

FYZIKÁLNÍ PRAKTIKUM

Fyzikální praktikum 1

Zpracoval: Lukáš Lejdar

Naměřeno: 1. října 2024

Obor: F

Skupina: Út 16:00

Testováno:

Úloha č. 6: Elektromagnetické kmity v RLC obvodu

$$T = 21,1 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$p = 101,35 \text{ kPa}$$

$$\varphi = 47,7 \text{ }^{\circ}$$

1. Úvod

Cílem je změřit frekvenční charakteristiku RLC obvodu a jeho přechodové jevy. Obvod sestavím ze sériově zapojeného odporu, cívky a kondenzátoru, pro které nejdříve zjistím impedanci a fázový posun.

2. Postup měření

2.1. Impedance a fázový posun

Pro měření impedance \hat{Z} použiji obvod z obrázku 1 a), kde na funkčním generátoru nastavím harmonický průběh napětí $U_1 = U_{M1} \cos(\omega t)$. Po ustálení pak platí

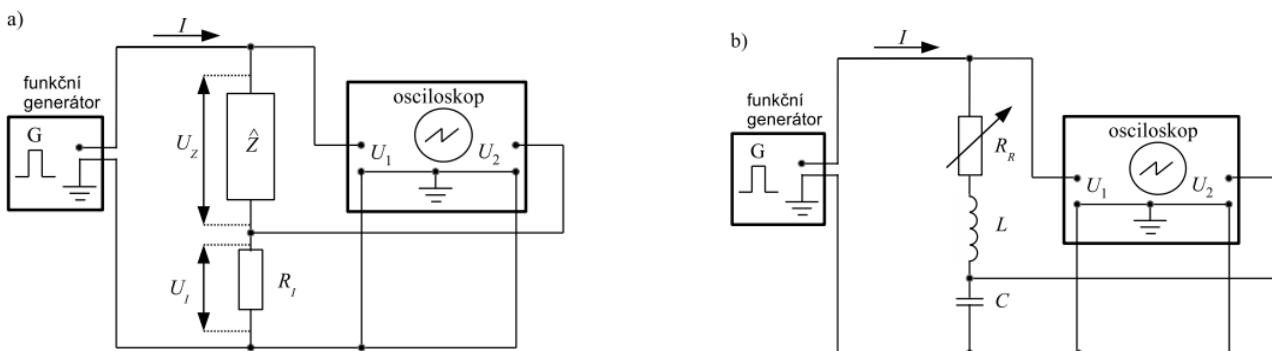
$$\hat{Z} = \frac{\hat{U}_Z}{\hat{I}} = R_I \frac{\hat{U}_Z}{\hat{U}_I} = R_I \frac{\|\hat{U}_1 - \hat{U}_2\|}{U_2} e^{i\varphi_Z}. \quad (1)$$

Pokud na osciloskopu nastavím rozdíl měřených napětí U_1 a U_2 , můžu jejich amplitudu a fázový posun zjistit přímo. Odpor, indukčnost a kapacitu potom pro jednotlivé součástky spočítám jako

$$\hat{Z}_R = R_R$$

$$\hat{Z}_L = R_L + i\omega L$$

$$\hat{Z}_C = R_C + \frac{1}{i\omega C}.$$



Obrázek 1: (a) Aparatura pro měření impedance \hat{Z} (b) pro měření přechodových jevů.

2.2. Frekvenční charakteristika RLC obvodu

Bude mě zajímat celková impedance RLC obvodu \hat{Z} , v závislosti na nastavené frekvenci $f = \frac{\omega}{2\pi}$ harmonického generátoru napětí. Opět použiju zapojení z obrázku 1 a), kde za součástku dosadím sériově zapojený RLC obvod pro odpor, cívku a kondenzátor. Po ustálení platí opět platí (1), kde

$$Z^2 = R_{\text{celk}}^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 \quad (2)$$

$$\varphi_Z = \arctan \left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R_{\text{celk}}} \right). \quad (3)$$

Z nabývá minima, když $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ s odpovídajícím $\varphi_0 = 0$. Použiju stejné součástky jako v 1. části a hodnotu ω_0 nejdřív spočítám teoreticky. Nastavím frekvenci $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$ a v jejím okolí postupně proměřím závislost vodivosti $G(\omega) = \frac{1}{Z(\omega)}$ a fázový posun $\varphi(\omega)$.

2.3. Přechodové jevy

Měřit budu na obvodu z obrázku 2 (b), kde na funkčním generátoru nastavím obdélníkové pulzy pro U_{low} a U_{high} s takovou frekvencí, aby se obvod pokaždé stihl ustálit než dojde k další změně napětí. V kroku z low na high tak nastává $U_C(t_0) = U_{\text{low}}$, $I(t_0) = 0 = \dot{U}_C(t_0)C$ a $U_f = U_{\text{high}}$, čímž jsou počáteční podmínky zadané pro $U_C(t)$, které se tím stává hledanou závislostí.

Pro kmity sériového RLC obvodu při konstantním budícím napětí $U(t) = U_{\text{high}} = U_f$ pak platí

$$L\ddot{U}_C(t) + R\dot{U}_C(t) + \frac{1}{C}U_C(t) = \frac{1}{C}U_f. \quad (4)$$

Kořeny charakteristické rovnice najdu jako $\lambda_{1,2} = -\alpha \pm \omega_d$, kde $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$, $\alpha = \frac{R}{2L}$ a $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, přičemž rozlišujeme 3 typy řešení

- | | | |
|-------------------------------------|---|-----------------------------------|
| ① Podkritické s $\alpha > \omega_0$ | $U_C(t) = C_1 \cos(\omega_d t + \varphi) e^{-\alpha t} + U_f$ | $R_R \approx R > 2\omega_0 L$ (5) |
| ② Nadkritické s $\alpha < \omega_0$ | $U_C(t) = C_1 \sinh(i\omega_d t + \varphi) e^{-\alpha t} + U_f$ | $R_R \approx R < 2\omega_0 L$ (6) |
| ③ Kritické s $\alpha = \omega_0$ | $U_C(t) = (U_i - U_f)(1 + \alpha t) e^{-\alpha t} + U_f$ | $R_R \approx R = 2\omega_0 L$ (7) |

Veličiny C_1 i φ jdou taky vyjádřit pomocí počátečních podmínek, ale bude jednodušší je fitovat přímo. Důležité je zjistit hodnotu α , ze které spočítám odpor celého RLC obvodu, pokud znám indukčnost L . Musím zároveň počítat s tím, že zdroj má v tomto případě vnitřní odpor $R_G \approx 50 \Omega$, takže i změřený odpor $R = R_R + R_C + R_L + R_G$ bude navýšený o tuto hodnotu. V případě podkritických kmitů můžu znovu fitovat i ω_0 .

3. Výsledky měření

3.1. Impedance a fázový posun

Impedanci a fázový posun součástek jsem nejdřív měřil pomocí RLC metru nastaveného na 1 khz a výsledky uvedl v tabulce 1 spolu s odporem cívky při stejnosměrném proudu R_L^{LC} a dopočítanou vlastní frekvencí f_0 . Součástky jsem dál měřil i vlastním obvodem podle postupu ze sekce 2.1 pro různé frekvence zdroje. Výsledky tohoto měření jsou v tabulce 2.

$f = 1 \text{ khz}$			
$R_R = 20.42 \Omega$	$\varphi_R = 0$		
$C = 217.8 \text{ nF}$	$\varphi_C = 89.7$	$R_C = 3.1 \Omega$	
$L = 113 \text{ mH}$	$\varphi_L = 88.6$	$R_L = 16.4 \Omega$	
$R_L^{\text{DC}} = 10.7 \Omega$			
$f_0 = 1014 \text{ Hz}$			

Tabulka 1: Část 1(a), výsledky z měření součástek RLC metrem.

odpor						
f [Hz]	$\ \hat{U}_1 - \hat{U}_2\ $ [V]	U_2 [mV]	φ_Z [°]	R_B [Ω]		
100	3.31	688	0	21.17		
300	3.31	689	0	21.14		
1000	3.32	688	0	21.23		
3000	3.32	688	0	21.23		
kondenzátor						
f [Hz]	$\ \hat{U}_1 - \hat{U}_2\ $ [V]	U_2 [mV]	φ_Z [°]	Z [Ω]	C [nF]	R_C [Ω]
100	12.08	7.35	-89.9	7231	220	12.6
300	12.08	21.92	-90	2424	219	1.48
1000	12.07	72.9	-89.9	728.5	218	1.27
3000	11.75	211.7	-89.7	244.2	217	1.28
cívka						
f [Hz]	$\ \hat{U}_1 - \hat{U}_2\ $ [V]	U_2 [mV]	φ_Z [°]	Z [Ω]	L [μH]	R_L [Ω]
100	9.05	540	81.5	73.7	0.116	10.9
300	11.7	240	86.8	215	0.114	12.0
1000	12.18	75	87.5	715	0.114	31.2
3000	12.22	28	88.5	1920	0.102	50.3

Tabulka 2: Část 1(b), výsledky měření součástek osciloskopem.

3.2. Frekvenční charakteristika RLC obvodu

Podle postupu ze sekce 2.2 jsem změřil závislost vodivosti $G(\omega) = \frac{1}{Z(\omega)}$ a fázový posun $\varphi(\omega)$ pro sériově zapojený obvod ze součástek z 1. části. Výsledné hodnoty jsou vyneseny do grafů 1 a) a b), kde fit vodivosti je vztahem

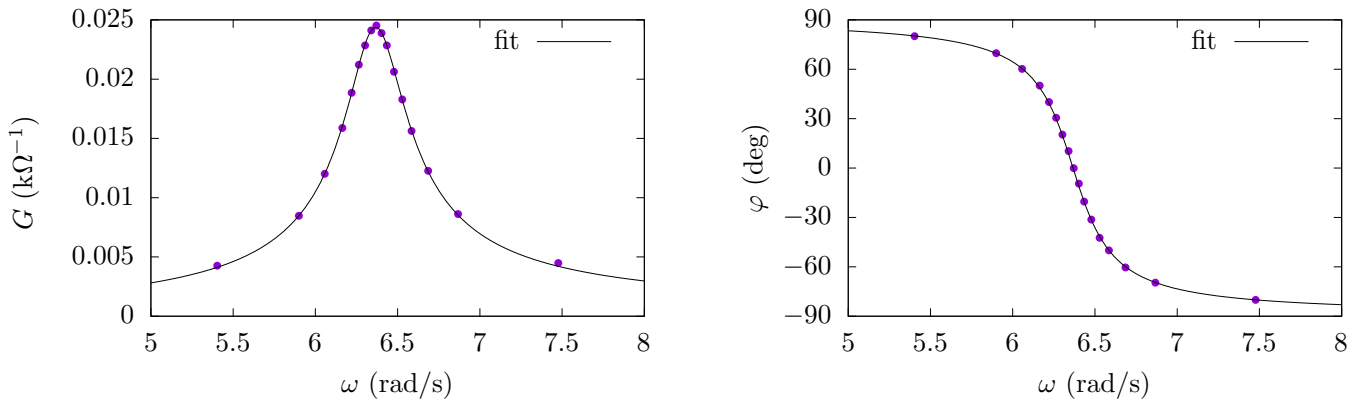
$$G(\omega) = \frac{G_0}{\sqrt{(\frac{\omega_0^2 - \omega^2}{\omega\alpha})^2 + 1}}.$$

Je to vyjádření rovnice (2) pomocí proměnných ω_0 a α , které tím získám přímo a jsou k nalezení v tabulce 2 spolu s ostatními dopočítanými hodnotami. Fázový posun už fitovaný není, jen jsou do vztahu (3) dosazené nalezené hodnoty.

$$\varphi = \arctan\left(\frac{\omega_0^2 - \omega^2}{\omega\alpha}\right)$$

2b
$R = 20.42 \Omega$
$C = 217 \pm 1 \text{ nF}$
$L = 113.8 \pm 0.6 \text{ mH}$
$F = 8.79 \pm 0.04 \text{ 1/H}$
$\alpha = 180 \pm 1 \text{ Rad/s}$
$\omega_0 = 6366.7 \pm 0.9 \text{ Rad/s}$
$f_0 = 1013.3 \pm 0.1 \text{ Hz}$
$R_{\text{celk}} = 41.0 \pm 0.3 \Omega$
$Q = 17.65 \pm 0.12 \text{ C}$

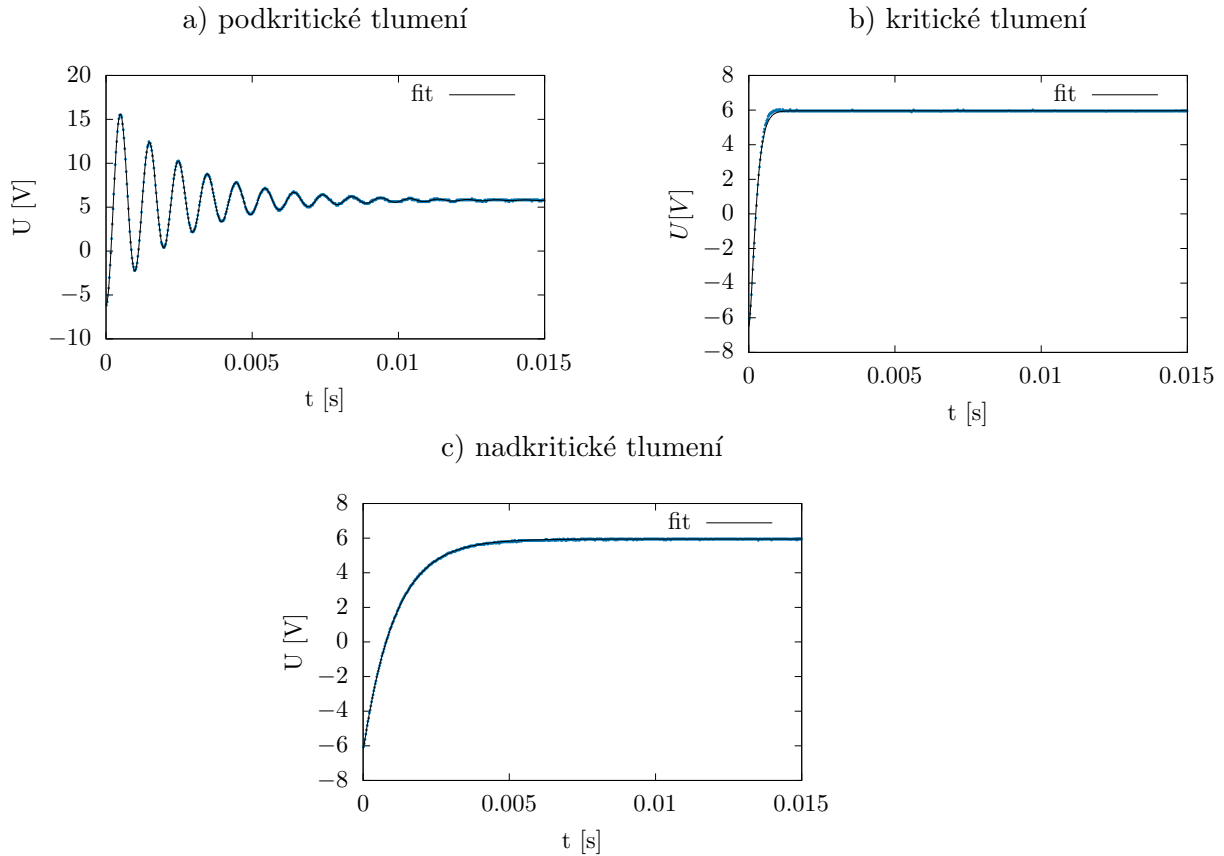
Obrázek 2: Část 2(b), výsledky zpracování rezonance RLC obvodu.



Graf 1: Závislost amplitudy vodivosti (a) a její fáze (b) na úhlové frekvenci ω sériového obvodu RLC.

3.3. Přechodové jevy

Sestavil jsem obvod z obrázku 1 b) a podle postupu v sekci 2.3 měřil kritické, podkritické a nadkritické tlumení. Fit naměřených dat je vztahy (5) (6) a (7), ze kterých získám tlumení α odkud dopočítám odpor obvodu $R = R_{\text{celk}} + R_G$, kde $R_G \approx 50 \Omega$ a $R_{\text{celk}} = R_R + R_L + R_C$. V případě podkritického tlumení bude $\alpha \ll \omega_0 \implies \omega \approx \omega_0$ a proto předpokládám $R_L \approx 16 \Omega$ a $R_C \approx 3 \Omega$ z tabulky 1. V případě kritického a nadkritického tlumení lze očekávat odpor cívky $R_L \approx R_L^{DC}$, jelikož cívku protéká stejnosměrný proud a odpor kondenzátoru R_C řádově 10, což vyvozují z tabulky 2. Přesné odpory za těchto podmínek neznám.



Graf 2: Měření přechodových jevů RLC obvodu pro různé odpory R_R

3a	3b	3c
$f_0 = 1012.2 \pm 0.1 \text{ Hz}$	$\alpha = 7050 \pm 20$	$\alpha = 22490 \pm 20 \Omega$
$\omega_0 = 6365.9 \pm 0.7 \text{ Rad/s}$	$R_R = 1500$	$R_R = 5000 \Omega$
$\omega_d = 6353.2 \pm 0.7 \text{ Rad/s}$	$R = 1593 \pm 5$	$R = 5082 \pm 5 \Omega$
$\alpha = 401.5 \pm 0.7$	$R_L \approx 11 \Omega$	$R_L \approx 11 \Omega$
$R_R = 20.42 \Omega$	$R_C \approx 10 \Omega$	$R_C \approx 10 \Omega$
$R = 90.7 \pm 0.2 \Omega$	$R_{\text{celk}} + R_G \approx 1571 \Omega$	$R_{\text{celk}} + R_G = 5071 \Omega$
$R_L \approx 16 \Omega$		
$R_C \approx 3 \Omega$		
$R_{\text{celk}} + R_G \approx 89 \Omega$		

3a) podkritické tlumení

3b) kritické tlumení.

3c) nadkritické tlumení.

Tabulka 9: Výsledky zpracování přechodových jevů. $R_G \approx 50$

4. Závěr

Změřil jsem impedance a fázový posun jednoho odporu, cívky a kondenzátoru prvně pomocí RLC metru a potom jen pomocí osciloskopu. Výsledné hodnoty obou metod si přibližně odpovídají a lze je nalézt v tabulkách 1 a 2.

V druhé části jsem měřil impedanci a fázový posun nuceného kmitání sériového RLC obvodu v závislosti na fázové frekvenci budícího napětí. Hodnoty jsou vyneseny do grafů 1 a) a b), odkud jsem z fitu zpětně dopočítal impedance použitých součástek. Výsledky jsou v tabulce 2 a velmi dobře odpovídají měření z první části.

Nakonec jsem pro tuto cívku a kondenzátor měřil kritické, podkritické a nadkritické kmity, použitím odpovídajícího odporu R_R v sériovém obvodu. Změřené hodnoty jsou vyneseny do grafů 2 odkud jsem fitoval tlumicí faktor α , ze kterého lze zpátky dopočítat odpor obvodu. Získané hodnoty veličin jsou uvedeny v tabulce 9 a v rámci chyby sedí.