

FYZIKÁLNÍ PRAKTIKUM

Fyzikální praktikum 3

Zpracoval: Lukáš Lejdar

Naměřeno: 29. dubna 2025

Obor: F

Skupina: Út 14:00

Testováno:

Úloha č. 3: Millikanův experiment

1. Úvod

Cílem úlohy je změřit náboje olejových kapiček a na jejich základě určit velikost elementárního náboje. Kapičky totiž bývají nabitě na jednotky náboje, jak vyjde najevo. Tento experiment poprvé provedl Robert A. Millikan v roce 1913, za který později dostal Nobelovu cenu.

2. Teorie

Principem Millikanova experimentu je měření rovnovážné rychlosti kapičky oleje v elektrickém poli. Velikost síly působící na takovou kapičku v důsledku pole \vec{E} bude

$$F_e = |q| E \quad (1)$$

kde q je náboj kapičky. Mimo to bude uvnitř měřicí komory působit několik dalších sil, které je potřeba započíst. První z nich je gravitační síla

$$F_g = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho g \quad (2)$$

kde r je poloměr kapičky, ρ je hustota oleje a g je tíhové zrychlení. Potom vztlaková síla

$$F_{vz} = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_{vz} g \quad (3)$$

kde ρ_{vz} je hustota vzduchu. A odporová síla vyjádřená Stokesovým zákonem

$$F_t = 6\pi\eta r v \quad (4)$$

kde η je viskozita vzduchu a v rychlosti kapičky. Síla elektrického pole bude v experimentálním uspořádání působit buď směrem proti gravitačnímu zrychlení nebo s ním. Pokud naměříme rovnovážnou rychlost jedné kapičky v obou případech, dostaneme dvě rovnice o neznámých r a q

$$\begin{aligned} \frac{4}{3} \pi r^3 \rho g + 6\pi\eta r v_1 &= |q| E + \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_{vz} g \\ \frac{4}{3} \pi r^3 \rho g + 6\pi\eta r v_2 + |q| E &= \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_{vz} g \end{aligned}$$

které z nich vyjádříme jako

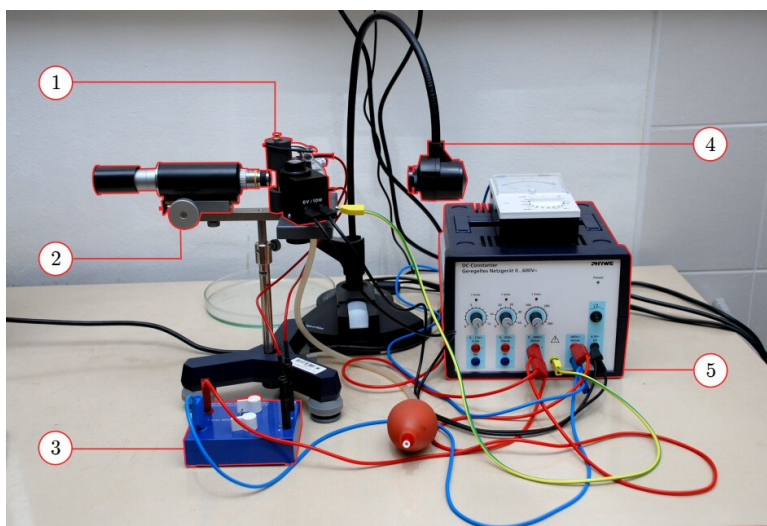
$$r^2 = \frac{9\eta(v_1 - v_2)}{4g(\rho - \rho_{vz})} \quad (5)$$

$$|q| = 3\pi\eta r \frac{v_1 + v_2}{E} \quad (6)$$

3. Postup měření

Fotka měřicí aparatury je na Obrázku (1). Základem je komůrka s kondenzátorem kam se vstříkují olejové kapičky ze skleněné nádoby pomocí gumového balónku. Některé kapky se při vstřikování nabíjejí třením, další mohou získat náboj díky připojenému zdroji α -částic (^{241}Am , 74 kBq).

Komůrka je vybavená vodováhou, osvětlovací lampou a mikroskopem pro sledování kapek. Napětí na kondenzátoru zajišťuje zdroj regulovatelného napětí v rozmezí (0-300V) a druhý zdroj zapojený do série s prvním o fixním napětí (300V). Sledovat pohyb kapek umožňuje kamera skrz zvětšovací objektiv.



Obrázek 1: Zapojení aparatury, 1 - komůrka s kondenzátorem, 2 - mikroskop, 3 - přepínač napětí, 4 - kamera, 5 - zdroj napětí

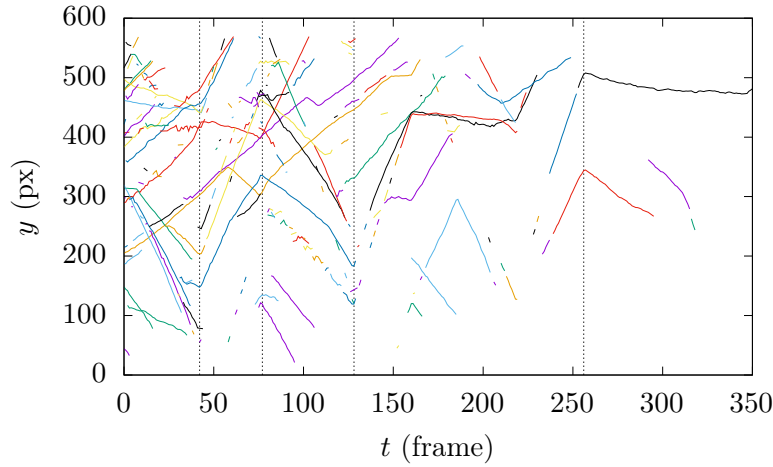
4. Zpracování měření

Celkem jsem nahrál 2 až 3 videa pro každé napětí na kondenzátoru v rozmezí (300 - 600) V po 50 Voltech. Prvním krokem při zpracování je zjistit náboj alespoň 50 kapiček z jejich rychlostí před a po změně polarity napětí. Z videí bylo potřeba nejdříve digitálně odstranit pozadí a potom v každém obrázku rozpoznat kapičky. Pro tento účel existuje v pythonu knihovna trackpy, která pomocí funkce `trackpy.locate` dokáže kapičky v každém framu najít a označit. Proces zpracování jednoho framu je uvedený na Obrázcích 2.



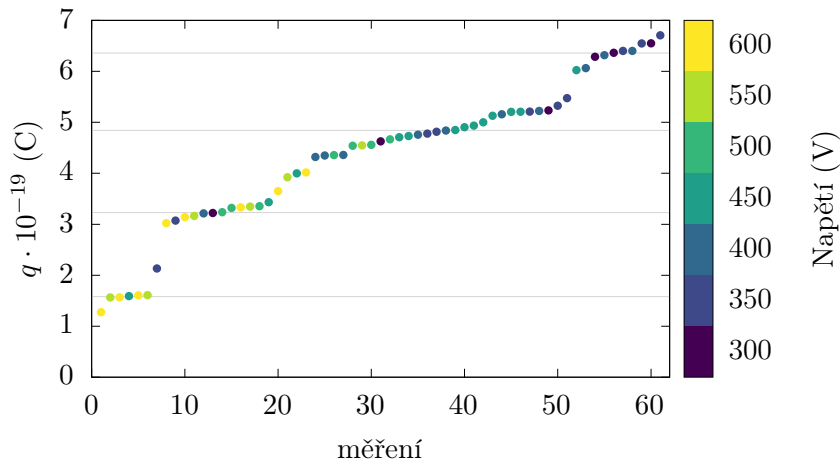
Obrázek 2: Postup zpracování každého framu z videa. Nalevo je vidět původní fotka, uprostřed bylo odebrané pozadí a napravo jsou anotované rozpoznané kapičky.

Rozpoznání kapek v každém jednotlivém framu ještě neumožňuje určit, která kapička odpovídá které v následujícím framu. K propojení těchto bodů do trajektorií napříč framy souží v knihovně funkce `trackpy.link`. V Grafu 3 je uveden příklad zpracovaného videa při napětí 300 V.



Graf 1: Trajektorie kapiček při napětí 300 V

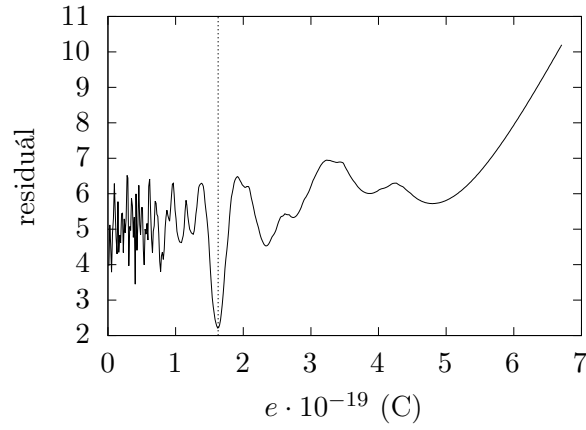
V obrázku jsou jasně rozpoznatelná místa, kde několik kapek ostře změni směr letu, kvůli změně polarity napětí. Z trajektorií jsem vybíral jen ty, které jsou co nejprímější před a po změně napětí a z lineárního fitu pak určoval jejich rychlosti v_1 a v_2 . Tímto způsobem jsem z 15 videí získal 61 měření a podle vztahů (5) a (6) vypočítal výsledné náboje. Tyto náboje jsou ve vzestupném pořadí vyneseny do Grafu 2.



Graf 2: Zjištěné náboje kapiček, označené barevně podle napětí při kterých byly měřené.

Graf má spíš schodovitý charakter než spojitý průběh přímky, což naznačuje, že jde o jednotky náboje. Jako první hrubý odhad tohoto náboje použiju metodu residuí. Pro každou hodnotu ve změřeném rozmezí $e \in [0 : 7] \cdot 10^{-19}$ C vypočítám střední kvadratickou chybu relativní odchylky od nejbližšího násobku e podle vzorce (7) a zjistím kde má residuum minimum.

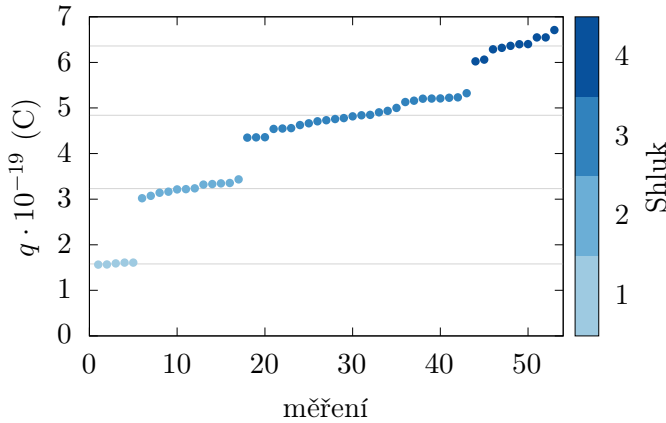
$$\text{res}(e) = \sum_i \left(\left\lfloor \frac{q_i}{e} \right\rfloor - \frac{q_i}{e} \right)^2 \quad (7)$$



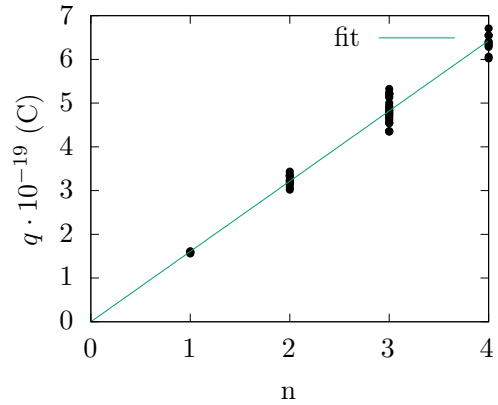
Graf 3: Residuál náboje. Minium nastává při $e = 1.63 \cdot 10^{-19}$

Závislost residuálu na náboji je vykreslený do Grafu 3. Je vidět prudký pokles kolem hodnoty $e = 1.63 \cdot 10^{-19}$, takže změřené náboje rozřadím do shluků kolem násobků tohoto prvního odhadu. Některé body ale schodovitý tvar v Grafu 2 narušují, takže je vyřadím jako chybné měření pod podmínkou, že $|\left(\lfloor \frac{q_i}{e} \rfloor - \frac{q_i}{e}\right)| < 30\%$. Zbylé hodnoty jsou vyneseny do Grafu 4, barevně podle počtu přiřazeného náboje a v Grafu 5 je závislost $q(n)$ fitovaná funkcí $q = en$. Výsledkem je konečná hodnota náboje

$$e = (1.607 \pm 0.03) \cdot 10^{-19} \text{ C} \quad (p = 99\%, \nu = 52) \quad (8)$$



Graf 4: Zachované náboje kapiček pro vyhodnocení



Graf 5: Závislost náboje kapiček na počtu nábojů

5. Závěr

Změřil jsem rovnovážnou rychlost 60 kapiček při různých polaritách napětí v komoře a podle vztahů (5) a (6) potom určil jejich náboj. Ukázalo se, že náboje spadaly do rovnoměrně oddělených diskrétních hodnot, odpovídajících počtu nábojů v kapičkách. Z těchto dat už bylo možné vypočítat elementární náboj $e = (1.61 \pm 0.03) \cdot 10^{-19} \text{ C}$. Tabulková hodnota je $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$. Největším zdrojem nejistoty je pravděpodobně výběr měřených kapiček. Nejlépe vycházejí ty, které letí rovnoměrně přímo dolů a pak nahoru, ale takových je v natočených videích málo.

Reference

- [1] Návod k úloze https://is.muni.cz/auth/el/sci/jaro2025/F4210/um/fp3-3_Millikan.pdf.