**Blankenbach (et al., 1989) Benchmark**

Dieser Test (*Benchmark*) eignet sich gut zur Überprüfung, ob sich ein numerischer Code zur Modellierung von Mantelkonvektion eignet. Blankenbach et al. (1989) testeten unterschiedliche Mantelkonvektionsmodelle mit eine großen Vielfalt von numerischen Methoden und erstellten so eine Liste von Werte für den stationären Zustand (z.B., Nusselt Zahl oder mittlere Geschwindigkeit). Mit zunehmender Auflösung unserer numerischen Modelle, sollten sich also die Werte den Werten des *Benchmarks* annähern.

 Nebenstehende Tabelle listet die physikalischen Parameter für drei Modelle mit unterschiedlicher, konstanter Viskosität (die wichtigsten Werte für unseren Test finden sich auch in der Datei *Gerya2019.txt* im Ordner *data*). Die Konvektion wird modelliert in einer rechteckigen, 2-D Box mit einer Höhe von *H* und einer Länge von *L* (*H* = *L* = 1000 km). Die kinematischen Randbedingungen sind free-slip an aller Rändern und die thermischen Randbedingungen sind konstante Temperaturen an der Oberseite (*Ttop*) und Unterseite (*Tbottom*) und einem konstantem Wärmefluss an den lateralen Rändern (∂*T*/∂*x* = 0). Der Temperaturunterschied zwischen *Ttop* und *Tbottom* ist 1000 K für alle Modelle. Die Dichte in allen Modellen ist linear von der Temperatur abhängig und gegeben durch:

**Figure 1.** Physikalische Modell Gröpen und Stationäre Werte des Blankenbachben et al. (1989) Benchmarks (Gerya, 2019)

,

wobei *ρ0* = 4000 kg/m3 die Refernzdichte und *α* = 2.5∙10-5 1/K der thermische Ausdehnungkoeffizient ist.

Trotz dieser einfachen Modellkonfiguration ist es nicht immer einfach einen stationären Wert zu erhalten. Dies wird hauptsächtlich bedingt durch a) die vielen benötigten Zeitschritte bis man eine stationäre Lösung erreicht und b) einer starken Lokalisierung der Tempertur in den Auf- und Abströmungen entlang der Ränder. Dies wird vor allem dann problematische, wenn die Viskosität des Fluids sehr gering ist, oder genauer gesagt, für Konvektionen mit einer sehr hohen *Rayleigh* Zahl

.

Abhängig von der *Rayleigh* Zahl können wir abschätzen wie hoch die Auflösung in der thermischen Grenzschicht (*d*) an der Oberseite (und damit unsere gesammte Auflösung, da wir ein reguläres Gitter benutzen) sein muss:

.

Unter der Annahme, dass wir *n* Gitterpunkte in der thermischen Grenzschicht verwenden wollen, können wir die Gesamtgitteranzahl bestimmen durch:

.

Chart

Description automatically generated with medium confidence Nun wollen wir unseren erstellten numerischen Code (*FDCSGm – Finite Difference Code Staggered Grid matlab*) mit Hilfe der Lösungen des *Benchmarks* testen. Dazu sind folgenden Schritte notwending:

**Figure 2.** Temperatur und absolute Geschwindigkeit im stationären Zustand für ein Modell mit einer Rayleigh Zahl von 105 (FDCSGm).

1. **Vervollständige** das Hauptprogramm (*BlankenbachBenchmark\_null.m* im Ordner *ThermalConvection\_Scaled*).
2. Modelliere ***drei***Konvektionen mit einer Referenzviskosität *η0* von 1023, 1022, 1021 Pa∙s und überprüfe die Modellwerte (Nusselt Zahl, Mittlere Geschwindigkeit (*VRMS*), und Wärmefluss an den Ecken des Modells)mit den stationären Werten des *Benchmarks*.
3. Führe für ***eins***der Modelle (d.h. für eine Referenzviskosität) einen Auflösungstest durch (Achtung, je größer die *Rayleigh* Zahl, desto höher die Auflösung! Das kann mitunter zu Problemen für den Rechner werden!!!). **Stelle** dafür den stationären Wert der Nusselt Zahl und der mittleren Geschwindigkeit des numerischen Modells **graphisch** gegenüber der reziproken Auflösung (1/nx/nz) **dar** (idealer Weise mit logarithmischen Achsen). Die Werte sollten sich mit zunehmender Auflösung den Werten des *Benchmarks* annähern.
4. **Fasse** die Ergebnisse in einem Bericht zusammen und **diskutiere** diese.

**Referenzen**

Blankenbach, B., Busse, F., Christensen, U., Cserepes, L., Gunkel, D., Hansen, U., ... & Schnaubelt, T. (1989). A benchmark comparison for mantle convection codes. *Geophysical Journal International*, *98*(1), 23-38.

Gerya, T. (2019). *Introduction to numerical geodynamic modelling*. Cambridge University Press.