

Zu 2.:

Zeige, dass  $q : S_2 \longrightarrow S_2/Q$  die in ?? eingeführten Eigenschaften des Differenzkern's besitzt.

$$q \circ f = q \circ g \text{ gilt, da } \ker(q) = Q = \{f(x) - g(x) \mid x \in C_2\}.$$

Sei nun eine Funktion  $q' \in \text{Hom}_{\mathcal{A}}(S_2, T')$  mit  $q' \circ f = q' \circ g$  gegeben.

Somit gilt  $q' \circ (f - g) = 0$ , wodurch  $Q$  ein Untermodul von  $Q' := \ker(q')$  ist.

Mit dem Isomorphiesatz für R-Algebren erhalten wir:

$$S_2/Q' \simeq (S_2/Q)/(Q'/Q).$$

Somit ist  $q' : S_2 \longrightarrow (S_2/Q)/(Q'/Q)$ ,  $y \longmapsto [y]'$  eine isomorphe Darstellung von  $q' : S_2 \longrightarrow T'$

$$\Rightarrow \exists! \varphi : S_2/Q \longrightarrow (S_2/Q)/(Q'/Q), [y] \longmapsto [y]' \text{ mit } (\varphi \circ q) = q'.$$

Also ist  $q : S_2 \longrightarrow S_2/Q$  der bis auf Isomorphie eindeutig bestimmte Differenzkern von  $f$  und  $g$ .