

- (1) a) Zeigen Sie mit Hilfe einer Wahrheitstafel:

$$\neg(A \wedge B) \iff \neg A \vee \neg B \text{ und } \neg(A \vee B) \iff (\neg A \wedge \neg B)$$

- b) Gegeben sind die zwei Aussagen:

\mathcal{A}_1 : „Sie ist alt.“

\mathcal{A}_2 : „Sie ist weise.“

Formulieren Sie mittels Junktoren und verneinen Sie die Aussagen mithilfe von (a):

- i. Sie ist alt und weise.
- ii. Sie ist weder alt noch weise.
- iii. Wenn sie alt ist, ist sie weise.

- (2) Komissar K hat drei Tatverdächtige. Er weiß:

- a) Wenn sich Q oder R als Täter herausstellen, dann ist P unschuldig.
- b) Ist aber P oder R unschuldig, dann muss Q ein Täter sein.
- c) Ist R schuldig, so ist P Mittäter.

Formulieren Sie die Aussagen in der Sprache der Logik und folgern Sie, wer Täter ist.

- (3) Gegeben sind die Mengen $A = \{1, 2, 3\}$ und $B = \{2, 3, 5\}$, $C = (1, 5)$ und $D = [0, 4)$.

- (i) Bestimmen Sie folgende Mengen:

- a) $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$ und $B \cup A$
- b) $A \times B$
- c) $C \setminus D$, $C \cup D$ und $C \cap D$

- (ii) Formulieren Sie folgende Aussagen in der Sprache der Logik und geben Sie an, ob die Aussage wahr oder falsch ist.

- a) 3 ist sowohl in A als auch in B enthalten
- b) 5 ist nicht in A aber in B enthalten
- c) 2 ist in B aber nicht in A enthalten
- d) 1 ist in C enthalten
- e) 3 ist in C und in D enthalten

- (4) Schreiben Sie folgende Mengen in aufzählender Schreibweise bzw. als Intervall: Schreiben Sie folgende Mengen in aufzählender Schreibweise bzw. als Intervall:

$$M = \{n \in \mathbb{Z} \mid -2 \leq n < 3\}$$

$$N = \{n \in \mathbb{Z} \mid (n \geq 0 \wedge n < 3) \vee (n < -1 \wedge n \geq -3)\}$$

$$H = \{n \in \mathbb{Z} \mid n \in M \cap N\}$$

$$O = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x < 4\}$$

$$P = \{x \in \mathbb{R} \mid 5 \geq x \wedge x \geq 3\}$$

$$Q = \{x \in \mathbb{R} \mid x \in P \wedge x \notin O\}$$

(5) Verneinen Sie folgende Aussagen und geben Sie an, ob jeweils die ursprüngliche oder die verneinte Aussage richtig ist.

a) $\forall x \in \mathbb{N} : x \in \mathbb{R}$.

b) $\exists x \in \mathbb{R} : x \in \mathbb{N}$.

c) $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{N} : y < x$

d) $\exists x \in \mathbb{Z} \forall y \in \mathbb{R} : xy \neq 1$.

e) $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{N} : x + y = 0$.

(6) Gegeben seien die beiden Funktionen

$$f: \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{a, b, c, d, e\},$$

$$g: [0, 3] \rightarrow [0, 10],$$

$$1 \mapsto e$$

$$x \mapsto x + 3$$

$$2 \mapsto b$$

$$3 \mapsto b$$

$$4 \mapsto b$$

$$5 \mapsto e$$

a) Bestimmen Sie das Bild von f , also $f(\{1, 2, 3, 4, 5\})$ und das Bild von g , also $g([0, 3])$.

b) Bestimmen Sie $f(\{2, 3, 4\})$.

c) Bestimmen Sie $g^{-1}([5, 6])$.

d) Ist f injektiv, surjektiv bzw. bijektiv?

e) Ist g injektiv, surjektiv bzw. bijektiv?