Besondere Schwierigkeiten beim Mathematiklernen in der Primarstufe

Identifikation und individuelle Förderung mittels Eye-Tracking

Dr. Lukas Baumanns

Forschungsvortrag im Rahmen des Berufungsverfahrens für eine Juniorprofessur Didaktik der Mathematik in der Primarstufe an der TU Dortmund

Forschungsfelder

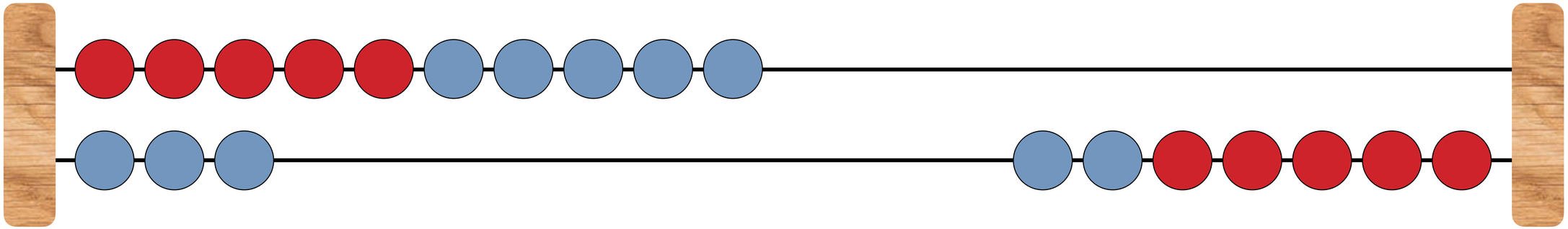
Forschungsinhalte:

- Frühe mathematische Bildung
- Mathematische Basiskompetenzen
- Besondere Schwierigkeiten beim Mathematiklernen
- Problem Posing
- Problemlösen
- Mathematische Kreativität

Forschungsmethoden: Eye-Tracking, Prozess-/Produktanalysen

Schwierigkeiten in der Grundschule

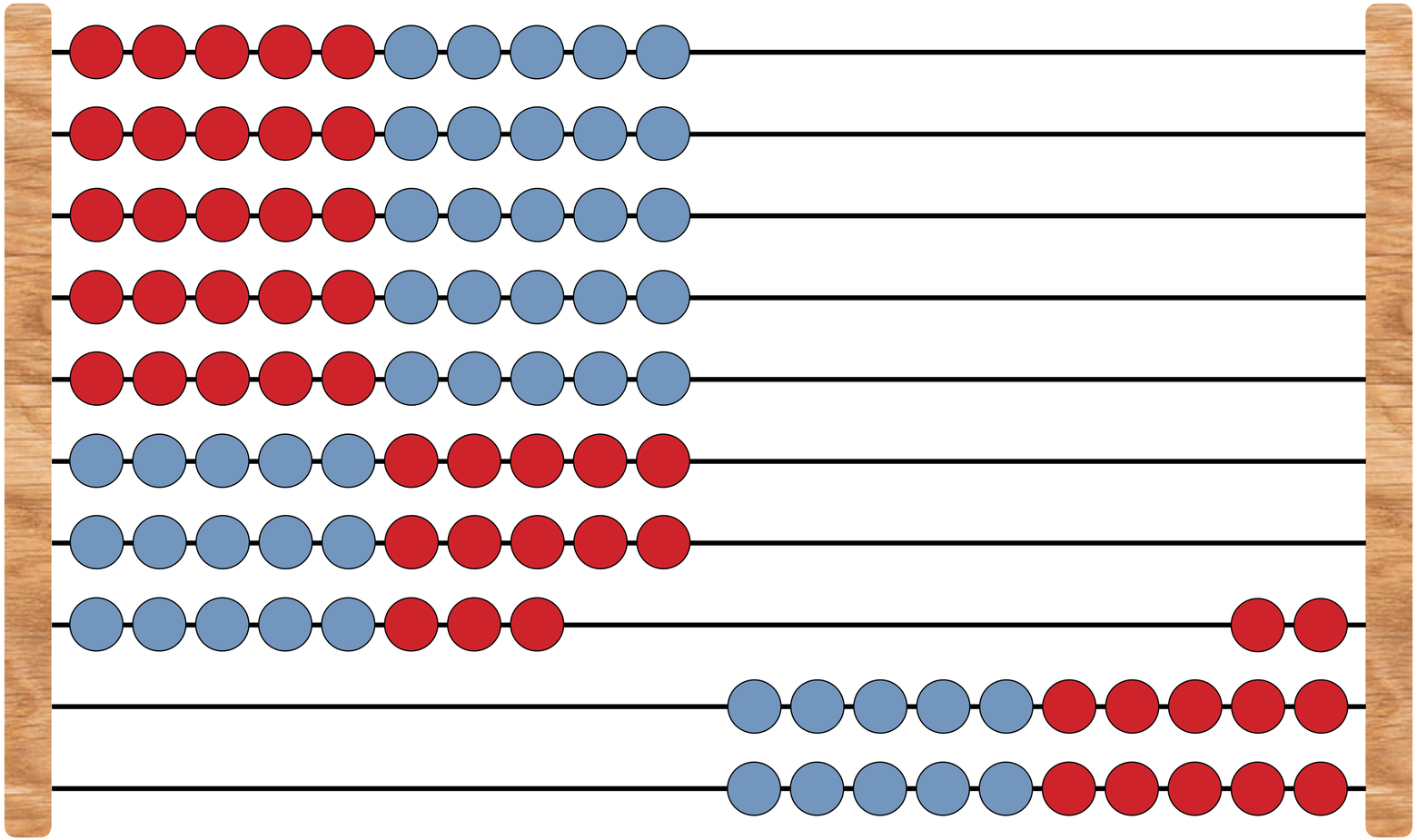
Anzahlerfassung – 2. Klasse



(Schindler, 2019; 2020; Schipper, 2011)

Schwierigkeiten in der Grundschule

Anzahlerfassung – 4. Klasse



(Schindler, 2019; 2020; Schipper, 2011)

Schwierigkeiten in der Grundschule

Besondere Schwierigkeiten beim Mathematiklernen

DIDUNAS

KI-ALF

Digital Identification and Support of Under-Archiving Students

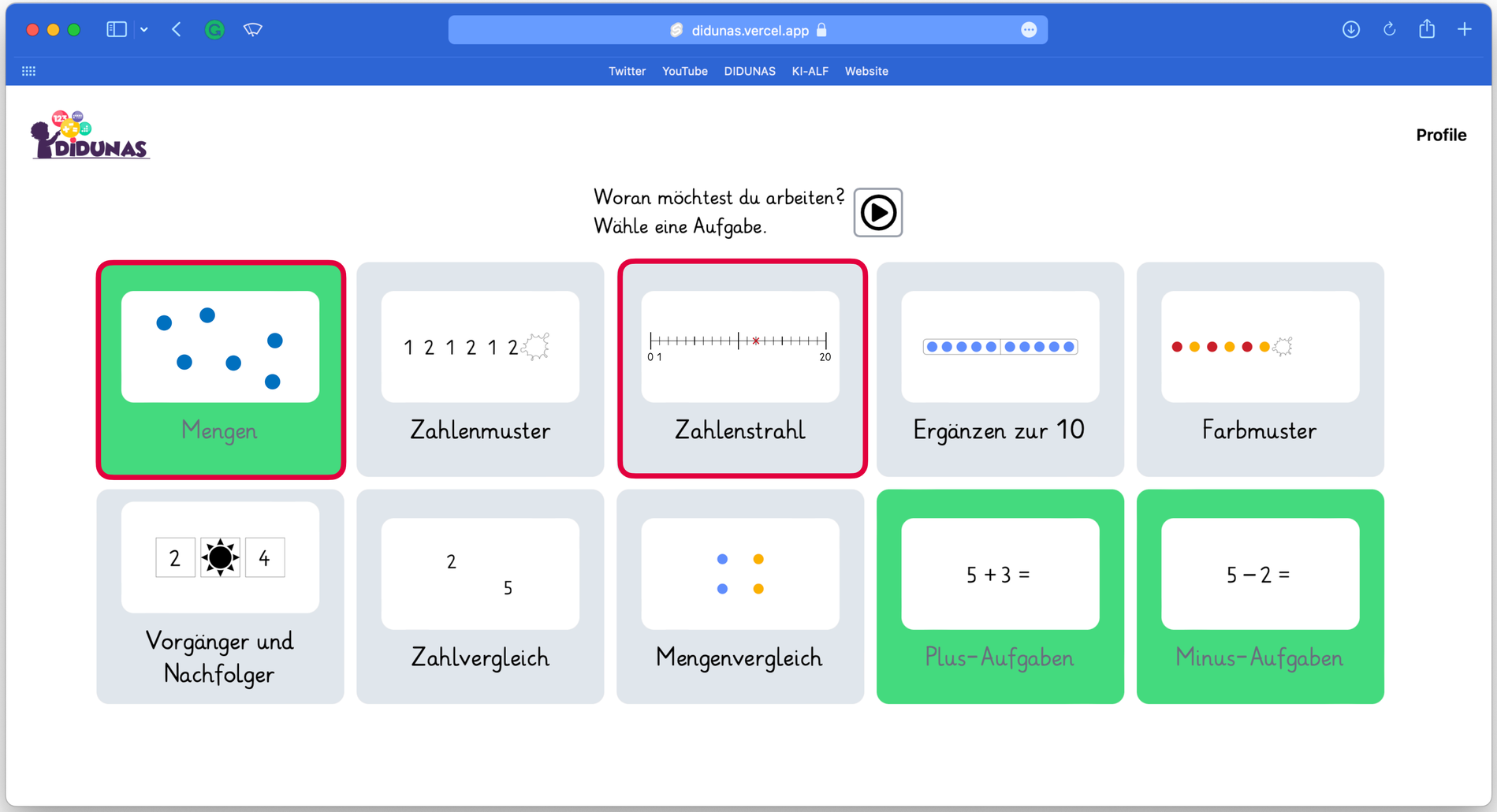
DIDUNAS

didunas.eu

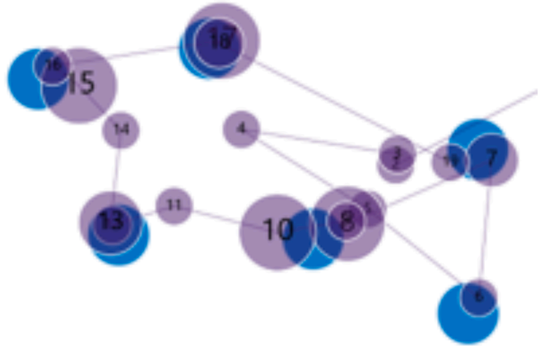
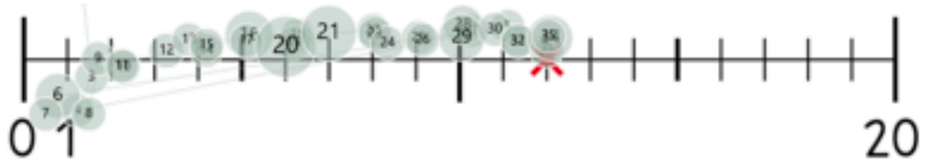
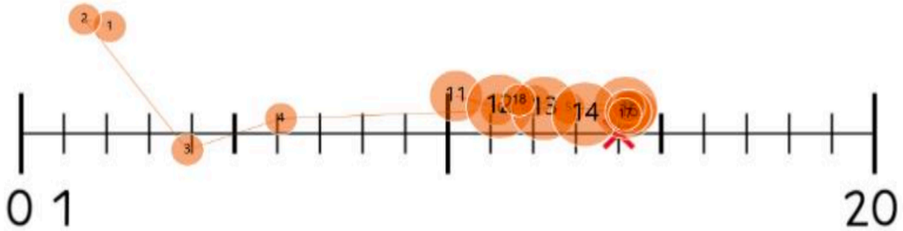
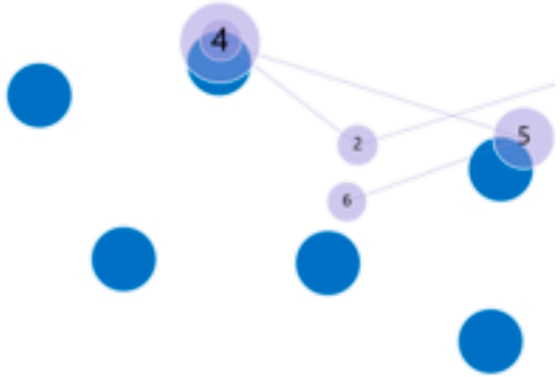
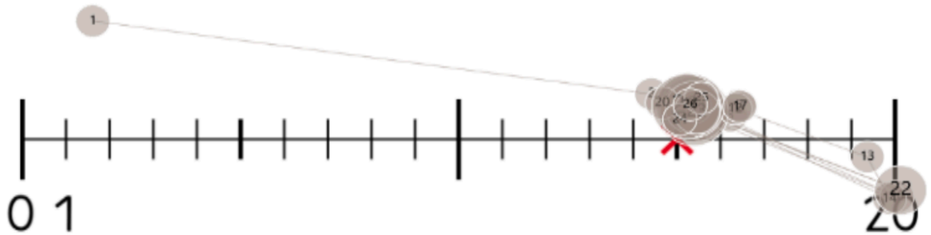
- Erstklässler*innen mit Unterstützungsbedarf
- App-Unterstützung
- Eye-Tracking

Projektleitung: Prof. Dr. Maike Schindler; Kooperationspartner: Prof. Dr. Demetra Pitta-Pantazi, Prof. Dr. Constantinos Christou, Prof. Dr. Achim J. Lilienthal

DIDUNAS App

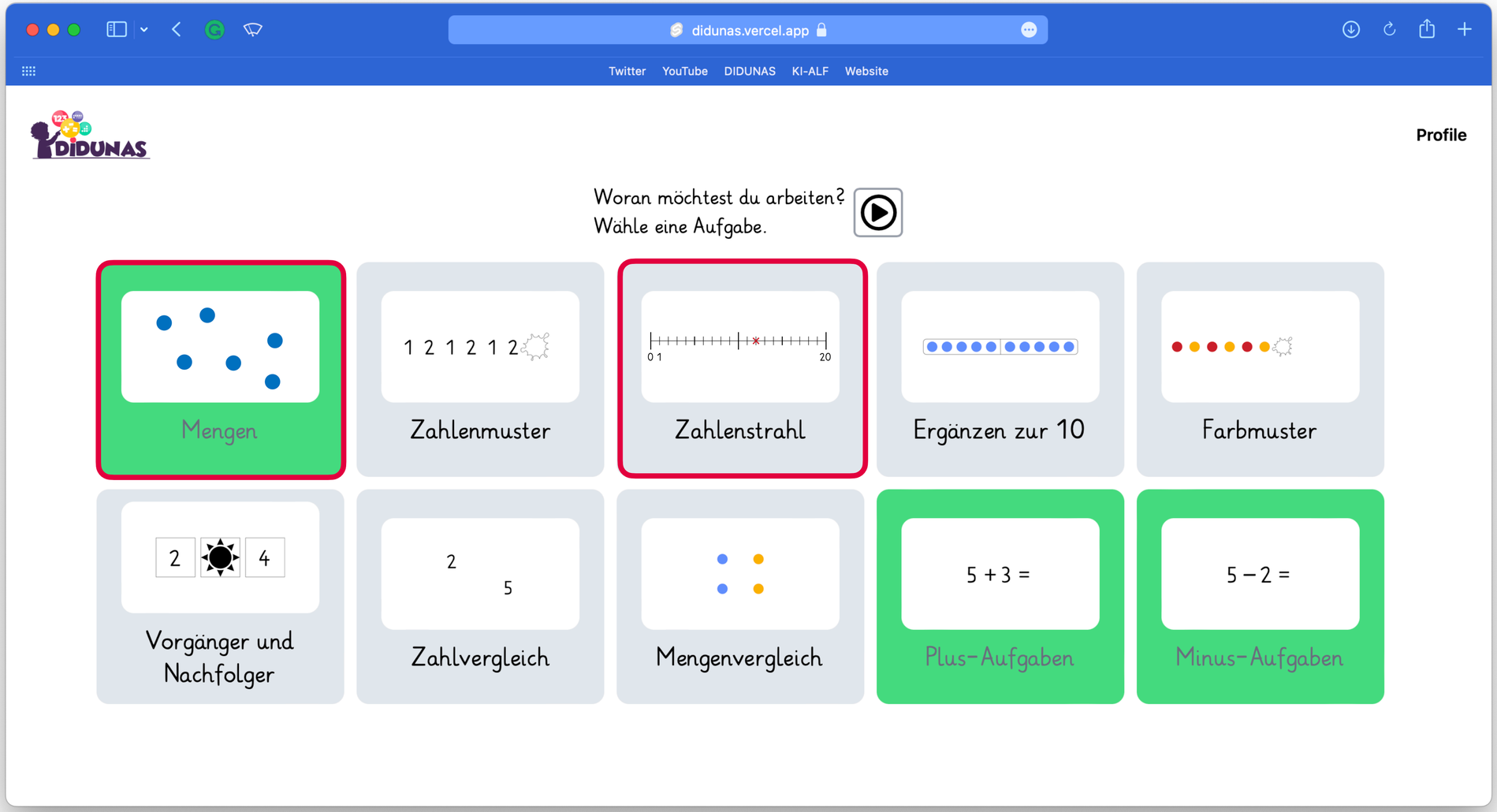

didunas.vercel.app
Twitter
YouTube
DIDUNAS
KI-ALF
Website
DIDUNAS
Profile
Woran möchtest du arbeiten?
Wähle eine Aufgabe.
Mengen
1 2 1 2 1 2
Zahlenmuster
0 1
20
Zahlenstrahl
Ergänzen zur 10
Farbmuster
2
4
Vorgänger und Nachfolger
2
5
Zahlvergleich
Mengenvergleich
5 + 3 =
Plus-Aufgaben
5 – 2 =
Minus-Aufgaben

Anzahlerfassung

	Kardinal	Ordinal
Kinder **mit** Risiko		 
Kinder **ohne** Risiko		

(Baumanns et al., i. V.; siehe auch Sprenger & Benz, 2020)

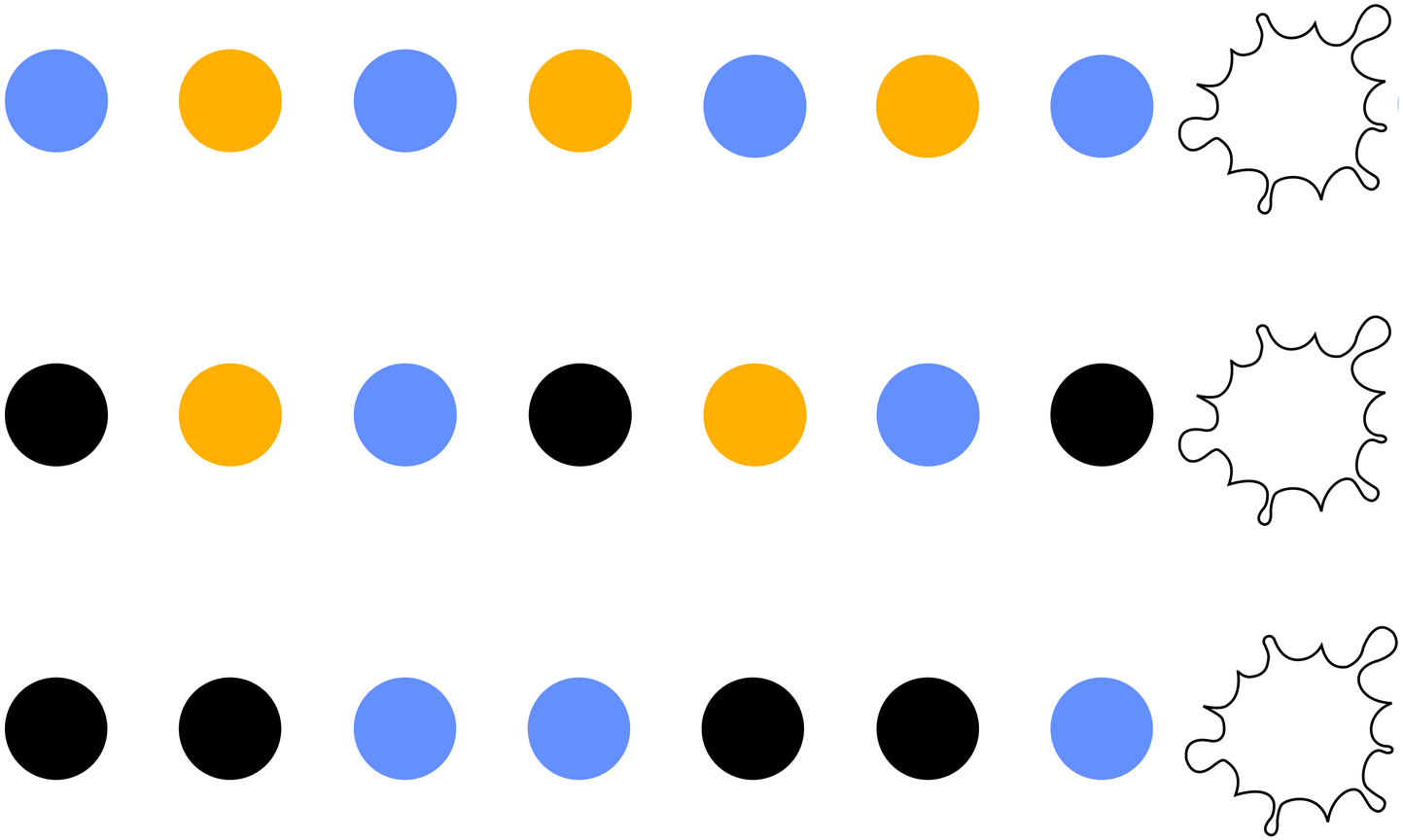
DIDUNAS App


didunas.vercel.app
Twitter
YouTube
DIDUNAS
KI-ALF
Website
DIDUNAS
Profile
Woran möchtest du arbeiten?
Wähle eine Aufgabe.
Mengen
1 2 1 2 1 2
Zahlenmuster
0 1
20
Zahlenstrahl
Ergänzen zur 10
Farbmuster
2
4
Vorgänger und Nachfolger
2
5
Zahlvergleich
Mengenvergleich
5 + 3 =
Plus-Aufgaben
5 – 2 =
Minus-Aufgaben

Statische Muster

Theorie

(Böttinger & Söbbeke, 2009; Clemens & Sarama, 2007; Mulligan & Mitchelmore, 2018; Lüken, 2012; NCTM, 2000; Papic & Mulligan, 2007; Steinweg, 2013)



KMK (2022)

Theorie

Forschung zu

… Musterfolgeaufgaben

4 Jahre	~47% korrekt (Rittle-Johnson et al., 2015)
5 Jahre	~31% korrekt (Clarke et al., 2006)
6 Jahre	~67% korrekt (Lüken & Sauzet, 2021)

… Vorgehensweisen

Collins & Laski (2015), Lüken (2018), Lüken and Sauzet (2021), Papic et al. (2011)

→ Basierend auf Interviews, Beobachtungen oder Zeichnungen

Eye-Tracking

Forschungsfragen

Methoden

1. Welche Vorgehensweisen verwenden Erstklässler*innen bei Musterfolgeaufgaben?

2. Unterscheiden sich Kinder **mit** und **ohne** Risiko für die Entwicklung besonderer Schwierigkeiten beim Mathematiklernen in ihrer Nutzung von Vorgehensweisen bei Musterfolgeaufgaben?

Eye-Tracking

Datenerhebung

Tobii Pro X3-120

Methoden

- 224 Erstklässler*innen aus Deutschland und Zypern
- 37 zeigten ein Risiko für die Entwicklung besonderer Schwierigkeiten beim Mathematiklernen (ZAREKI-K)

Datenerhebung

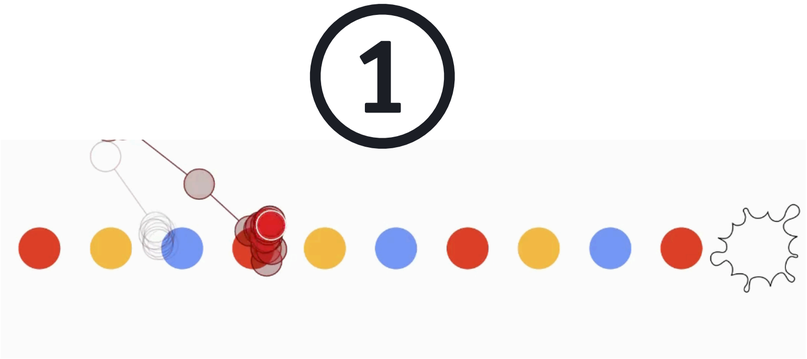
Methoden

	Zahlenmuster	Farbmuster
AB	4 1 4 1 4 1 4	
ABC	1 5 3 1 5 3 1 5 3 1	
AABB	3 3 2 2 3 3 2 2 3 3 2 2 3	
AAB	7 7 1 7 7 1 7 7 1 7	
AABC	1 1 7 5 1 1 7 5 1 1 7 5 1	
ABAC	9 6 9 1 9 6 9 1 9 6 9 1 9	

Datenanalyse

1. Welche Vorgehensweisen verwenden Erstklässler*innen bei Musterfolgeaufgaben?

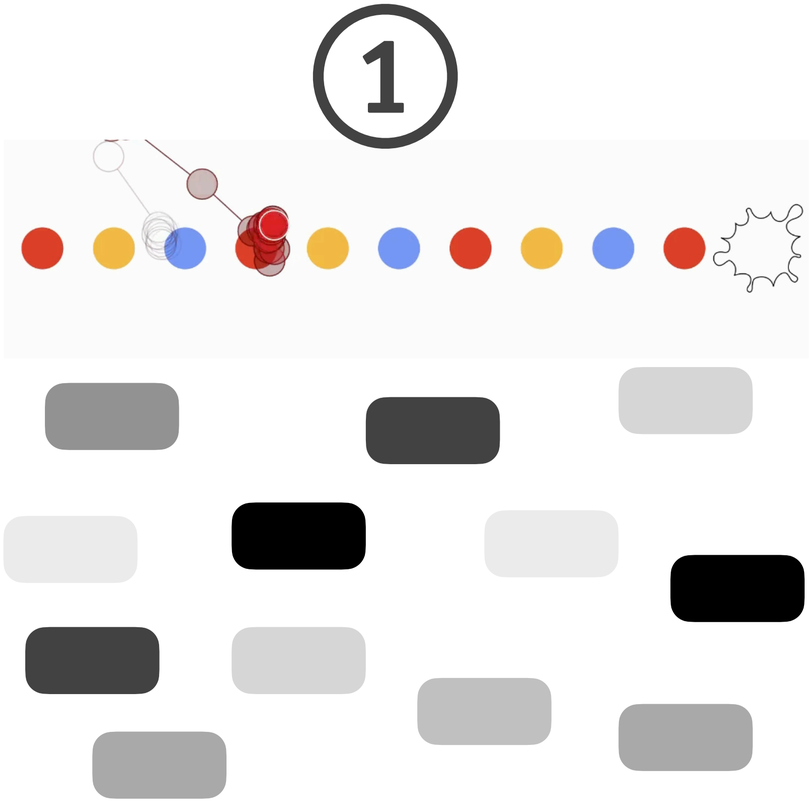
Methoden



Datenanalyse

1. Welche Vorgehensweisen verwenden Erstklässler*innen bei Musterfolgeaufgaben?

Methoden



Methoden

Datenanalyse

1. Welche Vorgehensweisen verwenden Erstklässler*innen bei Musterfolgeaufgaben?

Interrater-Übereinstimmung

‚fast perfekt‘ (Landis & Koch; 1977)

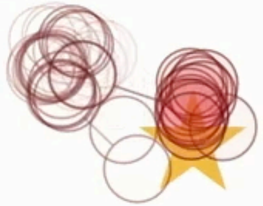
$\kappa = 0{,}87$

Vorgehensweisen

beim Lösen von Musterfolgeaufgaben

Ergebnisse

1 Identifizieren einer Grundeinheit des Musters



2

3

4

(Baumanns et al., 2022, 2023, eingereicht)

Vorgehensweisen

beim Lösen von Musterfolgeaufgaben

Ergebnisse

1

2 **Identifizieren und validieren einer Grundeinheit**

3

4

(Baumanns et al., 2022, 2023, eingereicht)

Vorgehensweisen

beim Lösen von Musterfolgeaufgaben

Ergebnisse

1

2

3 **Betrachtung jedes Elements**

4

(Baumanns et al., 2022, 2023, eingereicht)

Vorgehensweisen

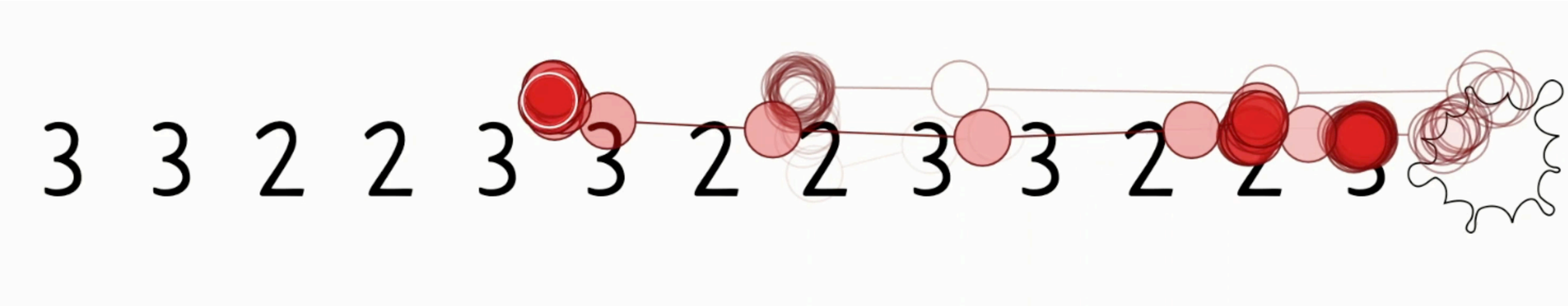
beim Lösen von
Musterfolgeaufgaben

Ergebnisse

1

2

3



4 **Unsystematisches Springen**

Das Kind schaut schnell über das Muster. Oft wird der Klecks nicht angeschaut. Es ist kein systematisches Vorgehen zu erkennen.

(Baumanns et al., 2022, 2023, eingereicht)

Datenanalyse

Methoden

2. Unterscheiden sich Kinder mit und ohne Risiko für die Entwicklung besonderer Schwierigkeiten beim Mathematiklernen in ihrer Nutzung von Vorgehensweisen bei Musterfolgeaufgaben?

	1	2	3	4
	23	37	45	12
	33	41	60	29
	26	38	40	32

Beobachtete Vorgehensweisen

Chi-Quadrat-Test

Unterschiede

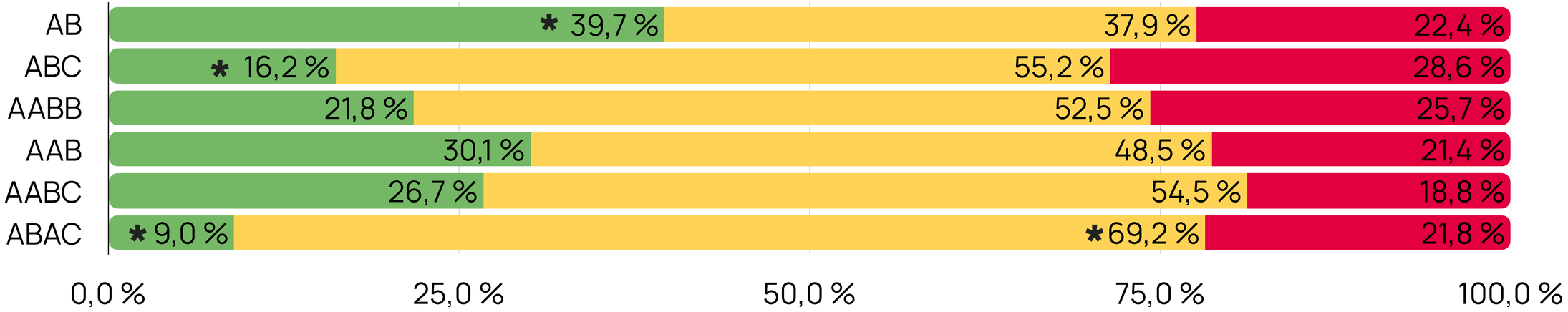
bei den Vorgehensweisen zwischen Kindern mit und ohne Risiko

1 Identifizieren einer Grundeinheit

2 Identifizieren und validieren

3 Betrachtung jedes Elements

4 Unsystematisches Springen



X^2 (10, N = 614) = 35,11

p < .01, V = 0,17 (mittlerer Effekt)

Flexible Nutzung von Vorgehensweisen

Ergebnisse

(Baumanns et al., 2022, eingereicht)

Unterschiede

bei den Vorgehensweisen zwischen Kindern mit und ohne Risiko

1 Identifizieren einer Grundeinheit

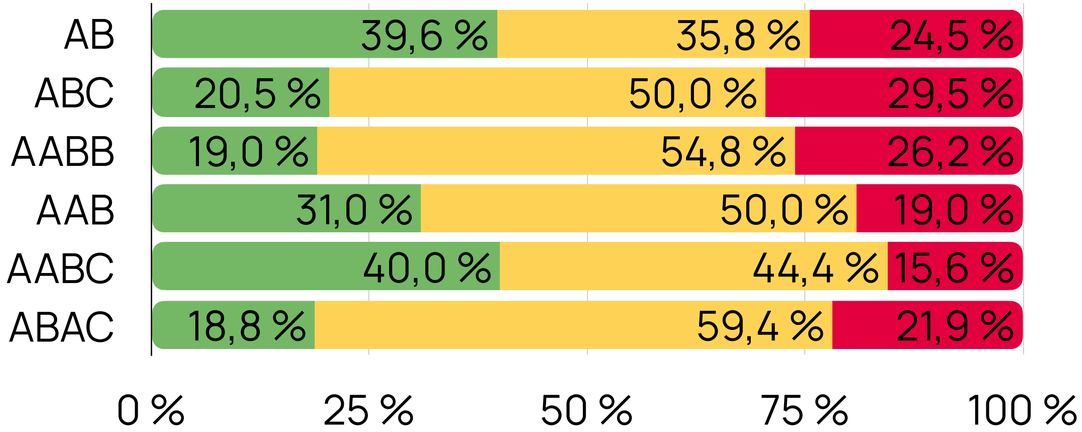
2 Identifizieren und validieren

3 Betrachtung jedes Elements

4 Unsystematisches Springen

Ergebnisse

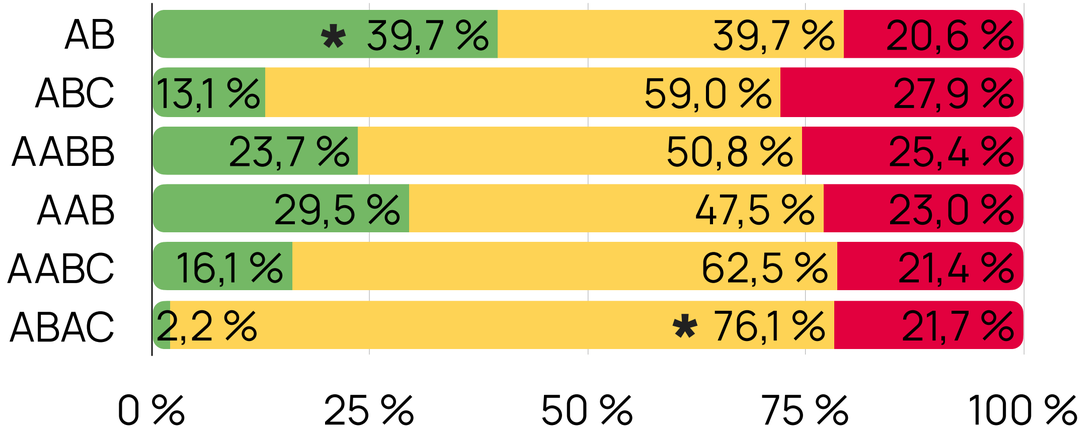
Kinder mit Risiko



X^2 (10, N = 261) = 13,22

p = ,21

Kinder ohne Risiko



X^2 (10, N = 353) = 31,50

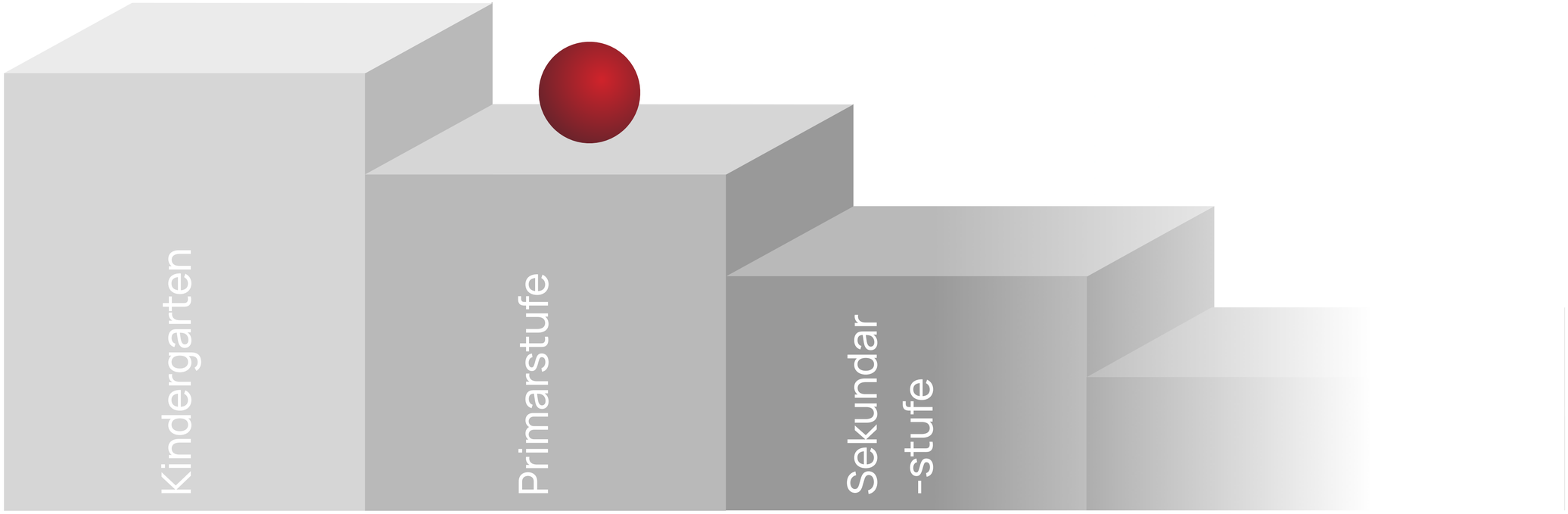
p < ,01, V = 0.21 (mittlerer Effekt)

Flexible Nutzung von Vorgehensweisen

(Baumanns et al., 2022, eingereicht)

Schwierigkeiten in der Schule

Besondere Schwierigkeiten beim Mathematiklernen



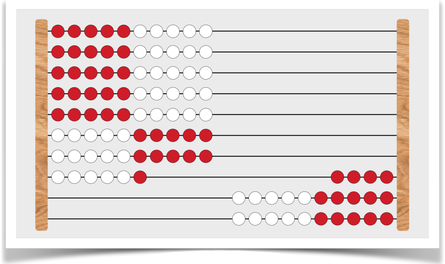
DIDUNAS

KI-ALF

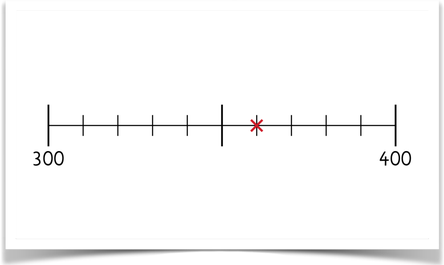
Besondere Schwierigkeiten beim Mathematiklernen (BSM)

Theorie

Verständnis natürlicher Zahlen

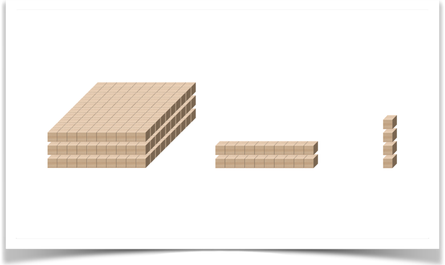


Kardinal



Ordinal

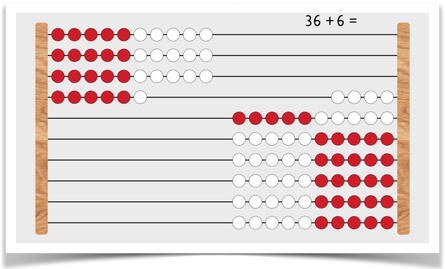
Verständnis des dezimalen Stellenwertsystems



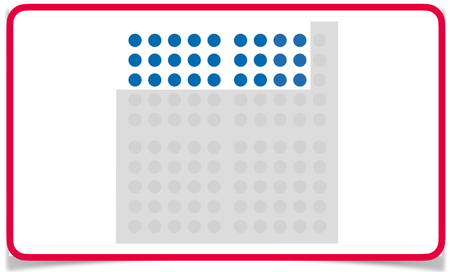
Mehrsystemblöcke

KI-ALF

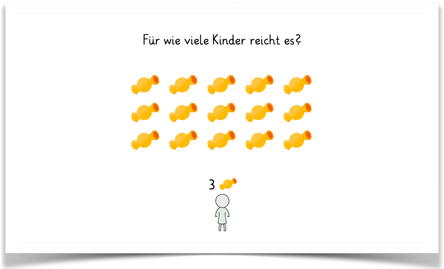
Verständnis der Rechenoperationen



Addition & Subtraktion



Multiplikation



Division

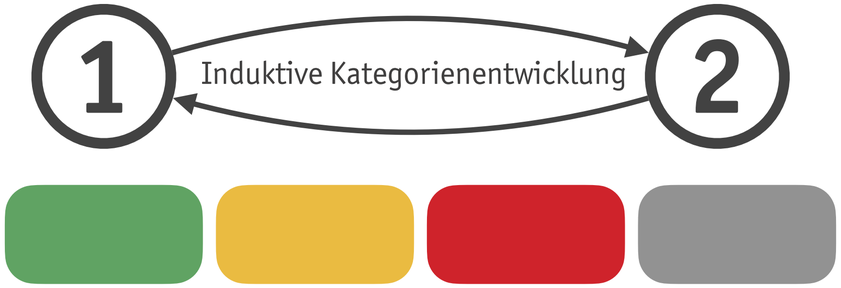
(Gaidoschik et al., 2021; Rottmann & Schipper 2002)

Forschungsfragen und -methoden

Methoden

1. Identifikation von Vorgehensweisen beim Lösen von Multiplikationsaufgaben am Hunderterfeld

2. Unterschiede zwischen Kindern mit und ohne BSM



Chi-Quadrat-Test

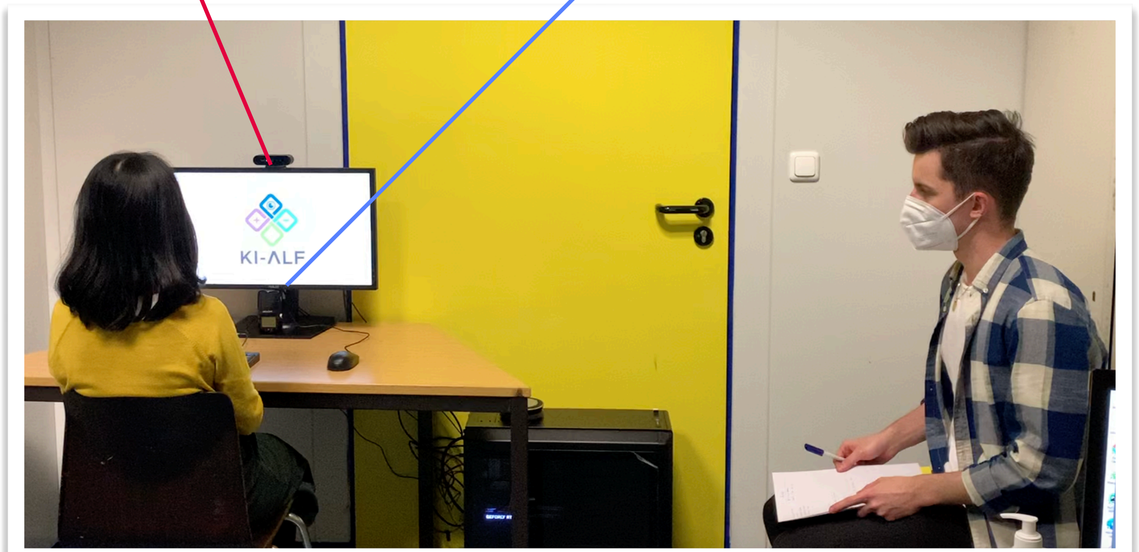
Methoden

Datenerhebung

- 173 Schüler*innen der fünften Jahrgangsstufe einer inklusiven Gesamtschule
- 52 identifiziert als Kinder mit besonderen Schwierigkeiten beim Mathematiklernen (HRT & BASIS-MATH)

Webcam

Tobii Pro X3-120



Identifikation von Vorgehensweisen

beim Lösen von Multiplikationsaufgaben am Hunderterfeld

Ergebnisse

Nutzung von Strukturelementen (A)

Zählen der Spalten-/Zeilen Punkt für Punkt (B)

Zählen jedes einzelnen Punktes (C)

(Lai et al., ,2022, 2023, i. V.)

Identifikation von Vorgehensweisen

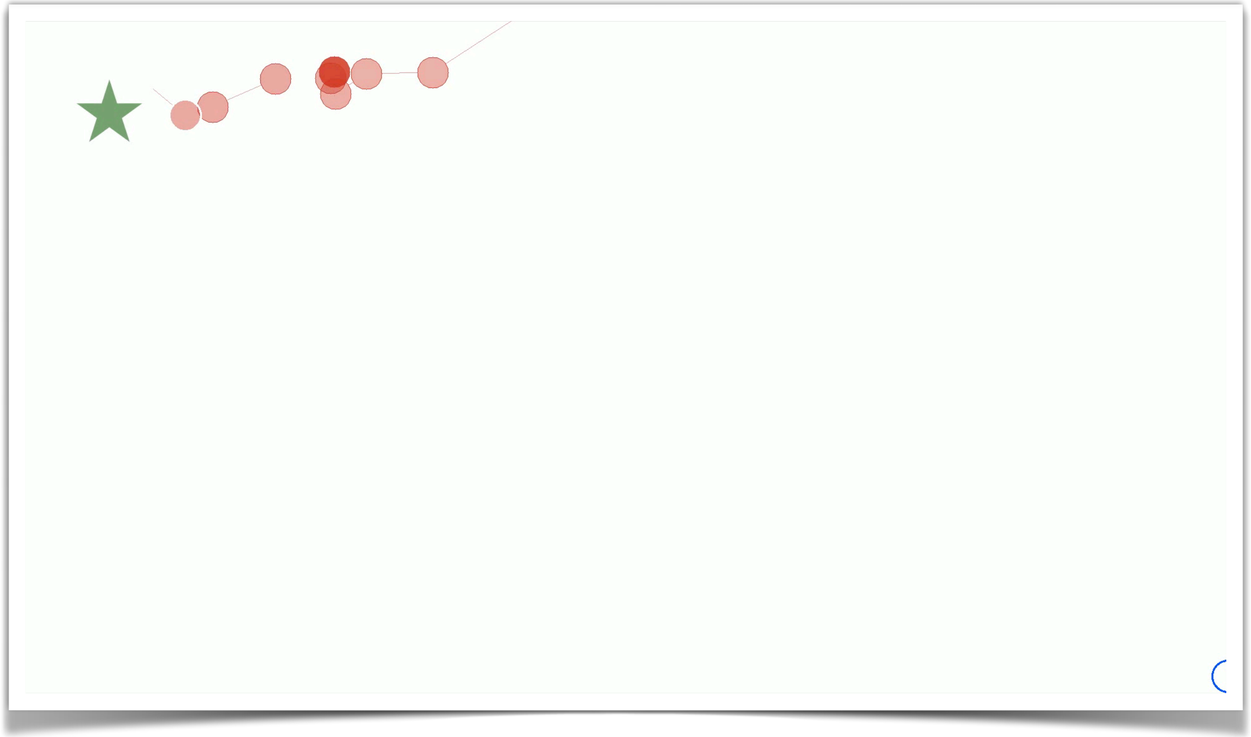
beim Lösen von Multiplikationsaufgaben am Hunderterfeld

Ergebnisse

Nutzung von Strukturelementen (A)

Zählen der Spalten-/Zeilen Punkt für Punkt (B)

Zählen jedes einzelnen Punktes (C)



(Lai et al., ,2022, 2023, i. V.)

Identifikation von Vorgehensweisen

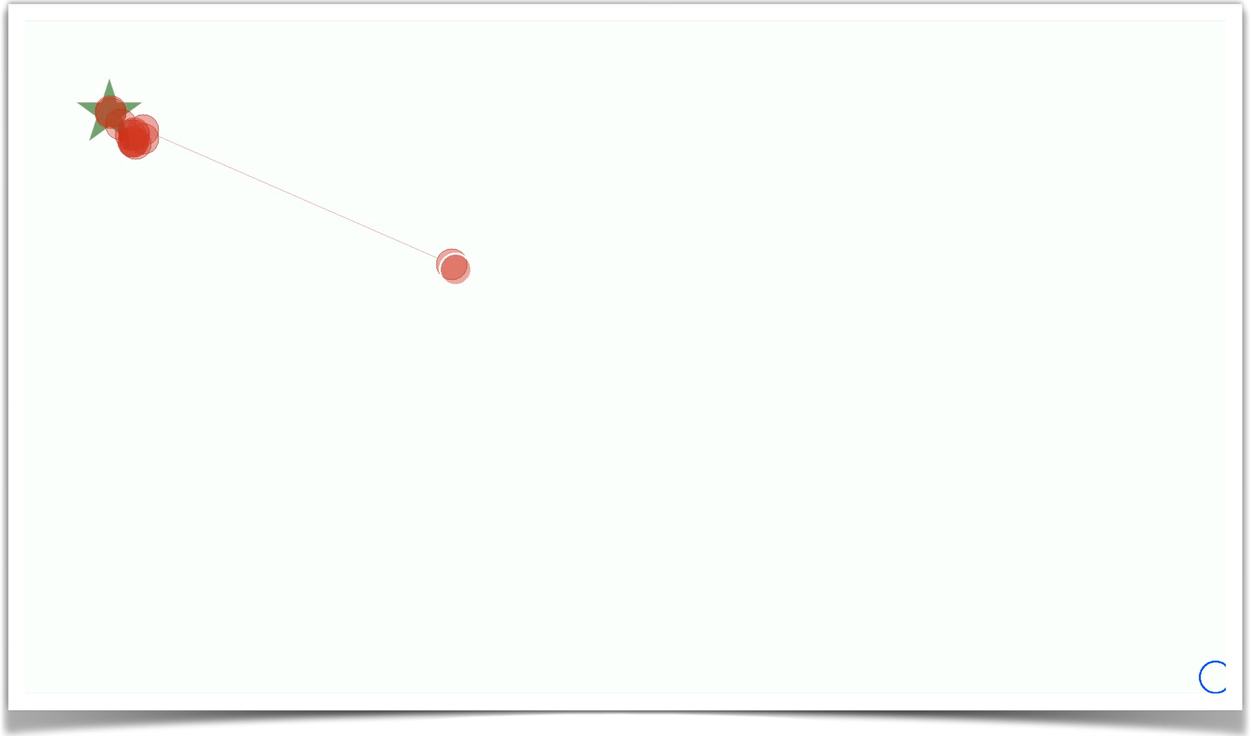
beim Lösen von Multiplikationsaufgaben am Hunderterfeld

Ergebnisse

Nutzung von Strukturelementen (A)

Zählen der Spalten-/Zeilen Punkt für Punkt (B)

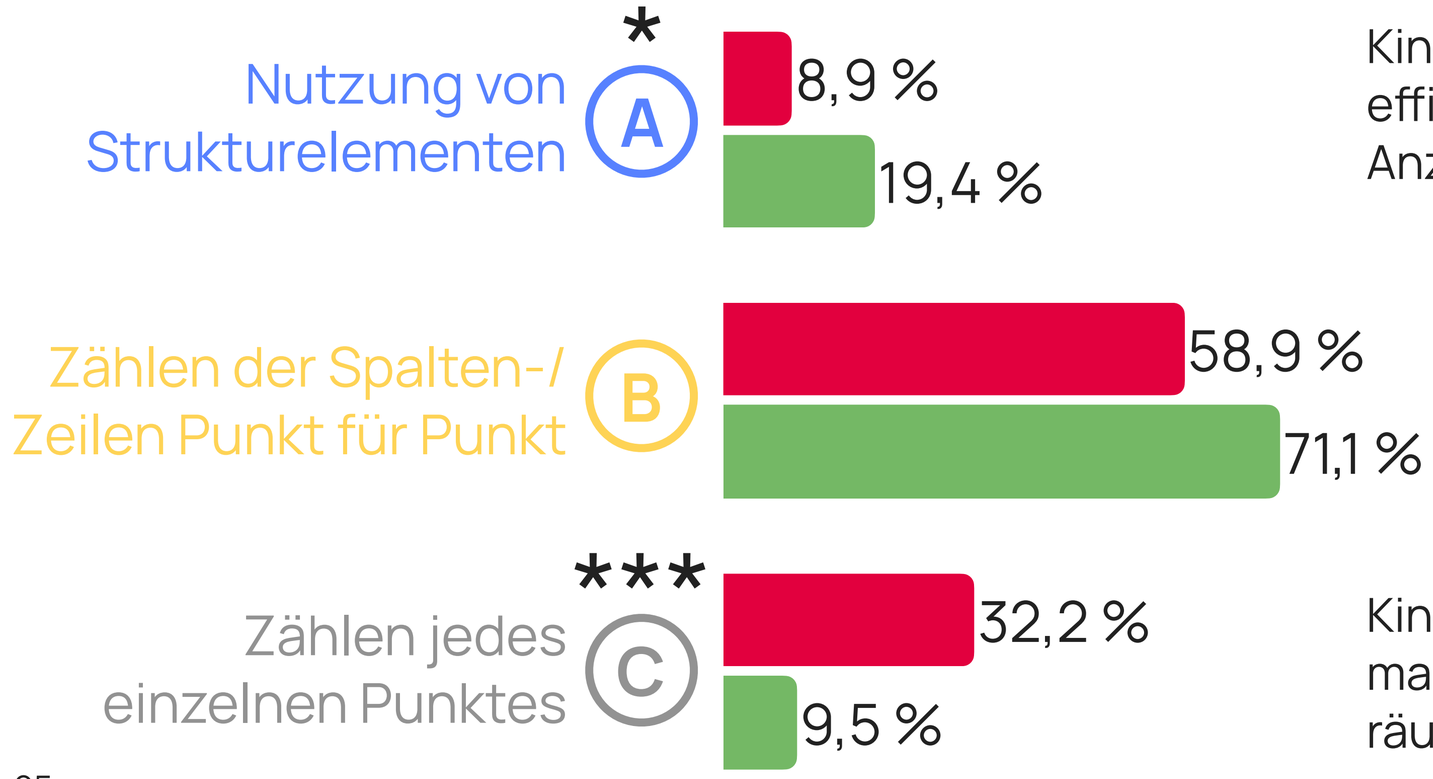
Zählen jedes einzelnen Punktes (C)



(Lai et al., ,2022, 2023, i. V.)

Unterschiede in den Vorgehensweisen

zwischen Kindern **mit** und **ohne** besondere Schwierigkeiten beim Mathematiklernen (BSM)



Kinder **ohne** BSM zeigen effizientere Strategien bei der Anzahlerfassung

Kinder **mit** BSM zeigen mangelndes Verständnis der räumlich-simultanen Multiplikation

* $p < ,05$
** $p < ,01$
*** $p < ,001$
Bonferroni-Adjustierung

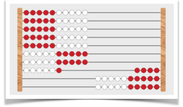
X^2 (2, N = 357) = 31,98, $p < .001$, $V = 0.30$ (mittlerer Effekt)

(Lai et al., ,2022, 2023, i. V.)

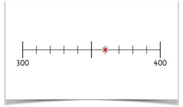
Adaptives Lernsystem

Diagnostik

Verständnis natürlicher Zahlen

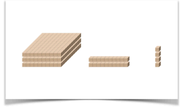


Kardinal



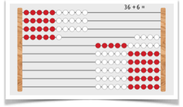
Ordinal

Verständnis des dezimalen Stellenwertsystems



Mehrsystemblöcke

Verständnis der Rechenoperationen



Addition

Multiplikation
(räumlich-simultan & zeitlich-sukzessiv)

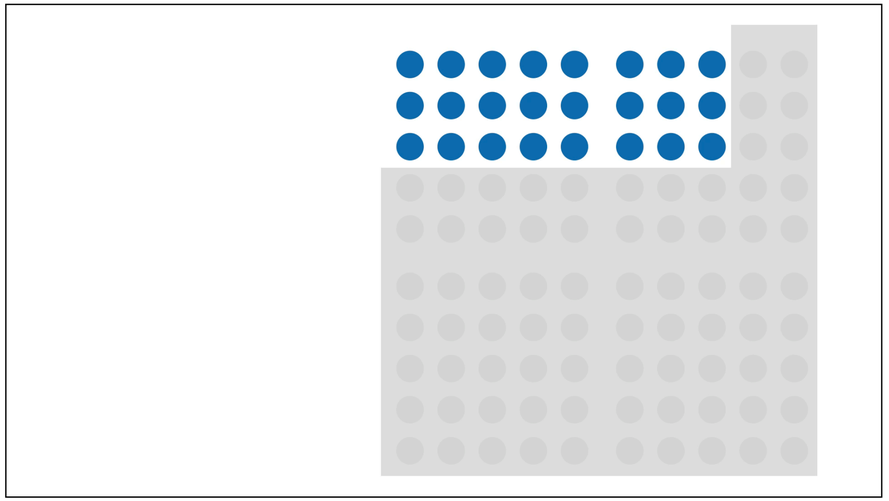
Division
(Aufteilen & Verteilen)

Fehlerrate | Bearbeitungszeit | Eye-Tracking

Besondere Schwierigkeiten bei der Multiplikation mit räumlich-simultaner Repräsentation

Machine Learning

Individuelle Förderung



KI-ALF

Bundesministerium für Bildung und Forschung

Ausblick

Weitere Forschungsaktivitäten

Forschungsinhalte:

- Frühe mathematische Bildung
- Mathematische Basiskompetenzen
- Besondere Schwierigkeiten beim Mathematiklernen
- Problem Posing
- Problemlösen
- Mathematische Kreativität

Forschungsmethoden:

- Eye-Tracking
- Prozess-/Produktanalysen

Weitere Forschungsaktivitäten

Übergeordnetes Ziel: Entwicklung kohärenter und sinnstiftender konzeptueller Perspektiven für die Analyse empirischer Beobachtungen von Problem-Posing-Prozessen

Problem Posing

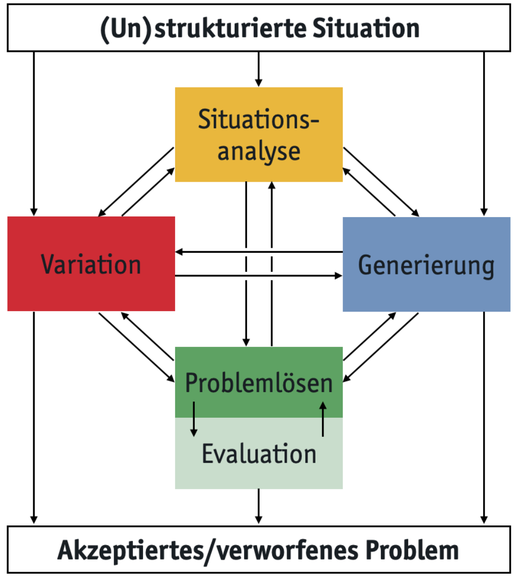
Problemlösen

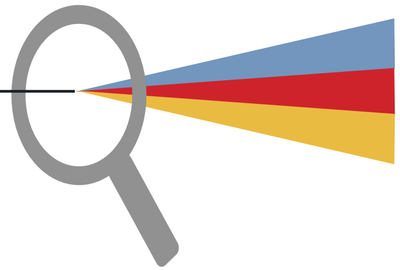
Mathematische Kreativität

Prozess-/Produktanalysen

Makroskopisch

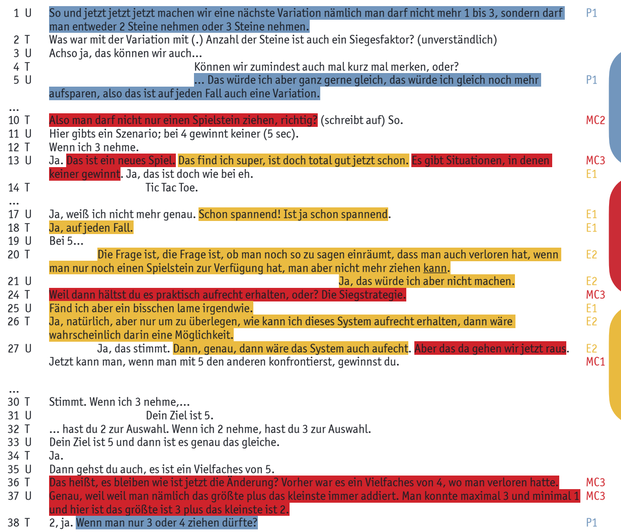
Entwicklung eines deskriptiven Phasenmodells





Mikroskopisch

Identifikation selbstregulativen/ metakognitiven Verhaltens



1 U So und jetzt jetzt jetzt machen wir eine nächste Variation nämlich man darf nicht mehr 1 bis 3, sondern darf man entweder 2 Steine nehmen oder 3 Steine nehmen. P1
2 T Was war mit der Variation mit (.) Anzahl der Steine ist auch ein Siegesfaktor? (unverständlich)
3 U Achso ja, das können wir auch...
4 T Können wir zumindest auch mal kurz mal merken, oder?
5 U ... Das würde ich aber ganz gerne gleich, das würde ich gleich noch mehr aufsparen, also das ist auf jeden Fall auch eine Variation. P1
...
10 T Also man darf nicht nur einen Spielstein ziehen, richtig? (schreibt auf) So. MC2
11 U Hier gibts ein Szenario; bei 4 gewinnt keiner (5 sec).
12 T Wenn ich 3 nehme.
13 U Ja. Das ist ein neues Spiel. Das find ich super, ist doch total gut jetzt schon. Es gibt Situationen, in denen keiner gewinnt. Ja, das ist doch wie bei eh. MC3 E1
14 T Tic Tac Toe.
...
17 U Ja, weiß ich nicht mehr genau. Schon spannend! Ist ja schon spannend. E1
18 T Ja, auf jeden Fall. E1
19 U Bei 5...
20 T Die Frage ist, die Frage ist, ob man noch so zu sagen einräumt, dass man auch verloren hat, wenn man nur noch einen Spielstein zur Verfügung hat, man aber nicht mehr ziehen kann, E2
21 U Ja, das würde ich aber nicht machen. E2
24 T Weil dann hältst du es praktisch aufrecht erhalten, oder? Die Siegstrategie. MC3
25 U Fänd ich aber ein bisschen lame irgendwie. E1
26 T Ja, natürlich, aber nur um zu überlegen, wie kann ich dieses System aufrecht erhalten, dann wäre wahrscheinlich darin eine Möglichkeit. E2
27 U Ja, das stimmt. Dann, genau, dann wäre das System auch aufecht. Aber das da gehen wir jetzt raus. E2
Jetzt kann man, wenn man mit 5 den anderen konfrontierst, gewinnst du. MC1
...
30 T Stimmt. Wenn ich 3 nehme,...
31 U Dein Ziel ist 5.
32 T ... hast du 2 zur Auswahl. Wenn ich 2 nehme, hast du 3 zur Auswahl.
33 U Dein Ziel ist 5 und dann ist es genau das gleiche.
34 T Ja.
35 U Dann gehst du auch, es ist ein Vielfaches von 5.
36 T Das heißt, es bleiben wie ist jetzt die Änderung? Vorher war es ein Vielfaches von 4, wo man verloren hatte. MC3
37 U Genau, weil weil man nämlich das größte plus das kleinste immer addiert. Man konnte maximal 3 und minimal 1 und hier ist das größte ist 3 plus das kleinste ist 2. MC3
38 T 2, ja. Wenn man nur 3 oder 4 ziehen dürfte? P1

Planning

Monitoring & Control

Evaluating

Vielen Dank für die Aufmerksamkeit!

Dr. Lukas Baumanns

Folien zum Download

Mathematisches Argumentieren im kleinen Einmaleins

Lehrveranstaltung

Dr. Lukas Baumanns

Argumentieren

Das Produkt zweier gerader Zahlen ist gerade.

Begründen Sie diese Aussage *formal* (algebraisch).

Argumentieren

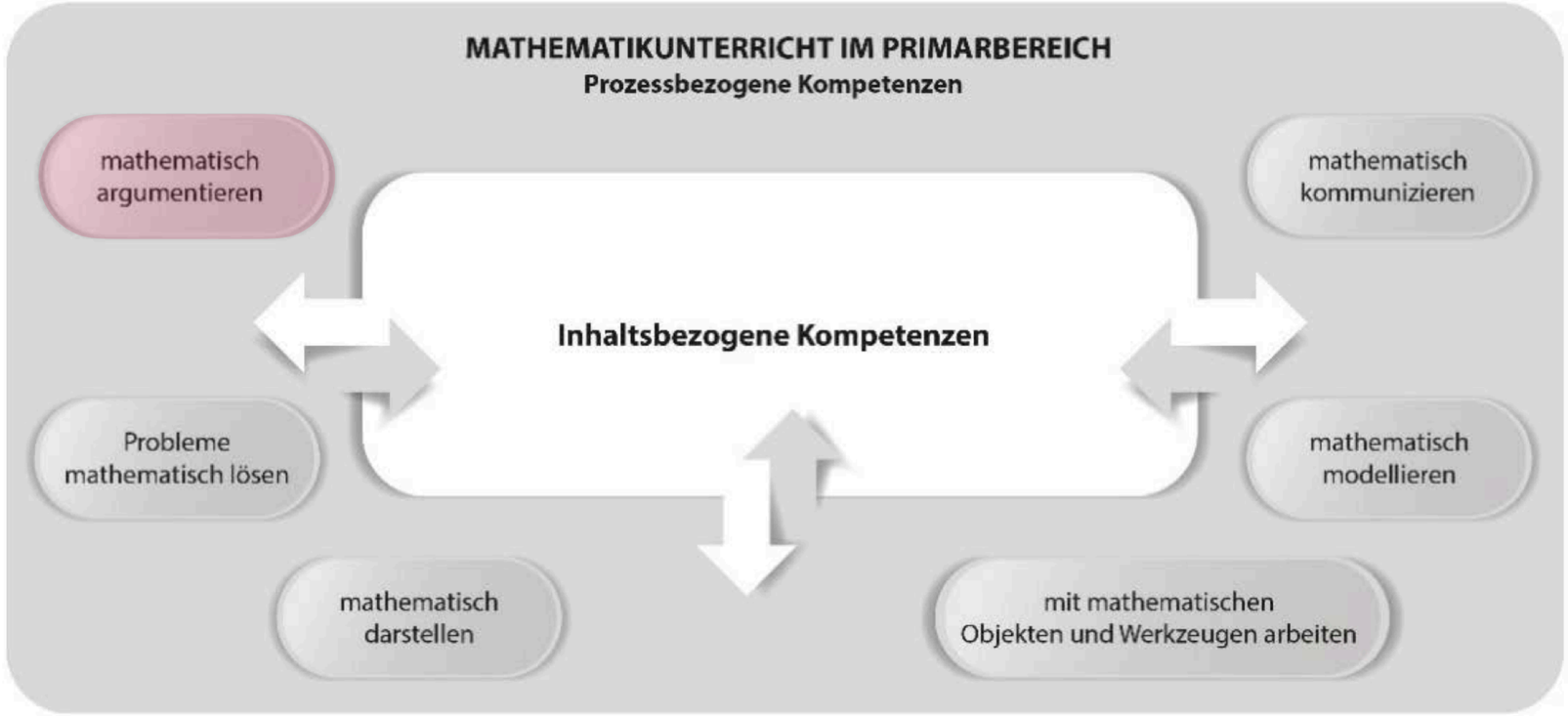
Das Produkt zweier gerader Zahlen ist gerade.

Ihre Lösung

Argumentieren

in der Grundschule

Warum überhaupt?



(KMK, 2022)

1. Welche Type
2. Welche Funk
3. Wie Stufen durchlaufen Schüler*innen beim Argumentieren?

Theorie

Argumentieren

Typen

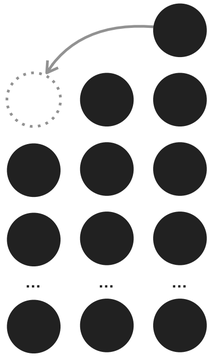
Experimentell

- Prüfen eines Sachverhalts anhand von Einzelbeispielen
- keine abschließende Gewissheit über die Gültigkeit Sachverhalts

$$3 + 4 + 5 = 12$$
$$11 + 12 + 13 = 36$$
$$110 + 111 + 112 = 333$$

Inhaltlich-anschaulich

- Konstruktionen und Operationen, die sich auf eine ganze Klasse von Beispielen anwenden lassen



Formal-deduktiv

- Wissenschaftliches Vorgehen, das sich formaler Sprache und logischer Schlussfolgerungen bedient

$$n + (n + 1) + (n + 2)$$
$$= 3n + 3 = 3 \cdot (n + 1)$$

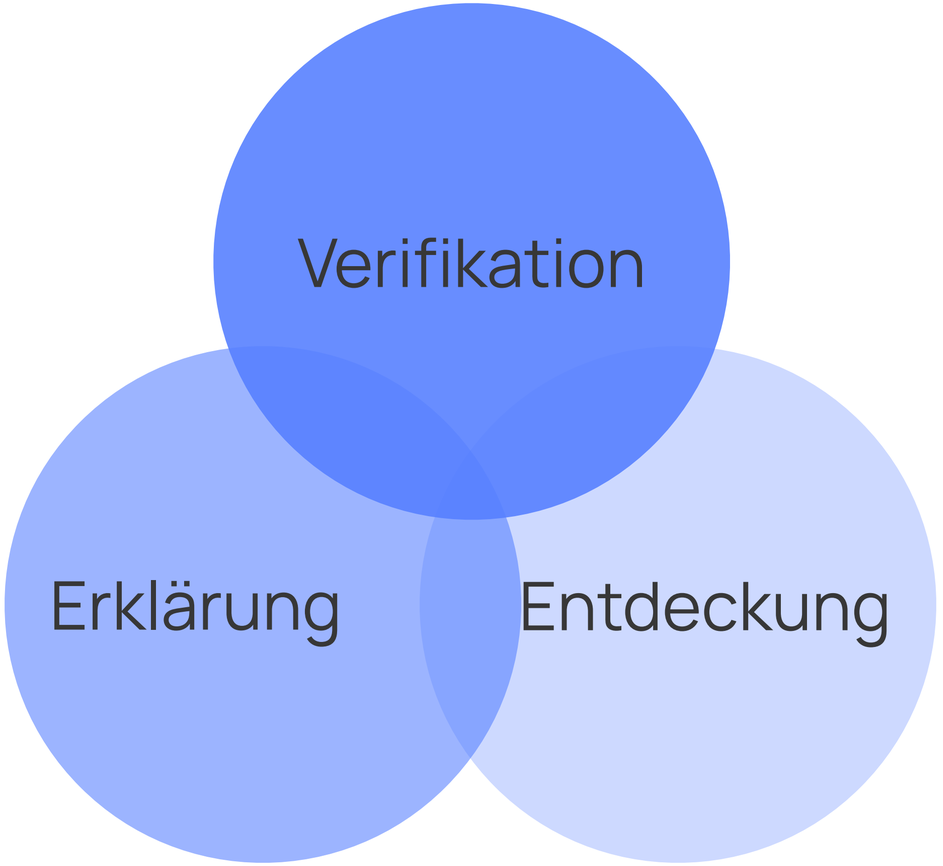
(Blum & Kirsch, 1989; Krumsdorf , 2017; Winter, 1983; Wittmann & Müller, 1988)

Theorie

Argumentieren

Funktionen

Überzeugung von der Richtigkeit einer Aussage



Einsicht, warum eine Aussage wahr ist

Erforschen neuer Zusammenhänge

(Bell, 1976; De Villiers, 1990; Healy & Hoyles, 1998)

Theorie

Argumentieren

Stufen

Entdecken	– Generieren von Beispielen – Suche nach Mustern und Strukturen
Vermuten	– Aussagen anhand von Beispielen testen – (Allgemeine) Aussagen über mathematische Zusammenhänge und Auffälligkeiten anstellen („Das ist immer …“)
Hinterfragen	– Suche nach Gegenbeispielen – Erkennen einer Begründungsnotwendigkeit („Warum stimmt das?“, „Stimmt das immer?“)
Begründen	– Wahrheitsgehalt der Aussage untersuchen – Vom Einzelbeispiel zum Allgemeinen

(Betzold, 2010; Borero, 1999; Selter & Zannetin, 2021)

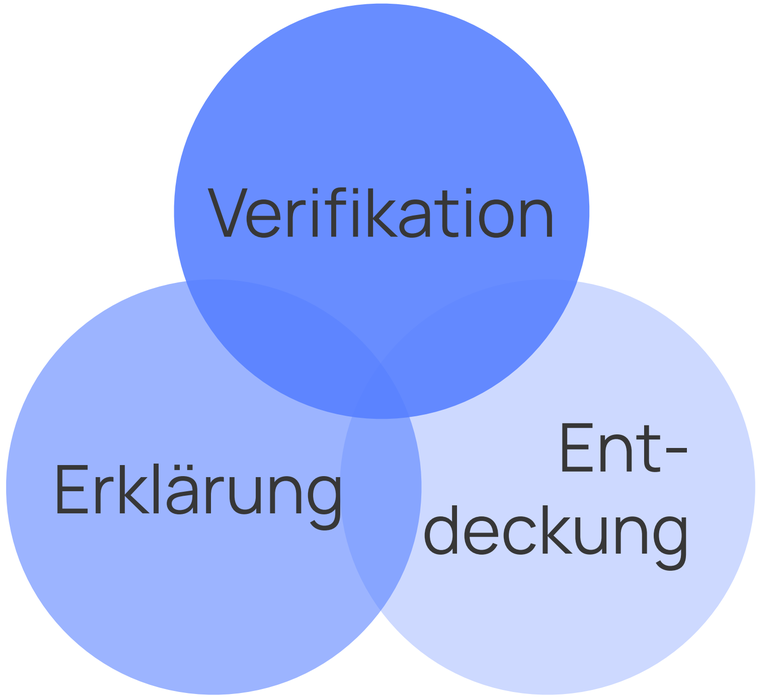
Theorie

Argumentieren

Typen

- Experimentell
- Inhaltlich-anschaulich
- Formal-deduktiv

Funktionen



Stufen

- Entdecken
- Vermuten
- Hinterfragen
- Begründen

Argumentieren

Anwendung

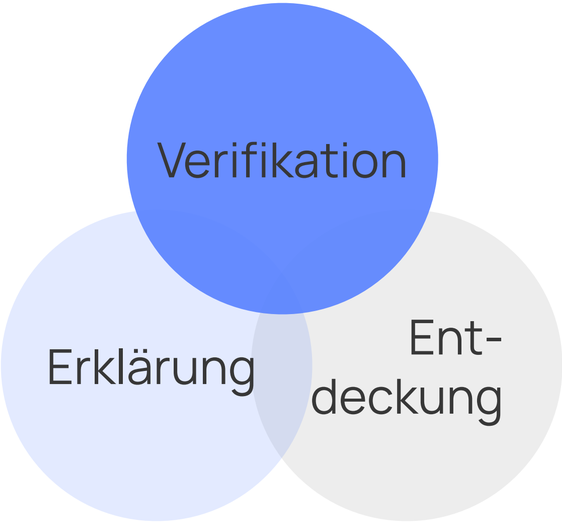
Das Produkt zweier gerader Zahlen ist gerade.

$$2n \cdot 2m = 4nm = 2 \cdot (2nm)$$

Typen

- Experimentell
- Inhaltlich-anschaulich
- **Formal-deduktiv**

Funktionen



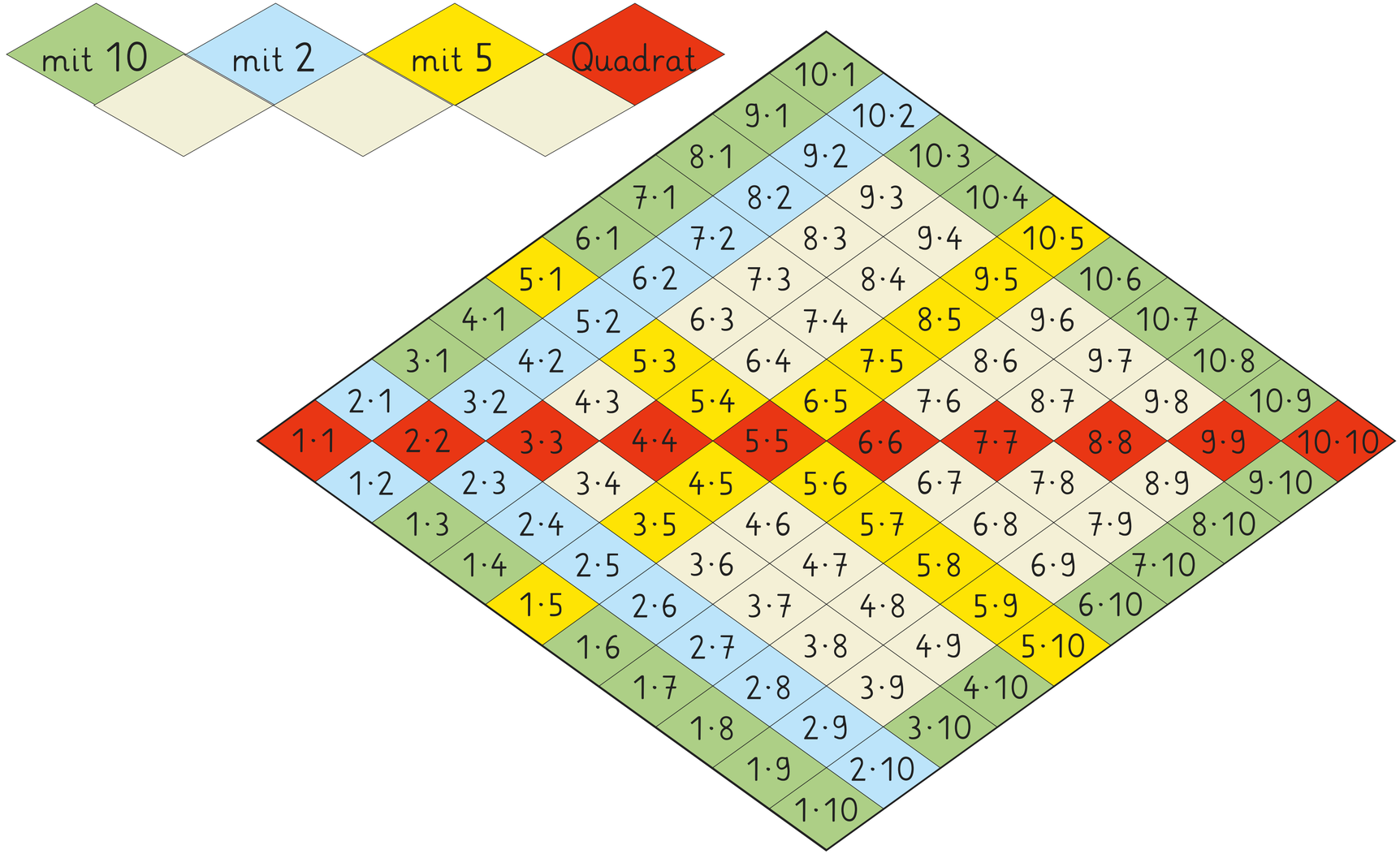
Stufen

- Entdecken
- Vermuten
- Hinterfragen
- **Begründen**

Fragen?

Theorie

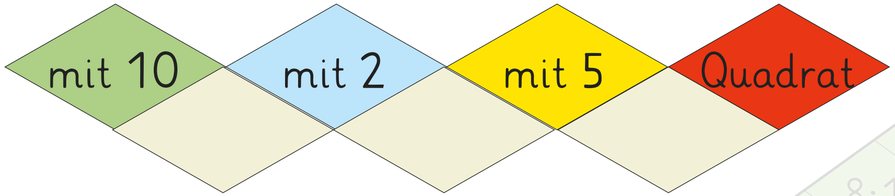
Einmaleinstafel

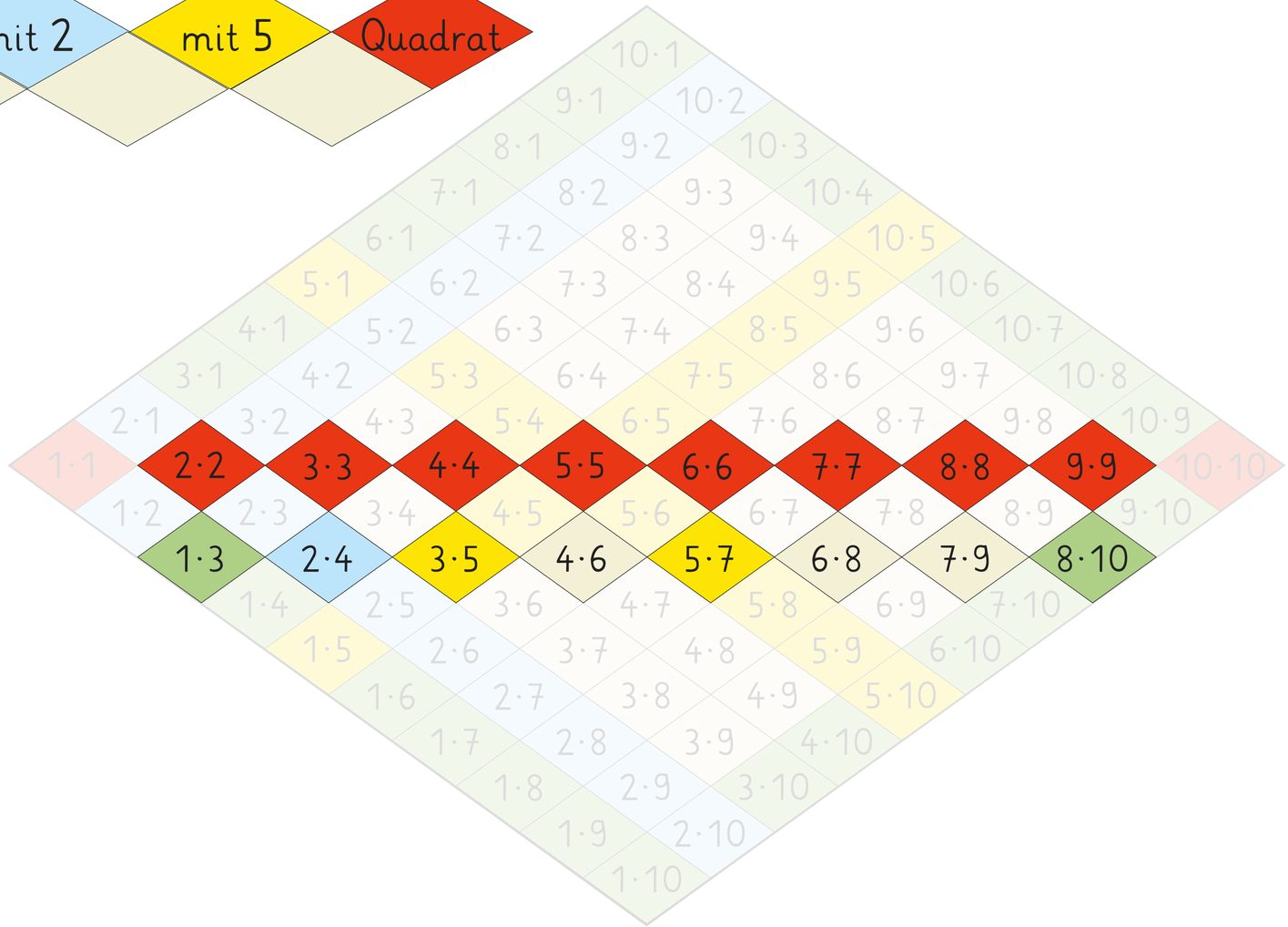


(Wittmann & Müller; 2012)

Einmaleinstafel

Anwendung





(Wittmann & Müller, 2022; Sawyer, 1964)

Einmaleinstafel

Anwendung

$2 \cdot 2 =$	$3 \cdot 3 =$	$4 \cdot 4 =$	$5 \cdot 5 =$
$1 \cdot 3 =$	$2 \cdot 4 =$	$3 \cdot 5 =$	$4 \cdot 6 =$
$6 \cdot 6 =$	$7 \cdot 7 =$		
$5 \cdot 7 =$	$6 \cdot 8 =$		

a. Rechnen Sie ein paar Ergebnisse aus.

b. Welche Gesetzmäßigkeit vermuten Sie hinter den Ergebnissen?

(Wittmann & Müller, 2022; Sawyer, 1964)

Einmaleinstafel

Anwendung

$2 \cdot 2$	=	$3 \cdot 3$	=
$1 \cdot 3$	=	$2 \cdot 4$	=
$6 \cdot 6$	=	$7 \cdot 7$	=
$5 \cdot 7$	=	$6 \cdot 8$	=

Stufen

- Entdecken
- Vermuten
- Hinterfragen
- Begründen

Produktives Üben

a. Rechnen Sie ein paar Ergebnisse aus.

b. Welche Gesetzmäßigkeit vermuten Sie hinter den Ergebnissen?

(Wittmann & Müller, 2022; Sawyer, 1964)

Einmaleinstafel

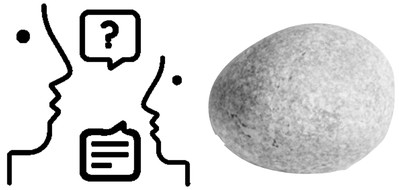
Anwendung

$2 \cdot 2$	$= 4$	$3 \cdot 3$	$= 9$
$1 \cdot 3$	$= 3$	$2 \cdot 4$	$= 8$

Vermutung

Das Produkt einer Quadratzahlaufgabe ist immer um eins größer als das Produkt der darunter stehenden Aufgabe.

c. Begründen Sie diese Vermutung zunächst *formal* (algebraisch), um den allgemeinen, strukturellen Zusammenhang offenzulegen.



d)* Stellen Sie erste Überlegungen an, wie Sie Grundschüler*innen an eine mögliche Begründung für diesen Zusammenhang heranführen würden.

Einmaleinstafel

Anwendung

$2 \cdot 2 = 4$

$3 \cdot 3 = 9$

$1 \cdot 3 = 3$

$2 \cdot 4 = 8$

Vermutung

Das Produkt einer Quadratzahlaufgabe ist immer um eins größer als das Produkt der darunter stehenden Aufgabe.

c. Begründen Sie diese Vermutung zunächst *formal* (algebraisch), um den allgemeinen, strukturellen Zusammenhang offenzulegen.

Ihre Lösung

Stufen

- Entdecken
- Vermuten
- Hinterfragen
- **Begründen**

Einmaleinstafel

Anwendung

$2 \cdot 2 = 4$

$1 \cdot 3 = 3$

$3 \cdot 3 = 9$

$2 \cdot 4 = 8$

Vermutung

Das Produkt einer Quadratzahlaufgabe ist immer um eins größer als das Produkt der darunter stehenden Aufgabe.

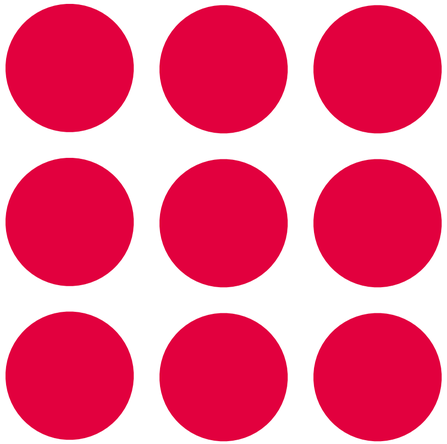
d)* Stellen Sie erste Überlegungen an, wie Sie Grundschüler*innen an eine mögliche Begründung für diesen Zusammenhang heranführen würden.

Typen

- Experimentell
- **Inhaltlich-anschaulich**
- Formal-deduktiv

$3 \cdot 3 = 9$

$2 \cdot 4 = 8$



Einmaleinstafel

Anwendung

$2 \cdot 2 = 4$

$3 \cdot 3 = 9$

$1 \cdot 3 = 3$

$2 \cdot 4 = 8$

Vermutung

Das Produkt einer Quadratzahlaufgabe ist immer um eins größer als das Produkt der darunter stehenden Aufgabe.

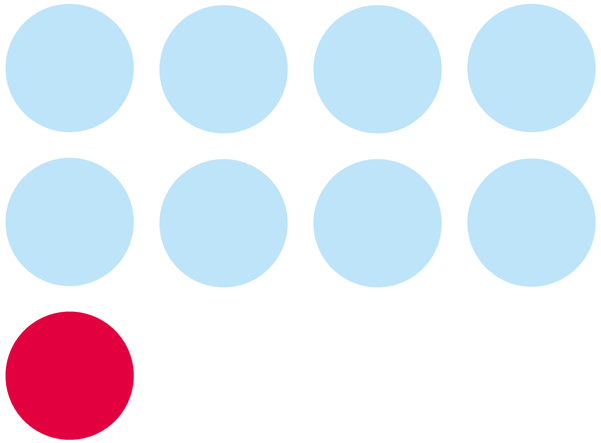
d)* Stellen Sie erste Überlegungen an, wie Sie Grundschüler*innen an eine mögliche Begründung für diesen Zusammenhang heranführen würden.

Typen

- Experimentell
- **Inhaltlich-anschaulich**
- Formal-deduktiv

$3 \cdot 3 = 9$

$2 \cdot 4 = 8$



Einmaleinstafel

Anwendung

$2 \cdot 2 = 4$

$3 \cdot 3 = 9$

$1 \cdot 3 = 3$

$2 \cdot 4 = 8$

Vermutung

Das Produkt einer Quadratzahlaufgabe ist immer um eins größer als das Produkt der darunter stehenden Aufgabe.

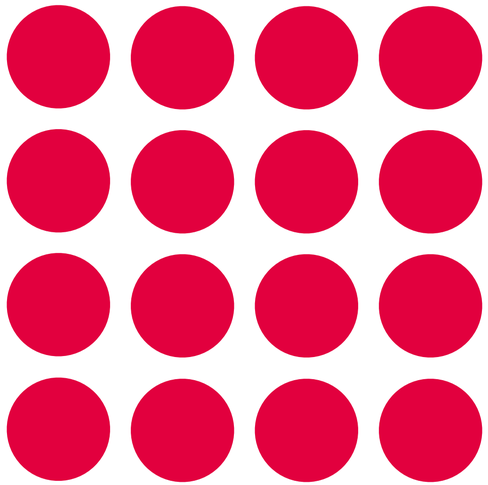
d)* Stellen Sie erste Überlegungen an, wie Sie Grundschüler*innen an eine mögliche Begründung für diesen Zusammenhang heranführen würden.

Typen

- Experimentell
- **Inhaltlich-anschaulich**
- Formal-deduktiv

$4 \cdot 4 = 16$

$3 \cdot 5 = 15$



Einmaleinstafel

Anwendung

$2 \cdot 2 = 4$

$3 \cdot 3 = 9$

$1 \cdot 3 = 3$

$2 \cdot 4 = 8$

Vermutung

Das Produkt einer Quadratzahlaufgabe ist immer um eins größer als das Produkt der darunter stehenden Aufgabe.

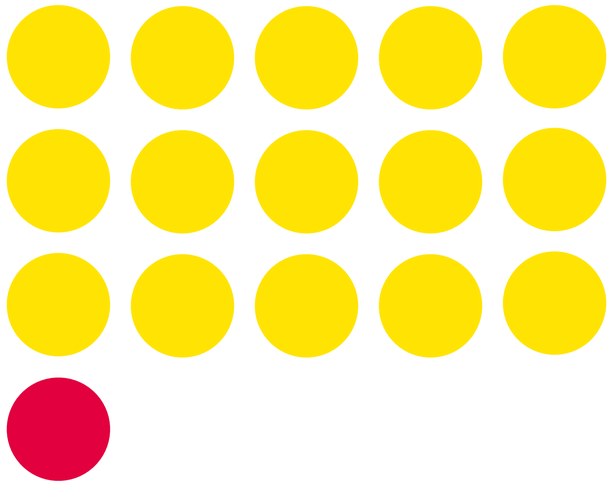
d)* Stellen Sie erste Überlegungen an, wie Sie Grundschüler*innen an eine mögliche Begründung für diesen Zusammenhang heranführen würden.

Typen

- Experimentell
- **Inhaltlich-anschaulich**
- Formal-deduktiv

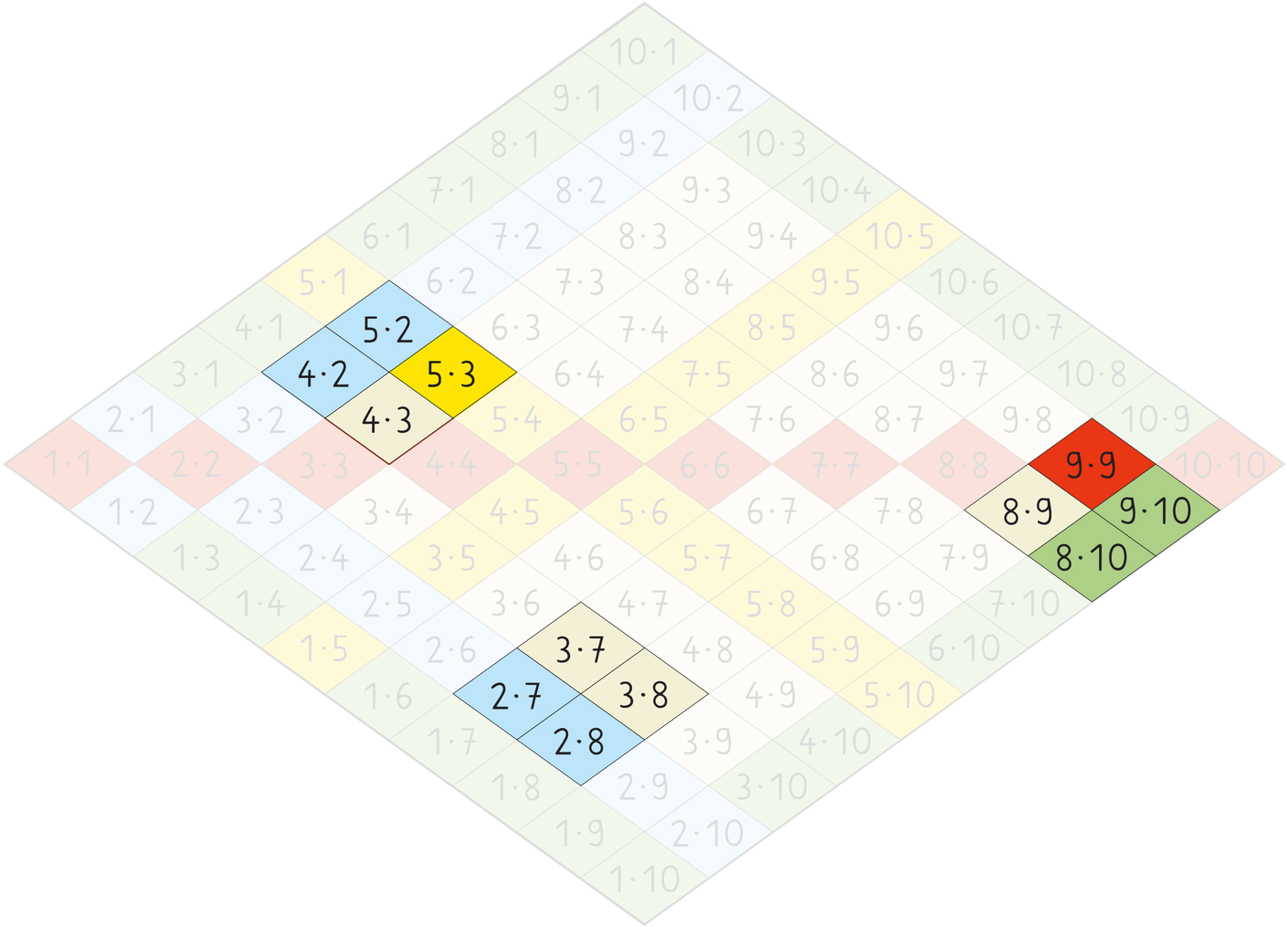
$4 \cdot 4 = 16$

$3 \cdot 5 = 15$



Einmaleinstafel

Aktivität



Einmaleinstafel

Aktivität

Typen		Funktionen		Stufen	
Experimentell	Prüfen eines Sachverhalts anhand von Einzelbeispielen keine abschließende Gewissheit über die Gültigkeit des untersuchten Sachverhalts	Entdeckung	Erforschen neuer Zusammenhänge	Entdecken	Generieren von Beispielen Suche nach Mustern und Strukturen
Inhaltlich-anschaulich	„Konstruktionen und Operationen, von denen intuitiv erkennbar ist, dass sie sich auf eine ganze Klasse von Beispielen anwenden lassen“	Erklärung	Einsicht, warum eine Aussage wahr ist	Vermuten	Aussagen anhand von Beispielen testen (Allgemeine) Aussagen über mathematische Zusammenhänge und Auffälligkeiten anstellen („Das ist immer …“)
Formal-deduktiv	Wissenschaftliches Vorgehen, das sich formaler Sprache und logischer Schlussfolgerungen bedient	Verifikation	Überzeugung von der Richtigkeit einer Aussage	Hinterfragen	Suche nach Gegenbeispielen Erkennen einer Begründungsnotwendigkeit („Warum stimmt das?“, „Stimmt das immer?“)
				Begründen	Wahrheitsgehalt der Aussage untersuchen Vom Einzelbeispiel zum Allgemeinen

Dr. Lukas Baumanns

	e.
	Typen ☐ Experimentell ☐ Inhaltlich-anschaulich ☐ Formal-deduktiv Funktionen ☐ Entdeckung ☐ Erklärung ☐ Verifikation Stufen ☐ Entdecken ☐ Vermuten ☐ Hinterfragen ☐ Begründen
	Typen ☐ Experimentell ☐ Inhaltlich-anschaulich

Argumentationsanlässe...

... erlauben allgemeines Begründen mathematischer Sachverhalte

... schulen logisches Denken und deduktives Schließen

... bieten Möglichkeiten des produktiven Übens

... ermöglichen Entdeckungen mathematischer Zusammenhänge

... liefern Kommunikationsanlässe

Bemerkung

Stufen

Entdecken

Vermuten

Hinterfragen

Begründen

Vielen Dank für die Aufmerksamkeit!

Dr. Lukas Baumanns