

Proposition 1. Seien S_1, S_2 R -Algebra's und $\varphi, \varphi' : S_1 \rightarrow S_2$ R -Algebra-Homomorphismen. Sei weiter $q : S_2 \rightarrow T$ der Differenzenkokern von φ, φ' . Dann ist folgende Sequenz rechtsexakt:

$$T \otimes \Omega_{S_1/R} \xrightarrow{f} T \otimes_{S_2} \Omega_{S_2/R} \xrightarrow{g} \Omega_{T/R} \longrightarrow 0$$

$$\begin{aligned} \text{mit: } f : T \otimes \Omega_{S_1/R} &\longrightarrow T \otimes_{S_2} \Omega_{S_2/R}, t \otimes d_{S_1}(x_1) \longmapsto t \otimes d_{S_2}(\varphi(x_1) - \varphi(x_2)) \\ g : T \otimes_{S_2} \Omega_{S_2/R} &\longrightarrow \Omega_{T/R}, t \otimes d_{S_2}(x_2) \longmapsto (d_{S_2} \circ q)(x_2) \end{aligned}$$

Beweis. Wende ?? auf den Differenzenkokern $q : S_2 \rightarrow S_2/Q$ an und erhalte dadurch eine exakte Sequenz, welche ähnlich zu der gesuchten ist:

$$Q/Q^2 \xrightarrow{f'} T \otimes \Omega_{S_2/R} \xrightarrow{g} \Omega_{T/R} \longrightarrow 0$$

$$\text{mit: } f' : Q/Q^2 \longrightarrow T \otimes_{S_2} \Omega_{S/R}, [s_2]_{Q^2} \longmapsto 1 \otimes d_{S_2}(s_2)$$

Somit gilt $\text{im}(f) = T \otimes_{S_2} d_{S_2}(Q) = \text{im}(f')$.

\Rightarrow die gesuchte Sequenz ist exakt. □