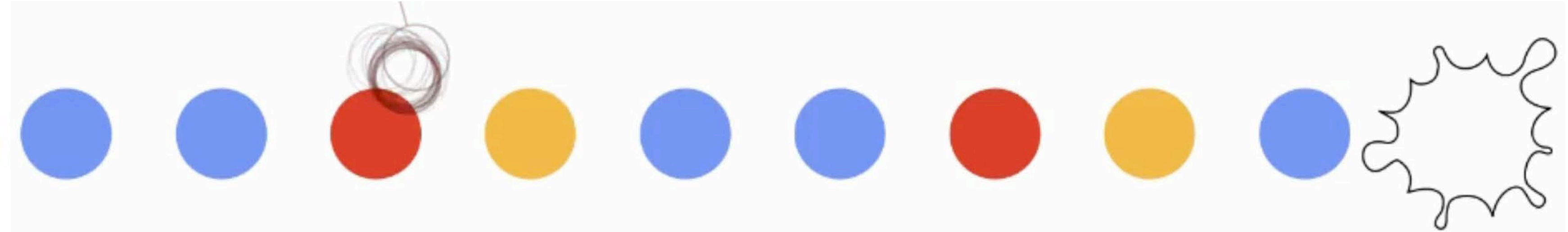
Datenanalyse

Identifikation von
Vorgehensweisen

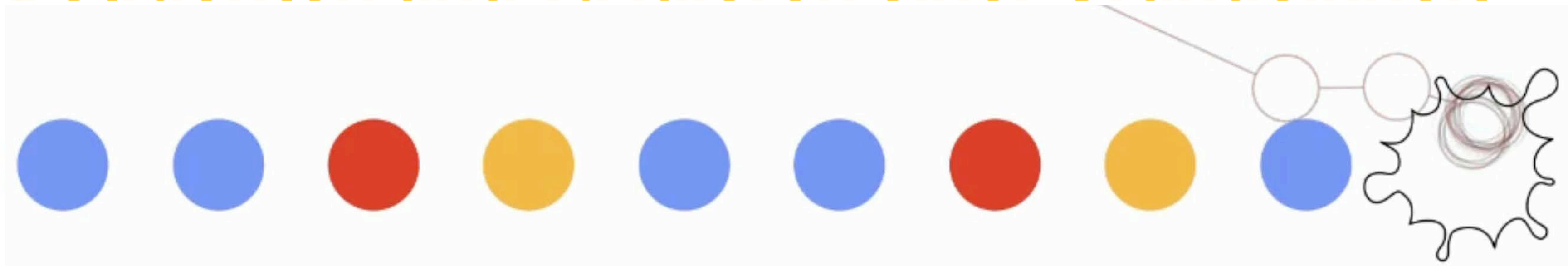
Baumanns et al. (2022; 2024)

tu

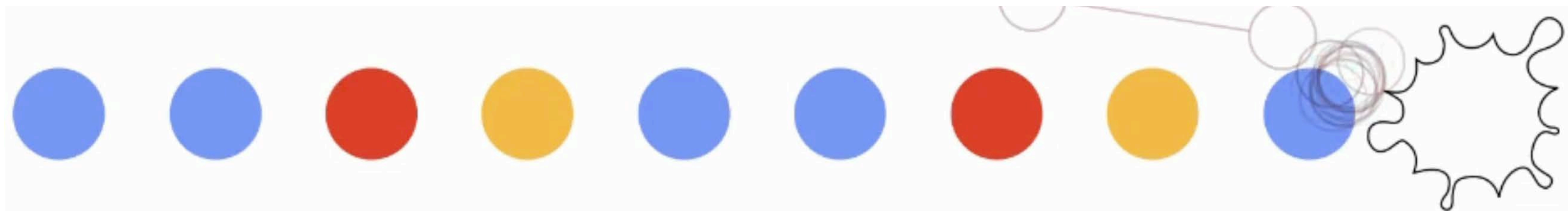
① Betrachten einer Grundeinheit des Musters



② Betrachten und validieren einer Grundeinheit

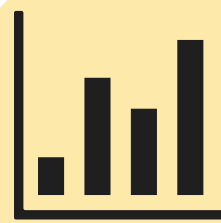


③ Betrachten jedes Elements





Ergebnisse



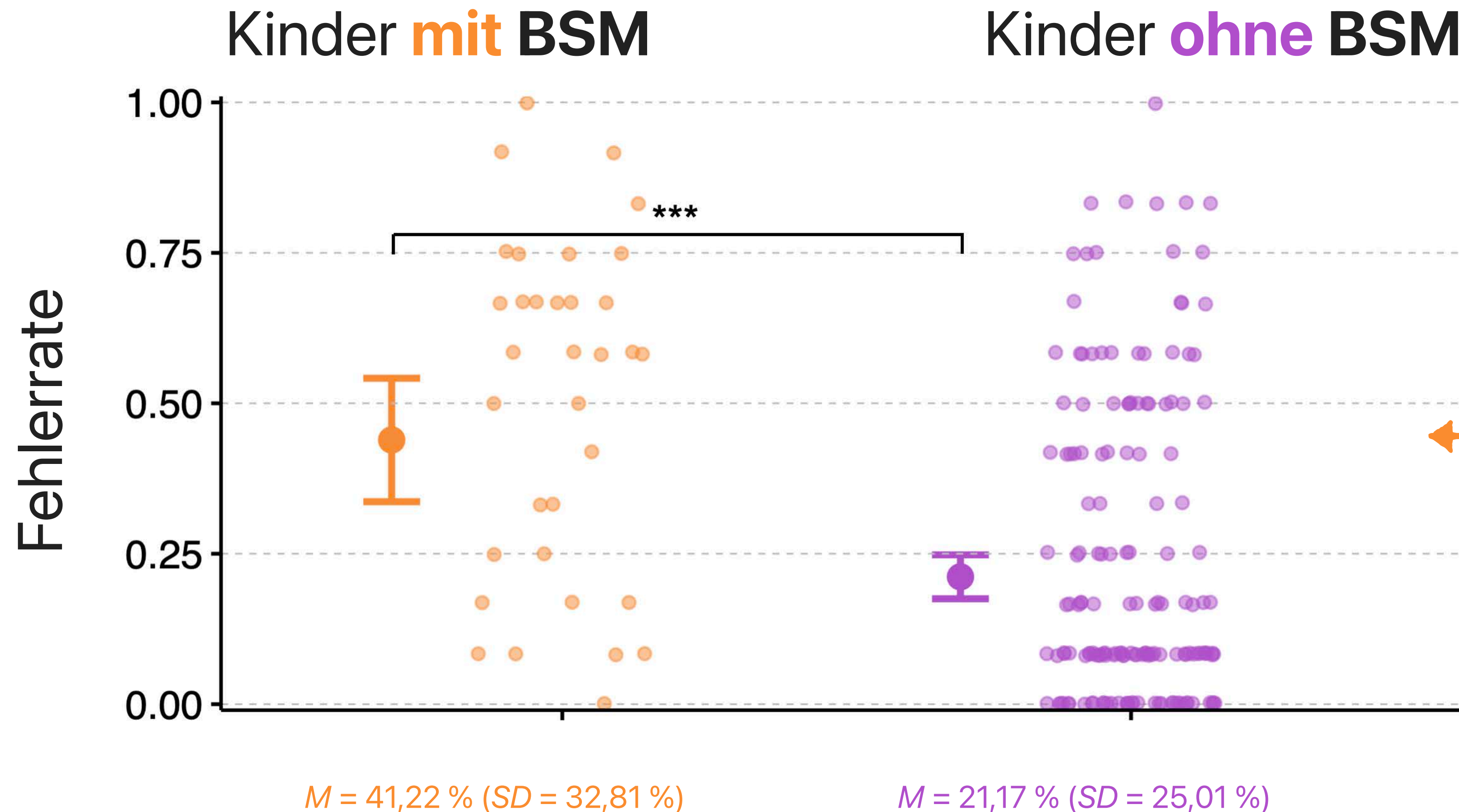
Fehlerraten

Signifikanter Unterschied mit mittlerem Effekt

($U = 2232, p < 0,001, d = 0,687; 95\%-CI [0,415; 0,959]$)



Baumanns et al. (i. V.)



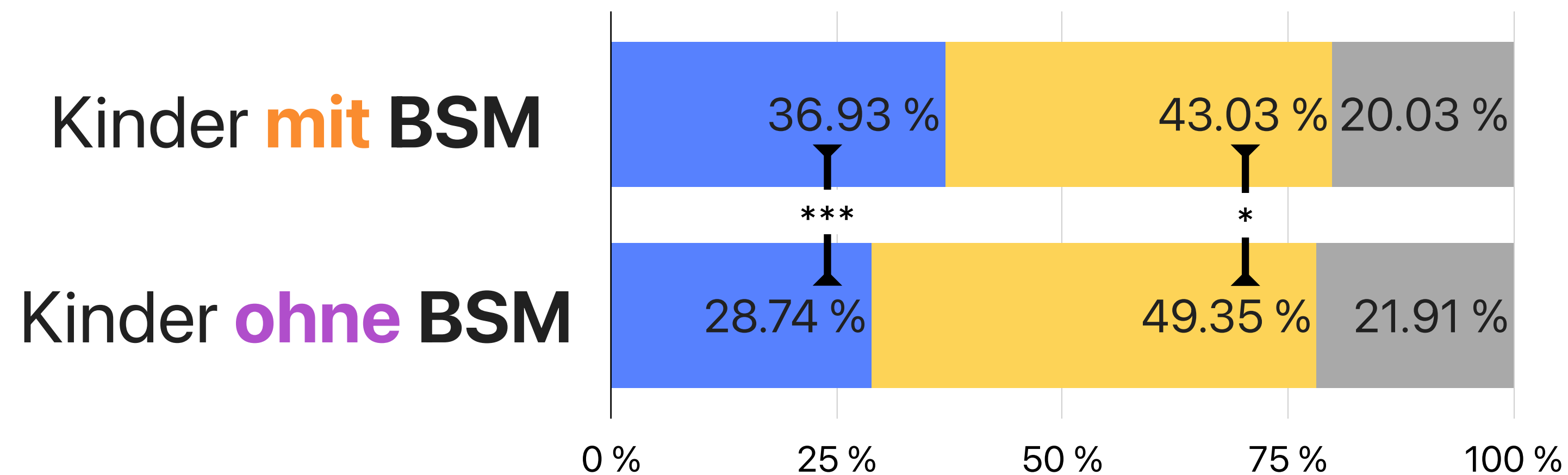
Kinder **mit** BSM machen signifikant mehr Fehler als Kinder **ohne** BSM.

BSM: Risiko für die Entwicklung Besonderer Schwierigkeiten beim Mathematiklernen

Vorgehensweisen

Signifikanter Unterschied mit kleinem Effekt

Chi-Quadrat-Test: $\chi^2(2, N = 2686) = 14.33, p < .001, V = 0.07$



Kinder mit BSM nutzen häufiger flüchtige und seltener validierende Vorgehensweisen als Kinder ohne BSM.

Vorgehensweisen

- (1) Betrachten einer Grundeinheit des Musters
- (2) Betrachten und validieren einer Grundeinheit
- (3) Betrachten jedes Elements

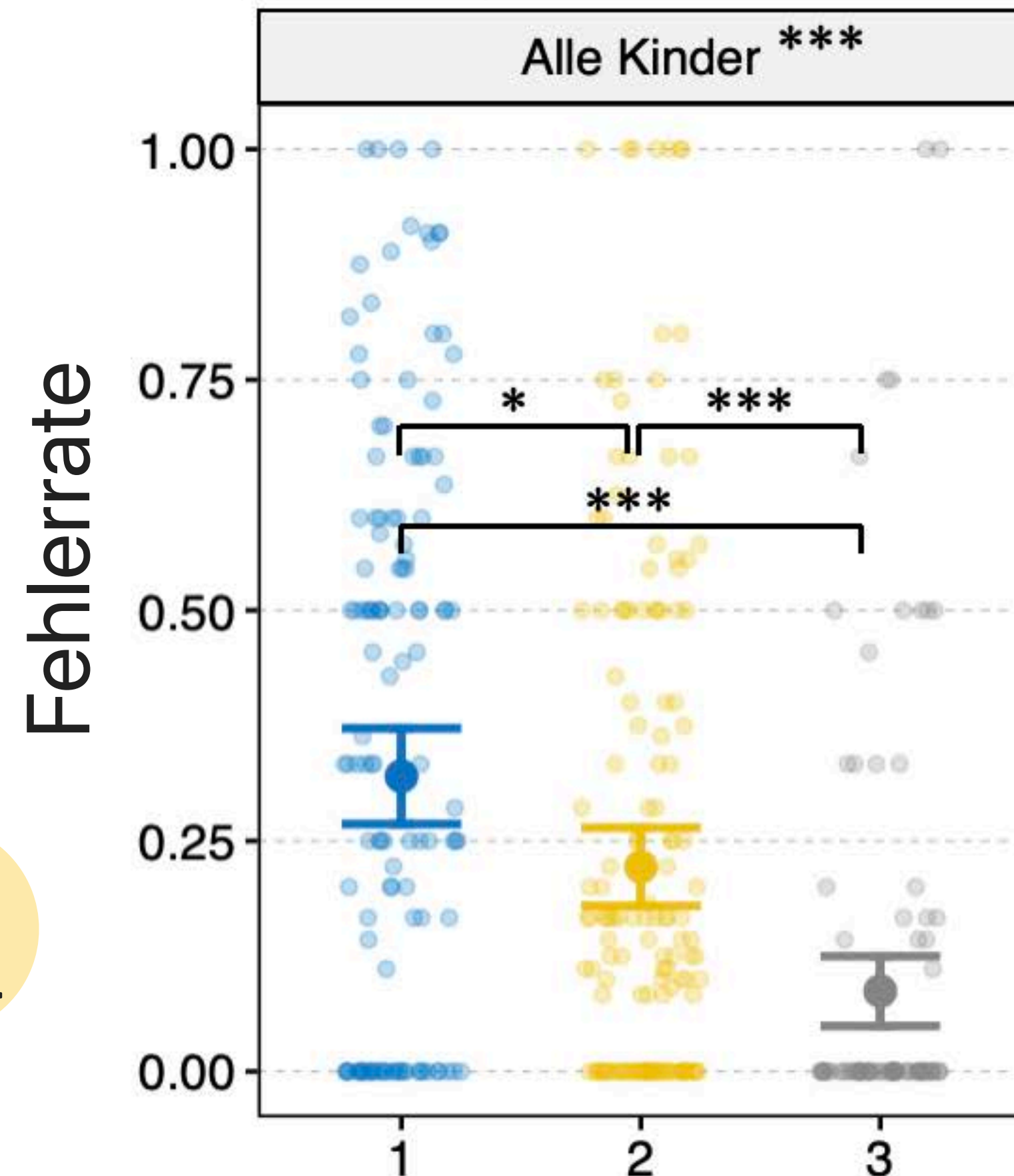
BSM: Risiko für die Entwicklung Besonderer Schwierigkeiten beim Mathematiklernen

Fehlerraten ↔ Vorgehensweisen **tu**

$$\chi^2(2, N = 492) = 49,7, p < 0,001, \varepsilon^2 = 0,10$$

$$\chi^2(2, N = 82) = 5,14, p = 0,076$$

$$\chi^2(2, N = 410) = 40,6, p < 0,001, \varepsilon^2 = 0,09$$



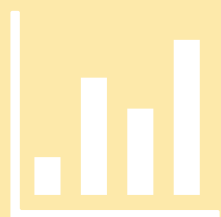
- (1) Betrachten einer Grundeinheit des Musters
- (2) Betrachten und validieren einer Grundeinheit
- (3) Betrachten jedes Elements

Bei Kindern **mit BSM** führen sorgsamere Vorgehensweisen nicht zu weniger Fehlern!

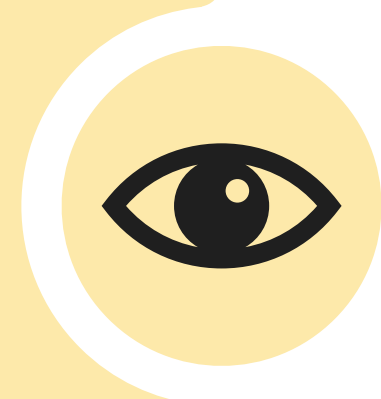
BSM: Risiko für die Entwicklung **B**esonderer **S**chwierigkeiten beim **M**athematiklernen

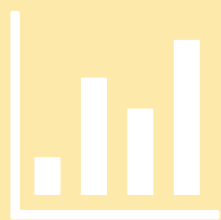
Diskussion

- Ergebnisse sind konsistent mit Ergebnissen aus dem Bereich der Arithmetik im Hinblick auf **Fehlerraten** (Ashkenazi et al., 2013; Geary et al., 2004; Zhang et al., 2014), **Vorgehensweisen** (Geary et al., 2004; Schindler et al., 2019; 2020; Simon & Schindler, 2022; van't Noordende et al., 2016) und **Fehlerraten bei Vorgehensweisen** (Torbeyns et al., 2005; 2017)
- Zudem ergänzen wir bestehende Forschung zu Vorgehensweisen bei Musterfolgeaufgaben mit dem besonderen Blick auf Kinder **mit** und **ohne BSM** (Clarke et al., 2006; Lüken & Sauzet, 2021; Rittle-Johnson et al., 2015)

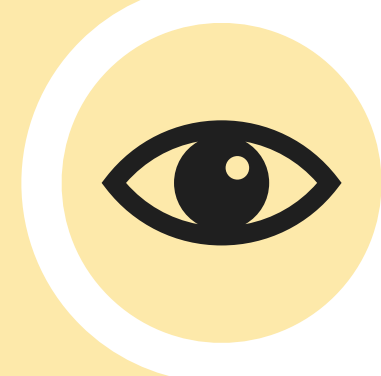


Ausblick



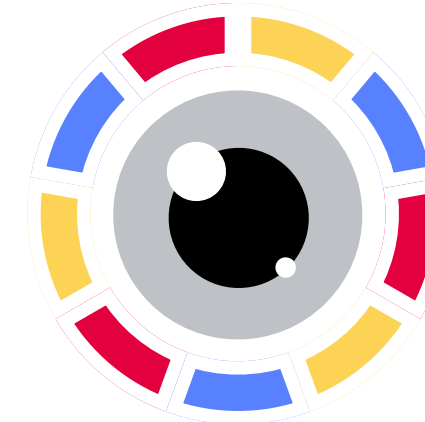


Ausblick



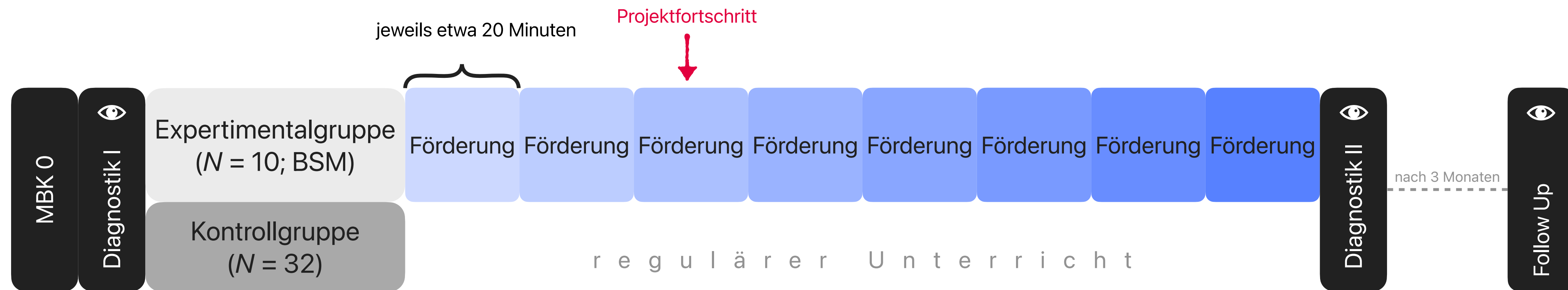
Und nun? Können wir den Musterblick fördern? **tu**

Evaluationsforschung



MusterBlick

Projektleitung: Dr. Lukas Baumanns
Gefördert durch die Young Academy der TU Dortmund



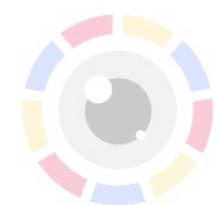
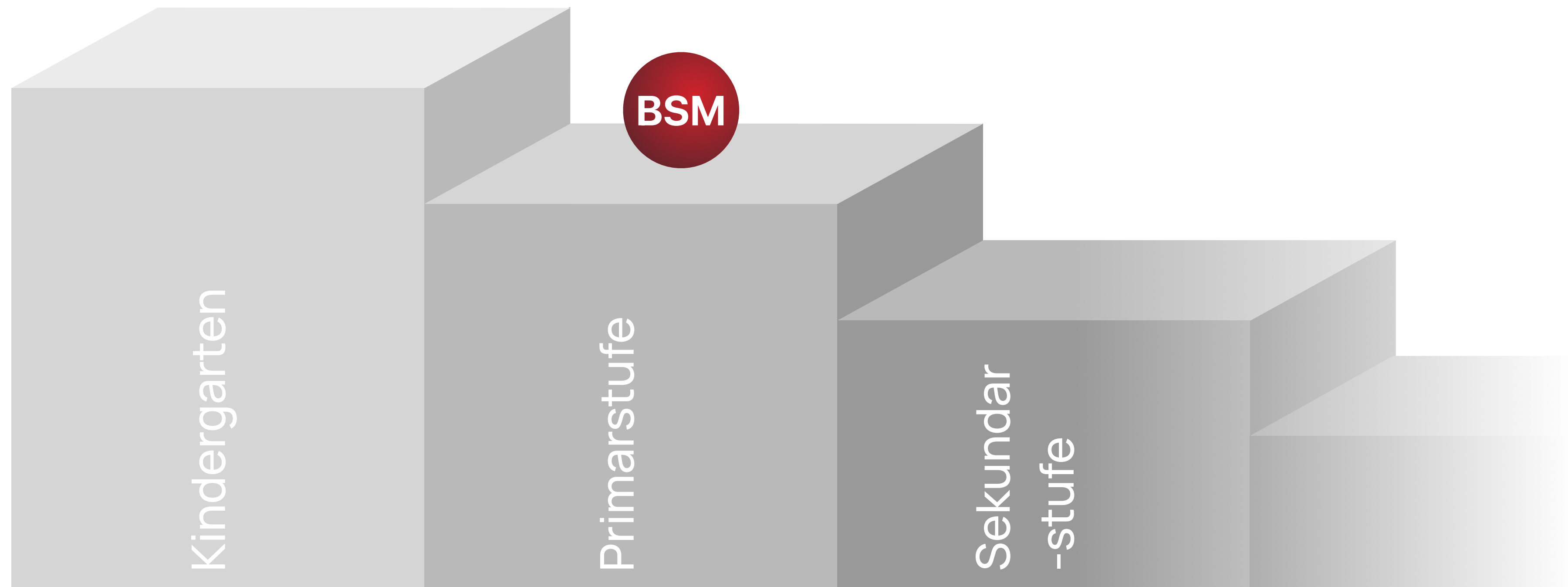
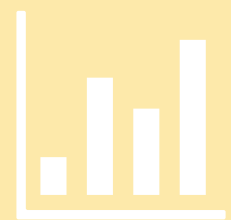
Wunschbrunnen

- Die Fehlerraten der Experimentalgruppe sinken signifikant.
- Die Vorgehensweisen der Experimentalgruppe verändern sich signifikant.
- Die Experimentalgruppe zeigt signifikante Unterschiede in den Fehlerraten bei der Verwendung unterschiedlicher Vorgehensweisen.





Besondere Schwierigkeiten beim Mathematiklernen in der Primarstufe



MusterBlick



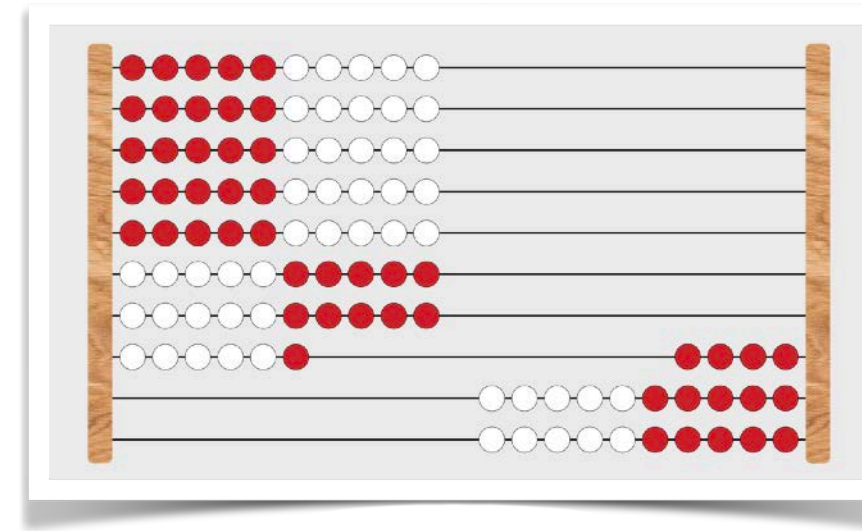
(Geary, 2013; Moser Opitz, 2013; Sasanguie et al., 2012)



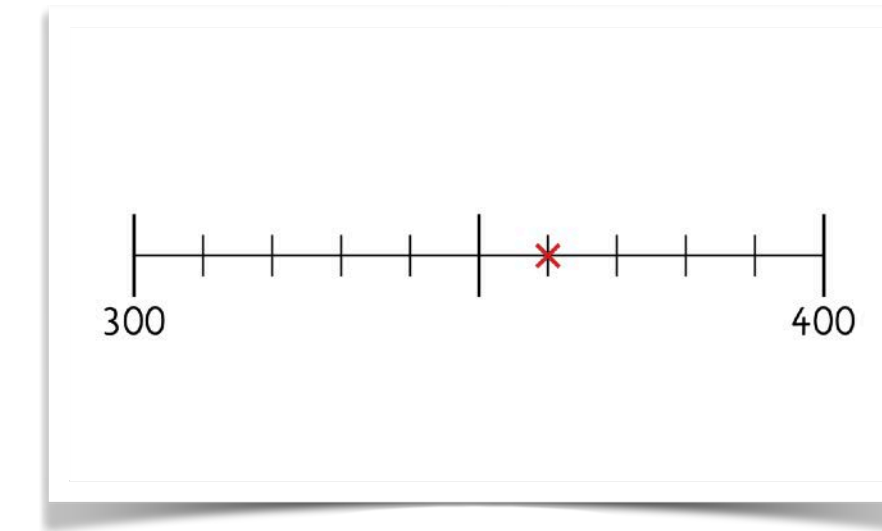
KI-basierte adaptive Lernunterstützung zur Diagnostik und Förderung der mathematischen Basiskompetenzen im inklusiven Kontext



Verständnis natürlicher Zahlen



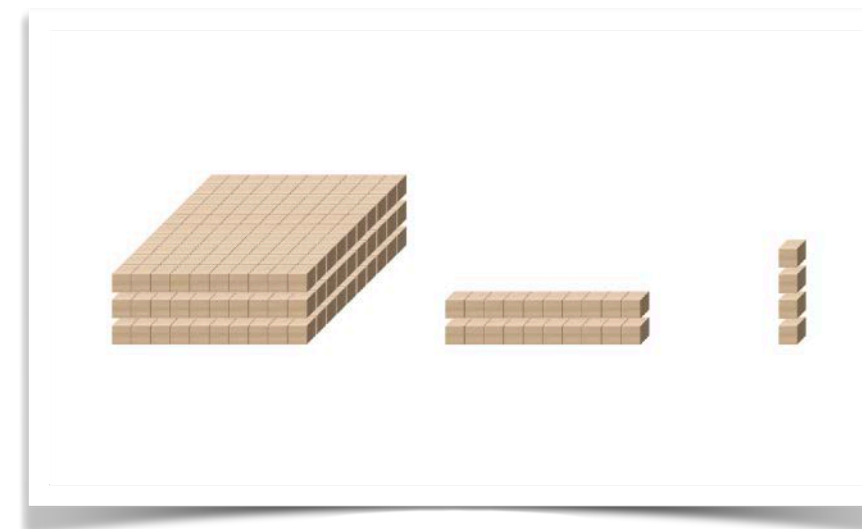
Kardinal



Ordinal



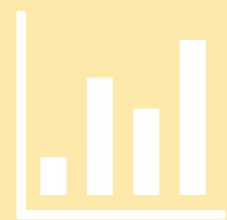
Verständnis des dezimalen Stellenwertsystems



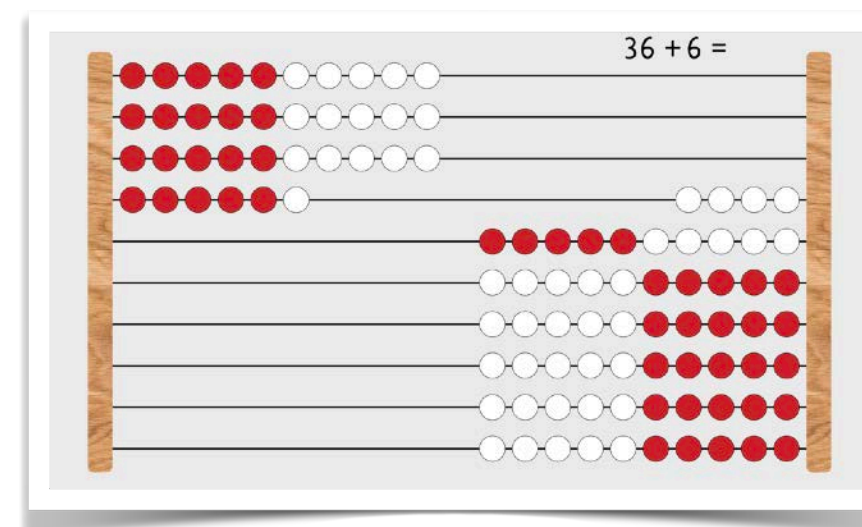
Mehrsystemblöcke



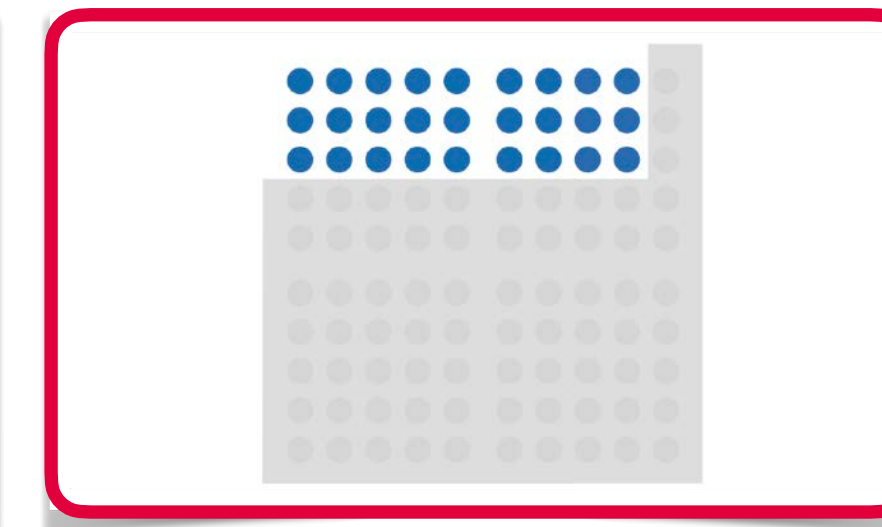
Projektleitung: Prof. Dr. Maike Schindler;
Kooperationspartner: Prof. Dr. Achim J. Lilienthal



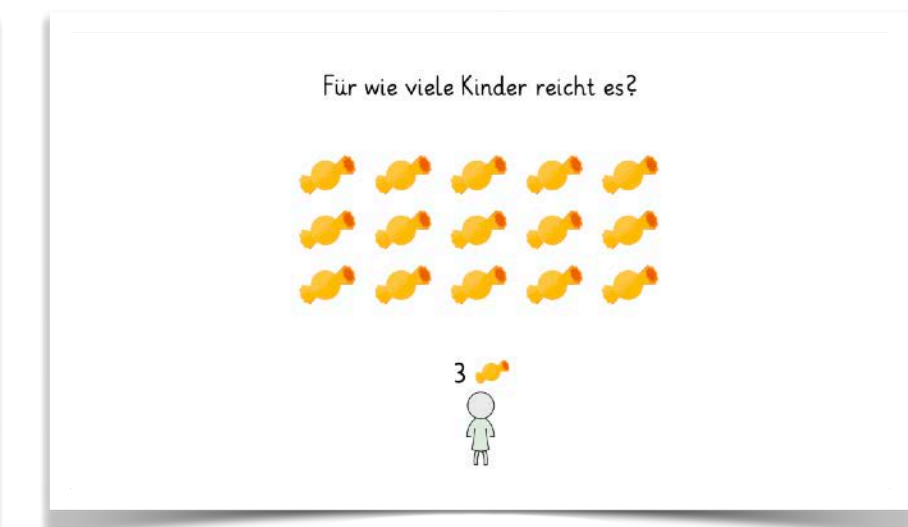
Verständnis der Rechenoperationen



Addition & Subtraktion



Multiplikation



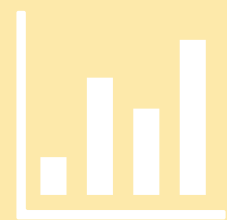
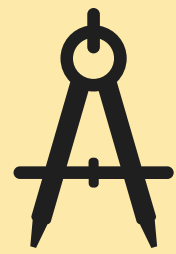
Division

(Gaidoschik et al., 2021; Rottmann & Schipper 2002)





Methoden



Datenerhebung

- 122 Fünftklässler*innen einer inklusiven Gesamtschule

(Alter: $M = 10;7$ Jahre; $SD = 0;6$ Jahre)

- Standardisierter Test
(HRT & BASIS-MATH)

52 Kinder **mit** BSM

70 Kinder **ohne** BSM

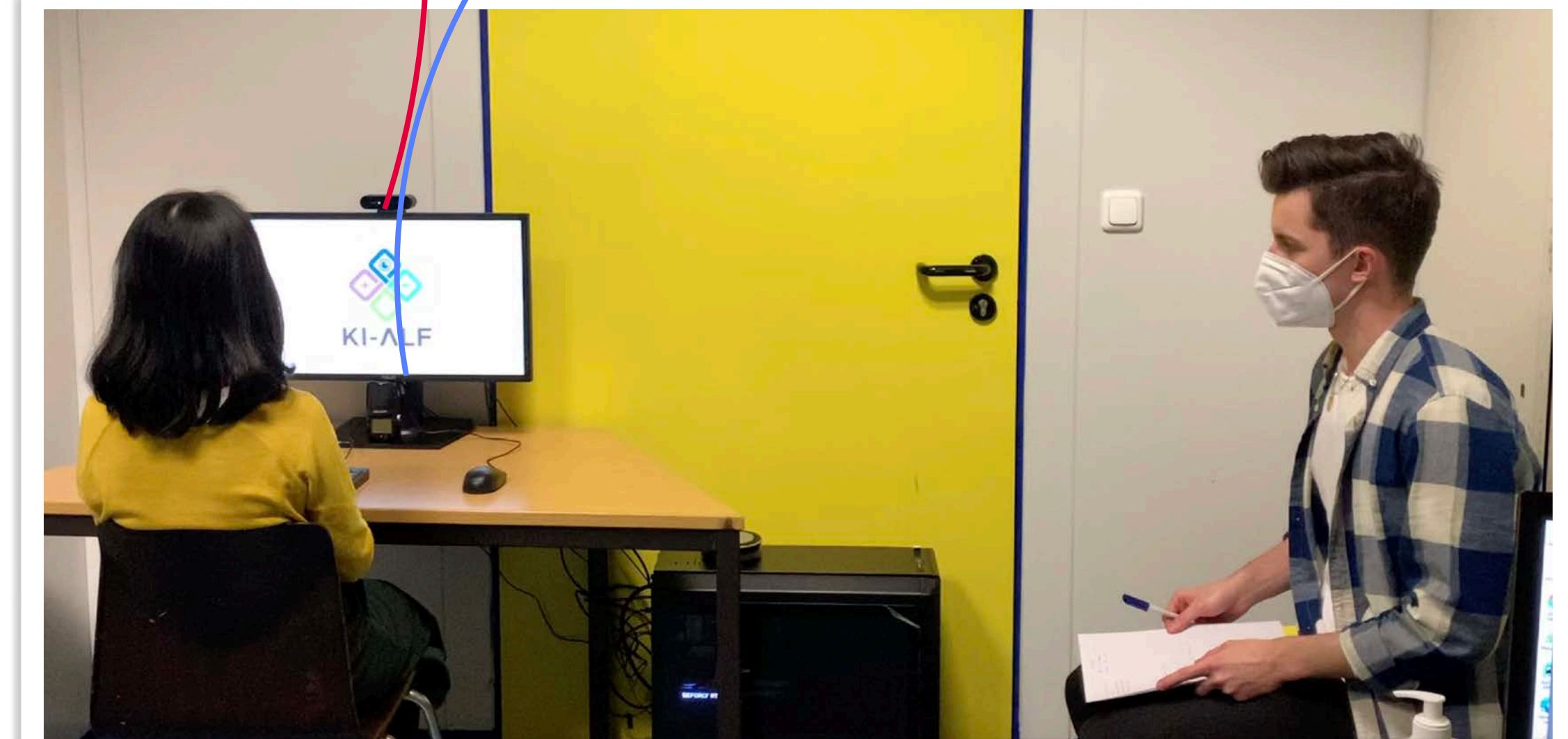
BSM: Besonderer Schwierigkeiten beim Mathematiklernen

tu



Webcam

Tobii Pro X3-120





Identifikation von Vorgehensweisen **tu**

...beim Lösen von Multiplikationsaufgaben am Hunderterfeld

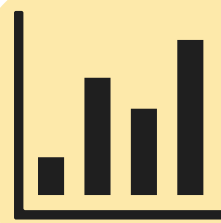
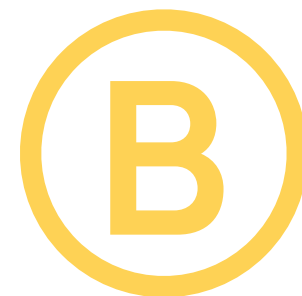


Nutzung von
Strukturelementen

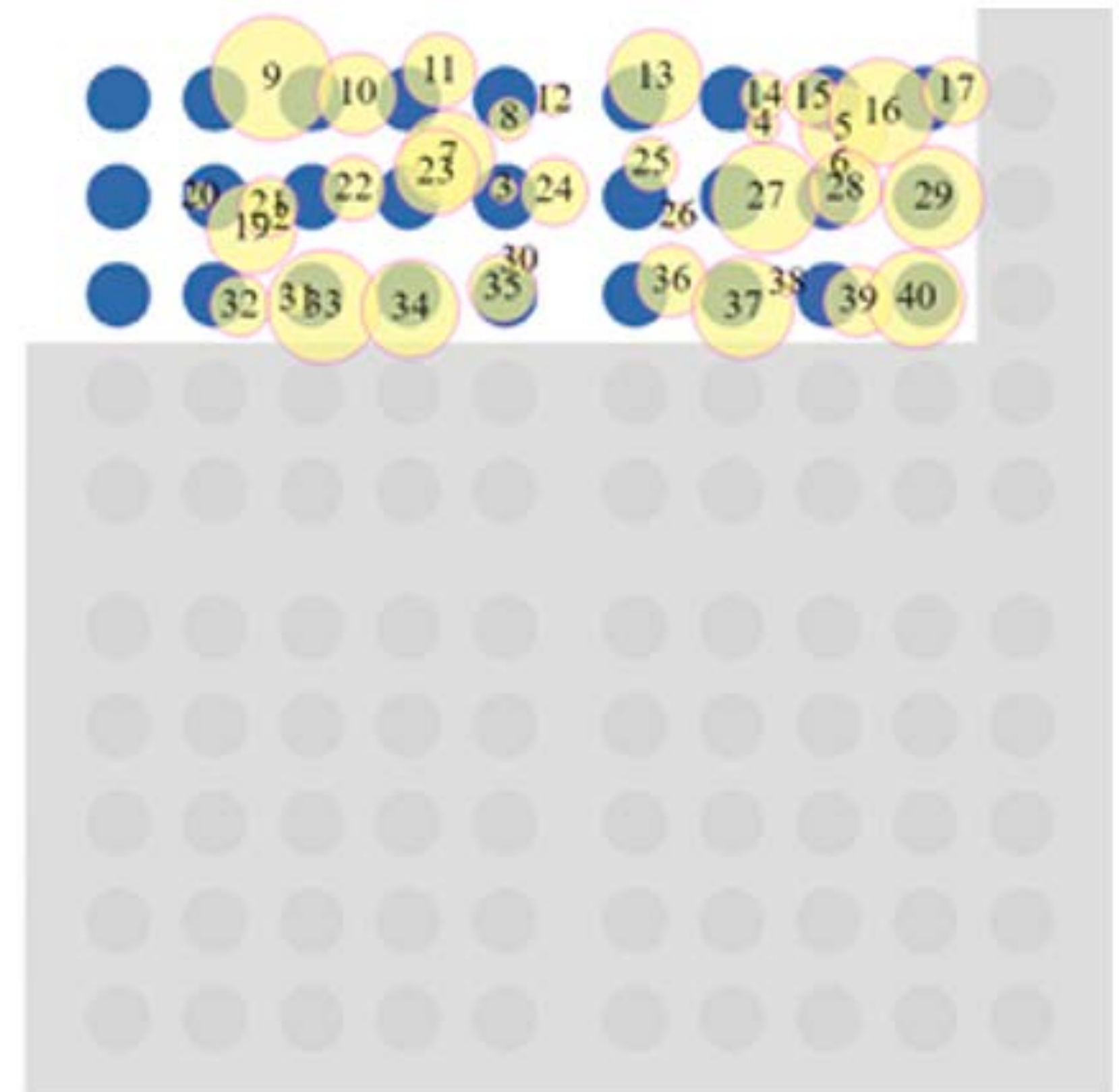
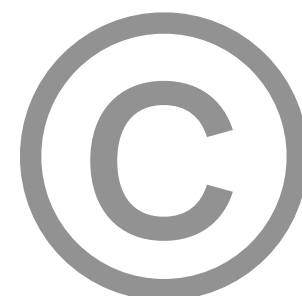


Ergebnisse

Betrachten der Spalten-/
Zeilen Punkt für Punkt



Zählen jedes
einzelnen Punktes



Vorgehensweisen

Kinder **mit** BSM

Kinder **ohne** BSM

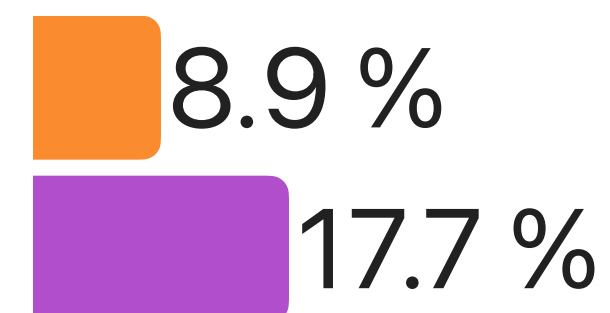
BSM: Besonderer Schwierigkeiten beim Mathematiklernen

Signifikanter Unterschied mit mittlerem Effekt

Chi-Quadrat-Test: $X^2 (2, N = 357) = 32,50, p < .001, V = 0.30$

Nutzung von
Strukturelementen

(A)



Betrachten der Spalten-/
Zeilen Punkt für Punkt

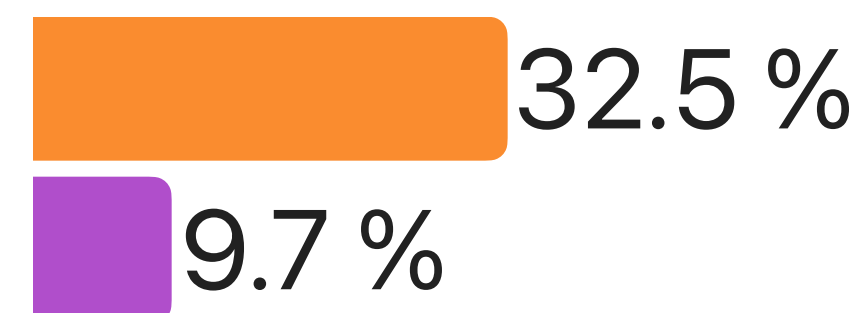
*(B)



Haben die Kinder in Gruppen
gedacht („Sieben Vierer“)
oder das Ergebnis aus dem
Gedächtnis abgerufen?
(Lamon, 1994; Baiker & Götze, 2020)

Zählen jedes
einzelnen Punktes

*** (C)

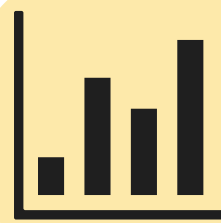


Kinder **mit** BSM zeigen
mangelndes Verständnis der
räumlich-simultanen Multiplikation

* $p < 0,05$
** $p < 0,01$
*** $p < 0,001$
Bonferroni-Adjustierung



Ergebnisse



Fehlerraten & Bearbeitungszeiten **tu**

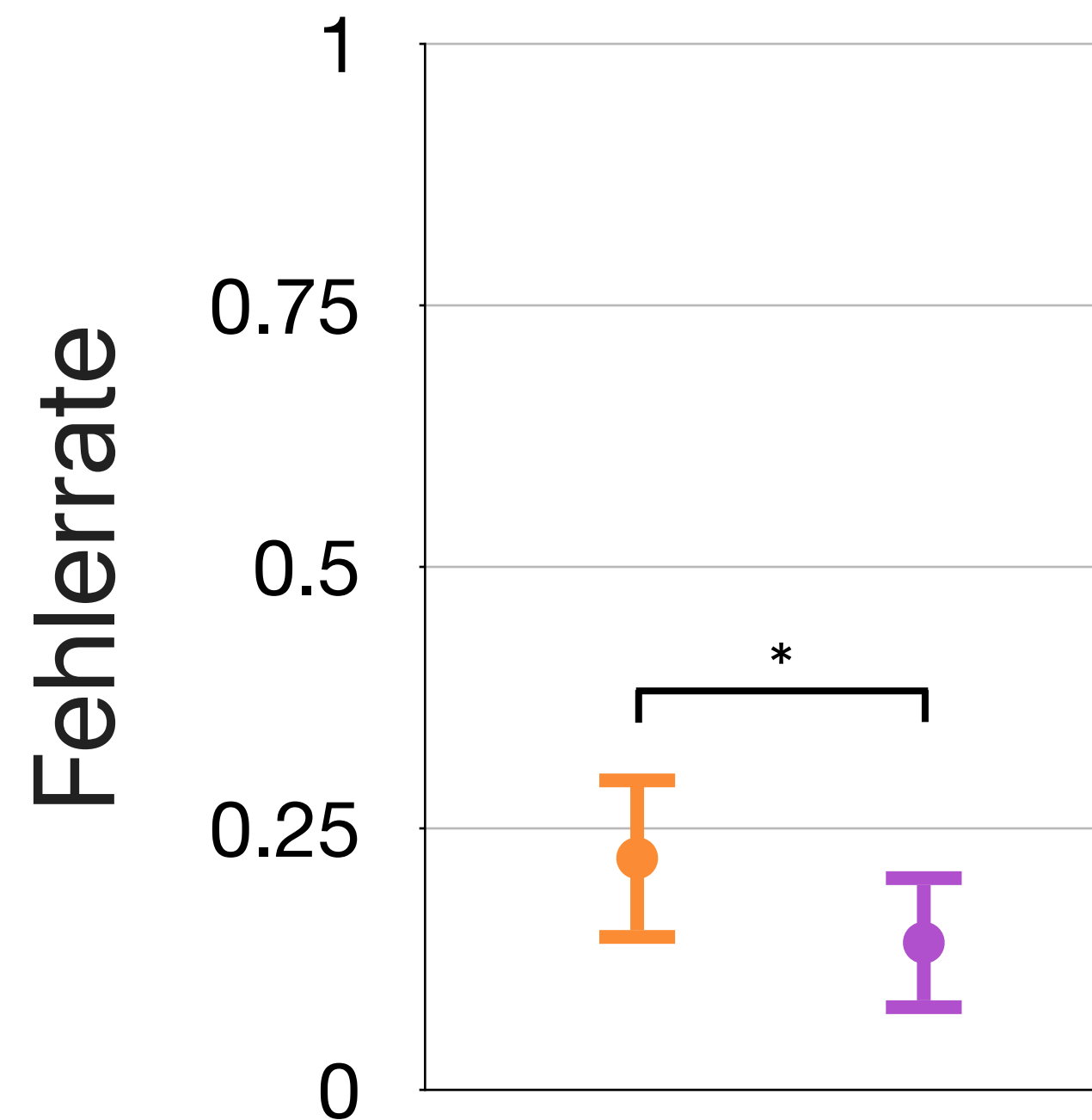
Kinder **mit** BSM

Kinder **ohne** BSM

BSM: Besonderer Schwierigkeiten beim Mathematiklernen

Signifikanter Unterschied mit kleinem Effekt

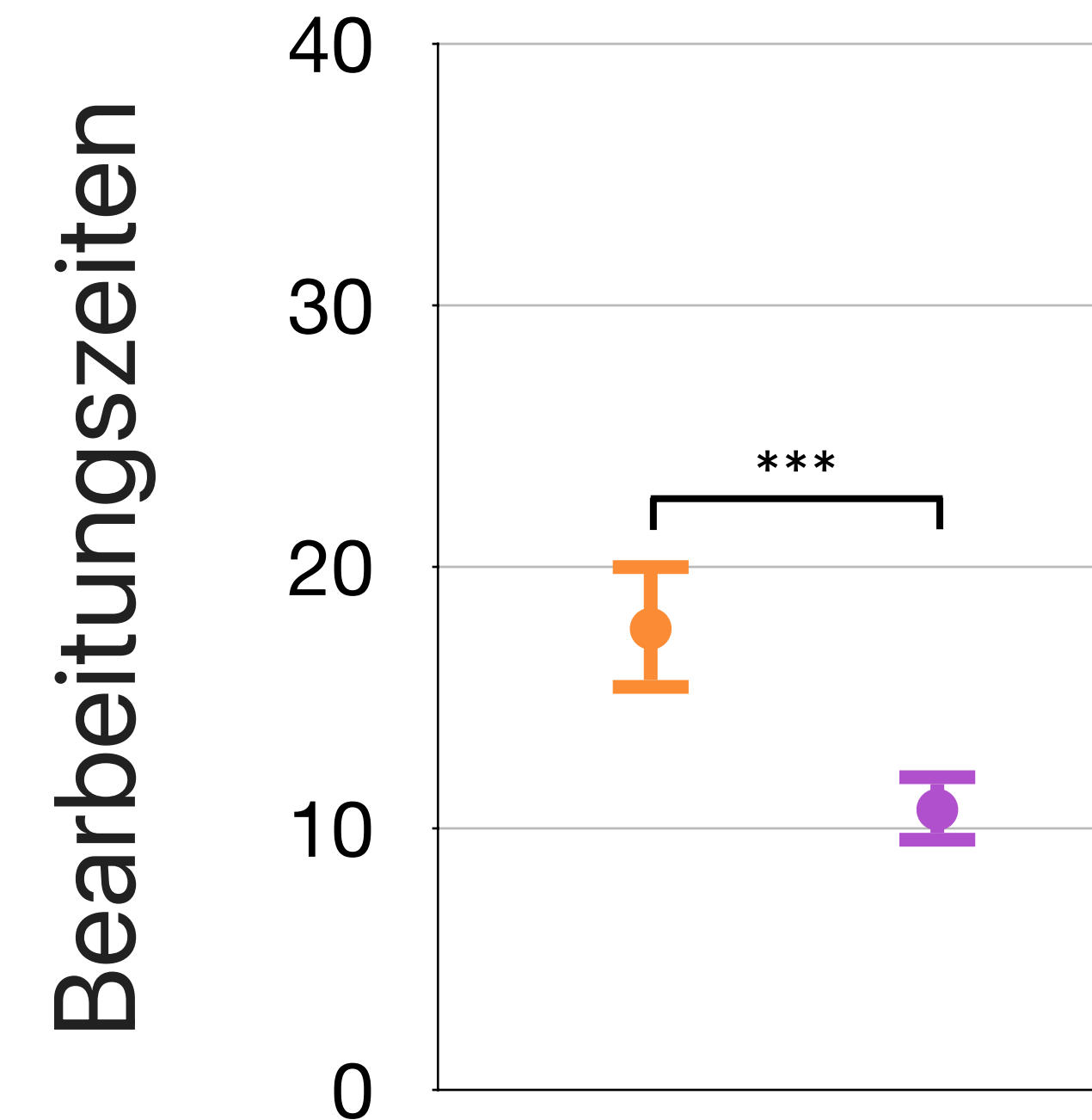
($U = 2217, p = 0,02, V = 0,20$)



$M = 23 \% (SD = 25 \%)$ $M = 15 \% (SD = 24 \%)$

Signifikanter Unterschied mit großem Effekt

($U = 519, p < 0,001, V = 0,51$)



$M = 19,20 \text{ s} (SD = 11,01 \text{ s})$ $M = 12,13 \text{ s} (SD = 6,17 \text{ s})$



Diskussion

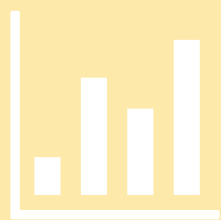


Die Ergebnisse zeigen ein kohärentes Bild. Kinder **mit BSM**

- nutzen **weniger effiziente Vorgehensweisen**,
- machen **mehr Fehler** und
- haben **längere Bearbeitungszeiten**



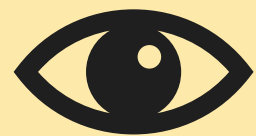
bei der Bearbeitung von Multiplikationsaufgaben am Hunderterfeld als Kinder **ohne BSM**.



- ▶ **Spiegelt vergangene Forschung in der Arithmetik wieder**

(Barmby et al., 2009; Bolden et al., 2015; Prediger, 2008; Rotem & Henik, 2020; Schindler et al., 2019; 2020; Zhang et al., 2014)

Ausblick



Vielen Dank für die Aufmerksamkeit!



Folien zum Download