

FYZIKÁLNÍ PRAKTIKUM

Fyzikální praktikum 3

Zpracoval: Lukáš Lejdar

Naměřeno: 6. května 2025

Obor: F

Skupina: Út 14:00

Testováno:

Úloha č. 4: Studium termoelektronové emise

1. Úvod

Cílem úlohy je zjistit výstupní práci elektronů wolframového vlákna měřením termoemisního proudu o ověřit rovnice popisující Schottkyho efekt z voltampérové charakteristiky urychlovacího napětí.

2. Teorie

2.1. Termoemise

Elektrony ve vodivostním páse mohou uniknout ven z materiálu pouze tehdy, když jejich rychlost ve směru osy x překoná výstupní práci $w \geq m_e v_{x,\min}^2/2$

$$\frac{1}{2}m_e v_x^2 = \frac{1}{2}m_e v_x^2 - w \quad (1)$$

Za běžných podmínek elektrony nemají dostatek energie na překročení potenciálové bariéry, ale je možné jim ji dodat třeba zahříváním látky na vysokou teplotu. Pro výpočet hustoty takového termoemisního proudu integrujeme rychlostní rozdělení uvnitř vodiče přes všechny elektrony s rychlostí $v_x > v_{x,\min}$.

$$j = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{v_{x,\min}}^{\infty} e v_x n(\vec{v}) dv_x dv_y dv_z \quad (2)$$

Transformací proměnných $v'_x dv'_x = v_x dv_x$ dostáváme

$$j = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} e v'_x n(\vec{v}') dv'_x dv_y dv_z \quad (3)$$

a protože proud se nemění po překročení bariéry, můžeme ho také vyjádřit pomocí rychlostního rozdělení n' vně materiálu

$$j = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} e v'_x n'(\vec{v}') dv'_x dv_y dv_z, \quad (4)$$

odkud

$$n'(\vec{v}') = n(\vec{v}) \quad (5)$$

Na termoemisním proudu se budou podílet jen elektrony s vysokou energií v rámci rozdělení n a tam ho můžeme aproximovat jako

$$n'(\vec{v}') = \frac{2m_e^3}{h^3} \exp\left(-\frac{m_e(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}{2kT} + \frac{\mu}{kT}\right), \quad (6)$$

kde μ je chemický potenciál uvnitř látky. Dosazením vztahu (1) dostáváme

$$n'(\vec{v}') = \frac{2m_e^3}{h^3} \exp\left(\frac{\mu - w}{kT}\right) \exp\left(-\frac{m_e(v_x'^2 + v_y'^2 + v_z'^2)}{2kT}\right), \quad (7)$$

takže rychlostní rozdělení elektronů vně by mělo být přibližně Maxwellovo o teplotě stejné jako uvnitř materiálu. Celkový proud potom získáme provedením integrálu (4), který vede na Richardson – Dushmanovu rovnici

$$I_{\text{nas}} = BT^2 \exp\left(-\frac{w}{kT}\right) \quad (8)$$

kde B je konstanta zahrnující povrch katody a ostatní konstanty. Wolframovou katodu budeme v praxi zahřívat žhavicím proudem I_f přičemž víme, že odpor katody R_t závisí na teplotě t (ve stupních Celsia) v prvním přiblížení jako

$$\frac{U_f}{I_f} = R_t = \frac{\rho d}{S}(1 + \alpha t) \quad (9)$$

kde $\rho = 4.89 \cdot 10^{-8} \Omega \text{m}$, d je délka vlákna, S je průřez vlákna, $d/S = 7.76 \cdot 10^6 \text{ m}^{-1}$ a $\alpha = 4.83 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ je teplotní součinitel odporu.

2.2. Schottkyho efekt

Pokud na katodu přivedeme vnější elektrické pole o intenzitě E směřující dovnitř, tak dojde k superpozici potenciálů a výstupní práce se sníží o hodnotu

$$w_p = \sqrt{\frac{eE^3}{4\pi\epsilon_0}} \quad (10)$$

a tedy nová hodnota w' je

$$w' = w - w_p = w - \sqrt{\frac{e^3 E}{4\pi\epsilon_0}} \quad (11)$$

Dosazením do Richardsonovy – Dushmanovy rovnice dostáváme

$$I'_{\text{nas}} = BT^2 \exp\left(-\frac{w'}{kT}\right) = I_{\text{nas}} \exp\left(\frac{w_p}{kT}\right) \quad (12)$$

3. Postup měření

Zapojení měřicí aparatury je podle obrázku 1. Wolframové vlákno je umístěné do od vzdušněné elektronky a teče skrz něj proud I_f , který můžeme regulovat zdrojem PS1. Emitované elektrony vylétují do všech stran, ale ty které dopadnou na anodu na druhé straně elektronky jsou zachyceny a měříme je jako anodový proud I_a . Množství zachycených elektronů je možné buď dopomoct nastavením kladného napětí U_a na anodě, aby elektrony přitahovala, nebo záporně, které překonají jen ty elektrony, které mají složku kinetické energie směrem k anodě větší než napětí eU_a

$$eU_a \leq \frac{1}{2}mv_z^2 = E_k \quad (13)$$

Proud I_a , který naměříme je potom podle vztahů (4) a (6) pro energetické elektrony daný jako

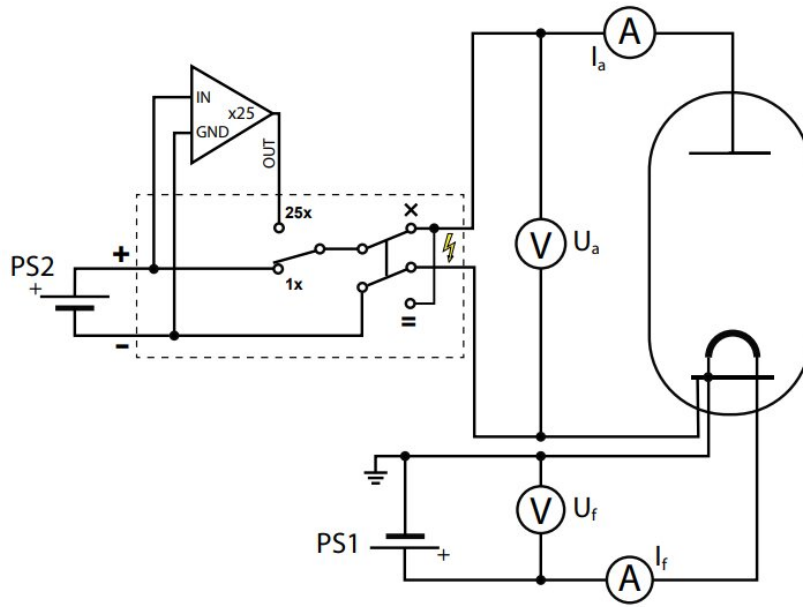
$$I_a = I_0 \exp\left(\frac{eU_a}{kT}\right) \quad (14)$$

V experimentálním uspořádání je Wolframové vlákno zatočené do spirály o průměru $2r = 0.09$ mm, takže intenzitu elektrického pole v jejím okolí budeme aproximovat polem válcového kondenzátoru o vnějším poloměru vzdálenosti anody $R = 17$ mm. Pro přesnější určení se do vztahu přidal ještě faktor $(L - D)/D$

$$E = U_a \frac{L - D}{D} \frac{1}{r \ln(R/r)} \quad (15)$$

kde D je vzdálenost anody od žhavené katody a L je vzdálenost anody od rovinné studené katody. Dosazením do vztahu (12) a zlogaritmováním dostaneme konečný vztah, který je možné fitovat pro nasycený proud I_{nas} a teplotu T .

$$\ln I'_{\text{nas}} = \ln I_{\text{nas}} - \frac{\sqrt{U_a}}{kT} \sqrt{\frac{e^3}{4\pi\epsilon_0} \frac{L - D}{D} \frac{1}{r \ln(R/r)}} \quad (16)$$

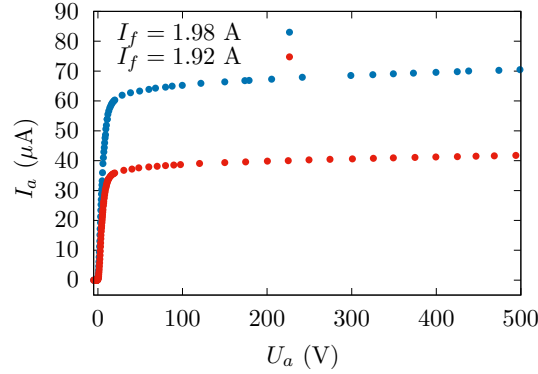


Obrázek 1: Elektrické schéma zapojení diody pro studium efektu termoemise.

4. Výsledky měření

4.1. Závislost anodového proudu na anodovém napětí

Aparaturu jsem zapojil podle obrázku (1) a zkontroloval, že všechny ovládací prvky fungují správně. Před měřením je potřeba nejdrív vlákno nažhavit, takže jsem nastavil žhavicí proud na $I_f = 1.92$ A a počkal přibližně 10 minut. Po nažhavení vlákna jsem po malý krocích změřil závislost anodového proudu I_a na anodovém napětí v rozmezí $U_a \in [-5, 500]$ a to stejné udělal ještě pro žhavicí proud $I_f = 1.98$ A.

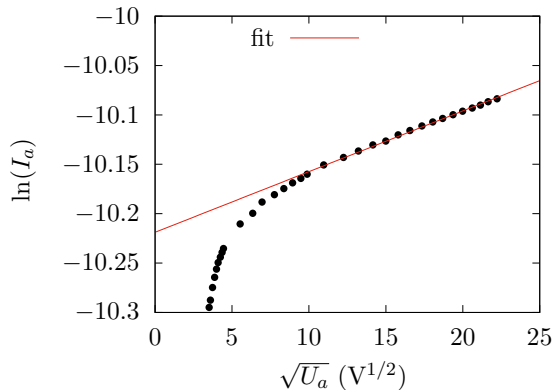


Graf 1: Závislost anodového proudu na anodovém napětí

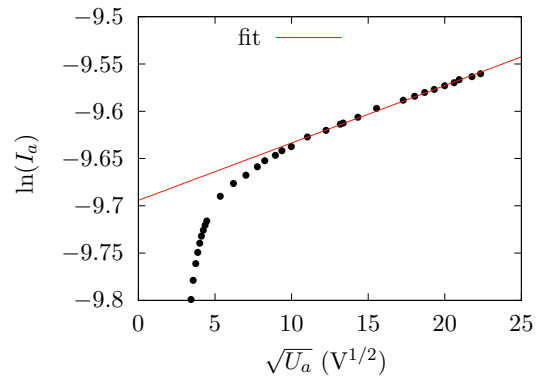
Obě závislosti zobrazené v Grafu 1 ukazují rychlé ustálení anodového proudu, po kterém následuje jeho pozvolný nárůst vlivem Schottkyho efektu. Podle vztahu (16) by měl být tento nárůst lineární při zobrazení $\log(I_a)$ v závislosti na $\sqrt{U_a}$, což potvrzují Grafy 2 a 3. Linearita se ale projevuje až od $\sqrt{U_a} \approx 9$, proto byl fit provedený jen v intervalu $U_a \in [80, 500]$ V. Z parametrů fitu vyjdou hodnoty I_{nas} a teplota katody T_{nas} , kterou můžeme spočítat i ze vztahu (9). K nasycení proudu I_{nas} došlo v obou případech kolem $U_a = 20V$, takže tuto hodnotu použiju k výpočtu $\Delta I = I(500V) - I_{nas}$. Tento rozdíl můžu zjistit i z teoreticky ze vztahu (16).

I_f (A)	U_{nas} (V)	I_{nas} (μA)	I_{nas} fit (μA)	ΔI (μA)	ΔI_{teor} (μA)	T_{fit} (K)	T (K)
1.92	30	36.78	36.78 ± 0.05	4.97	5.37	1450 ± 20	1450
1.98	30	61.90	61.4 ± 0.1	8.57	8.96	1466 ± 23	1480

Tabulka 1: Výsledné parametry fitu růstu anodového proudu podle vztahu (16)

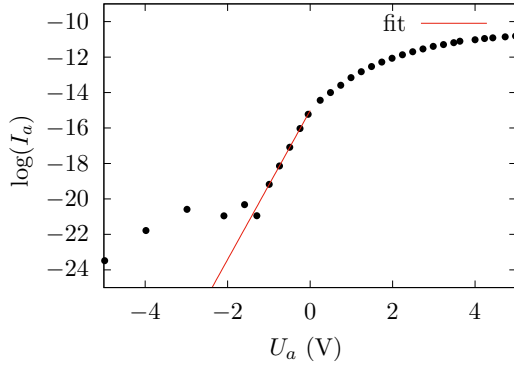


Graf 2: Fit růstu proudu z důvodu Schottkyho efektu při žhavicím proudu $I_f = 1.92$ A



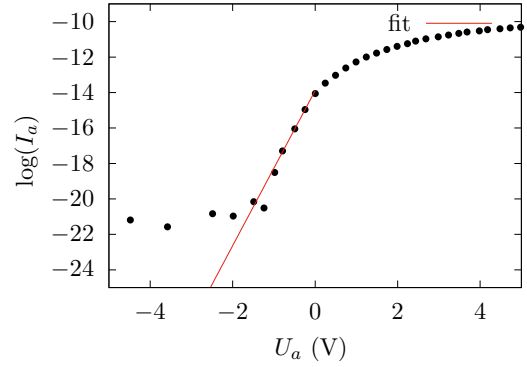
Graf 3: Fit růstu proudu z důvodu Schottkyho efektu při žhavicím proudu $I_f = 1.98$ A

Grafy 4 a 5 vykreslují logaritmickou závislost proudu na napětí U_a v oblasti záporného anodového napětí, které jsem fitoval podle zlogaritmováním vztahu (14) a ze sklonu získal teplotu elektronů T , která je uvedena pod grafy.



$$T = 2655 \pm 54 \text{ K}$$

Graf 4: Logaritmická závislost anodového proudu na anodovém napětí při $I_f = 1.92 \text{ A}$



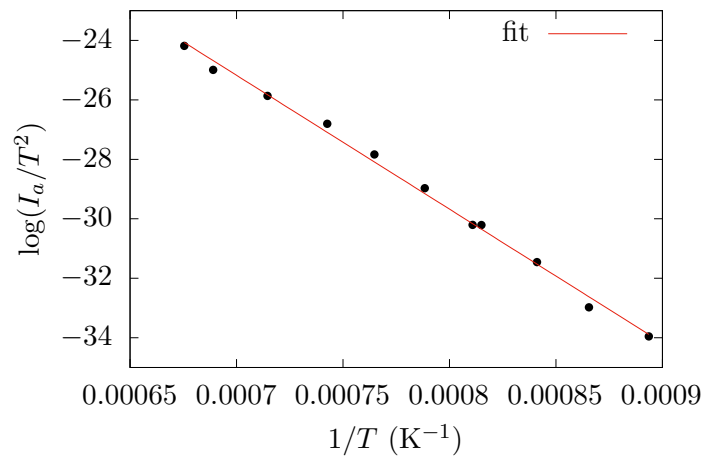
$$T = 2764 \pm 72 \text{ K}$$

Graf 5: Logaritmická závislost anodového proudu na anodovém napětí při $I_f = 1.98 \text{ A}$

4.2. Závislost nasyceného proudu na žhavicím proudu

Pokud chceme měřit závislost nasyceného proudu na žhavicím, je nutné zvolit takové anodové napětí, které příliš nezvýší nasycený proud, ale které zároveň zajistí, že se většina elektronů dostane k anodě. Vhodná volba je třeba $U_a = 20 \text{ V}$. Pokaždé když změním žhavicí proud je opět potřeba nějakou dobu počkat na ustálení teploty a proto změřených hodnot není tolik. Teplotu katody jsem ze žhavicího napětí a proudu spočítal podle vztahu (9) a výstupní práci zjistím fitem zlogaritmované Richardsovy – Dushmanovy rovnice (8)

$$w = 3.88 \pm 0.08 \text{ (eV)}$$



Obrázek 2: Závislost anodového proudu na teplotě katody

5. Závěr

Povedlo se ověřit vztah (16), který popisuje Schottkyho efekt, ale jen při anodovém napětí větším než 80 V. Z fitu naměřených dat jsem zjistil teplotu katody, která dobře odpovídá hodnotě vypočítané z odporu vlákna. Před hranicí $U_a = 80$ V pravděpodobně musí hrát roli ještě nějaké další efekty, které zabrání některým elektronům se dostat na anodu.

Měření anodového proudu jsem provedl i při záporném anodovém napětí a tím změřil integrální rozdělení rychlosti elektronů, odkud fitem podle Boltzmanova rozdělení vyšla teplota elektronů při obou měřeních přibližně 2700 K. Je to hodnota o 1250 K větší než teplota katody, přesto že by podle vztahu (7) měli být stejné. V tomto případě si nejsem jistý jestli je chybná teorie, nebo měření.

V druhé části jsem ověřil Richardson – Dushmanovu rovnici (8) popisující nasycený proud v závislosti na rostoucí teplotě a z fitu naměřených dat zjistil výstupní práci wolframu $w = 3.88 \pm 0.08$ (eV). Tabulková hodnota udává $w = 4.5$ (eV)

Reference

- [1] Návod k úloze https://is.muni.cz/auth/el/sci/jaro2025/F4210/um/fp3-4_termoemise.pdf.