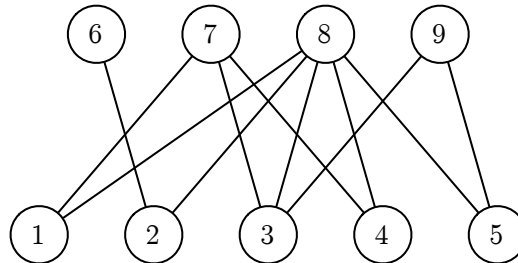


**Aufgabe 16:** (5 Punkte)

Betrachten Sie den folgenden, bipartiten Graphen  $G = (V, E)$ . Bestimmen Sie mit Hilfe des Algorithmus **Bipartites Matching** ein Maximum-Matching für  $G$ .



Veranschaulichen Sie die Schritte des Algorithmus, indem Sie für jede Iteration der **WHILE**-Schleife den alternierenden Baum und das Matching  $M$  angeben. Wählen Sie dabei stets den Knoten mit der kleinsten Nummer, falls Wahlmöglichkeiten auftreten.

**Aufgabe 17:** (10 Punkte)

- (a) Gegeben seien  $2n$  Schüler eines Internats, die in  $n$  Doppelzimmern wohnen sollen. Jeder Schüler hat eine Präferenzliste aller übrigen  $2n - 1$  Schüler. Eine Zuordnung aller Schüler zu den Zimmern heißt *stabil*, wenn es kein Paar von Schülern gibt, die sich gegenseitig ihrem Zimmerpartner vorziehen.  
Existiert immer eine stabile Zuordnung?
- (b) Zeigen Sie, dass beim stabilen Heiratsproblem in einer Männer-optimalen Zuordnung jede Frau dem am wenigsten präferierten Mann zugeordnet ist, den sie in einer beliebigen stabilen Heirat haben kann.
- (c) Zeigen oder widerlegen Sie: Für  $n = 4$  gibt es eine Menge von Präferenzlisten, so dass jede Person bei einer stabilen Heirat ihre zweite Wahl bekommt.