**Proposition 1.** in der Kategorie der R-Algeben existieren Coprodukte und Differenzenkokerne, wobei:

- 1. Das Coprodukt  $\varinjlim_{i \in \Lambda} (\mathcal{F} : \{B_i\}_{i \in \Lambda} \hookrightarrow R Agebren einer endlichen Familie von <math>R Algebren entspricht deren Tesorprodukt \bigotimes_{i \in \Lambda} B_i$ .
- 2. Seien  $f,g:C_1 \longrightarrow C_2$  R-Algebra-Homomorphismen, setze  $Q:=\{f(x)-g(x)\mid x\in C_2\}$ .

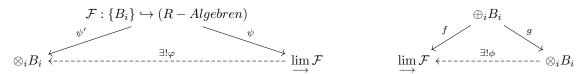
  Dann ist  $g:C_2 \longrightarrow C_2/Q$ ,  $y\longmapsto [y]$  der Differenzenkokern von f,g.

Beweis. Zu 1.:

Nutze die universellen Eigenschaften des Tensorproduktes und des Kähler-Differenzials. Es sind also der Morphismus  $\psi: (\mathcal{F}: \{B_i\} \hookrightarrow (R-Algebren)) \longrightarrow \varinjlim \mathcal{F}$  und die bilineare Abbildung  $g: \oplus_i B_i \longrightarrow \otimes_i B_i$  gegeben.

Konstruieren den Morphismus  $\psi': \mathcal{F} \longrightarrow \otimes_i B_i$  durch  $\psi'_i: B_i \longrightarrow \otimes_i B_i$ ,  $b_i \longmapsto g(1,...,1,b_i,1,...,1)$  für  $i \in \lambda$ . Konstruiere außerdem die bilineare Abbildung  $f: \oplus_i B_i \longrightarrow \varinjlim \mathcal{F}, \ b \longmapsto \prod_i \psi_i b_i$ .

Durch die universellen Eigenschaften erhalten wir die R-Algebra-Homomorphismen  $\varphi: \lim_{i} \mathcal{F} \longrightarrow \bigotimes_{i} B_{i}$  und  $\phi: \bigotimes_{i} B_{i} \longrightarrow \lim_{i} \mathcal{F}$ .



Weiter ergeben sich auch durch die universellen Eigenschaften  $id_{\lim \mathcal{F}} = \phi \circ \varphi \ und \ id_{\bigotimes_i B_i} = \varphi \circ \phi.$ 



Zu 2.:

$$q \circ f = q \circ g$$
 gilt, da  $kern(q) = Q = \{f(x) - g(x) \mid x \in C_2\}$ 

Sei nun eine Funktion  $q' \in Hom_{\mathcal{A}}(C_2, T')$  mit  $q' \circ f = q' \circ$  gegeben.

$$q' \circ (f - g) = 0 \Rightarrow Q \text{ ist Untermodul von } Q' := kern(q').$$

Nach HOMOMORPHIESATZ [kommutative Algebra 2.10] gilt  $C_2/Q' \simeq (C_2/Q)/(Q'/Q)$ ).  $\Rightarrow$  für  $q': C_2 \longrightarrow (C_2/Q)/(Q'/Q)$ ),  $y \longmapsto [y]'$  ist eine isomorphw Darstellung von  $q': C_2 \longrightarrow T'$  $\Rightarrow \exists ! \varphi: C_2/Q \longrightarrow (C_2/Q)/(Q'/Q)$ ,  $[y] \longmapsto [y]'$  mit  $(\varphi \circ q) = q'$ .