Was uns der Außenhandel über die Entwicklung von Faktorpreise sagen kann

Das Deardorff-Steiger-Modell.

Preitler, Lukas

0910093

Diese Arbeit basiert auf den Artikel von Alan V. Deardorff und Robert W. Staiger „An interpretation of the factor content of trade“ vom Mai 1987.

Eingereicht am Institut für Volkswirtschaftslehre der Karl-Franzens Universität Graz.

Datum: Montag, 10. Februar 2014

Betreut von Herrn Professor Dr. Joern Kleinert

Ehrenwörtliche Erklärung

Ich erkläre ehrenwörtlich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig und ohne fremde Hilfe verfasst, andere als die angegeben Quellen nicht benutzt und die den Quellen wörtlich oder inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe. Die Arbeit wurde bisher in gleicher oder ähnlicher Form keiner Prüfungsbehörde vorgelegt und auch nicht veröffentlicht. Die vorliegende Fassung entspricht der Version zur Abgabe Institut für Volkswirtschaftslehre.

Datum: 10. Februar 2014

Unterschrift:

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

Solange wie die sich Menschen über den Außenhandel Gedanken machen, wird versucht vorherzusagen, wie eine sich der Handel mit anderen Nationen auf die eigene Volkswirtschaft auswirkt. Die klassische und neoklassische Außenhandelstheorie geht von einer Steigerung des allgemein Wohlstandes aus, umso mehr mit anderen Volkswirtschaften gehandelt wird. Dies kommt zu Stande, da die vorhandenen Ressourcen gemeinschaftlich besser genützt werden können. Dies führt aber natürlich auch zu relativen Preisänderungen der verschieden Gütern zueinander. Und in weitere Folge ändern sich auch die Preise, welche für die Produktionsfaktoren bezahlt werden.

Da in Industrie Nationen der Spezialisierungsgrad sehr hoch ist, sind die Produktionsfaktoren sehr unterschiedlich auf die Haushalte aufgeteilt. Aus diesem Grund haben auch verschiede Gruppen innerhalb der Volkswirtschaft ganz andere Ziele in Bezug auf den Außenhandel. In der Klassischen und Neoklassischen Außenhandelstheorie wird ganz klar für Freihandel plädiert, da dieser einen Wohlfahrtsgewinn für alle beteiligten Volkswirtschaften mit sich bringt. Was für viele unklar ist und was auch nicht so leicht gezeigt werden kann ist, wie sich dieser Wohlfahrtsgewinn auf die einzelnen Gruppen in der Volkswirtschaft auswirkt.

David Riccardo setzte sich zum Beispiel erfolglos ab 1819 für die Senkung der Getreidezölle für England ein („Corn-Law“-Streit), da Getreide sehr hohe Kosten bei der Produktion hatten und durch den billigeren Import wären Arbeitskräfte für andere Produktionsbereiche frei geworden, in welchen England wieder komparative Kostenvorteile gehabt hätten. Er argumentierte, dass es dem Wohlstand Englands und seiner Einwohner zuträglich wäre. Doch die Grundbesitzer, welche die meisten Abgeordneten stellten, fürchten um ihre Renditen und verhinderten eine Gesetzesänderung. Dies zum Schaden der meisten Engländer, da später die Corn-Laws abgeschafft wurden und die Vorhersage von Ricardo post mordem bestätigt wurde.

Auch heute noch wird sehr oft argumentiert, das diverse Gruppen, meist Arbeitskräfte im niedrig Lohnsektor, durch eine Öffnung des eigenen Marktes sehr starke Verluste hinnehmen müssten.

Obwohl die durch Außenhandelsökonomen wie Heckscher und Ohlin die gesamt Volkswirtschaftlichen Nutzen von Freihandel theoretisch stark untermauert ist. Kommt es doch in der politischen Realität oft zu massiven Widerstand gegen geplante Marktöffnungen, da einzelne Gruppen Angst haben an Wohlstand zu verlieren.
Aus diesem Grund wird in dieser Bachelor-Arbeit versucht ein Werkzeug zu finden, um einfach und schnell die Verlierer und Gewinner von Außenhandel zu finden und ihre relative Veränderung zu einander zu beschreiben.
Als Basis für die die Suche nach diesem Werkzeug dient die Arbeit von Alan V. Deardorff (The University of Michigan) und Robert W. Staiger (Stanford University) „A interpration of the Factor content of trade".

Wenn wir uns mit dem Außenhandel befassen drücken, wir meistens die Import und Exporte als Menge der gehandelten Produkte multipliziert mit den Weltmarktpreisen für das jeweilige Produkt aus. Bei dieser Darstellung geht eine nicht unwesentliche Information verloren, nämlich die für die Erstellung dieses Gut notwendigen Produktionsfaktoren. Für diese Arbeit werden Exporte und Importe, nicht in Geldsummen aus gedrückt. Sondern in die für ihre Produktion notwendigen Produktionsfaktoren. Darüber erhoffen wir uns, dann Aussagen über die relativen Preisänderungen der Produktionsfaktoren machen zu können. Damit die Frage nach den Gewinnern und Verlieren, des Außenhandels, klären zu können.

Jeder Haushalt in einer Volkwirtschaft besitzt einen oder mehrere Arten von Produktionsfaktoren, über welche dieser sein Einkommen generiert. Der Haushalt kann sein Einkommen durch Einsatz Arbeitskraft der Haushaltsmitglieder, Überlassung von Kapital oder Grund und Boden gegen Entgelt erwirtschaften. Diese Produktionsfaktoren werden beim Einsatz für nicht Haushaltsmitglieder mit Preis versehen. Diese Faktorpreise werden bezeichnet für Arbeit als Lohn, für Kapitalüberlassung als Rendite und für Grund und Boden als Rente.
Verändern sich durch den Außenhandel nun die relativen Faktorpreise, gewinnen jene gegenüber den anderen deren Produktionsfaktor am meisten steigt.

Um überhaupt eine Aussage machen zu können, wie sich die Faktorenpreise beim Handeln mit anderen Volkswirtschaften verhalten, muss zuerst ein Autarkie Gleichgewicht bestimmt werden (zweites Kapitel: Autarkie Gleichgewichte), dieses ist notwendig als Referenz für die Außenhandelsgleichgewichte. Dieses recht einfache Modell aus dem zweiten Kapitel lässt sich durch Hinzufügens eines Außenhandelsvektors erweitern, welcher die Nettoexporte an Produktionsfaktoren beinhaltet (drittes Kapitel: Gleichgewichte bei Außenhandel). Da dies sehr vereinfachte Modelle sind, bilden sie die Welt wie sie empirisch beobachtet wird sehr ungenügend ab. Um uns unserer Welt zu nähern, werden die Modell-Annahmen weitermodifiziert. Die bis dahin undefinierten Produktions- und Nachfragefunktionen, werden durch Cobb-Douglas-Funktionen ersetzt (viertes Kapitel: Der Außenhandel im Cobb-Douglas-Modell). Diese Cobb-Douglas-Version von Deardorff und Staigers Modell führt durch seine mathematischen Besonderheiten zu starken Ergebnissen, welche eindeutigen Interpretationen zu lassen.

Da die Cobb-Douglas-Regeln für mathematische Modelle und nicht für die reale Welt gedacht sind, wird das Modell in eine allgemeinere Form umgewandelt (fünfte Kapitel: Der Außenhandel in allgemeinem Modell), in welcher die Elastizitäten der Produktions- und Nachfragefunktionen nicht der strengen Restriktionen der Cobb-Douglas-Form unterworfen sind. Durch die Herausnahme der Cobb-Douglas-Funktionen, werden die mathematischen Ergebnisse nicht mehr so eindeutig. Doch auch mit dieser Version von Deardorff und Staigers Modell lassen sich unter bestimmten Annahmen interpretierbare Ergebnisse erzielen.

Da wie in den meisten Modellen, der Unterschied zwischen der abzubilden Realität und dem Modell, in den Annahmen liegt, werden diese diskutiert (sechstes Kapitel: Mögliche Schwächen der Modellannahmen).

2 Autarkie Gleichgewichte

Als Basis für den Vergleich mit offenen Volkswirtschaften braucht man einen Referenzpunkt, in welchen kein Außenhandel stattfindet. Auch für die geschlossene Volkswirtschaft wird angenommen, dass die Preise am freien Markt bestimmt werden und das System somit in ein Autarkie Gleichgewicht kommt.

2.1 Modellannahmen für autarke Volkswirtschaft

In unserer autarken Volkswirtschaft findet ein freier Wettbewerb der Wirtschaftsteilnehmer statt, darüber hinaus wird folgendes angenommen:

Die Volkswirtschaft kennt verschiedene Güter (2.1.1):

(2.1.1.) n-Güter $X_1, \dots X_n$

Zur Produktion der Güter werden verschiedene primäre Produktionsfaktoren genutzt (2.1.2.):

(2.1.2.) m-Faktoren $L_1, \dots L_m$

Die Produktionstechnologie wird mit konstanten Skalenerträgen angenommen und wird durch die Matrices, der Produktionsfaktorenintensität, dargestellt (2.1.3.)

(2.1.3.) $A_{mxn} = \{a_{ij}\}$

Wobei i der Index für die Produktionsfaktoren darstellt, welche zur Produktion von einem Gut-j notwendig sind.

Das Set aller dieser möglichen Produktionstechnologien kann als F ausdrückt werden (2.1.4):

(2.1.4.) $F = \sum A_{mxn}$

2.2 Berechnung des Autarkie Gleichgewichtes

Durch die Annahmen ist es möglich bei gegeben Faktorausstattung $L^0 = (L_1^0, \dots, L_m^0)$\` und Güterpreisvektor $p^0 = (p_1^0 \dots,\ p_n^0)$\` ein allgemeines Gleichgewicht für diese Volkswirtschaft zu bestimmen.

Dieses Gleichgewicht wird gebildet aus den Vektoren für die Faktorpreisen (w^0), Ausbringungsmenge an Gütern ($X^0 \geq 0$) und der Matrix für die Produktionsfaktorenintensität ($A^0 \epsilon F$).

Hieraus kann eine Ungleichung (2.2.1.) gebildet werden, in dem wird auf der linken Seite die Ausbringungsmenge an Gütern, mit der verwendeten Produktionsfaktorenintensität multiplizieren. Dieser Ausdruck kann interpretiert werden als die Menge an Produktionsfaktoren, welche für die Herstellung diese bestimmte Gütermenge benutzt wird (linke Seite von 2.2.1). Da in einer autarken Volkswirtschaft die Produktionsfaktoren begrenzt sind, und nicht durch Importe ergänzt werden können. Kann maximal so viele Güter produziert werden, wie für ihre Herstellung Produktionsfaktoren vorhanden sind. Die Faktorenausstattung (L^0) begrenzt somit die Produktionsmöglichkeit.

$$(2.2.1.) \qquad A^0 X^0 \leq L^0$$

Da eine dauerhafte Produktion, welche zu Verlusten führt nicht erwünscht bzw. möglich ist, gilt dass die Erlöse, das heißt Ausbringungsmenge (X) multipliziert mit ihren jeweiligen Güterpreis (p), größer oder gleich den Kosten der Produktion sein müssen. Diese lässt sich durch Faktorpreisvektor (w) der Produktionsfaktoren multipliziert mit der Produktionsfaktorenintensität (A) und der Ausbringungsmenge ausdrücken (2.2.2.).

$$(2.2.2.) \qquad p^{0\prime} X^0 \geq w^{0\prime} A^0 X^0$$

Für alle Volkswirtschaften, in welcher freier Wettbewerb herrscht muss die Annahme der „Null-Profite“ gelten, dies wird durch die Gleichung (2.2.3.) ausdrücken, für die gilt, dass die Erlöse minus der Kosten gleich null sein müssen.

$$(2.2.3.) \qquad (p^{0\prime} X^0) - (w^{0\prime} A^0 X^0) = 0$$

Ohne Außenhandel muss gelten, dass der Konsum (C^0) der Ausbringungsmenge (X^0) entspricht (2.2.4), da nicht konsumierte Waren auch nicht produziert werden.

$$(2.2.4.) \qquad C^0 = X^0$$

Damit ist es möglich für jede vorhandene Preisvektor- (p^0) und Produktionsfaktorenausstattungs-Kombination (L^0), die dazugehörigen Größen, die Güterausbringungsmenge (X^0), die ausgewählte Produktionsfaktorenintensität (A^0), Preise der Produktionsfaktoren (w^0) und den Konsum (C^0), zu bestimmen.

Somit ist der Referenzwert geschaffen, mit welchen nun Handelsgleichgewichte verglichen werden können.

3 Gleichgewichte bei Außenhandel

Dieses Modell mit einer Autarkie Volkswirtschaft, kann durch das Hinzufügen eines netto Außenhandelsvektors (T^0) erweitert werden. Durch die Aufhebung der Autarkie, gilt unsere Annahme, dass Konsum (C^0) und Produktion (X^0) sich decken müssen nicht mehr (2.2.4), da es möglich ist, Güter welche am eigenem Markt keine Nachfrage haben zu exportieren und mangelte Angebote über Importe zu decken. Die Differenz zwischen Produktion und Konsum sind im Außenhandel die gehandelten Güter (3.1.1).

(3.1.1.) $X^0 - C^0 = T^0$

Diese Gleichung (3.1.1.) kann man umformen so, dass anstelle der Gütermengen kann der Außenhandel auch, durch die Menge an Produktionsfaktoren, welche für die Exporte eingesetzt wurden, minus der Produktionsfaktoren, die durch die Importe anderes eingesetzt werden können, dargestellt werden. Dadurch entsteht der Vektor der Anteile der Produktionsfaktor im Außenhandel (S^0). Dieser kann bestimmt werden, durch die Multiplikation der verwendeten Produktionsfaktorenintensität (A^0) Matrix mit den Vektor der gehandelten Gütern (T^0)

(3.1.2.) $S^0 = A^0 T^0$

Es werden sowohl die Import als auch die Exporte mit der inländischen Produktionsfaktorenintensität (A) multipliziert, da die importieren Produktionsfaktoren, so behandelt werden, als ob sie in der inländischen Produktion genutzt werden würden.

3.1 Berechnung des volkswirtschaftlichen Gleichgewichts bei Außenhandel

Vergleicht man das Autarkie Gleichgewicht mit dem Gleichgewicht bei Außenhandel kann man eine Interpretation über die Entwicklung der Produktionsfaktoren machen.

Hierfür müssen keine Annahmen über die Art des Handels getroffen werden, da es weder entscheiden ist, ob Freihandel herrscht oder ob der die Außenbilanz ausgeglichen ist, und es spielt keine Rolle, ob die am Handel beteiligten Länder über die gleichen Produktionstechnologien verfügen. Die einzige zusätzliche Annahme, welche getroffen werden muss, ist, dass es keine perfekte Spezialisierung gibt. Das bedeutet jede Art von Gütern, welche konsumiert werden, wird von der eigene Volkswirtschaft produziert. Dies lässt sich durch den Ausbringungsmengenvektor der Güter einfach darstellen:

(3.2.1.) $X^0 > 0$

Mit diesen Annahmen kann man wieder ein Gleichungssystem formulieren, mit dessen Lösung man eine Aussage über die Veränderung der relativen Faktorpreise treffen kann.

Durch den Außenhandel nutzen die Volkswirtschaft nicht nur mehr die eigene Faktorenausstattung (L^0), sondern mit dem Handelsvektor (S^0) auch jene der

Handelspartner, dieser ändert die konsumierten Produktionsfaktorenmenge (B) und kann als

$$(3.2.2.) \qquad B^0 = L^0 - S^0$$

dargestellt werden. Wobei (B^0) die neu konsumierten Produktionsfaktoren für den Inlandskonsum sind. Die konsumierte Menge lässt sich bestimmen durch die Gleichung, welche die Multiplikation aus dem Konsumvektor (C^0) mit der Matrix der Produktionsintensität (A^0) mit dem Vektor der konsumierten Produktionsfaktoren (B^0) gleich setzt (3.2.3.) und drückt auch wie viel Produktionsfaktoren für den Inlandskonsum genutzt werden. In unserem Autarkie Modell ist die äquivalente Gleichung wie 2.2.1.

$$(3.2.3.) \qquad A^0 C^0 = B^0$$

Da die Annahme des freien Wettbewerbs gilt, müssen die Gewinne, in allen Industrien, gleich null sein, daher entsprechen die Preise (p^0) gleich den Durchschnittskosten der Produktion (w^0 A^0).

$$(3.2.4.) \qquad p^0 = w^0 A^0$$

Da nun der Vektor für die Preise der Produktionsfaktoren sowohl für Außenhandel, als auch für Autarkie bestimmt ist, kann man über den Vergleich des Autarkie Gleichgewichts mit einem Handelsgleichgewicht, eine Aussagen über die Gewinner und Verlierer einer außenwirtschaftlichen Politikmaßnahme treffen kann. Wichtig ist, dass man nur eine Aussage über die relativen Preisänderungen treffen kann, da man nichts über die Wohlfahrtsgewinn der einzelnen Individuen weiß, sondern nur wie sich der Preis, für die von ihnen bereitgestellten Produktionsfaktoren entwickelt. Darüber kann man aussagen, ob diese in Relation zu den anderen gewinnen (Preis für die eigenen Produktionsfaktor/der eigene Produktionsfaktoren steigt stärker als der Produktionsfaktor/die Produktionsfaktoren in der restlichen Volkwirtschaft).

Die schwäche dieses Werkzeuges liegt allerdings auf der Hand. Wegen der starken Abstraktion, kann keine brauchbare Schätzung für die reale Welt abgegeben werden. Kann es nur Aussagen über den Moment (unter Annahme, dass alle Daten in der Volkswirtschaft immer augenblicklich erhoben und bereitgestellt werden) und einem gemessenen Referenzpunkt in der Vergangenheit, treffen. Die interessanteste Frage, wie wirkt sich eine geplante Maßnahme, auf die einzelnen Gruppen aus, kann nicht beantwortet werden.

4 Das Deardorff-Staiger-Modell in der Cobb-Douglas-Version

Ersetzt man die bisher spezifizierte Produktions- und Nachfragefunktionen durch Cobb-Douglas-Funktionen, nähern sich das Modell der empirischen Realität an. Durch die besonderen mathematischen Eigenschaften von Cobb-Douglas-Funktionen ermöglichen noch immer sehr klare interpretierbare Ergebnisse.

Die Cobb-Douglas-Version ermöglicht eine Funktion, der Veränderung der relativen Faktorenpreise zu erstellen, abhängig von den Konsumausgaben für dieses Gut und der Faktorausstattung.

Daraus folgt, dass der Anteil der Konsumausgaben, welche für ein Gut ausgeben wird, konstant ist. Darüber hinaus gilt, dass die Produktionsfaktoren einen konstanten Anteil Erlöse in jedem Industriezweig erhalten.

Aus diesem beiden gemeinsam kann man folgende Gleichung erstellen (4.1.1.). Sie definiert den summierten Wert einen Produktionsfaktors, durch den Anteil des Einkommens der für dieses Produktionsfaktor aufgewendet wird:

$$(4.1.1.) \qquad w_i L_i = c_i E$$

Wobei der Preis des i-Produktionsfaktor (w_i) mit den Faktorausstattung des i-Produktionsfaktor (L_i) gleich den konstanten Konsumanteil (c_i) an den Konsumausgaben (E) ist.

Durch die beidseitige Division durch die Produktionsfaktorenausstattung (L_i), ist es möglich den Preis eines Produktionsfaktors (w) über den Konsumanteil an dem i-Produktionsfaktor ($c_i E$) und die Produktionsfaktorenausstattung (L_i) zu bestimmen (4.1.2):

$$(4.1.2.) \qquad w_i = \frac{c_i E}{L_i}$$

Mit dieser Gleichung (4.1.2.) können wir den Preis für den i-Produktionsfaktor in Autarkie Gleichgewicht bestimmen. Da die Konsumausgaben als konstant angenommen werden, hängt der Preis von dem Verhältnis von Einkommen und Ausstattungsmenge. Allerdings benötigen wir den Preisvektor des i-Produktionsfaktors ebenfalls für die Offene Volkswirtschaft. Wenn im Nenner der netto Export des Produktionsfaktors (S_i) noch hinzugefügt wird, entsteht diese Gleichung (4.1.3.), mit welcher sich der Faktorpreis (w) im Außenhandel bestimmen lässt:

$$(4.1.3.) \qquad w_i = \frac{c_i E}{L_i - S_i}$$

In der Offenen Volkswirtschaft ist der Konsumanteil ebenso fixiert, daher hängt der Faktorpreis von Verhältnis des Einkommens und der Faktorausstattung sowie den netto Exporten des Produktionsfaktors.

Über diese Gleichungen (4.1.2. und 4.1.3.) ist es möglich, sowohl die Veränderung, von Autarkie zu einem Handelsgleichgewicht, wie auch die Veränderung zwischen zweier verschiedenen Handelsgleichgewichten zu berechnen.

4.1 Vergleich zweier Handelsgleichgewichten

Ausgehend von den Gleichungen (4.1.2. und 4.1.3.) für die Produktionsfaktorpreisen kann man durch die Division zweier Gleichgewichten, die Preisänderung des Produktionsfaktors bestimmen.

$$(4.2.1.) \qquad \frac{w_i^2}{w_i^1} = \frac{\frac{c_i E^2}{L_i^0 - S_i^2}}{\frac{c_i E^1}{L_i^0 - S_i^1}}$$

Als erstes formen wir den Doppelbruch um:

$$(4.2.2.) \qquad \frac{w_i^2}{w_i^1} = \frac{(c_i E^2)(L_i^0 - S_i^1)}{(c_i E^1)(L_i^0 - S_i^2)}$$

Geht man von einer ceteris paribus für alle Variablen aus, außer den Faktorpreisen und den Faktormengen. So folgt, dass $(c_i E^2)$= $(c_i E^1)$ für den i-Produktionsfaktor gleich sind in beiden Handelsgleichgewichten und können deshalb herausgekürzt werden. Allerdings steht die Annahme, dass der Handel, das Einkommen nicht erhöht im Widerspruch zu der üblichen Handelstheorie. Trotzdem nützen Deardorff und Staiger dies um die Gleichung (4.2.2.) umzuformen, und auf eine Gleichung zu kommen, in welcher nur mehr Faktorpreise und Mengen sind (4.2.3.)

$$(4.2.3.) \qquad \frac{w_i^2}{w_i^1} = \frac{(L_i^0 - S_i^1)}{(L_i^0 - S_i^2)}$$

Als nächstes wird auf beiden Seiten der Gleichung (4.2.3.) „–1“ hinzugefügt:

$$(4.2.4.) \qquad \frac{w_i^2}{w_i^1} - 1 = \frac{(L_i^0 - S_i^1)}{(L_i^0 - S_i^2)} - 1$$

Auf der linken Seite der Gleichung (4.2.4.) formen wird den „-1“ in „$-\frac{w_i^1}{w_i^1}$“ um und auf der rechten Seite wird der „-1“ in „$\frac{L_i^0 - S_i^2}{L_i^0 - S_i^2}$“ umgeformt.

$$(4.2.5.) \qquad \frac{w_i^2}{w_i^1} - \frac{w_i^1}{w_i^1} = \frac{(L_i^0 - S_i^1)}{(L_i^0 - S_i^2)} - \frac{L_i^0 - S_i^2}{L_i^0 - S_i^2}$$

Da die Nenner auf den jeweiligen Seiten die gleichen sind, kann man alles auf einen Bruchstrich schreiben. Dadurch erhält man die gesuchte Form, mit welcher man die relativen Preiseänderungen der Produktionsfaktoren in Abhängigkeit von Faktorausstattung und dem Außenhandel bestimmen kann.

$$(4.2.6.) \qquad \frac{w_i^2 - w_i^1}{w_i^1} = \frac{(L_i^0 - S_i^1) - (L_i^0 - S_i^2)}{(L_i^0 - S_i^2)}$$

Die rechte Seite lässt sich noch weiter vereinfachen.

$$(4.2.7.) \qquad \frac{w_i^2 - w_i^1}{w_i^1} = \frac{S_i^2 - S_i^1}{(L_i^0 - S_i^2)}$$

Der Nenner $(L_i^0 - S_i^2)$ auf der rechten Seite entspricht den konsumieren Produktionsfaktoren (B_i^2):

$$(4.2.8.) \qquad \frac{w_i^2 - w_i^1}{w_i^1} = \frac{S_i^2 - S_i^1}{B_i^2}$$

Diese Gleichung (4.2.8) gibt die Veränderung des Preises eines Produktionsfaktors wieder, wenn sich die Volkswirtschaft von einem Außenhandelsgleichgewicht (1) zu einem neuen Außenhandelsgleichgewicht (2) bewegt.

4.2 Vergleich von Autarkie Gleichgewicht mit einem Handelsgleichgewicht

Um die Preisänderung zwischen Autarkie (a) und einem Handelsgleichgewicht (t) darzustellen, kann man die Gleichung im Handelszustand durch jenen bei Autarkie dividieren.

$$(4.3.1.) \qquad \frac{w_i^a}{w_i^t} = \frac{\frac{c_i E^a}{L_i^0}}{\frac{c_i E^t}{L_i^0 - S_i^t}}$$

Folg man den Umformungen, wie bei Vergleich zweier Handelsgleichgewichte, erhält man folgende Gleichung:

$$(4.3.2.) \qquad \frac{w_i^a - w_i^t}{w_i^t} = \frac{S_i^t}{L_i^0}$$

Die Preisänderung des Produktionsfaktors lässt sich durch den Nettoexport des Produktionsfaktors (S_i^t) dividiert durch die Ausstattung (L_i^0) bestimmen.

4.3 Interpretation

Mit diesen Gleichungen (4.2.8 und 4.3.2) kann man, über die gehandelten Faktormengen sowie die Ausstattung, die Preisänderungen der Produktionsfaktoren bestimmen. Sind also die Konsequenzen einer

Außenhandelsreform bekannt, kennt man also die neuen Nettoexportmengen des Produktionsfaktoren, kann man die relative Veränderungen der Preise der Produktionsfaktoren bestimmen. Um gekehrt, kennt man die neuen Preise, zum Beispiel den Weltmarktpreis, kann man durchvergleich mit dem Inlandspreis die Menge an gehandelten Gütern bestimmen und über diese die Menge der gehandelten Produktionsfaktoren.

Damit wäre eigentlich das gesuchte Werkzeug gefunden. Es gibt die relative Preisänderungen der Produktionsfaktoren wider. Man kann darüber keine Aussage treffen ob die Besitzer der Produktionsfaktoren in einen absoluten Wohlfahrtsgewinn haben oder nicht. Dieser ist nämlich durch den der relativen Preisänderung, welche über die Gleichung bestimmt wird, und die allgemeine Wohlfahrtsteigerung durch den zusätzlichen Außenhandel bestimmt. Über die allgemeine Wohlfahrtssteigerung kann unsere Gleichung keine Aussage treffen.

Möglich ist nur eine vorsichtige Aussage, über positive relative Preisänderungen des Produktionsfaktors. Da die allgemeinen Wohlfahrtsgewinne bei Außenhandel positiv sind, profitiert jene Individuen auf jeden Fall durch den Außenhandel, die relative Preise, der von ihnen gehalten, Produktionsfaktoren steigen und gewinnen durch die allgemeine Wohlfahrtssteigerung zusätzlich.

Keine Aussage kann man über jene mit einer negativen Preisveränderung machen. Der relative Verlust am Wert des eigenen Produktionsfaktoren, könnte durch den allgemeinen Wohlfahrtseffekt kompensiert oder sogar übertroffen werden, wo durch sie wieder vom mehr Außenhandel profitieren würden.

Ein weiteres Problem stellt die Modellannahme der Cobb-Douglas-Funktionen für die Nachfrage- und die Produktionsfunktion dar. Diese führen zwar zu leicht rechenbaren Modellen, liegen aber meist sehr weit von der Realität entfernt, womit man zwar ein Modell mit starken Aussagen hat, aber nicht viel über die Realität aussagen kann.

5 Das Deardorff-Staiger-Modell in der allgemeinen Version

Bei Modellen mit Annahmen, welche sich mehr an der Realität der Welt orientiert, funktionieren Annahmen wie Cobb-Douglas Produktionsfunktionen und Präferenz nicht. Die Herstellung von Produkten erfolgt über viele verschiedene Prozesse, welche durch unterschiedliche Funktionsform dargestellt werden müssen. Darüber hinaus, kann man nicht ausschließen, dass Güter, und damit Produktionsfaktoren, mit einander interagieren. So gibt es Produktionsfaktoren, welche als Komplementäre auftreten. Ein Taxi (Kapital) ohne Taxifahrer (Arbeit) kann die Dienstleistung Taxifahrt nicht bereitstellen. Genauso gibt es Produktionsfaktoren, welche die Substitute sind. Es wird kaum jemand für eine Maschine das Zehnfache bezahlen, wenn die gleiche Leistung mit Arbeitern erreicht werden kann. Daher sind die Produktionsfunktionen deutlich unterschieden von Cobb-Douglas und wir müssen versuchen unser Modell ohne die Annahme von Cobb-Douglas-Form von Produktion und Nachfrage konstruieren.

5.1 Zusammenhang von Faktorpreis und Faktorausstattung

Für Modelle mit diesen Annahmen lässt sich nicht für jeden Produktionsfaktor einzelnen die Entwicklung vorhersagen, sehr wohl aber kann ein allgemeines Ergebnis erzielt werden. Allerdings muss der negative Zusammenhang von Faktorpreisen und Faktormenge, im Durchschnitt, gelten. Deshalb nutzen die nächsten Ungleichungen nicht wie bisher jedes Gut für sich, sondern bildet die Vektoren aller Faktorpreise und Produktionsfaktoren im Modell und vergleichen diese.

Dixit und Norman (1980) haben folgende Ungleich hierfür formuliert:

$$(5.2.1.) \qquad (w^1 - w^2)'(L^1 - L^2) \leq 0$$

Ist die Differenz der Produktionsfaktoren positiv, muss für die Erfüllung dieser Ungleichung die Differenz der Menge an verfügbaren Faktorpreisen negativ sein, also abgenommen haben. Diese entspricht der zu erwarten Entwicklung vom Verhältnis von Preis und Menge. Nimmt das Angebot ab, steigt der Preis. Diese mathematische Darstellung stimmt mit der ökonomische Denkweise über ein.

Diese Ungleichung benötigt lediglich die Annahmen, dass die Präferenzen homogen sind, die Produktionsfunktionen linear homogene und keine Externen Effekte auf andere Produktion haben, sowie das der Preis standardisiert wird. Damit die aggregierten nominale Konsum in beiden Gleichgewichten derselbe ist.

Solange diese Ungleichung erfüllt ist, bestätigt sie die intuitive Annahme, dass bei höherer Verfügbarkeit der Produktionsfaktoren, die Preise der Produktionsfaktoren sinken.

Dixit und Norman interpretieren dies als Nachweis als negativer Zusammenhang zwischen der Differenz vom Faktorpreis bei Autarkie und Handel sowie der Differenz zwischen den Faktorausstattungen. Diese Interpretation ist nicht strikt gültig, aber sie gibt eine gute Beschränkung, wie sich der Zusammenhang von Faktorausstattung und Faktorpreisen verhält.

Damit ist es möglich das Handelsgleichgewicht mit einem anderen Handelsgleichgewicht zu vergleichen. Dieser Vergleich ist analog zu jenem aus dem Abschnitt Gleichgewicht bei Außenhandel (Kapitel 3):

$$(5.2.2.) \qquad (w^1 - w^2)'[(L^0 - S^1) - (L^0 - S^2)] \leq 0$$

Diese Ungleichung lässt sich noch vereinfachen in dem man Klammer für die Produktionsfaktorenkonsum auflöst und dadurch die Faktorenausstattung (L^0) sich weg kürzt. Überbleiben eine Ungleichung mit zwei Klammern, welche die Differenz zwischen den Faktorenpreisen und die Differenz zwischen Produktionsanteilen im Außenhandel, abbilden:

$$(5.2.3.) \qquad (w^1 - w^2)'[S^2 - S^1] \leq 0$$

Die Ungleichung (5.2.3) kann interpretiert werden wie die Gleichung (5.2.1.), allerdings unter der Einschränkung das nicht einzelne Güter sondern Vektoren betrachtet werden. Es gilt daher der Effekt wie in der Ungleichung (5.2.1.), allerdings nicht mehr für alle Produktionsfaktoren. Allerdings im Durchschnitt er gilt.

Ebenso kann von dieser Ungleichung (5.2.3.) für zwei Handelsgleichgewichten (1,2) kann auch schnell auf die Ungleichung für den Vergleich von Autarkie Gleichgewicht (a) mit einem Handelsgleichgewicht (t) geschlossen werden.

Einfach für 1 das Handelsgleichgewicht (t) eingesetzt und für 2 das Autarke Gleichgewicht (a). Der Handelsvektor von Autarkie Gleichgewicht (S^a) ist null, da es keinen Außenhandel gibt. Damit folgt die Ungleichung (5.2.4):

$$(5.2.4.) \qquad (w^t - w^a)'(-S^t) \leq 0$$

Durch die Ungleichungen (5.2.3. und 5.2.4.) wird eine einfache Beziehung zwischen den Faktorpreisänderungen und die Verfügbarkeit der Produktionsfaktoren in Form eines negativen Zusammenhang sichtbar. Da im Durchschnitt die Preis eines Produktionsfaktors sinkt, wenn er stärker importiert als exponiert wird. Gilt auch, dass in der Veränderung zwischen zwei Handelsgleichgewichten, in denen ein Produktionsfaktor stärker exportiert wird (dadurch entsteht eine Verringerung des Angebots im Inland), steigt auch sein Preis, relativ zu jenen Gütern, welche weniger exportiert oder mehr importiert (Erhöhung des Angebots im Inland) werden und an relativen Preis verlieren. Analog dazu die Interpretation für die Veränderung von Autarkie hin zum Handel.

Zusammengefasst: Solange der Zusammenhang zwischen Faktorpreis und Faktorverfügbarkeit negativ ist, solange führen steigende Nettoexporte dieses Produktionsfaktors zu höheren Faktorpreisen.

5.2 Freihandel, Ausgeglichene Handelsbilanz und unvollkommene Spezialisierung

Für diese Analyse müssen die Modellannahmen erweitert werden. Nun kommen hinzu die Annahmen, das Freihandel vorherrscht, daraus folgt die Annahme das alle Außenhandelsbilanzen ausgeglichen sind sowie dass die Spezialisierung der einzelnen Volkswirtschaften nicht vollkommen ist.

Die Annahme der unvollkommenen Spezialisierung (5.3.1.) wird durch folgende Gleichung ausgedrückt:

$$(5.3.1.) \qquad w^{f\prime} S^f = 0$$

Der Vektor der Faktorpreise (w^f) multipliziert mit dem Vektor des Außenhandels (S^f) muss null sein.

Da wir von Freihandel (5.3.2.) ausgehen, muss der Güterhandel ebenfalls auch gleich sein. Darstellen können wir dies über den Güternettoexport (T^f), Produktionsfaktorenintensität (A^f) und den Vektorpreis (w^f).

$$(5.3.2.) \qquad 0 = w^{f\prime} A^f T^f$$

Dies wiederum entspricht den Vektor der Faktorpreise (w^f) multipliziert mit unseren Nettoexportvektor (S^f) und dem verwenden bei freiem Handel:

$$(5.3.3.) \qquad w^{f\prime} S^f = w^{f\prime} A^f T^f$$

Was wiederum in die Multiplikation von Güterpreisvektor (p^f) und dem Nettoexportvektor (T^f) umgewandelt werden kann.

$$(5.3.4.) \qquad w^{f\prime} A^f T^f = p^{f\prime} T^f$$

Da dies die Außenhandelsbilanz darstellt und diese bei Freihandel, und der Annahme einer statischen Welt, ausgeglichen sein muss und damit genau Null, gilt:

$$(5.3.5.) \qquad p^{f\prime} T^f = 0$$

Hieraus kann bestimmt werden ob unsere Annahmen gelten. Solange die Gleichung (5.3.5.) erfüllt ist, gilt Freihandel. Müssen auch die anderen beiden Annahmen gelten und die weitere Analyse unsere Faktoranteile ist möglich.

5.3 Allgemeine Analyse mit echter Korrelation bei Freihandel

Mit den zuvor getroffenen Annahmen ist es nun möglich eine echte Korrelation zwischen den Faktorpreisen $(w_i^{1,2})$, in zwei Gleichgewichten, und den Nettoexportmengen $(S_i^{1,2})$ des i-Faktors, jeweils bewertet mit den Weltmarktpreis (w_i^0), herzustellen:

$$(5.4.1.) \qquad Cor\left[\frac{(w_i^1 - w_i^2)}{w_i^0}, w_i^0 (S_i^1 - S_i^2)\right] \geq 0$$

Damit kann ausgesagt werden, unter Freihandelsannahme, unvollkommener Spezialisierung, ausgeglichener Handelsbilanzen und echter Korrelation zwischen Verfügbarkeit und dem Preis eines Faktors. Das bei steigen Anteil dieses Faktors im Außenhandel, sich die Faktorpreise im Inland, für selbigen erhöhen werden.
Zu beachten ist, das dies aufsummiert über alle Faktoren ein Nullsummenspiel sein muss. Da die Veränderung relativ zum Weltmarktpreis erfolgt und die Außenhandelsbilanz ausgeglichen sein muss. Der Summe der gewichteten Preissteigerungen, stehen dieselbe Summe an gewichtete Preissenkung andere Faktoren gegenüber. Daraus ergibt sich das die Preisänderungen aufsummiert null ergeben müssen.

5.4 Allgemeine Analyse mit echter Korrelation, ohne Freihandel

Da die Annahme des Freihandels in der realen Welt nicht bestätigt wird, da Zölle und Handelsbeschränkungen diesen verhindern. Allerdings kann man auch ohne den Weltmarktpreis als Bezugsgröße zu einem Ergebnis kommen. Dies ist möglich in dem man von Weltmarktprei zu einer relativen Maßeinheit wechseln.

Als relative Bezugsgröße dient die der Vektor der konsumierte Produktionsfaktoren (B^1), über die konsumierte Menge der Produktionsfaktoren, kann der Preis des selbigen bestimmt werden. Dieser besteht aus der Faktorausstattung (L^0) abzüglich dem Nettofaktorexport (S^1):

$$(5.5.1.) \qquad B^1 = L^0 - S^1$$

Daraus kann man die Veränderung der Anteil der Produktionsfaktoren am Außenhandel (Δ) bestimmen.

$$(5.5.2.) \qquad \Delta_i = w_i^1(S_i^2 - S_i^1) - \left[\frac{w_i^{1\prime}B_i^1}{w^{1\prime}B^1}\right][w^{1\prime}(S^2 - S^1)]$$

Der erste Teil der rechten Hälfte der Gleichung gibt die wertmäßige Änderung des Faktors-i am Außenhandel an. Ist der neue (S_i^2) Nettoexport des Produktionsfaktors größer als der alte (S_i^1) so gewinnt dieser an Wert, das die Nettoexport dieses Produktionsfaktors gesteigert wurden und damit das Angebot im Inland gesenkt. Gewichtet mit dem Preis von erstem Handelsgleichgewicht.
Die zweite Hälfte nach dem Minus gibt den relativen Anteil des Faktors am gesamten Produktionsfaktorenkonsum ($\left[\frac{w_i^{1\prime}B_i^1}{w^{1\prime}B^1}\right]$) multipliziert mit der Gesamtveränderung des Faktorexportes ($[w^1(S^2 - S^1)]$) wieder. Jeweils wird das ursprüngliche Gleichgewicht (1) als Bezugsgröße genutzt.
Die Veränderung der Anteil des i-Produktionsfaktoren am Außenhandel (Δ_i) ist positiv, wenn seine relative Wertsteigerung ($w_i^{1\prime}(S_i^2 - S_i^1)$) größer als relative Wertsteigerung aller Faktoren ($\left[\frac{w_i^{1\prime}B_i^1}{w^{1\prime}B^1}\right][w^{1\prime}(S^2 - S^1)]$), ist.
Die Summe der Veränderungen der Anteil der Produktionsfaktoren am Außenhandel muss wieder null sein, per Definition.

Nachdem die relativen Veränderungen der Faktorenanteile am Außenhandel bestimmt sind, kann eine Korrelation aus diesem und der relativen Faktorpreise formuliert werden, diese ist eine nicht negative Korrelation:

$$(5.5.3.) \qquad Cor\left[\frac{(w_i^2 - w_i^1)}{w_i^1}, \Delta_i\right] \geq 0$$

Dieser Zusammenhang lässt sich auch an Hand eines dritten Gleichgewichtes überprüfen (Anhang1).
Solange die Faktorpreise negativ mit der Verfügbarkeit des Faktors korreliert sind, lässt sich über die Veränderung des Faktoranteils am Außenhandel eine Aussage

treffen. Hiermit liefert das Deardoff-Staiger-Modell ein gutes Instrument um Prognosen, für die Auswirkung von Außenhandel auf die relativen Faktorpreise hat. Die Annahmen sind durchaus nicht strikter als in anderen Handelsmodell. Und doch lässt es klare Aussagen über die Richtung der Preisänderungen zu.

6 Mögliche Schwächen der Modellannahmen

Die Aussagekraft des Modells von Deardorff und Staiger wird immer wieder diskutiert. Eine Reihe von Kritikpunkten wurden auch 2000 im Journal of International Economics diskutiert, viele Annahmen sind durchaus umstritten und können entweder zum mathematischen Problemen führen oder stehen im Widerspruch zur ökonomischen Logik. Deshalb lohnt es sich diese Annahmen zu diskutieren und auch sie einige Sonderfällen auszusetzen.

Zuerst wird die Auswirkung von nicht handelbaren Gütern auf Deardorff-Staiger-Modell diskutiert. Die Nachfrage nach Dienstleistungen und anderen nicht handelbaren Gütern muss Auswirkungen auf die Faktorpreise haben. Somit bewirkt auch eine Veränderung der Nachfrage nach nicht handelbaren Gütern eine Änderung der Faktorpreise, aber schränkt dies das Deardorff-Staiger-Modell ein?

Konkurrenzlose Importe, also Güter, welche vom Inland gar nicht produziert werden können, können zu Schwierigkeiten führen. Diese verändern zwar den Faktorinhalt des Außenhandels, aber führen zu keiner Veränderung des Faktormarktes im Inland, da sie nicht teil des Produktionsprozesses sind. Dies kann zu Problemen führen für den Zusammenhang von Faktorpreisen und Faktorhandel.

Diskutiert werden muss ob ein Handelsdefizit, sowohl kurzfristige, als auch langfristige, zu Verzerrungen an Faktormarkt führen.

Produktions- und Nachfragefunktionen können die verschiedensten mathematischen Eigenschaften haben, daher auch die unterschiedlichsten Elastizitäten. Somit muss untersucht werden ob die Annahme von Cobb-Douglas oder zumindest von Konstanten Elastizitäten der Substitution angenommen werden können.

Skalenerträge können dazu führen, dass Produktionsfaktor effizienter/ineffizienter genutzt werden, bei steigender Güterproduktion. Auch dies könnte Auswirkungen auf den Faktorhandel haben.

Als letztes wenden wir uns der Frage zu, ob der Handel Auswirkungen auf die Nachfrage und Produktion auswirkt. Sollte dies so sein, führt dies zu Verzerrungen des Autarkie Gleichgewichts.

6.1 Nicht handelbare Güter

Verändert sich die Nachfrage nach nicht handelbaren Gütern, gemeinsam mit einen Handelsdefizit, ist es sehr wahrscheinlich, dass dies auch die Allokation der Produktionsfaktoren verändert. Womit dann auch die Anteile der Produktionsfaktoren am Außenhandel, ohne dass sich die relativen Preise der Produktionsfaktoren ändern (Leamer, 2000) müssen.

Also muss die Frage geklärt werden ob nicht handelbaren Güter Auswirkungen auf das Deardorff-Staiger-Modell haben. Folgt man Leamers mathematischen Ausführungen für eine kleine Volkswirtschaft (Modell -Erklärung im Anhang2), kann gezeigt werden, das die nicht handelbaren Güter zur keiner Änderung des Modells führen.

Ausgehend von dem Vektor der Produktionsfaktoren (v_t), welche für den Außenhandel genützt werden können:

$$(5.2.1.) \qquad v_t = v - A_N q_N$$

Die Gleichung (5.2.1.) stellt die Produktionsfaktoren, welche für handelbare Güter verwendet werden, als Residualgröße der gesamten Faktorverfügbarkeit (v) minus den Produktionsfaktoren für nicht handelbare Güter ($A_N q_N$), dar.

Wobei die Produktionsfaktorenintensitätsmatrix (A) durch den Anteil der Produktionsfaktoren an der Gütererstellung (Θ_N) multipliziert, mit dem Preis der Güter (P_N) dividiert durch die Diagonalmatrix der Faktorpreise „$\frac{\Theta_N P_N}{W}$" ersetzt wird.

$$(5.2.2.) \qquad v_t = v - \frac{\Theta_N P_N q_N}{W}$$

Die Gütermenge multipliziert mit ihren Preisen „$P_N q_N$" kann durch den fixen Konsumanteil und der gesamten Konsummenge ersetzt werden „$\gamma_N EXP$"

$$(5.2.3.) \qquad v_t = v - \frac{\Theta_N \gamma_N EXP}{W}$$

Hieraus lässt sich, analog zum Modell im Anhang2, der Vektor für den Anteil der Produktionsfaktoren am Außenhandel bestimmen:

$$(5.2.4.) \qquad v_t = v - \frac{(\Theta_T\gamma_T + \Theta_N\gamma_N)EXP}{W}$$

Hieraus folgt über die Definition, vergleiche mit der Gleichung (A.2.2, im Anhang), der (s^A)Einkommensanteilsvektor der Produktionsfaktoren bei Autarkie (A):

$$(5.2.5.) \qquad s^A = (\Theta\gamma + \Theta_N\gamma_N)$$

Bei Cobb-Douglas-Annahme wird jede relevante Verschiebung zwischen Produktionsfaktoren verhindert, somit ändert sich nichts am Verhältnis von handelbaren und nicht handelbaren Gütern, somit haben die nicht handelbaren Güter keinen Effekt auf das Deardorf-Staiger-Modell mit Cobb-Dougles-Produktions- und Nachfragefunktionen.

In Heckscher-Ohlin-Vanek-Welt bleiben die Ergebnisse des Deardorff-Staiger-Modell gültig, wenn man konstante Konsumanteile für nicht handelbare und handelbare Güter in allen Ländern annimmt. Dadurch sind die globalen (W) Konsumanteil von nicht handelbaren Gütern (N) und handelbaren Gütern (T) exakt gleich.

Leamer, (gesamte Modell im Anhang3), nutz die Annahme der weltweit identen Faktorennutzung und Konsum

$$(5.2.6.) \qquad A_N q_N = c_N$$

Per Annahme entspricht die Produktion den Konsum, dies lässt sich auch darstellen als:

$$(5.2.7.) \qquad c_N = \frac{GDP - Surplus}{GDP_w} c_{N,W}$$

Da die Konsumanteile ident sind, muss auch gelten, dass „$A_N q_{N,W} = c_{N,W}$“:

$$(5.2.8.) \qquad A_N q_N = \frac{GDP - Surplus}{GDP_w} A_N q_{N,W}$$

Diese Gleichung (5.2.8) brauchen wir später für die Gleichung (5.2.12), mit welcher wir zeigen können, dass nicht handelbare Güter keinen Einfluss haben.

Von der Gleichung (5.2.9) lässt sich der Produktionsanteil am Außenhandel bestimmt:

$$(5.2.9.) \qquad F = A_T q_T - A_T c_T$$

Die gehandelten Faktoren (F) entsprechen den zur Produktion von handelbaren Gütern genutzten Produktionsfaktoren, minus den in Inland konsumierten Produktionsfaktoren, welche für handelbare Güter genutzt werden.

$(A_T q_T)$ entspricht den für den Handel genutzten Produktionsfaktoren (v_T) und „$\frac{GDP-Surplus}{GDP_w} A_T q_{T,W}$“ ersetzt $(A_T c_T)$, dies ist möglich da BIP minus Handelsdefizit der Gesamtkonsum der Volkswirtschaft ist, gewichtet man diese mit dem Welt-BIP erhält man den Anteil den die Volkswirtschaft an der weltweiten Produktion konsumiert. Mulitipliziert man dies mit der weltweiten Produktion an handelbaren Gütern, so muss man wie von der Volkswirtschaft produzierten handelbaren Güter erhalten.

$$(5.2.10.) \qquad F = v_T - \frac{GDP-Surplus}{GDP_w} A_T q_{T,W}$$

Wie im Inland gilt auch Global „$A_T q_{T,W} = v_{T,W}$" und die für den Handel genutzten Produktionsfaktoren (v_T) können als „$v - A_N q_N$“ angeschrieben werden, aber auch international kann $(v_{T,W})$ ersetzt werden durch „$v_w - A_N q_{N,W}$":

$$(5.2.11.) \qquad F = v - A_N q_N - \frac{GDP-Surplus}{GDP_w}\left(v_w - A_N q_{N,W}\right)$$

Multipliziert man die Klammer aus erhält man und nutzt „$\mathrm{A_N q_N = \frac{GDP-Surplus}{GDP_w} A_N q_{N,W}}$":

$$(5.2.12.) \qquad F = v - \frac{GDP-Surplus}{GDP_w} A_N q_{N,W} - \frac{GDP-Surplus}{GDP_w} v_w + \frac{GDP-Surplus}{GDP_w} A_N q_{N,W}$$

Der zweite Term entspricht dem vierte Term der rechten Seite und sie fallen heraus überbleibt:

$$(5.2.13.) \qquad F = v - \frac{GDP-Surplus}{GDP_w} v_w$$

Die Produktionsanteile im Außenhandel sind vollkommen unabhängig von den nicht handelbaren Gütern.

Damit ist klar die nicht handelbare Güter ändern nichts an der Aussagekraft des Deardorff-Staiger-Modells in der allgemeinen Form (Leamer, 2000).

6.2 Konkurrenzlose Importe

Importe, welche keine Konkurrenz zu inländischen Produktionsfaktoren darstellen, sind Problematisch, da sie zwar die Anteile der Produktionsfaktoren im Außenhandel beeinflussen, aber nicht die relativen Preise der Produktionsfaktoren. Leamer zeigte das dies mathematisch zu keinem Problem führt, aber im Widerspruch zur ökonomischen Theorie steht (Leamer, 2000).

Der Produktionsfaktorenanteil im Außenhandel lässt sich bestimmen über:

$$(5.3.1.) \qquad F = [A_{T1} \quad A_{T2}] \begin{bmatrix} q_{T1} \\ 0 \end{bmatrix} - A_T c_T = v_T - \frac{\Theta_T p_T c_T}{W} =$$
$$= v_T - \frac{\Theta_T \gamma_T EXP}{W} = v - \frac{(\Theta_T \gamma_T - \Theta_N \gamma_N) EXP}{W}$$

(Umformung analog zum Modell im Anhang). Dies ist das gleiche Ergebnis, wie auch schon bei dem Modell mit dem nicht handelbaren Güter (5.2.4.), mathematisch ist also alles konsistent. Allerdings wie Leamer argumentiert entsteht ein ökonomischer Widerspruch zur Mathematik und Modelle mit konkurrenzlosen Importen nicht lösbar, da die konkurrenzlosen Importe die Nettoimporte der Produktionsfaktoren beeinflusst, aber keinen Effekt auf den Faktorpreis hat.

Sowohl Deardorff (Deardorff, 2000) als auch Panagariya (Panagariya A. , 2000) sehen eine Möglichkeit dies zu umgehen.

Das Problem bei konkurrenzlosen Import liegt, daran dass es schwer möglich ist für ein Handelsgleichgewicht ein äquivalentes Autarkie Gleichgewicht zu bestimmen, da die konkurrenzlosen Importe bei Autarkie nicht hergestellt werden würden. Da entweder die Technologie oder die Ressourcen fehlen, oder sie einfach nicht kostendeckend Produziert werden könnten. Ohne weitere Annahme wäre eine Prognose für die relativen Faktorenpreise im Deardorff-Staiger-Modell nicht möglich.

Allerdings lässt sich durch die Implementierung von Hicks-neutraler Technologie, ein solches äquivalentes Autarkie Gleichgewicht zu bestimmen. Da durch die Hicks-neutrale Technologie es auch für das Inland möglich ist jene Güter zu produzieren, welche vorher konkurrenzlose Importe waren. Da die Verbesserung der Technologie, die relativen Produktionsfaktoreinsätze nicht verändert. Mit dieser zusätzlichen Annahme das Nachfrage und Produktion Cobb-Douglas-Funktionen sind, können Modelle gelöst werden. Für Cobb-Douglas-Modelle gibt es auch weitere Fälle, die trotz einem konkurrenzlosen Gut zur unverzerrten Lösung von Deardorff-Staiger-Modell kommen.

Deardorff (Deardorff, 2000) argumentiert weiter, auch in Modellen, in welchen Nachfrage- und Produktionsfaktionen über Commen and Constante-Elasitsity of Substition (CCES) verfügen, ist es möglich eine Aussage, über den Zusammenhang von Faktorhandel und Faktorpreisen zu treffen. Ist die Elastitzität gleich eins, so hat neue Technologie keinen Effekt auf den Faktorenmarkt. Im Falle wo zwei

Handelsgleichgewichte miteinander verglichen werden, wenn die konkurrenzlosen Güter, dieselben sind und ihre Kostenreduktion bedingt ist, damit sie wettbewerbsfähig bleiben. Weiteres spielen Änderungen der konkurrenzlosen Güter keine Rolle, wenn ihre durchschnittliche Faktorintensität derer der ganzen Ökonomie entspricht. Deardorff argumentiert, in Heckscher-Ohlin- und erweiterten Modellen, erlauben es, dass Ländern ihren Konsum auszuweiten, ersten durch Zugang zu neuen Produktionsfaktoren, zweitens durch Nutzung fremder Technologien, im speziellen der Import von Technologie steht hinter importierten Gütern, welche keine Konkurrenz haben. Hingegen macht Panagariya (Panagariya, 2000) darauf aufmerksam, dass die Produktionselastizität für ein beobachtetes Land so gut wie nicht feststellbar ist, daher wird eine empirische Anwendung dieser Erkenntnis schwierig.

Mathematisch lässt sich das Problem der konkurrenzlosen Importe durchaus lösen. Empirisch wird es etwas schwer die dafür notwenigen Funktionen der Produktion und der Nachfrage zu ermitteln.

6.3 Handelsdefizite

Bei Konstanten Elastizitäten der Substitution hat ein Haushaltsdefizit keinen Effekt auf die Beziehung zwischen Faktorenanteil im Außenhandel und den Faktorenpreisen, da die Verhältnisse der Produktionsfaktoren ident bleiben.

Sollte dies aber nicht der Fall sein, so führt es dazu dass der Zusammenhang zwischen der Veränderung der Faktorenausstattung und der Veränderung der Faktorenpreisen nicht mehr besteht, argumentiert Panagariya (Panagariya A. , 2000), da der für den Import wesentliche Konsum entkoppelt ist von den Einkommen. Dies führt dazu, dass man das Referenzgleichgewicht nicht mehr bestimmen kann.

(Deardorff, 2000) argumentiert allerdings, dass die Vorhersagen zwischen diesen Handelsgleichgewicht mit Defizit und einem Autarkie Gleichgewicht möglich ist und die relativen Preisveränderungen der Faktoren bestimmen werden können.

Keine Aussage lässt sich über die Wohlstandsentwicklung der Besitzer der Produktionsfaktoren aussagen, da diese alle von dem mehr Konsum profitieren, welcher bei Autarkie weg fiele, allerdings ist dies durch Faktoranteil im Außenhandel konzeptionell schon nicht möglich da, diese nur die relativen Preisänderungen der Faktoren bestimmen kann.

6.4 Elastizität

Die Annahme das Produktions- und Nachfragefunktionen Konstanten Elastizitäten der Substitution folgen, ist zwar Standard in vielen ökonomischen Rechnen Modellen, allerdings ist dies empirisch nicht belegt.
So zeigen Studien von Arrow, Chenery und Solow (Arrow, Chenery, & Solow, 1961), dass wechselte Faktorintensitäten Umkehrungen bei Konstanten Elastizitäten der Substitution auftritt, wenn die Differenz der Elastizitäten der Substitution unterschiedlich ist. Empirisch untersucht hat Minas (Minas, 1960) dies und hat unterschiedliche Elastizitäten in den verschieden Produktionssektoren gefunden.
Ebenso gibt es Untersuchungen der Eigenschaften der Nachfragefunktionen, auch hierzeigt sich, dass diese eher inhomogen sind. Dies legen Studien von Hunter (Hunter, 1991) und Hunter und Markusen (Hunter & Markusen, 1989) nahe. Panagariya, Shah und Mishra (Panagariya, Shah, & Mishra, 1997) untersuchten Daten aus der Multi-Faser-Abkommen (MFA) und schätzen für die USA eine Nachfragefunktion für MFA-Gütern, deren geschätzte Parameter ebenso gegen die Annahme von homogener Elastizität sprechen.
Die Elastizitäten der Produktionsfunktionen weder auf commen and constant substitution of elastizity, und noch weniger auf Cobb-Douglas-Funktionen, hinweisen, wird es empirisch schwierig diese Annahme zu halten. Ebenso wird die Umgehung der Probleme, welche konkurrenzlose Importe (6.2) machen nicht möglich.

6.5 Skalenerträgen

Gibt es in unsere Modell-Volkswirtschaft einen Sektor der positive oder negative Skalenerträge generiert, so hängt die Veränderung der Produktionsfaktorenpreise mit den unterschiedlichen Produktionsniveaus zusammen. Sollte dieser Industriesektor durch Preisnehmer bestimmt sein, gibt ein konstanter Güterpreis unterschiedliche Faktorenpreise wieder. Sollten die Skalenerträge positiv sein, sinkt mit der steigenden Produktion die Nachfrage nach den Produktionsfaktoren, pro Stück produzierten Gutes. Somit ist eine Bestimmung des Faktorenpreises über die Faktorausstattung nicht mehr möglich. Damit bricht auch das Modell von Deardorff und Staiger zusammen (Panagariya A. , 2000), da die Aussagekraft des

Faktorenimports und die dadurch ändernde Faktorenausstattung nicht mehr geben ist.

6.6 Änderung von Technologie, Präferenzen und Faktorenausstattung durch den Handel

Der Handel mit anderen Volkswirtschaften führt dazu, dass sowohl die eigenen Produktionsfaktoren verbessert werden, zum Beispiel lernen Arbeiter neue Techniken, wo durch sie in weniger Zeit dieselbe Leistung bringen können und damit die Faktorausstattung erhöht wird.

Dies führt unweigerlich zu einer Änderung der relativen Faktorausstattungen der Volkswirtschaft. Gibt es nun Handel und Immigration, und diese hängen positiv Zusammen, so führt eine getrennte Betrachtung zwangsläufig zu verzerrten Ergebnissen durch das Deardroff-Staiger-Modell (Panagariya A. , 2000).

Ebenso führen Änderungen der Präferenzen, welche durch den Handel entstehen, zu Verzerrungen, diese wirken ähnliche wie Elastizitäten, welche sich von 1 unterscheiden. Wobei die Richtung der Verzerrung bestimmt wird, durch die Änderung der Präferenz nach dem importiert Gut. Sinkt die Nachfrage nach einem Gut, sinkt damit auch nach die Nachfrage nach den Produktionsfaktoren, welche zur Produktion notwendig sind. In Fall der sinkenden Nachfrage wird der Effekt der Lohnungleichheit kleiner als prognostiziert durch das Deardorff-Staiger-Modell (Panagariya A. , 2000).

Gibt es einen positiven Zusammenhang von Handel und Technologie, so wird es bei einem beobachtetes Handelsgleichgewicht schwierig das äquivalente Autarkie Gleichgewicht zu bestimmen. Um dieses zu bestimmen müsste zuerst der Effekt von Deardorff-Staiger-Modell bei konstanter Technologie schätzen und diesen mit dem Effekt der Veränderung der Technologie korrigieren werden.

Sollten die Funktionen Cobb-Douglas-Funktionen sein und die Technologie eine hicks-neutrale, würden keine weiteren Effekt auf unser Modell entstehen. Ist dies allerdings nicht der Fall, so kann bei Funktionen, welche identische Elastizität der Substitution aufweisen und durch eine hicks-neutrale Technologie beeinflusst werden, trotzdem durch das Deardorff-Staiger-Modell geschätzt werden, allerdings sind diese dann verzerrt (Panagariya A. , 2000).

Somit stellt sich die Frage, welcher Effekt die größere Wirkung auf die unterschiedlichen Entwicklungen der Faktorpreise hat, der Handel oder der Technische Fortschritt?
Wood (Wood, 1994) argumentiert, dass im allgemeinen Modell der Effekt, welcher durch Technologischen Wandel verursacht wird, wirkt stärker auf die unterschiedliche Entwicklung der Faktorenpreise als die Anteile der Produktionsfaktoren am Außenhandel. Somit erklärt technischer Fortschritt mehr vom Faktorpreis Unterschied als es der Handel tut.

7 Conclusio

Das Ziele ein klares und prägnantes Werkzeug zu finden, mit welchen sich die Gewinner und Verlierer von außenhandelspolitischen Maßnahmen leicht und schnell ermitteln werden könne, kann durch diese Arbeit nicht erreicht werden.
Theoretisch lässt sich sagen, dass die Produktionsfaktoren, welche höhere Faktorpreise in Inland als am Weltmarkt haben, werden bei einer Öffnung relativ an Wert verlieren gegenüber Produktionsfaktoren, welche niedrigere Faktorpreise als den Weltmarktpreis haben oder niedrigere Differenz um Weltmarktpreis aufweisen.
Auch wenn das Deardorff-Staiger-Modell noch nicht empirisch belegt und somit als Werkzeug verwendet werden kann. So ist doch Krugman (Krugman, 2000) Aussage, dieses Modell nicht zu verwerfen ist, auch wenn es kein Klassenraum-Standard-Außenhandelsmodell ist, gerechtfertigt. Da es uns sehr interessante Informationen über die theoretische Entwicklung von Faktorpreisen liefert.

Die Probleme, welche das Deardorff-Staiger-Modell in der Empirie macht, liegen allerdings weniger an dem Zusammenhang, welcher versucht wird zu erklären, als viel mehr daran, dass viele Annahmen des Heckscher-Ohlin-Vanek-Welt einfach zu weit von der Realität entfernt sind, so schreiben Davis und Weinstein (Davis & Weinstein, 2001): „ Our resultas replicate the feature of prior studies that the standard HOW theory performs miserably“.

Trotz aller Kritik und dem fehlten empirischen Durchbruch, des Deardorff-Staiger-Modell, sind die Ergebnisse so interessant, dass ich Empirische Untersuchungen lohnen würden, sobald eine entsprechende Datenlage verfügbar ist. Teilt man die empirische Untersuchung in unter Fragen, kann man schon teile der Frage beantworten:

1. Welche Produktionsfaktoren werden Netto exportiert?

Diese Frage führt sowohl theoretisch als auch empirisch zur selben Antwort. Die Produktionsfaktoren, an denen ein Land relativ reich, im Vergleich zur restlichen Welt, ist werden exportiert. Theoretisch liegt dies daran, dass der Preis dieser relativ Billiger, als jener der restlichen Welt ist. Empirisch wurde dieser Zusammenhang von Davis und Weinstein (Davis & Weinstein, 2000) geschätzt und bestätigt.

2. Wie verändern sich die Preise der Produktionsfaktoren?

Wird der Preis auf einen Produktionsfaktorenmarkt gebildet, deren Angebot positiv und Nachfrage negativ vom Preis abhängen, dann werden die exportierten Produktionsfaktoren, da ihr Angebot reduziert wird, relativ teuer zu jenen, welche weniger stark exportiert oder importiert werden. Allerdings ist dieser Zusammenhang zwischen Nettoproduktionsfaktorexporten und den relativen Faktorpreisen nicht empirisch belegt.

Meiner Meinung nach ist der Zusammenhang zwischen Nettoexport der Produktionsfaktoren und deren relative Preisverhältnisse genauso plausible wie die Preisbildung auf jeden Gütermarkt. Die Schwächen in dieser Theorie treten nur bei Ausnahmen auf, so ist die größte Problem, das der Handel und die verwenden Technologien nicht unabhängige Größen darstellen. Allerdings habe ich die Hoffnung, dass diese Schwierigkeiten überwunden werden und es eine viel Zahl von empirischen Studien zur relativen Preisentwicklung der Produktionsfaktoren bei Außenhandel gibt, um die brennenden Fragen, der Verlierer der Globalisierung, zu beantworten.

8 Literaturverzeichnis

A.V., D. (1980). The general validity of the law of comparative advantage. *Journal of Political Economy 88*, S. 941-957.

Arrow, K., Chenery, H., & Solow, R. (1961). Capital-labor substitution and economic efficiency. *Review of Economics and Statistics*.

Davis, D., & Weinstein, D. (2001). An Account of Global Factor Trade. *The American Economic Review*, S. 1423-1453.

Deardorff, A. V. (2000). Factor prices and factor content of trade revisited: what´s the use? *Journal of international economics*, S. 73-90.

Dixit, A., & Norman, V. (1980). *Theory of international trade.* London: Cambridge University Press.

Hunter, L. (1991). The contribution on nonhomothetic preferences to trade. *Journal of International Economics*, S. 345-358.

Hunter, L., & Markusen, J. (1989). Per-capita incom as a determinant of trade. In R. E. Feenstra, *Empirical Methods For International Trade* (S. 89-109).

Krugman, P. R. (2000). Technology, trade and factor prices. *Journal of interantional Economics*, S. 51-71.

Leamer, E. E. (2000). What´s the use of factor contents? *Journal of international economics*, S. 17-49.

Minas, B. (1960). An International Comparison of Factor Costs and Factor Use. *Standford University Unpublished Ph.D dissertation*.

Panagariya, A. (2000). Evaluating the factor-content approach to measuring the effect of trade on wage inequality. *Journal of international economics*, S. 91-116.

Panagariya, A., Shah, S., & Mishra, D. (1997). Demand elasticities in internation trade: ar they really low? *Department of Economics, University of Maryland, Center for International Economics Working Paper No. 29*.

Wood, A. (1994). *North-South Trade, Employment and Inequality.* Oxfort: Clanerdon Press.

Anhang1:

Mathematische Beweis für die Korrelation:

Neben beiden ersten Gleichgewichten (1,2) gibt es ein drittes (3) dieses ist wie folgt Definiert:

$$\text{(A.1.1.)} \qquad B^3 = \lambda B^1$$

Das Faktorkonsumniveau ist das λ-mal B^1

$$\text{(A.1.2.)} \qquad w^{1\prime} B^3 = w^{1\prime} B^2$$

Der Faktorkonsum ist gewichtet mit den Preisvektor (w^1) entspricht den Preisvektor multipliziert mit dem Faktorkonsumniveau (B^2).

Durch Substitution „$B^3 = \lambda B^1$"dieser beiden Annahmen und Division“$w^{1\prime}B^1$" lässt sich λ bestimmen

$$\text{(A.1.3.)} \qquad w^1 \lambda B^1 = w^{1\prime} B^2 \mid \div (w^{1\prime} B^1)$$

$$\text{(A.1.4.)} \qquad \lambda = \frac{w^{1\prime} B^2}{w^{1\prime} B^1}$$

Dies lässt sich wieder in die ungeformte Gleichung für unseren Faktorkonsum (3) einfügen:

$$\text{(A.1.5.)} \qquad S^3 = L^0 - \lambda B^1$$

Addiert man auf beiden Seiten, diese mit „$(B^1 - B^1)$“ erhält man

$$\text{(A.1.6.)} \qquad S^3 + (B^1 - B^1) = L^0 + (B^1 - B^1) - \lambda B^1$$

$$\text{(A.1.7.)} \qquad S^3 + (0) = L^0 - B^1 + (1 - \lambda) B^1$$

Für λ setzt man „ $\frac{w^{1\prime}B^2}{w^{1\prime}B^1}$“ ein, sowie statt dem erst „ $\frac{w^{1\prime}B^1}{w^{1\prime}B^1}$“ und erhält:

$$\text{(A.1.8.)} \qquad S^3 = L^0 - B^1 + \left(\frac{w^{1\prime}B^1}{w^{1\prime}B^1} - \frac{w^{1\prime}B^2}{w^{1\prime}B^1}\right) B^1$$

Da „$L^0 - B^1 = S^1$" und „$B^1 - B^2 = S^2 - S^1$" sind, lässt sich die Gleichung so vereinfachen:

$$\text{(A.1.9.)} \qquad S^3 = S^1 + \left(\frac{w^1(S^2 - S^1)}{w^{1\prime}B^1}\right) B^1$$

Unter der Annahme von Homogenität bei der Technologie und den Konsumpräferenzen muss für das neue Gleichgewicht gelten:

$$\text{(A.1.10.)} \qquad w^1 = w^3, p^1 = p^3, C^3 = \lambda C^1$$

Nutz man jetzt dann den Faktorpreis von Gleichgewicht (2) als Nummeriere so das gilt:

$$(A.1.11.)\quad w^{2\prime}B^2 = w^{1\prime}B^2$$

Es folgt das:

$$(A.1.12.)\quad p^{3\prime}C^3 = p^{1\prime}\lambda C^1$$

Ersetzt man die Güterpreise (p) durch die Faktorpreise (w) und die Produktionstechnologie (A) erhält man:

$$(A.1.13.)\quad p^{3\prime}C^3 = \lambda w^{1\prime}A^1C^1$$

Der Güterkonsum (C) und die Produktionstechnologie (A) entsprechen dem Produktionsfaktorenkonsum (B).

$$(A.1.14.)\quad p^{3\prime}C^3 = \lambda w^{1\prime}B^1$$

Anstelle von λ setzen wir wieder „$\frac{w^{1\prime}B^2}{w^{1\prime}B^1}$"ein:

$$(A.1.15.)\quad p^{3\prime}C^3 = \frac{w^{1\prime}B^2}{w^{1\prime}B^1}w^{1\prime}B^1$$

„$w^{1\prime}B^1$" kürzt sich weg, überbleibt:

$$(A.1.16.)\quad p^{3\prime}C^3 = w^{1\prime}B^2$$

Da der Preisvektor vom ersten Gleichgewicht gleich jenem im zweiten ist:

$$(A.1.17.)\quad p^{3\prime}C^3 = w^{2\prime}B^2$$

Jetzt wird die Gleichung wieder zurück umgeformt, anstelle von Faktorkonsum (B) kommt Güterkonsum (C) und Produktionstechnologie (A)

$$(A.1.18.)\quad p^{3\prime}C^3 = w^{2\prime}A^2C^2$$

Und zu Letzt, Güterpreise (p) statt Faktorpreisen (w) und Produktionstechnologie (A):

$$(A.1.19.)\quad p^{3\prime}C^3 = p^2C^2$$

Da dies gilt, ist der Vergleich von Gleichgewicht (2,3) möglich:

$$(w^3 - w^2)'(S^3 - S^2) \geq 0$$

Stellt man jetzt jeden Vektor einzelnen als Ungleichung da, erhält man:

$$(A.1.20.)\quad (w_i^3 - w_i^2)'(S_i^3 - S_i^2) \geq 0$$

Da „$w^1 = w^3$" und „$S^3 = S^1 + \left(\frac{w^1(S^2-S^1)}{w^{1\prime}B^1}\right)B^1$“ folgt:

$$(A.1.21.)\quad [w_i^1 - w_i^2]'\left(S_i^1 + \left(\frac{w^1(S^2-S^1)}{w^{1\prime}B^1}\right)B^1 - S_i^2\right) \geq 0$$

Multipliziert man diese Ungleichung mit „-1“ und erweitert man diese wieder mit unserem „w_i^1" im Zähler und Nenner

$$(A.1.22.)\quad \left[\frac{(w_i^2-w_i^1)}{w_i^1}\right]'\left(w_i^1(S_i^2 - S_i^1) - w_i^1\left(\frac{w^1(S^2-S^1)}{w^{1\prime}B^1}\right)B^1\right) \geq 0$$

Durch umstellen im letzten Term lässt sich die selbe Ungleichung so darstellen:

$$\text{(A.1.23.)} \quad \left[\frac{(w_i^2 - w_i^1)}{w_i^1}\right]' \left(w_i^1(S_i^2 - S_i^1) - \left[\frac{w^1 B^1}{w^{1\prime} B^1}\right] [w_i^1(S^2 - S^1)]\right) \geq 0$$

Und dies ist nichts anderes als unserer Zusammenhang von der relativen Veränderung des Faktorpreises und der relativen Veränderung des Faktorenanteils am Außenhandel.

Anhang2:

Das Heckscher-Ohlin-Modell von Leamer (2000), mit Cobb-Doulgas-Bedingung:

Variaben:

P =Preisvektor,
w = Produktionsfaktorenpreisvektor,
A = Matrix der Faktoreninputs,
q = Gütervektor,
v = Produktionsfaktorenvektor,
t = Technologie,
c = Vektor der Konsum von handelbaren Gütern,
GDP(BIP) = w´v =p´q = Summe der Einkommen, EXP = p´q =Summe der Ausgaben,
Leisungsbilanzüberschuss =GDP-EXP,
T =trade = q-c,
F =netto Export der Produktionsfaktoren.

Modellannahmen:

Konstante Skalenerträge: A = A(w, t)

Gleichgewicht am Faktorenmarkt: Aq = v

Null-Gewinn-These: $A_{1t}' w = p_{1t}$

Anhang3:

Leamer´s Interpretation von Deardorff-Staiger-Modell in der allgemeinen Version

Es wird angenommen, dass log-lineare Produktions- und Präferenzenfunktionen, sowie Präferenzen und Technik sind weltweit die gleichen, wenn die Faktorenpreise dieselben sind.
p =Preisvektor,
w = Produktionsfaktorenpreisvektor,
A = Matrix der Faktoreninputs,
q = Gütervektor,
v = Produktionsfaktorenvektor,
t = Technologie,
c = Vektor der Konsum von handelbaren Gütern,
GDP(BIP) = w´v =p´q = Summe der Einkommen,
EXP = p´q = Summe der Ausgaben,
Leisungsbilanzüberschuss =GDP-EXP,
T =trade = q-c,

F =netto Export der Produktionsfaktoren,
$\boldsymbol{\gamma}$ = Vektor der Konsumanteile,
Θ =Vektor der Produktionsfaktorenanteile zur Produktion eines Gutes,
P = Diagonal Matrix der Güterpreise,
W = Diagonal Matrix der Faktorproduktionspreise.

Faktor Intensitäten Matrix: $A = W^{-1}\Theta P = \frac{\Theta P}{W}$

Konsumvektor: $Pc = \ \gamma$ EXP

Faktorenanteil am Handel: $F = Aq - Ac$

Da die Produktionsfaktoren (v) gleich den Gütern (q) mal der angewandten Technik (A) sein muss, kann dieser Term ersetzt werden.

Ebenfalls lässt sie (A) sich im zweiten Term ersetzen durch "$\frac{\Theta P}{W}$“.

$$(A.3.1.) \qquad F = v - \frac{\Theta Pc}{W}$$

Preis (p) multipliziert Konsum (c) entspricht(γ EXP).

$$(A.3.2.) \qquad F = v - \frac{\Theta\gamma \text{ EXP}}{W}$$

Für Autarkie lässt sich der Einkommensanteil der einzelnen Faktoren bestimmen durch die Konsumanteile (γ) und notwendig Produktionsfaktoren für diese Güter (Θ):

$$(A.3.3.) \qquad s^A \equiv \frac{W^A v}{EXP^A} = \Theta\gamma$$

Der Vektor des Außenhandels, entspricht der Faktorenausstattung (v) minus den Faktoren, welche für den Konsum verbraucht werden „$\frac{s^A EXP}{W}$ ".

$$(A.3.4.) \qquad F = v - \frac{s^A EXP}{W}$$

Der Einkommensanteil am der Produktionsfaktoren an bei einer Offenen Volkswirtschaft

$$(A.3.5.) \qquad s \equiv \frac{Wv}{w'v}$$

Die einzelnen Elemente des Faktor-Handelsvektor können beschrieben werden als

$$(A.3.6.) \qquad F_k = v_k - \frac{s_k^A EXP}{w_k}$$

Erweitert man den zweiten Term mit „$\frac{v_k}{v_k}$“ und hebt die Produktionsfaktorausstattung (v_k) heraus erhält man:

$$(A.3.7.) \qquad F_k = v_k \left(1 - \frac{s_k^A EXP}{v_k w_k}\right)$$

„$v_k w_k$“ ist der verwendete Produktionsfaktor-k multipliziert mit seinem Preis und stellt damit den Beitrag des Produktionsfaktors am BiP da, was wiederrum der

Einkommensanteil von Produktionsfaktor-k am BiP ist „$s_k GDP$“, kann man den Nenner umformen zu:

$$\text{(A.3.8.)} \quad F_k = v_k \left(1 - \frac{s_k^A}{s_k} \frac{EXP}{GDP}\right)$$

Wenn man nun die Klammer durch hinein Multiplikation auflöst, dann $(-v_k)$ abzieht, die gesamte Gleichung mit „-1“ multipliziert, durch (v_k) sowie „$\frac{EXP}{GDP}$“ dividiert und dann Konsum (EXP) durch das BiP (GDP) minus dem Handelsüberschuss (Surplus) „$GDP = EXP + Surplus$“ ersetzt, erhält man durch diese neu an Ordnung:

$$\frac{s_k^A}{s_k} = \frac{\frac{v_k - F_k}{v_k}}{\frac{GDP - Surplus}{GDP}}$$

Damit man diese Gleichung als Indikator für die Veränderung nutzen kann sind einige Modifikationen notwendig: Erweiterung der Gleichung um „-1“ und Auflösung des Doppelbruchs

$$\text{(A.3.9.)} \quad \frac{s_k^A}{s_k} - 1 = \frac{(v_k - F_k)GDP}{v_k(GDP - Surplus)} - 1$$

Erweiterung der rechten Seite um „$\frac{v_k\, surplus}{v_k(GDP - Surplus)} - \frac{v_k\, surplus}{v_k(GDP - Surplus)}$“.

$$\text{(A.3.10.)} \quad \frac{s_k^A}{s_k} - 1 =$$

$$\frac{(v_k GDP)}{v_k(GDP - Surplus)} - \frac{F_k GDP}{v_k(GDP - Surplus)} + \frac{v_k\, surplus}{v_k(GDP - Surplus)} - \frac{v_k\, surplus}{v_k(GDP - Surplus)} - 1$$

Schreib man nun den ersten und vierten Term der rechten Seite auf einen Bruchstrich ergibt dies „1“, durch den minus-eins-Term, ist es möglich diese zu streichen über bleiben der zweite und dritte Term

$$\text{(A.3.11.)} \quad \frac{s_k^A}{s_k} - 1 = \frac{v_k\, surplus}{v_k(GDP - Surplus)} - \frac{F_k GDP}{v_k(GDP - Surplus)}$$

Im nun vorderen Term kürzt sich (v_k) heraus, und beiden Termen ersetzt man $(GDP - Surplus)$ druch EXP, wenn man den vorderen Term erweitert um erhält man:

$$\text{(A.3.12.)} \quad \frac{s_k^A}{s_k} - 1 = \frac{surplus}{(EXP)} \frac{GDP}{GDP} - \frac{F_k GDP}{v_k(EXP)}$$

Aus beiden Termen lässt sich$\left(\frac{GDP}{EXP}\right)$ heraus heben und auf der linken Seite wird aus (-1) der Term $\left(\frac{s_k}{s_k}\right)$:

$$\text{(A.3.13.)} \qquad \frac{s_k^A - s_k}{s_k} = \left(\frac{surplus}{GDP} - \frac{F_k}{v_k}\right)\left(\frac{GDP}{EXP}\right)$$

Links steht die Veränderung des Einkommensanteil $\left(\frac{s_k^A - s_k}{s_k}\right)$des k-Produktionsfaktors. Recht ist der erste Term $\left(\frac{surplus}{GDP}\right)$das gesamtwirtschaftliche Handelsüberschuss, minus dem Handelsüberschusses des k-Produktionsfaktors $\left(\frac{F_k}{v_k}\right)$, das ganze gewichtet mit gesamt BiP durch den Konsum $\left(\frac{GDP}{EXP}\right)$.