Aufgabe 8: (10 Punkte)

Zeigen Sie:

- (a) Ein ungerichteter Graph G=(V,E) ist genau dann bipartit, wenn alle Kreise in G gerade Länge haben.
- (b) Die transitive Reduktion eines gerichteten azyklischen Graphen ist eindeutig bestimmt.
- (c) Für einen ungerichteten Graphen G = (V, E) gilt:

$$\kappa(G) \le \lambda(G) \le \delta(G),$$

wobei mit  $\kappa(G)$  die Knotenzusammenhangszahl, mit  $\lambda(G)$  die Kantenzusammenhangszahl und mit  $\delta(G)$  der minimale Grad von G bezeichnet sei.

Aufgabe 9: (6 Punkte)

- (a) Gegeben sei ein gerichteter Graph G = (V, E). Modifizieren Sie die Tiefensuche-Prozedur dfs(i) so, dass für jede Kante  $(i, j) \in E$  ausgegeben wird, ob es sich dabei um eine Baum-, Vorwärts-, Rückwärts- oder Querkante handelt.
- (b) Es sei T der Tiefensuchbaum eines zusammenhängenden, ungerichteten Graphen G=(V,E). Zeigen Sie, dass es keine Querkanten gibt, d.h. für jede Nichtbaumkante  $\{i,j\}\in E$  ist der Knoten i entweder ein Vorfahre oder ein Nachfahre von j in T. Gilt diese Eigenschaft auch für den Breitensuchbaum?

## Programmieraufgabe P2: (10 Punkte)

Betrachten Sie das nachstehende Schiebepuzzle. Zahlenfelder können in die vorhandene Lücke geschoben werden, wenn sie direkt daran angrenzen. Ziel des Spiels ist es, aus einer gegebenen Startkonfiguration durch zulässige Verschiebungen die abgebildete Konfiguration herzustellen.

$\boxed{1}$	2	3
$oxed{4}$	$\boxed{5}$	$\boxed{6}$
$ \overline{ 7 } $	8	

- (a) Implementieren Sie eine beschränkte Tiefensuche zur Lösung des Schiebepuzzles.
- (b) Generieren Sie einige zufällige Startkonfigurationen und versuchen Sie anschließend, die erzeugten Probleme zu lösen.
- (c) Gibt es Startkonfigurationen, für die keine Lösung existiert?