

FYZIKÁLNÍ PRAKTIKUM

Fyzikální praktikum 1

Zpracoval: Lukáš Lejdar

Naměřeno: 2. dubna 2024

Obor: F

Skupina: Út 16:00

Testováno:

Úloha č. 10: Tepelná vodivost pevných látek

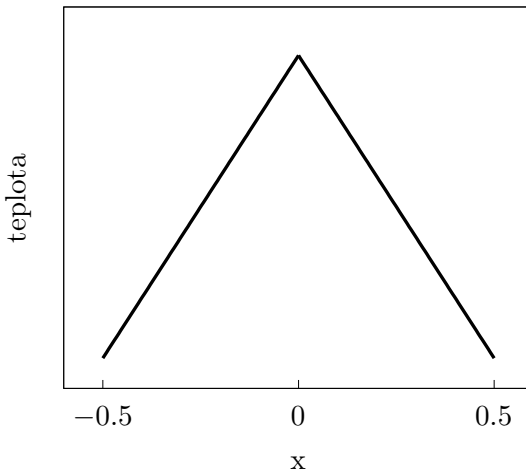
$$T = 21,1 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$p = 101,35 \text{ kPa}$$

$$\varphi = 47,7 \text{ } \%$$

1. Úvod

Mám za úkol změřit součinitel tepelné vodivosti sádrokartonu pomocí časového vývoje teploty uprostřed vzorku s počátečním rozložením jako v grafu 1. Ve středu je teplota maximální a lineárně klesá k okrajům, které je potřeba po celou dobu experimentu udržovat na stálé teplotě.



Graf 1: Počáteční rozložení teploty ve vzorku

2. Teorie

Obecně se vedení tepla v jednorozměrném systému řídí rovnicí

$$\frac{\partial t(x, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{\rho c} \frac{\partial^2 t(x, \tau)}{\partial x^2}, \quad (1)$$

kde λ je součinitel tepelné vodivosti, t teplota, τ čas, x souřadnice ve vzorku, c tepelná kapacita a ρ hustota materiálu v bodě x . Celý výraz $\frac{\lambda}{\rho c}$ se navíc nazývá teplotní vodivost. Je jedinou veličinou,

kteřá závisí na materiálu vzorku a tím i jedinou veličinou která určuje jak se mění rozložení teploty s časem a polohou.

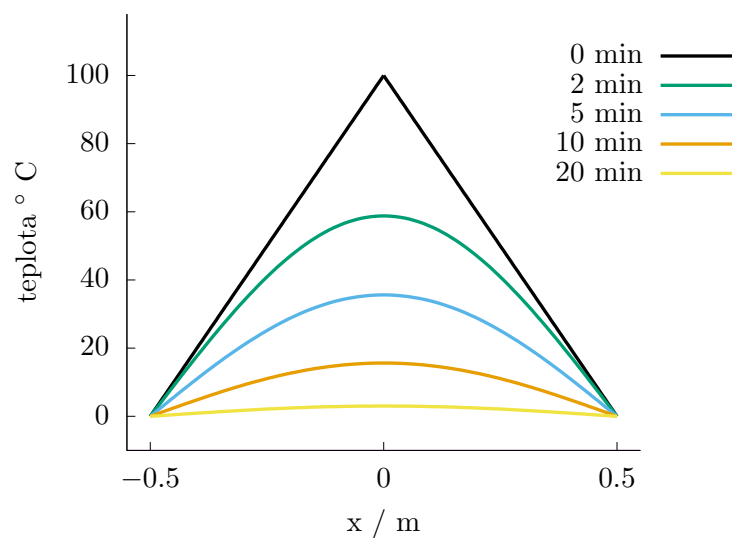
Dosažením podmínek popsanych v úvodu vyhovuje rovnici 1 analytický vztah

$$t(x, \tau) = t_0 + \sum_{n=1, n \text{ liché}}^{\infty} \frac{8(t_{max} - t_0)}{\pi^2 n^2} \cos\left(\frac{\pi n x}{l}\right) \exp\left(-\frac{\lambda}{\rho c} \left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 \tau\right), \quad (2)$$

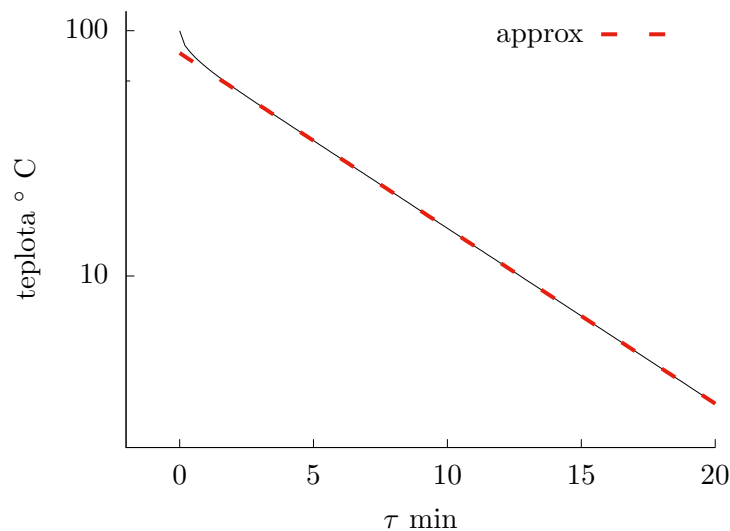
kde t_0 je konstantní teplota na okrajích, t_{max} počáteční hodnota uprostřed a l délka vzorku.

Jednotlivé členy nekonečné sumy jsou nepřímo úměrné n^2 a zároveň mají $-n^2$ v exponentu. Můžeme tedy očekávat, že příspěvek 1. členu budu s časem stále více dominantní. Když navíc dosadíme za $x=0$ pro střed vzorku, dostaneme aproximativní vztah

$$t(\tau) = t_0 + \frac{8(t_{max} - t_0)}{\pi^2} \exp\left(-\frac{\lambda}{\rho c} \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \tau\right). \quad (3)$$



Graf 2: Závislost rozložení teploty $t(x, \tau)$ ve vzorku pro $\frac{\lambda}{\rho c} = 3.6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$



Graf 3: Závislost teploty ve středu vzorku na čase v logaritmické stupnici.

3. Postup měření

Nejprve je potřeba zajistit rozložení teploty z grafu 1. Víme, že pokud se teplo šíří přímo od ohřívače k chladiči o stálých teplotách bez ztrát do okolí, bude rozložení teploty na této přímce lineární. Nejjednodušší je celou soustavu udělat mnohem širší než vysokou, což uprostřed napodobuje případ nekonečných rozměrů, kde není ani okolí ani nejsou ztráty do okolí.

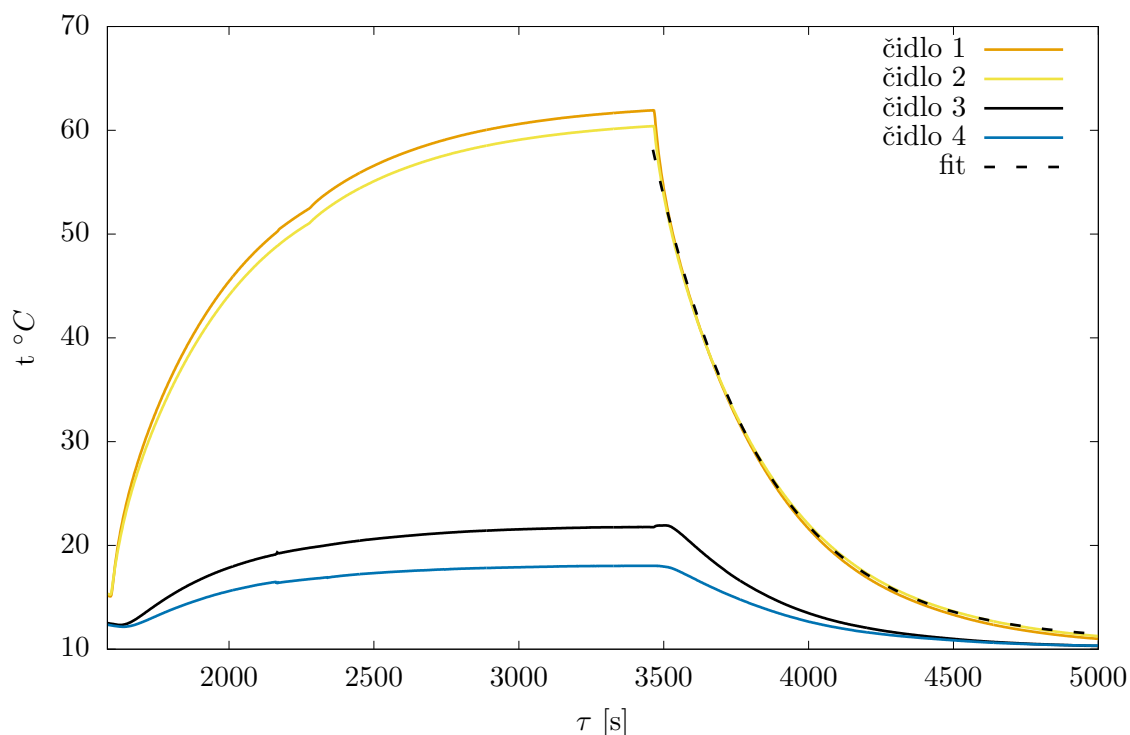
K dispozici mám 2 chladiče, topnou fólii a sádrokartonové desky jako vzorek. Na chladič položím sádrokarton, pak topnou fólii, další desku a nahoru druhý chladič. Sádrokartonové desky mají navíc na obou stranách vyhloubené drážky, kudy se dá protáhnout teplotní čidlo až doprostřed. Čidla budou tedy 4 umístěné z obou stran obou desek.

4. Výsledky měření

Určil jsem rozměry a hmotnost čtvercové sádrokartonové desky na

$$\begin{aligned}\frac{l}{2} &= (1.26 \pm 0.03) \text{ cm} \\ a &= (20.0 \pm 0.4) \text{ cm} \\ m &= (379.4 \pm 2) \text{ g}.\end{aligned}$$

Dopočítaná hustota je $\rho = (750 \pm 30) \text{ kg m}^3$ a měrnou tepelnou kapacitu $c = 1100 \text{ J Kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ jsem našel v tabulkách.



Graf 4: Závislost teploty na čase uprostřed a na krajích vzorku

$$\lambda = (0.143 \pm 0.009) \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

5. Závěr

Pomocí realizace analytického řešení (3) rovnice vedení tepla jsem změřil součinitel tepelné vodivosti sádrokartonu $\lambda = (0.143 \pm 0.009) \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$. Tabulková hodnota z odkazu 1 je $0.220 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$. Největším příspěvkem chyby mého výsledku je pravděpodobně nedostatečně výkonný chladič. Konce tyče, které měly mít stabilní teplotu, se, jak je vidět v grafu 4, pohybovaly na intervalu asi 10°C . Stálá počáteční teplota $t_0 = 20^\circ\text{C}$ by vedla k rychlejšímu chladnutí, strmějšímu grafu a vyšší tepelné vodivosti. Přesto je fit exponenciálou velmi přesný kromě intervalu kolem času t_0 , což odpovídá teorii.

Reference

- [1] Katalog stavebních materiálů https://stavba.tzb-info.cz/docu/tabulky/0000/000086_katalog.html.