Satz 1. *Cotangent Sequenz*

Satz 2. *Konormale Sequenz*

Satz 3. *Differenzial von Polynomalgebren 2*

Satz 4. *Differenzial der Lokalisierung*

Satz 5. *Differential von rationalen Funktionen 1*

Cotangent Sequenz von Körpern 3 *[Aufgabe 16.6 b) David Eisenbud 1994]*

Beispiel 6. *Seien $T \supset L \supset k$ endliche Körpererweiterungen. Betrachte die COTANGENT SEQUENZ (satz 1) von $k \hookrightarrow L \hookrightarrow T$:*

$$T \otimes_L \Omega_{L/k} \xrightarrow{\varphi} \Omega_{T/k} \longrightarrow \Omega_{T/L} \longrightarrow 0$$

Sei weiter die Körpererweiterung $T \supset L$ algebraisch und pur inseperabel.

Eine Körpererweiterung heißt pur inseperabel, falls gilt:
$char(L) = p > 0$ *und* $\forall t \in T \exists l \in L \exists n \in \mathbb{N} : t^{p^n} = l$

Existiere weiter ein $\alpha \in T$ mit $L(\alpha) = T$ und $Mipo(\alpha) = f(x) = x^p - a$.
Dann gilt:

$$\varphi \text{ ist injektiv} \Leftrightarrow d_T(a) = 0$$

Beweis.

„$\Rightarrow$ “: Betrachte die Konormale Sequenz *(satz 2)* **(1)** von $\pi : L[x] \longrightarrow Lx/(f(x)) \simeq T$, $P(x) \longmapsto [P(x)]$ und vergleiche diese mit **(3)**:

$$(f(x))/(f(x)^2) \xrightarrow{1 \otimes d_{L[x]}} T \otimes_{L[x]} \Omega_{L[x]/k} \xrightarrow{D\pi} \Omega_{T/k} \longrightarrow 0 \tag{1}$$

$$T\langle d_{L[x]}(f(x))\rangle \xrightarrow{1'} T \otimes_L \Omega_{L/k} \oplus T\langle d_{L[x]}(x)\rangle \xrightarrow{2'} \Omega_{T/k} \longrightarrow 0 \tag{2}$$

$$T \otimes_L \Omega_{L/k} \xrightarrow{\varphi} \Omega_{T/k} \longrightarrow \Omega_{T/L} \longrightarrow 0 \tag{3}$$

□