

Segunda Lista de Matemática Discreta

Revisão 2ª Unidade

Questão 1

$$A = \{2,4,6\}; B = \{2,6\}; C = \{4,6\}; D = \{4,6,8\}$$

B está contido em A, pois todos os elementos de B existem em A. A mesma coisa acontece para C e D, onde C está contido em D.

Questão 2

$$A = \{3,5,9\}; B = \{2,3,5,9,0,\{3,5,9\},7,8\}$$

A está contido em B e também pertence a B, pois o conjunto A é um dos elementos do conjunto B.

Questão 3

$$A = \{a,b,c\}; B = \{x,y\}; C = \{0,1\}$$

Letra A:

$$A \times B = M_1 = \{(a,x), (a,y), (b,x), (b,y), (c,x), (c,y)\}$$

$$M_1 \times C =$$

$$\{(a,x,0), (a,x,1), (a,y,0), (a,y,1), (b,x,0), (b,x,1), (b,y,0), (b,y,1), (c,x,0), (c,x,1), (c,y,0), (c,y,1)\}$$

Letra B:

$$C \times M_1 =$$

$$\{(0,a,x), (0,a,y), (1,a,x), (1,a,y), (0,b,x), (0,b,y), (1,b,x), (1,b,y), (0,c,x), (0,c,y), (1,c,x), (1,c,y)\}$$

Questão 4

$\exists\{A,B,C\}[(A-B)-(B-C)=A-B]$	
$(A \cap B') - (B \cap C') = A - B$	Inversão
$A \cap B' = A - B$	Definição

Questão 5

$$P(P(P(\phi))) =$$

ϕ , Pois o conjunto das partes de um conjunto vazio, é sempre o conjunto vazio.

Questão 6

$$\begin{aligned} (a) & \left((A \cap (B \cup C)) \cap (A - B) \right) \cap (B \cup C); \\ & \left(((A \cap B) \cup (A \cap C)) \cap (A \cap B') \right) \cap (B \cup C); \\ & ((A \cap C) \cap (A \cap B')) \cap (B \cup C); \\ & ((A \cap C) - B) \cap (B \cup C); \\ & ((A \cap C) - B); \end{aligned}$$

$$(b) (A - (A \cap B)) \cap (B - (A \cap B));$$

$$(A - A) \cap (A - B) \cap (B - A) \cap (B - B);$$

$$\phi \cap (A - B) \cap (B - A) \cap \phi;$$

$$\phi;$$

Questão 7

$$A = \{1,2,3,4\}$$

$$R_1 = \{(2; 2); (2; 3); (2; 4); (3; 2); (3; 3); (3; 4)\}$$

$$R_2 = \{(1; 1); (1; 2); (2; 1); (2; 2); (3; 3); (4; 4)\}$$

$$R_3 = \{(2; 4); (4; 2)\}$$

$$R_4 = \{(1; 2); (2; 3); (3; 4)\}$$

$$R_5 = \{(1; 1); (2; 2); (3; 3); (4; 4)\}$$

Reflexiva	R_1, R_3
Simétrica	R_3, R_5
Anti-Simétrica	R_2, R_4
Transitiva	R_2
Equivalência	R_5
Ordem Parcial	R_4

Questão 8

Complemento das funções

Reflexiva	R'_4, R'_5
Simétrica	R'_3, R'_5
Anti-Simétrica	R'_1, R'_4
Transitiva	R'_5, R'_3
Equivalência	R'_3
Ordem Parcial	R'_5

Questão 9

$$A = \{2,4\}; B = \{6,8,10\};$$

$$\forall (x, y) \in A \times B, xRy \Leftrightarrow x|y,$$

$$\forall (x, y) \in A \times B, xSy \Leftrightarrow y - 4 = x$$

$A \times B = \{(2,6), (2,8), (2,10), (4,6), (4,8), (4,10)\}$
$R = \{(2,8), (4,8)\}$
$S = \{(2,6), (4,8)\}$
$R \cup S = \{(2,8), (2,6), (4,8)\}$
$R \cap S = \{(4,8)\}$

Questão 10

$$A = \{1,2,3\}; B = \{1,2,3,4\}; C = \{0,1,2\};$$

$$R = \{(1,1), (1,4), (2,3), (3,1), (3,4)\}$$

$$S = \{(1,0), (2,0), (3,1), (3,2), (4,1)\}$$

$$S \circ R = \{(1,0), (1,1), (2,0), (3,1), (3,2)\}$$

Questão 11

$A = \{a, b, c\}$	$R = \{(a, a), (a, b), (b, c), (a, c)\}$
Reflexivo	$(a, a), (a, b), (b, c)$
Simétrico	(a, a)
Transitivo	$(a, b), (b, c), (a, c)$
$A = \{0, 1, 2, 3\}$	$R = \{(0; 1); (1; 1); (1; 2); (2; 0); (2; 2); (3; 0)\}$
Reflexivo	$(2; 2); (1, 1);$
Simétrico	Não há relação Simétrica
Transitivo	Não há relação transitiva

Questão 12

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$R = \{(1, 2), (1, 4), (3, 3), (4, 1)\}$$

$$R_a = \{(1, 2), (1, 4), (3, 3), (4, 1), (2, 1)\}$$

$$R_b = \{(1, 1), (1, 2), (1, 4), (3, 3), (4, 1), (3, 1), (1, 3), (4, 4)\}$$

$$R_d = R_c = \{(1, 1), (1, 2), (1, 4), (3, 3), (4, 1), (3, 1), (2, 1), (2, 2), (1, 3), (4, 4)\}$$

Questão 13

$$C = \{a, b, c, d\}$$

R1	$f(a) = b$	$f(b) = a$	$f(c) = c$	$f(d) = d$
R2	$f(a) = b$	$f(b) = b$	$f(c) = d$	$f(d) = c$
R3	$f(a) = d$	$f(b) = b$	$f(c) = c$	$f(d) = d$

R1: Injetora e Sobrejetora

R2: Sobrejetora

R3: Sobrejetora

Questão 14 Sendo $y, x \in \mathbb{N}$

- A) $y = x^2 + 1$
- B) $y = x - 12$, sendo $x > 12$
- C) $y = x$
- D) $y = x^2 + 18 - z^2$, sendo $z \in \mathbb{N}$

Questão 15 Sendo, $x \in \mathbb{R}$

$f(x) = -3x + 4$	Injetora
$f(x) = x^5 + 1$	Bijetora ($\forall x \in \mathbb{R} \exists f(x)$)
$f(x) = -3x^2 + 7$	Não é injetora nem sobrejetora
$f(x) = x^3$	Bijetora

Questão 16

$$f(x) = x^2 + 1; g(x) = x + 2, \text{ sendo } x \in \mathbb{R}$$

$f \circ g = f(g(x)) = (x + 2)^2 + 1 = x^2 + 4x + 5$
$g \circ f = g(f(x)) = (x^2 + 1) + 2 = x^2 + 3$
$f + g = f(x) + g(x) = x^2 + 1 + (x + 2) = x^2 + x + 3$
$fg = f(x)g(x) = (x^2 + 1)(x + 2) = x^3 + 2x^2 + x + 2$

Questão 17

$$f(x) = x^2 \rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x}, \text{ sendo } x \in \mathbb{R} \text{ e } f(x) \text{ com domínio de } \mathbb{R}^+ \text{ em } \mathbb{R}^+$$

$f^{-1}(\{1\}) = \sqrt{1} = 1$
$f^{-1}(\{x x < 4\}) = S^{-1} = (-\infty; 2[$
$f^{-1}(\{x 0 < x < 1\}) =]0; 1[= S^{-1}$

Questão 18

$f(S \cup T) = f(S) \cup f(T)$ Equivalente da lei de Morgan, entretanto a função da união é equivalente a união dos conjuntos soluções das funções dos respectivos conjuntos.

$f(S \cap T) \subseteq f(S) \cap f(T)$ é verdadeira pois a função da intersecção dos dois conjuntos é equivalente a intersecção do conjunto solução da função de cada conjunto separado.