

FYZIKÁLNÍ PRAKTIKUM

Fyzikální praktikum 1

Zpracoval: Lukáš Lejdar

Naměřeno: 30. dubna 2023

Obor: F

Skupina: Út 16:00

Testováno:

Úloha č. 5: Měření modulu pružnosti pevných látek

$$T = 21,1\text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$p = 101,35\text{ kPa}$$

$$\varphi = 47,7\text{ }^{\circ}$$

1. Úvod

V úloze budu měřit moduly pružnosti všeho druhu. Zavádíme je následujícím způsobem:

Pro materiál v tahu platí v nejjednodušším případě Hookův zákon

$$\sigma_n = \frac{dF_n}{dS} = \frac{\Delta l}{l} E, \quad (1)$$

kde Δl délkové prodloužení, l délka vzorku, dF_n průmět síly na kolmici ke zvolené plošce dS , σ_n normálové napětí a E modul pružnosti. Pokud je materiál v torzi místo v tahu a speciálně se zabýváme drátem o rozměrech $l \times \rho \times 2\pi$, bude platit velmi obdobný zákon

$$\sigma_t = \frac{dF_t}{dS} = \frac{\rho \varphi}{a} G \quad (2)$$

kde φ je úhel zkroucení konce drátu a G modul pružnosti ve smyku.

2. Postup měření

2.1. Měření modulu pružnosti v tahu přímou metodou z prodloužení drátu

Měření bude probíhat jako na obrázku 1. Z úchyty visí kolmo dolů drát o délce l a průměru d , který můžu postupně zatěžovat a úchylkoměrem velmi citlivě měřit jeho prodloužení.

Do Hookova zákona dosadím za S obsah průřezu drátu a za F gravitační sílu, kterou na drát působí závaží.

$$\Delta l(m) = \frac{4gl}{\pi d^2 E} m \quad (3)$$

Změřím odchylku pro každé další přidání závaží a modul pružnosti určím ze sklonu lineárního fitu hodnot.

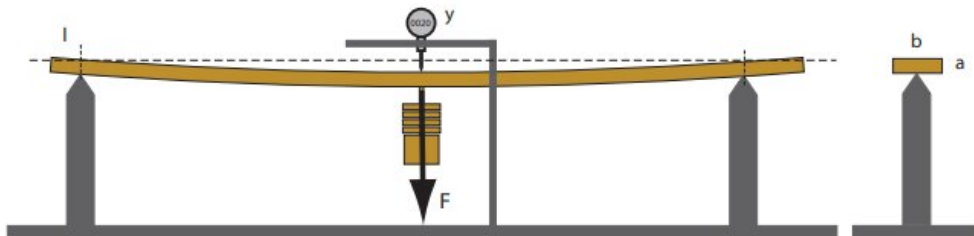
$$k = \frac{4gl}{\pi d^2 E} \quad (4)$$



Obrázek 1:
Přímá metoda

2.2. Měření modulu pružnosti v tahu z průhybu plného obdélníkového nosníku

Měření bude probíhat jako na obrázku 2. Mezi dvěma podpěrami ve vzdálenosti l je položený obdélníkový nosník o rozměrech $a \times b \times c$, který můžeme postupně zatěžovat přidáváním závaží a úchylkoměrem měřit výchylku y od původní polohy.



Obrázek 2: průhyb nosníku

Vztah mezi průhybem y daného nosníku a zatížením $F=mg$ je

$$y = \frac{mgl^3}{4Ea^3b} \quad (5)$$

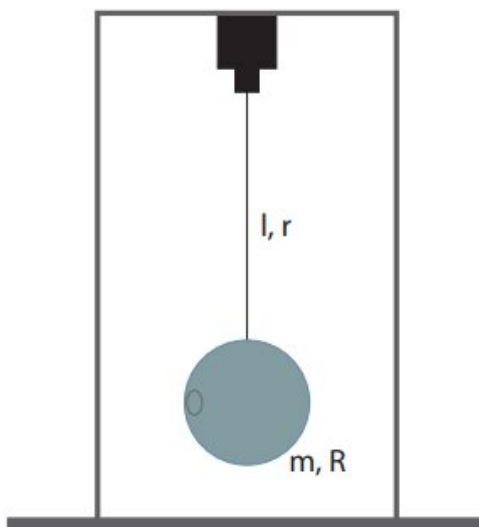
Stejně jako v předešlém případě budu postupovat zvyšováním zátěže pro závislost $y(m)$, kterou vyhodnotím fitem.

2.3. Měření modulu pružnosti ve smyku dynamickou metodou

Na homogenní drát délky l o poloměru r je zavěšena homogenní koule o poloměru R a hmotnosti m mnohem větší, než je hmotnost drátu. Když kouli pootočím kolem svislé osy, vykonává torzní kmity. Pokud zkroucení drátu odpovídá pružné torzní deformaci, pak platí vztah pro modul pružnosti ve smyku G

$$G = \frac{16\pi m R^2 l}{5r^4 T^2}. \quad (6)$$

Přitom T je perioda kmitání. Provedu 10 měření doby 10 period kmitání, veličiny zprůměruju a dopočítám G .

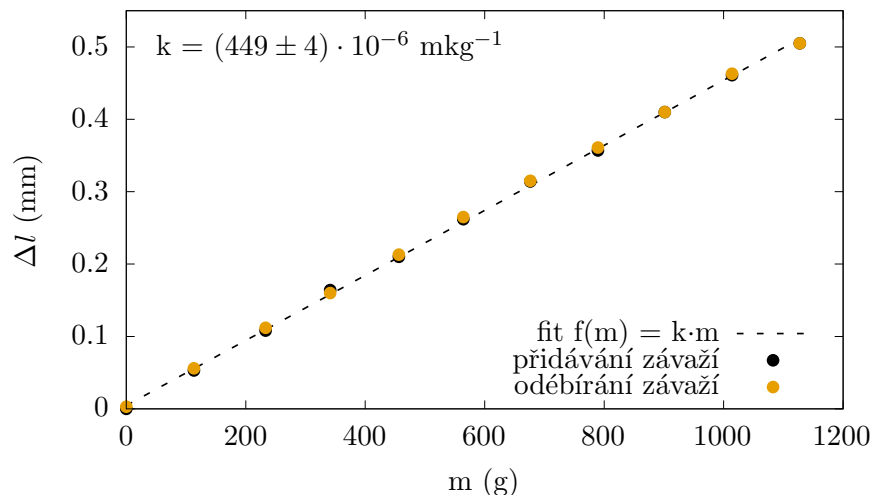


Obrázek 3: Torzní oscilátor

3. Výsledky měření

3.1. Měření modulu pružnosti v tahu přímoou metodou z prodloužení drátu

Na svislý ocelový drát o průměru $d = (0.50 \pm 0.003)$ mm a délce $l = 1567$ mm jsem postupně přidával závaží a měřil prodloužení Δl . Získané hodnoty jsou uvedené v grafu 4.



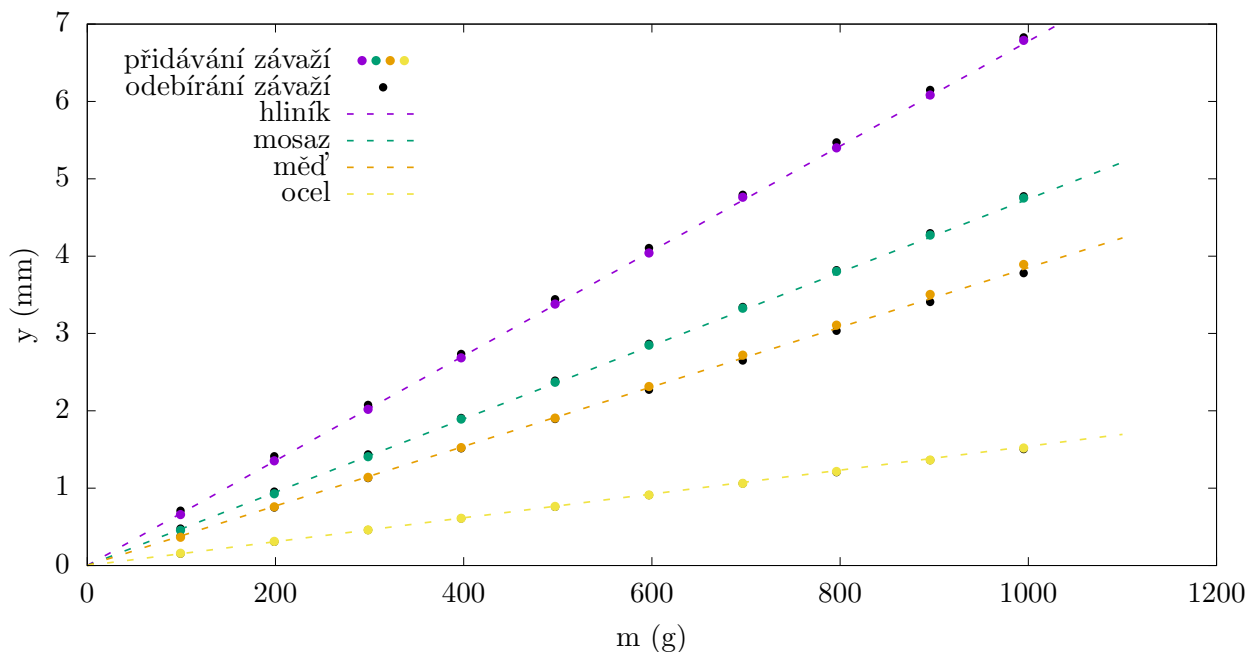
Obrázek 4: Závislost prodloužení drátu na hmotnosti závaží

Dosazením do vztahu (4) dostávám modul pružnosti drátu E

$$E = (174 \pm 3) \text{ GPa}.$$

3.2. Měření modulu pružnosti v tahu z průhybu plného obdélníkového nosníku

Na obdélníkové nosníky o rozměrech $a \times b \times c$ jsem postupně přidával závaží a měřil prohnutí y . Získané hodnoty jsou uvedené v grafu 5 a dopočítané moduly pružnosti v tabulce 1.



Obrázek 5: Závislost prohnutí nosníku na hmotnosti závaží.

materiál	a (mm)	b (cm)	k (10^{-6} mkg $^{-1}$)	E (GPa)
hliník	5.03 ± 0.03	3.03 ± 0.02	6800 ± 8	67.9 ± 1
mosaz	5.06 ± 0.01	3.02 ± 0.05	4770 ± 5	95.6 ± 2
měď	5.05 ± 0.07	3.0 ± 0.1	3894 ± 9	116 ± 6
ocel	5.75 ± 0.02	2.98 ± 0.01	1528 ± 2	205 ± 2

Tabulka 1: Vypočítané moduly pružnosti E z rozměrů měřených nosníků a vzdálenosti břitů $l = 89.9 \pm 0.03$ cm.

3.3. Měření modulu pružnosti ve smyku dynamickou metodou

Uvádím parametry ocelového torzního oscilátoru a změřenou periodu kmitání pro výpočet dynamického modulu pružnosti G ze vztahu (6).

$m = 5.905$ g	hmotnost koule
$R = (49.87 \pm 0.07)$ mm	poloměr koule
$r = (0.496 \pm 0.005)$ mm	poloměr drátu
$l = (51.450 \pm 0.003)$ cm	délka závěsu
$T = (3.983 \pm 0.032)$ s	změřená perioda kmitání

$$G = (79 \pm 4) \text{ GPa}$$

4. Závěr

Z prodloužení ocelového drátu jsem změřil modul pružnosti $E = (174 \pm 3)$ GPa. Ne celkové nejistotě se podílela nejistota typu B při měření průměru drátu mikrometrem a nejistota sklonu lineárního fitu hodnot.

Metodou prohnutí nosníků jsem změřil moduly pružnosti hliníku, mědi, mosazi a ocele a výsledné hodnoty uvedl v tabulce 1. Pro všechny čtyři kovy je rozdíl oproti tabulkám z odkazu [1] v řádech několika procent. Je vidět, že metoda průhybu nosníku dosáhla mnohem přesnějšího výsledku, než přímá metoda měření z prodloužení drátu.

Z periody torzních kmitů jsem změřil modul pružnosti ve smyku ocelového drátu $G = (79 \pm 4)$ GPa. Nepřesnost měření je převážně způsobená nejistotou periody kmitání. Bylo by potřeba místo manuálního spouštění stopek použít nějakou přesnější metodu. Tabulková hodnota je 79.3 GPa.

Reference

- [1] Tabulky Youngových modulů pružnosti <http://kabinet.fyzika.net/studium/tabulky/modul-pruznosti.php>.