Satz 1. *Hallo Welt*

Satz 2. *Hallo Welt*

Satz 3. *Hallo Welt*

Satz 4. *Hallo Welt*

Differential von rationalen Funktionen 1 *[Aufgabe 16.6 Kommutativ Algebra with a view Torwards Algebraic Geometrie [David Eisenbud 1994]]*

Korrolar 5. *Sei k ein Körper und $L \supset k$ eine Körpererweiterung. Sei weiter $T = L(\{x_i\}_{i\in\{1,\ldots,n\}})$ der Körper der rationalen Funktionen in n Varablen über L. Dann gilt:*

$$\Omega_{T/k} \simeq T \otimes_L \Omega_{L/R} \oplus \bigoplus_{i\in\{1,\ldots,n\}} T\langle d_T(x_i)\rangle$$

Beweis. Betrachten T als Lokalisierung von $L[x_1,\ldots,x_n]$ und gehen dann analog zu satz 3 vor:

$$\begin{aligned} \Omega_{T/k} &\simeq T \otimes_{L[x_1,\ldots,x_n]} \Omega_{L[x_1,\ldots,x_n]/k} \text{ (satz 2)} \\ \Omega_{L[x_1,\ldots,x_n]/R} &\simeq (L[x_1,\ldots,x_n] \otimes_L \Omega_{L/R}) \oplus_{i\in\{1,\ldots,n\}} L[x_1,\ldots,x_n]\langle d_{L[x_1,\ldots,x_n]}(x_i)\rangle \text{ (satz 1)} \\ &\Rightarrow \Omega_{T/k} \simeq T \otimes_L \Omega_{L/R} \oplus_{i\in\{1,\ldots,n\}} T\langle d_T(x_i)\rangle \end{aligned}$$

□

[Aufgabe 16.6 Kommutativ Algebra with a view Torwards Algebraic Geometrie [David Eisenbud 1994]]

Bemerkung 6.

Beweis. Um φ genauer zu betrachten, nutze die Darstellung von $\Omega_{T/k}$, die wir uns in korrolar 5 erarbeitet habe. Betrachte also $\varphi' \simeq \varphi$:

$$\varphi' : T \otimes_L \Omega_{L/k} \longrightarrow T \otimes_L \Omega_{L/R} \oplus \bigoplus\nolimits_{i\in\{1,\ldots,n\}} T\langle d_T(x_i)\rangle$$

$$\begin{array}{ccc} T \otimes_L \Omega_{L/k} & & t \otimes d_L(l) \\ \downarrow & & \downarrow \\ \Omega_{T/k} & & td_T(l) \\ \downarrow \text{satz 2} & & \downarrow \\ T \otimes_{L[x_1,\ldots,x_n]} \Omega_{L[x_1,\ldots,x_n]/k} & & t \otimes d_{L[x_1,\ldots,x_n]}(l) \\ \downarrow \text{satz 1} & & \downarrow \\ T \otimes_S ((S \otimes_L \Omega_{L/k}) \oplus \bigoplus_{i\in\{1,\ldots,n\}}(S\langle d_S(x_i)\rangle)) & & t \otimes (d_L(l), 0) \\ \downarrow \text{satz 1} & & \downarrow \\ T \otimes_L \Omega_{L/R} \oplus \bigoplus_{i\in\{1,\ldots,n\}} T\langle d_T(x_i)\rangle & & (t \otimes d_L(l), 0) \end{array}$$

$C = T \otimes_S ((S \otimes_L \Omega_{L/k}) \oplus_{i \in \{1,\ldots,n\}} (S\langle d_S(x_i)\rangle))$

$t \otimes (d_L(l), 0)$ $\square$