



Name: .....

Matrikel-Nr.: .....

Hinweise:

- Diese Klausur enthält 1 Aufgabe.
- Die Unterlagen bestehen aus 6 Seiten inkl. Deckblatt.
- Die Dauer der Klausur beträgt 180 Minuten.
- Erlaubte Hilfsmittel:
  - Vorlesungsskript, Vorlesungsfolien
  - Schriftliche Unterlagen
  - Zugewiesener Laborrechner
  - Taschenrechner
- Notieren Sie auf jedem Blatt Ihren Namen und Matrikelnummer.
- Stellen Sie Ihren Lösungsweg ausführlich dar und begründen Sie Ihr Vorgehen.
- Geben Sie dieses Deckblatt, die Aufgabenstellung und alle bearbeiteten Blätter mit Ihrer Klausur ab.

max. Punktzahl	Ist-Punktzahl
100	

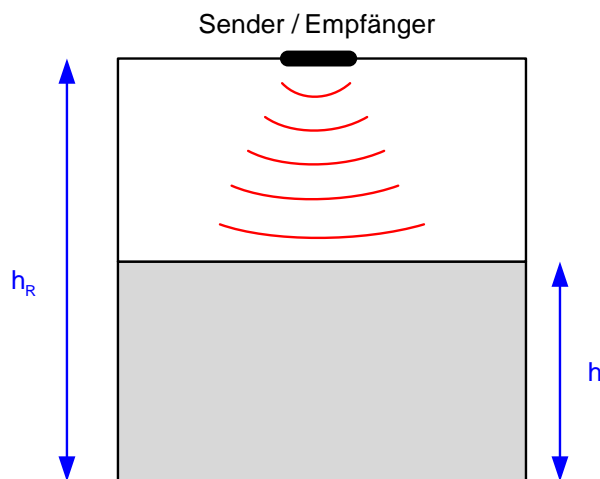
Note	
------	--

Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig und ohne Hilfe anderer bearbeitet habe.

Datum: .....Unterschrift: .....

## Beschreibung der Aufgabe

Zur Füllstandsmessung in Behältern werden unter anderem Ultraschallverfahren eingesetzt. Dabei werden von einem Sender Ultraschallsignale ausgesendet. Sie werden an der Oberfläche des Füllgutes reflektiert und gelangen zum Empfänger, der an derselbe Stelle wie der Sender positioniert ist.



Beispiel Ultraschallsensor



Quelle: Nivus GmbH, Eppingen

Die Füllstandshöhe  $h$  wird über die Laufzeit  $T$  des Signals, die Schallgeschwindigkeit unter Normalbedingungen  $c_0$  und eine Referenzposition  $h_R$  bestimmt:

$$h = h_R - \frac{c_0 \cdot T}{2}$$

Aus der Literatur ist bekannt, dass die Schallgeschwindigkeit  $c$  von der Temperatur  $\vartheta$  und der relativen Luftfeuchte  $rH$  abhängt. Deshalb wird sie auf normierte Bedingungen zurückgerechnet.

## Temperatur als Einflussgrößen auf die Schallgeschwindigkeit

Die folgende Tabelle zeigt zwei Messreihen für die Schallgeschwindigkeit  $c$ , die bei 10 °C und 30 °C aufgenommen wurden. Die Daten sind in der Datei *Signifikanz.mat* gespeichert und können als normalverteilt angesehen werden.

Schallgeschwindigkeit $c$ / m/s bei $\vartheta_1 = 10$ °C					Schallgeschwindigkeit $c$ / m/s bei $\vartheta_2 = 30$ °C				
336.76	337.62	337.23	337.39	336.05	348.81	350.23	348.81	349.95	350.12
337.11	337.79	335.99	337.08	337.78	347.79	350.02	348.94	348.87	350.65
337.31	337.94	336.25	336.36	337.56	350.98	348.99	351.47	348.65	348.83
338.44	336.00	338.08	336.44	336.17	349.48	349.05	350.05	349.73	349.53
336.64	337.21	336.86	337.44	336.73	350.32	349.62	348.78	350.95	349.73

- Stellen Sie die beiden Messreihen in separaten Histogrammen dar.
- Schätzen Sie die Parameter der Verteilung und zeichnen Sie die geschätzte Verteilung in die Histogramme ein.
- Geben Sie die Konfidenzbereiche für Mittelwert und Standardabweichung an.
- Prüfen Sie mit diesen Daten und einem Hypothesentest, ob die Temperatur einen signifikanten Einfluss auf die Schallgeschwindigkeit besitzt.

## Kompensation von Störeffekten durch eine Regressionsfunktion

Zur Kompensation von Störeffekten soll eine Regressionsfunktion für die Schallgeschwindigkeit  $c(\vartheta, rH)$  als Funktion der Temperaturen  $\vartheta$  und der relativen Feuchte  $rH$  erstellt werden. Dazu wurden Messwerte bei unterschiedlichen Temperaturen und relativen Feuchten aufgenommen. Die Daten sind in der Datei *Kompensation.mat* gespeichert und können als normalverteilt angesehen werden.

$c$ / m/s	$rH = 30$ %	$rH = 60$ %	$rH = 90$ %
$\vartheta = 0$ °C	331.5	331.6	331.7
$\vartheta = 20$ °C	343.7	344.1	344.5
$\vartheta = 40$ °C	356.1	357.3	358.5

- Erstellen Sie ausgehend von einem vollquadratischen Ansatz und ohne Berücksichtigung des adjungierten Bestimmtheitsmaßes eine Regressionsfunktion mit signifikanten Termen und stellen Sie das Ergebnis grafisch dar.
- Geben Sie für die signifikanten Regressionskoeffizienten einen Konfidenzbereich mit  $\gamma = 95$  % an.

## Statistische Tolerierung

Für die Bestimmung der Füllstandshöhe  $h$  über die Gleichung

$$h = h_R - \frac{c \cdot T}{2}$$

soll eine statistische Tolerierung durchgeführt werden. Dabei werden unterschiedliche Verfahren miteinander verglichen. Die beteiligten Größen weisen die in der folgenden Tabelle dargestellten Toleranzen auf, eine Korrelation zwischen den Größen besteht nicht.

Messgröße	Sollwert	Verteilung	Toleranzangabe
Referenzposition $h_R$	3 m	normalverteilt	$T_{hR} = 1 \text{ mm}$ $\pm 3 \cdot \sigma$
Schallgeschwindigkeit $c$	343.2 m/s	normalverteilt	$T_c = 0.1 \text{ m/s}$ $\pm 3 \cdot \sigma$
Laufzeit $T$	8.7413 ms	gleichverteilt	$T_T = 10 \text{ } \mu\text{s}$

Geben Sie die Toleranz  $T_h$  der Füllstandshöhe  $h$  an, die sich bei den folgenden Verfahren mit  $\gamma = 95 \%$  ergibt.

- g) Tolerierung nach dem Grenzwertsatz der Wahrscheinlichkeit.
- h) Statistische Tolerierung auf Basis statistischer Simulation mit numerischer Auswertung des Toleranzbereiches.
- i) Berechnung des Toleranzbereiches über die Faltung der Wahrscheinlichkeitsdichten.
- j) Diskutieren Sie die Ergebnisse.

## Mess-System-Analyse

Für das aufgebaute Messsystem und eine Toleranzvorgabe von  $T_h = 10 \text{ mm}$  wird eine Mess-System-Analyse durchgeführt. Nach erfolgreichem Nachweis einer ausreichenden Auflösung wird der systematische Messfehler bei einer Referenz von  $h_0 = 1.5 \text{ m}$  bewertet. Dazu wird eine Messreihe mit  $N = 50$  Stichprobenwerten bei einer konstanten Temperatur  $T_0 = 25 \text{ °C}$  aufgenommen. Die Daten sind in der Datei *SystematischerMessfehler.mat* gespeichert.

Nr.	Füllstandshöhe h / m									
<b>1 - 10</b>	1.50030	1.50066	1.50036	1.50043	1.50047	1.50059	1.50031	1.50055	1.50004	1.50052
<b>11 - 20</b>	1.50003	1.50066	1.50056	1.50064	1.50010	1.50068	1.50055	1.50066	1.50046	1.50045
<b>21 - 30</b>	1.50043	1.50039	1.50027	1.50041	1.50056	1.50005	1.50058	1.50013	1.50017	1.50020
<b>31 - 40</b>	1.50046	1.50047	1.50089	1.50038	1.50076	1.50008	1.50056	1.50040	1.50071	1.49992
<b>41 - 50</b>	1.50015	1.50044	1.50037	1.50022	1.50025	1.50053	1.50069	1.50037	1.50022	1.50039

k) Berechnen Sie den  $C_g$  und  $C_{gk}$ -Wert. Was bedeuten die Werte für das Messsystem?

Für den Nachweis der Linearität wurde folgender Datensatz mit unterschiedlichen Füllstandshöhen in m aufgenommen. Die Daten sind in der Datei *Linearitaet.mat* gespeichert.

Referenzhöhe / m	1.1	1.3	1.5	1.7	1.9
1	1.09849	1.29757	1.49986	1.70016	1.90116
2	1.09912	1.29843	1.49953	1.70079	1.90139
3	1.09882	1.29784	1.49991	1.70119	1.90012
4	1.09902	1.29742	1.5005	1.70087	1.90073
5	1.09885	1.29813	1.49953	1.70152	1.90071
6	1.09881	1.29865	1.50026	1.70074	1.90058
7	1.09915	1.29829	1.49975	1.70003	1.90092
8	1.0993	1.29882	1.50023	1.70049	1.90163
9	1.09988	1.29821	1.49954	1.70144	1.90098
10	1.09843	1.29878	1.50004	1.70095	1.90151

l) Untersuchen Sie auf Basis dieser Daten die Linearität des Messsystems.

Zur Bestimmung des Streuverhaltens werden zwei Messreihen mit jeweils 25 Teilen aufgenommen. Die Daten sind in der Datei *Streuverhalten.mat* gespeichert.

Versuch	Höhe h / m		Versuch	Höhe h / m	
	Messung 1	Messung 2		Messung 1	Messung 2
1	1.49976	1.49972	14	1.49717	1.49728
2	1.50020	1.49985	15	1.49744	1.49781
3	1.50190	1.50195	16	1.50102	1.50115
4	1.50011	1.49987	17	1.49929	1.49915
5	1.49983	1.50014	18	1.50123	1.50131
6	1.49852	1.49834	19	1.50145	1.50123
7	1.50052	1.50064	20	1.50127	1.50126
8	1.49762	1.49767	21	1.50229	1.50228
9	1.50127	1.50107	22	1.50119	1.50119
10	1.50289	1.50240	23	1.50212	1.50205
11	1.49877	1.49876	24	1.49786	1.49811
12	1.50153	1.50130	25	1.49996	1.49955
13	1.50223	1.50237			

- m) Bewerten Sie das Streuverhalten des Messsystems mit Hilfe einer geeigneten Kenngröße. Stellen Sie außerdem die Messergebnisse in einer geeigneten Form dar.