

# STOCH - Podmienená Pravdepodobnosť

Prosím odovzdať do utorka 28.11.2025 20:00.

## 1

Nech  $(X, Y)$  je uniformne rozdelené na množine  $K = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \leq y \leq 2, x^2 + y^2 \leq 4\}$ . Vypočítajte  $E(Y|X)$  a  $P(Y \geq 1|X)$  a dokážte, že spĺňajú vlastnosti  $E(P(A|X)1_{X \in S}) = P(A \cap \{X \in S\})$  pre  $A = \{Y \geq 1\}$  a  $E(E(Y|X)1_{X \in S}) = E(Y 1_{X \in S})$ .

## 2

Ukážte, že pre nezávislé nahodné premenné  $X$  a  $Y$  platí  $E(Y|X) = E(Y)$  s pravdepodobnosťou 1 a  $Var(Y|X) = Var(Y)$  s pravdepodobnosťou 1.

## 3

Dokážte alebo vyvráťte:

" $X$  a  $Y$  sú nezávislé nahodné premenné práve vtedy a len vtedy, keď  $E(Y|X) = E(Y)$  s pravdepodobnosťou 1."