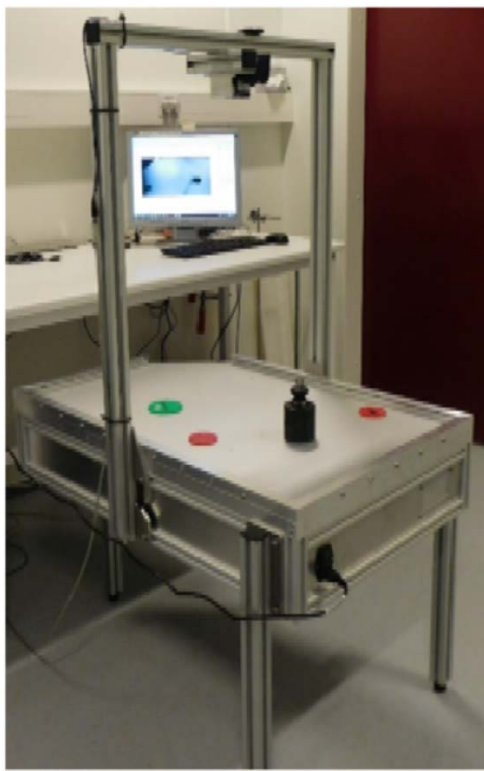


Eksperimentel fysik

Introduktion til Laboratorieøvelse 2

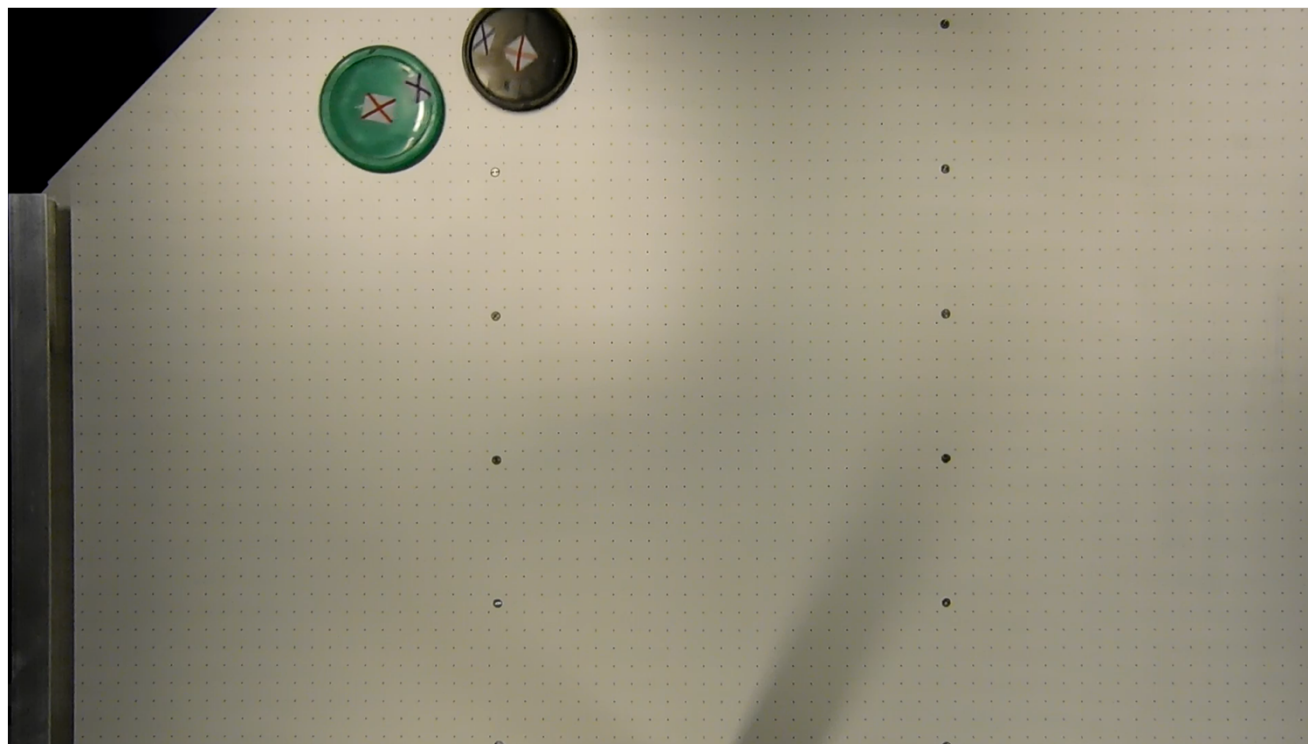
Omsætning af impuls, energi og impulsmoment under stød

Henrik B. Pedersen

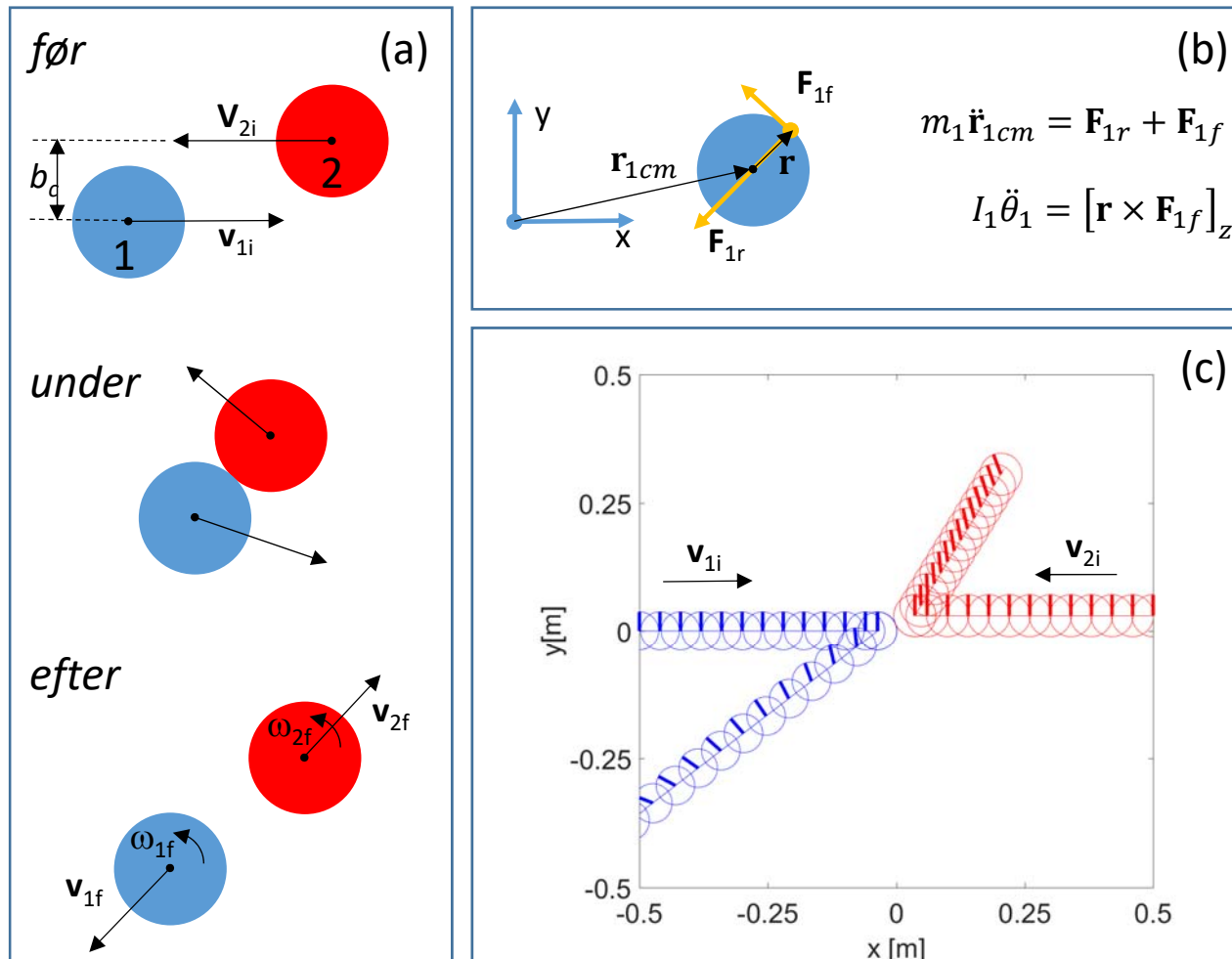


Øvelse 2

- handler om kollisjoner i 2D



Dagens program



*Hvordan beskriver vi matematisk og numerisk kollisioner mellem to legemer ?
 Inspiration til at kunne regne numerisk på situationen i øvelse 2*

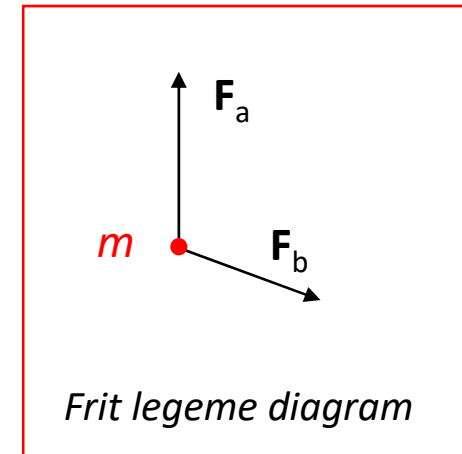
Dagens program

- Påmindelse om vores redskaber fra mekanik
 - Newtons love
 - Kraftmoment og impulsmoment
 - Stive legemer → stive legemer med en fast rotations akse (eks. puck i en plan)
- Påmindelse om et resultat om differentialligninger
 - 1 x 2. ordens differentialligning → 2 x 1. ordens differentialligninger
- Formulering af bevægelsesligninger for en puck i 2 dimensioner
 - 6 ligninger: 4 for translation (x, y, v_x, v_y) + 2 for rotation (θ, ω)
- Formulering af samlet set bevægelsesligninger for 2 pucker der støder
 - 12 ligninger: 6 for puck 1 + 6 for puck 2
 - Model for kraften mellem de to pucker
- Omsætning af impuls, impulsmoment og energi
- Implementering i matlab
- Nogle eksempler og videre overvejelser/inspiration

Vores redskaber fra mekanik - 1

Newtons love for bevægelse af et legeme i et inertial system

- N1 *Fastlægger hvad, der menes med et **inertial system***
- N2 $\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \sum \mathbf{F}$ *Fortæller hvordan et legeme **bevæger** sig under givne kræfter*
- N3 $\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21}$ *Fortæller hvordan legemer **vekselvirker** med hinanden*

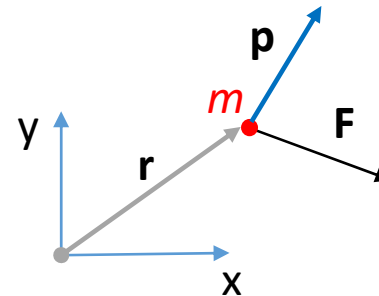


Kraftmoment og Impulsmoment

Definitioner i forhold til et valgt koordinatsystem

Kraftmoment $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$

Impulsmomentmoment $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$



Bevægelsen er fastlagt
Når vi kender \mathbf{r} , \mathbf{p}

$$\left. \begin{array}{l} \text{Kraftmoment} \\ \text{Impulsmomentmoment} \end{array} \right\} \xrightarrow[\text{anvend N2}]{\text{differentier og}} \frac{d\mathbf{L}}{dt} = \sum \boldsymbol{\tau}$$

→ Gælder også for en samling af legemer (eks. et stift legeme) $\mathbf{L} = \sum_i \mathbf{L}_i$

Vores redskaber fra mekanik - 2

Stift legeme – legeme med udstrækning, men med fast form

Masse

$$m = \sum_i m_i$$

Massemidtpunkt

$$\mathbf{r}_{cm} = \frac{\sum_i m_i \mathbf{r}_i}{\sum_i m_i}$$

Orientering

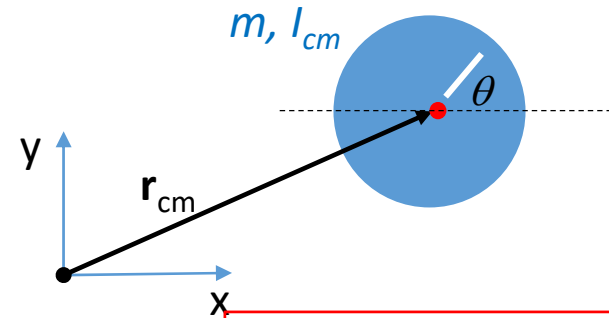
θ

Inertimoment
om cm

$$I_{cm} = \sum_i m_i (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{cm})^2$$

Impulsmoment

$$L_z = I_z \omega_z \quad \omega_z = \frac{d\theta}{dt}$$



Bevægelsen er fastlagt
ved når kender \mathbf{r}_{cm} , \mathbf{p}_{cm} , θ og ω_z

Vi indskrænker os til at betragte et legeme
som rotere om én fast akse

- følger direkte af definitionen af impulsmoment

Bevægelses ligninger for et stift legeme

Bevægelse af det stive legeme
kan beskrives som

en **translatoriske bevægelse**
af massemidtpunktet ifølge N2
og en **rotation** om en akse
gennem masse midtpunktet

$$\frac{d\mathbf{p}_{cm}}{dt} = \sum \mathbf{F}_{ext}$$

$$\frac{d\mathbf{L}_{cm}}{dt} = \sum \boldsymbol{\tau}_{ext}$$

For en puck
i en plan

$$\frac{d\mathbf{p}_{cm}}{dt} = \sum \mathbf{F}_{ext}$$

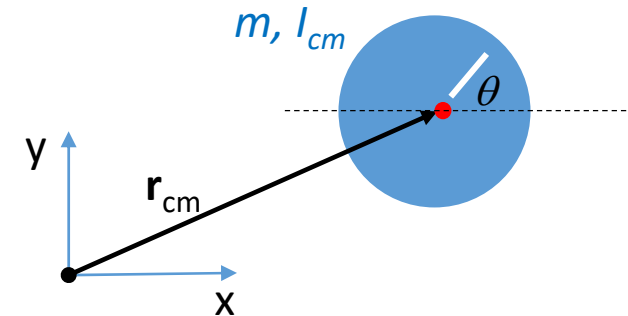
$$I_{cm} \frac{d\omega_z}{dt} = \sum \tau_z$$

Vores redskaber fra mekanik - 3

Stift legeme – PUCK i en PLAN

$$\begin{array}{ccc}
 \boxed{\begin{array}{l} \frac{d\mathbf{p}_{cm}}{dt} = \sum \mathbf{F}_{ext} \\ I_{cm} \frac{d\omega_z}{dt} = \sum \tau_z \end{array}} & \begin{array}{c} \mathbf{p}_{cm} = m \frac{d\mathbf{r}_{cm}}{dt} \\ \omega_z = \frac{d\theta}{dt} \end{array} & \boxed{\begin{array}{l} m \frac{d^2 \mathbf{r}_{cm}}{dt^2} = \sum \mathbf{F}_{ext} \\ I_{cm} \frac{d^2 \theta}{dt^2} = \sum \tau_z \end{array}}
 \end{array}$$

For en puck
i en plan



Den samlede impuls

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ 0 \end{pmatrix} m$$

Det samlede impulsmoment

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ L_z \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} x \\ y \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ 0 \end{pmatrix}}_{\text{translation}} m + \underbrace{I_z \omega_z}_{\text{rotation}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Den samlede kinetiske energi

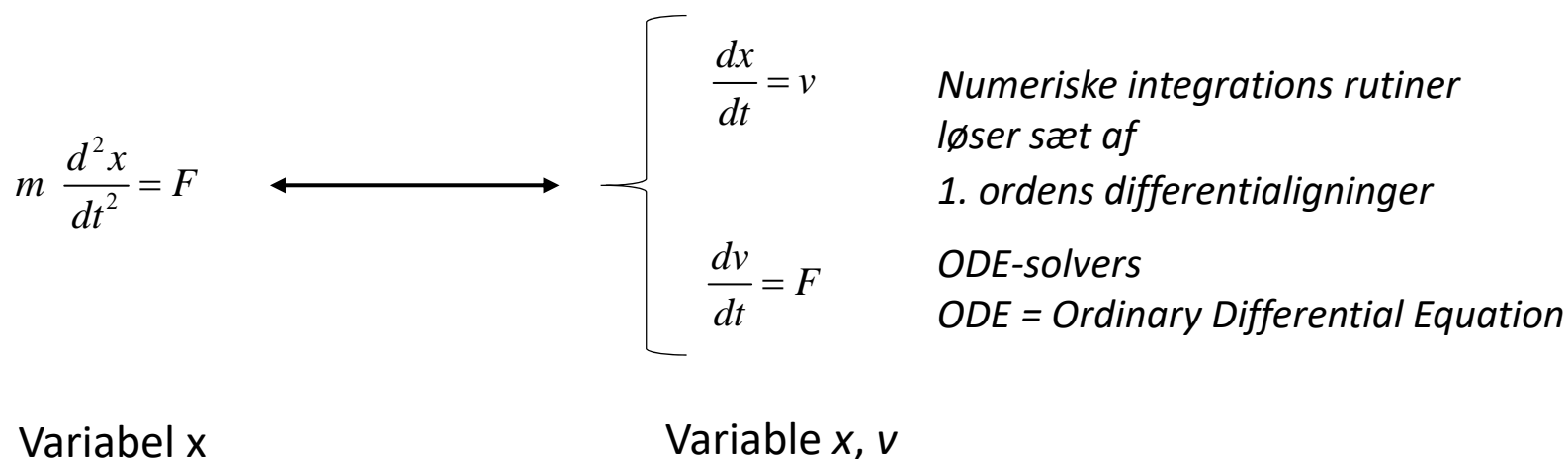
$$E = \frac{1}{2} m v_{cm}^2 + \frac{1}{2} I_z \omega_z^2 = \frac{p_{cm}^2}{2m} + \frac{1}{2} I_z \omega_z^2$$

Dagens program

- Påmindelse om vores redskaber fra mekanik
 - Newtons love
 - Kraftmoment og impulsmoment
 - Stive legemer \rightarrow stive legemer med en fast rotations akse (eks. puck i en plan)
- Påmindelse om et resultat om differentialligninger
 - 1 x 2. ordens differentialligning \rightarrow 2 x 1. ordens differentialligninger
- Formulering af bevægelsesligninger for en puck i 2 dimensioner
 - 6 ligninger: 4 for translation + 2 for rotation
- Formulering af samlet set bevægelsesligninger for 2 pucker der støder
 - 12 ligninger: 6 for puck 1 + 6 for puck 2
 - Model for kraften mellem de to pucker
- Omsætning af impuls, impulsmoment og energi
- Implementering i matlab
- Nogle eksempler og videre overvejelser/inspiration

Et resultat om differentiaalligninger

1 x 2. ordens differentiaalligning \rightarrow 2 x 1. ordens differentiaalligninger



Er der et ønske om at få en eksempel kode på blackboard ?

Dagens program

- Påmindelse om vores redskaber fra mekanik
 - Newtons love
 - Kraftmoment og impulsmoment
 - Stive legemer → stive legemer med en fast rotations akse (eks. puck i en plan)
- Påmindelse om et resultat om differentialligninger
 - 1 x 2. ordens differentialligning → 2 x 1. ordens differentialligninger
- Formulering af bevægelsesligninger for en puck i 2 dimensioner
 - 6 ligninger: 4 for translation + 2 for rotation
- Formulering af samlet set bevægelsesligninger for 2 pucker der støder
 - 12 ligninger: 6 for puck 1 + 6 for puck 2
 - Model for kraften mellem de to pucker
- Omsætning af impuls, impulsmoment og energi
- Implementering i matlab
- Nogle eksempler og videre overvejelser/inspiration

Bevægelsesligninger for én puck

Masse	m_1
Radius	R_1
Inertimoment	$I_1 (= \frac{1}{2} m_1 R_1^2)$
Bevægelse	$x_1, y_1, v_{x1}, v_{y1}, \theta_1, \omega_1$

$$\frac{d\mathbf{p}_{cm}}{dt} = \sum \mathbf{F}_{ext}$$

$$I_{cm} \frac{d\omega_z}{dt} = \sum \tau_z$$

Translation

$$\frac{dx_1}{dt} = v_{x1}$$

$$m_1 \frac{dv_{x1}}{dt} = F_{21-x}$$

$$\frac{dy_1}{dt} = v_{y1}$$

$$m_1 \frac{dv_{y1}}{dt} = F_{21-y}$$

Rotation

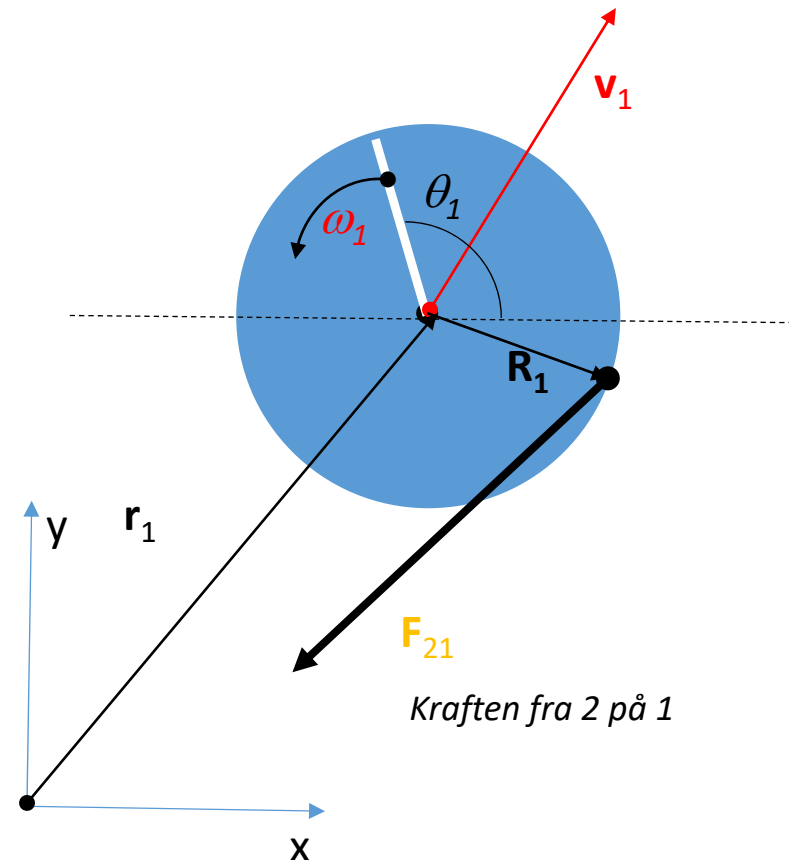
$$\frac{d\theta_1}{dt} = \omega_1$$

$$I_1 \frac{d\omega_1}{dt} = \tau_{21} = [\mathbf{R}_1 \times \mathbf{F}_{21}]_z$$

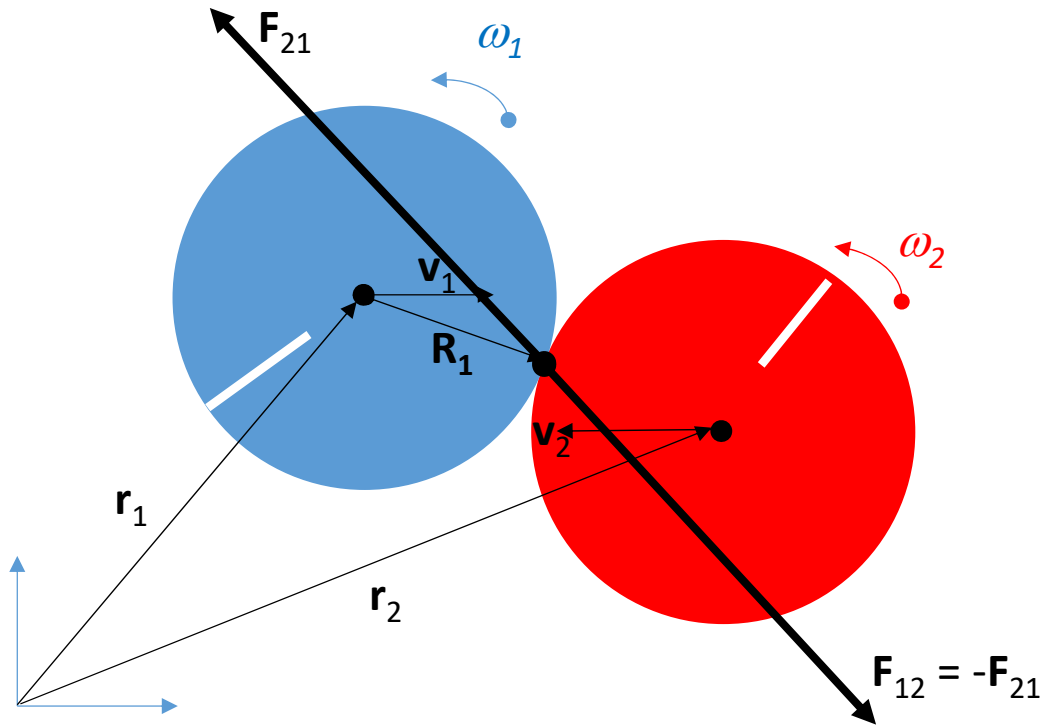
i forhold til cm

PUCK 1

NB – vi dropper nu notationen *cm*



To pucke der støder sammen



Hvordan skal vi forestille os kraften mellem de to legemer ?

Translation

$$\frac{dx_1}{dt} = v_{x1}$$

$$m_1 \frac{dv_{x1}}{dt} = F_{21-x}$$

$$\frac{dy_1}{dt} = v_{y1}$$

$$m_1 \frac{dv_{y1}}{dt} = F_{21-y}$$

Rotation

$$\frac{d\theta_1}{dt} = \omega_1$$

$$I_1 \frac{d\omega_1}{dt} = \tau_{21} = [\mathbf{R}_1 \times \mathbf{F}_{21}]_z$$

PUCK 1

Translation

$$\frac{dx_2}{dt} = v_{x2}$$

$$m_2 \frac{dv_{x2}}{dt} = F_{12-x}$$

$$\frac{dy_2}{dt} = v_{y2}$$

$$m_2 \frac{dv_{y2}}{dt} = F_{12-y}$$

Rotation

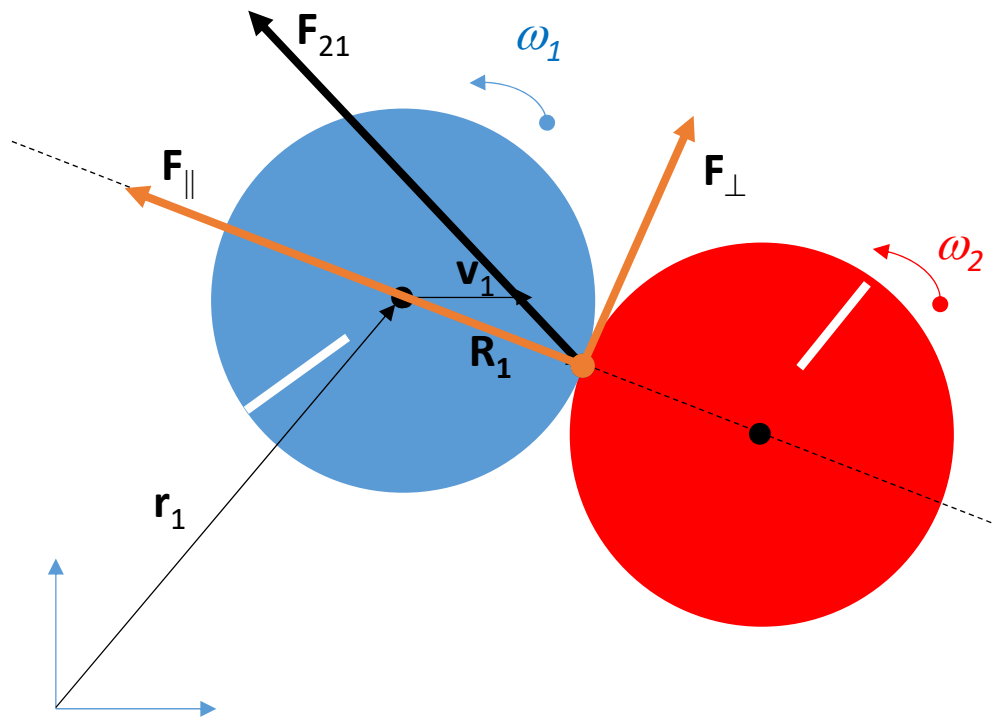
$$\frac{d\theta_2}{dt} = \omega_2$$

$$I_2 \frac{d\omega_2}{dt} = \tau_{12} = [\mathbf{R}_2 \times \mathbf{F}_{12}]_z$$

PUCK 2

To pucke der støder sammen

- Analyse af kraften



Nu kan vi lave en model for F_{\parallel} og F_{\perp}

Translation

$$\frac{dx_1}{dt} = v_{x1}$$

$$m_1 \frac{dv_{x1}}{dt} = F_{21-x}$$

$$\frac{dy_1}{dt} = v_{y1}$$

$$m_1 \frac{dv_{y1}}{dt} = F_{21-y}$$

Rotation

$$\frac{d\theta_1}{dt} = \omega_1$$

$$I_1 \frac{d\omega_1}{dt} = \tau_{21} = [\mathbf{R}_1 \times \mathbf{F}_{21}]_z$$

PUCK 1

Opløs kraften i to komponenter

1. F_{\parallel}

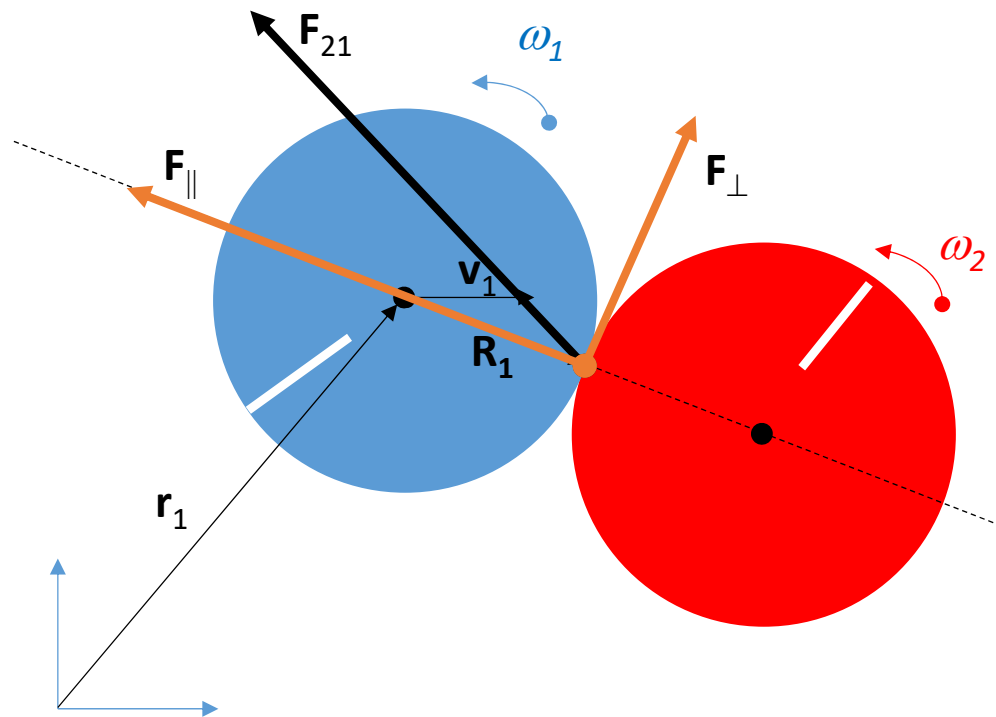
- langs akse mellem de to cm
- virker kun på cm-bevægelsen

2. F_{\perp}

- vinkelret på akse mellem de to cm'er
- modsat den relative bevægelse
- virker på cm- og rot-bevægelsen
- repræsentere gnidning

To pucke der støder sammen

- Model for kraften



$\mathbf{r}_{21} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$
- fra puck 1 mod puck 2

Translation

$$\frac{dx_1}{dt} = v_{x1}$$

$$m_1 \frac{dv_{x1}}{dt} = F_{21-x}$$

$$\frac{dy_1}{dt} = v_{y1}$$

$$m_1 \frac{dv_{y1}}{dt} = F_{21-y}$$

Rotation

$$\frac{d\theta_1}{dt} = \omega_1$$

$$I_1 \frac{d\omega_1}{dt} = \tau_{21} = [\mathbf{R}_1 \times \mathbf{F}_{21}]_z$$

PUCK 1

Opløs kraften i to komponenter

1. \mathbf{F}_{\parallel}

- langs akse mellem de to cm
- virker kun på cm-bevægelsen

$$\mathbf{F}_{\parallel} = -a \frac{\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|} = -a \frac{\mathbf{r}_{21}}{|\mathbf{r}_{21}|}$$

2. \mathbf{F}_{\perp}

- vinkelret på akse mellem de to cm'er
- modsat den relative bevægelse
- virker på cm- og rot-bevægelsen
- repræsentere gnidning

$$\mathbf{F}_{\perp} = b \frac{\mathbf{n}_{21}}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|} \quad \mathbf{n}_{21} \perp \mathbf{r}_{21}$$

Det samlede set ligninger vi skal bruge

Translation	Rotation
$\frac{dx_1}{dt} = v_{x1}$	$\frac{d\theta_1}{dt} = \omega_1$
$m_1 \frac{dv_{x1}}{dt} = F_{21-x}$	$I_1 \frac{d\omega_1}{dt} = \tau_{21} = [\mathbf{R}_1 \times \mathbf{F}_{21}]_z$
$\frac{dy_1}{dt} = v_{y1}$	
$m_1 \frac{dv_{y1}}{dt} = F_{21-y}$	

PUCK 1

Translation	Rotation
$\frac{dx_2}{dt} = v_{x2}$	$\frac{d\theta_2}{dt} = \omega_2$
$m_2 \frac{dv_{x2}}{dt} = F_{12-x}$	$I_2 \frac{d\omega_2}{dt} = \tau_{12} = [\mathbf{R}_2 \times \mathbf{F}_{12}]_z$
$\frac{dy_2}{dt} = v_{y2}$	
$m_2 \frac{dv_{y2}}{dt} = F_{12-y}$	

PUCK 2

Vekselvirkning

$$\mathbf{F}_{21} = -\mathbf{F}_{12} = \mathbf{F}_{\parallel} + \mathbf{F}_{\perp}$$

$$\mathbf{F}_{\parallel} = -a \frac{\mathbf{r}_{21}}{|\mathbf{r}_{21}|} \begin{cases} 0 & |\mathbf{r}_{21}| > R_1 + R_2 \\ 1 & |\mathbf{r}_{21}| \leq R_1 + R_2 \end{cases}$$

$$\mathbf{F}_{\perp} = b \frac{\mathbf{n}_{21}}{|\mathbf{r}_{21}|} \begin{cases} 0 & |\mathbf{r}_{21}| > R_1 + R_2 \\ 1 & |\mathbf{r}_{21}| \leq R_1 + R_2 \end{cases}$$

$$\mathbf{n}_{21} \perp \mathbf{r}_{21}$$

*Dette kan let sættes direkte ind
i en matlab-funktion*

*Men det er nok en fordel at opbygge
koden trinvis*

Dagens program

- Påmindelse om vores redskaber fra mekanik
 - Newtons love
 - Kraftmoment og impulsmoment
 - Stive legemer \rightarrow stive legemer med en fast rotations akse (eks. puck i en plan)
- Påmindelse om et resultat om differentialligninger
 - 1 x 2. ordens differentialligning \rightarrow 2 x 1. ordens differentialligninger
- Formulering af bevægelsesligninger for en puck i 2 dimensioner
 - 6 ligninger: 4 for translation + 2 for rotation
- Formulering af samlet set bevægelsesligninger for 2 pucker der støder
 - 12 ligninger: 6 for puck 1 + 6 for puck 2
 - Model for kraften mellem de to pucker
- Omsætning af impuls, impulsmoment og energi
- Implementering i matlab
- Nogle eksempler og videre overvejelser/inspiration

Omsætninger under kollision

Impuls $\mathbf{p}_1 = m\mathbf{v}_1$ $\mathbf{p}_2 = m_2\mathbf{v}_2$

For puck 1 (eller puck 2)

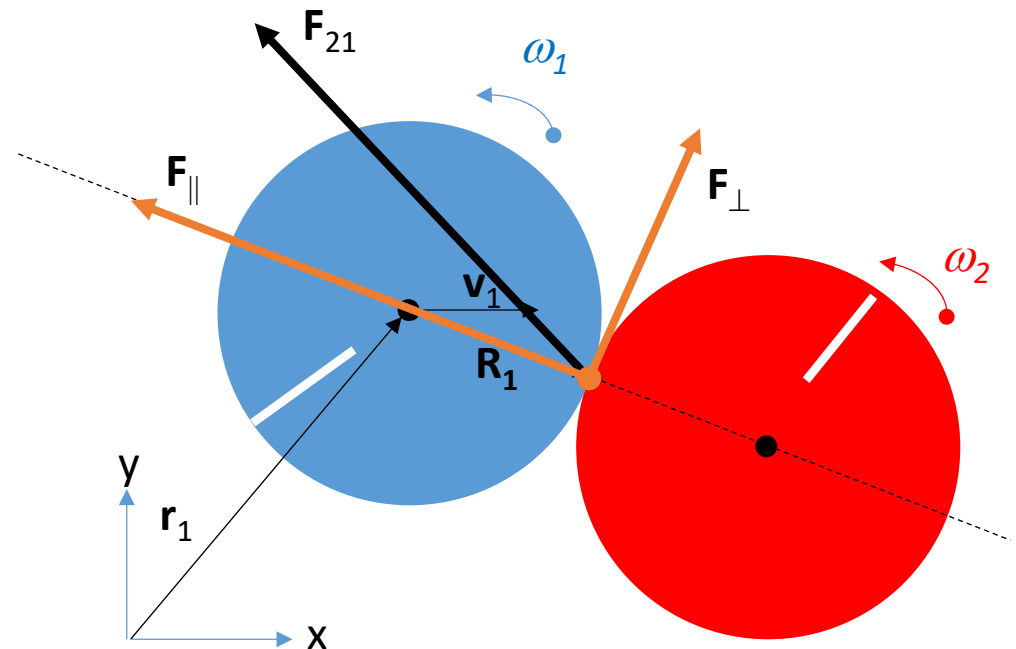
$$\frac{d\mathbf{p}_1}{dt} = \mathbf{F}_{21} \quad \text{N2}$$

Samlede impuls

$$\frac{d\mathbf{p}_1}{dt} + \frac{d\mathbf{p}_2}{dt} = \mathbf{F}_{21} + \mathbf{F}_{12} = \mathbf{F}_{21} - \mathbf{F}_{21} = 0 \quad \text{N3}$$

Kraften mellem puckene bevirker

- Der sker omsætninger af impuls mellem de to legemer
- Den totale impuls er bevaret til alle tider både i x og y retningen



Omsætninger under kollision

Notation

$$\mathbf{F}_\perp = \mathbf{F}_{1\perp} = -\mathbf{F}_{2\perp}$$

$$\mathbf{F}_\parallel = \mathbf{F}_{1\parallel} = -\mathbf{F}_{2\parallel}$$

Impulsmoment

$$\mathbf{L}_1 = \mathbf{r}_1 \times \mathbf{p}_1 + I_1 \omega_1 \mathbf{e}_z \quad \mathbf{L}_2 = \mathbf{r}_2 \times \mathbf{p}_2 + I_2 \omega_2 \mathbf{e}_z$$

For puck 1 (eller puck 2)

$$\frac{d\mathbf{L}_1}{dt} = \mathbf{R}_1 \times \mathbf{F}_{21} \longrightarrow \frac{d\mathbf{L}_1}{dt} = \mathbf{R}_1 \times \mathbf{F}_\perp \longrightarrow \frac{d\mathbf{L}_1}{dt} = R_1 F_\perp \mathbf{e}_z$$

N2

\mathbf{F}_\parallel er parallel med \mathbf{R}_1

NB – modsat den relative bevægelsesretning
- regnes med fortegn

Samlede impulsmoment

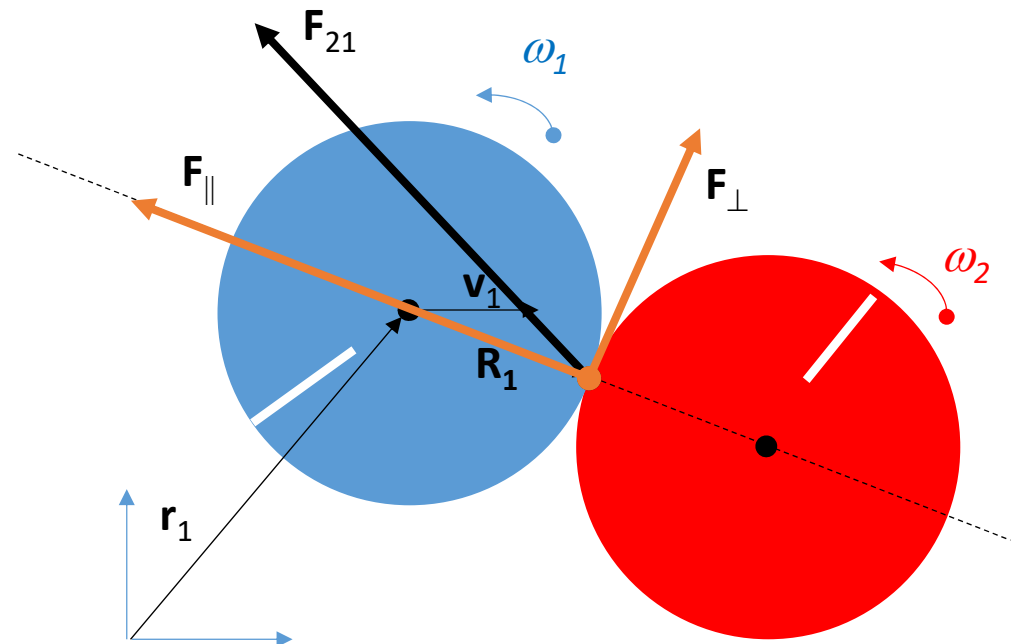
$$\frac{d\mathbf{L}_1}{dt} + \frac{d\mathbf{L}_2}{dt} = (R_1 - R_2) F_\perp \mathbf{e}_z$$

N3

NB - deformation kan ske

Gnidningskraften bevirker

- Der sker udveksling af impulsmoment mellem de to legemer
- Der sker omsætning af impulsmoment mellem translation og rotation
- Det totale impulsmomentet kan ændre sig



Omsætninger under kollision

Notation

$$\mathbf{F}_{\perp} = \mathbf{F}_{1\perp} = -\mathbf{F}_{2\perp}$$

$$\mathbf{F}_{\parallel} = \mathbf{F}_{1\parallel} = -\mathbf{F}_{2\parallel}$$

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_{1\parallel} + \mathbf{v}_{1\perp}$$

$$\mathbf{v}_2 = \mathbf{v}_{2\parallel} + \mathbf{v}_{2\perp}$$

Energi $E_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}I_1\omega_1^2 = \frac{p_1^2}{2m} + \frac{1}{2}I_1\omega_1^2$

For puck 1 (eller puck 2)

$$\frac{dE_1}{dt} = \frac{1}{m} \frac{d\mathbf{p}_1}{dt} \cdot \mathbf{p}_1 + I_1 \frac{d\omega_1}{dt} \cdot \omega_1 \longrightarrow \frac{dE_1}{dt} = \frac{1}{m} \mathbf{F}_{21} \cdot \mathbf{p}_1 + [\mathbf{R}_1 \times \mathbf{F}_{\perp}]_z \cdot \omega_1 \longrightarrow \frac{dE_1}{dt} = \mathbf{F}_{21} \cdot \mathbf{v}_1 + R_1 F_{\perp} \omega_1$$

Samlede energi

$$\frac{dE_1}{dt} + \frac{dE_2}{dt} = \mathbf{F}_{21} \cdot [\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2] + (R_1\omega_1 - R_2\omega_2) F_f$$

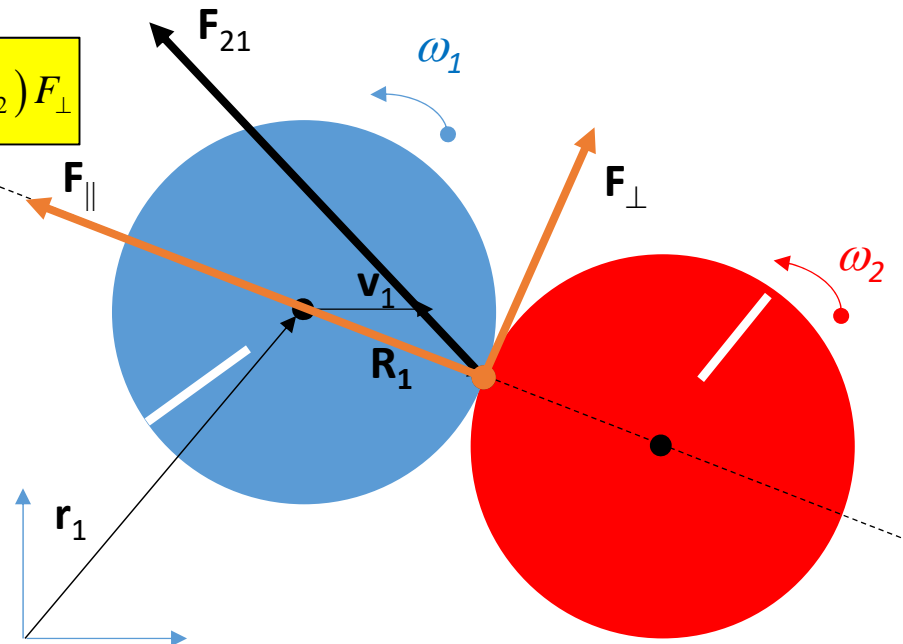
$$\longrightarrow \frac{dE_1}{dt} + \frac{dE_2}{dt} = F_{\parallel} \cdot [v_{1\parallel} - v_{2\parallel}] + (v_{1\perp} - v_{2\perp} + R_1\omega_1 - R_2\omega_2) F_{\perp}$$

elastisk

uelastisk

Kraften bevirker

- Der sker udveksling af energi mellem puckene (F_{\parallel} og F_{\perp})
- Der sker omsætning af energi mellem translation og rotation (gnidning - F_{\perp})
- Den totale energi kan ændre sig (gnidning - F_{\perp})

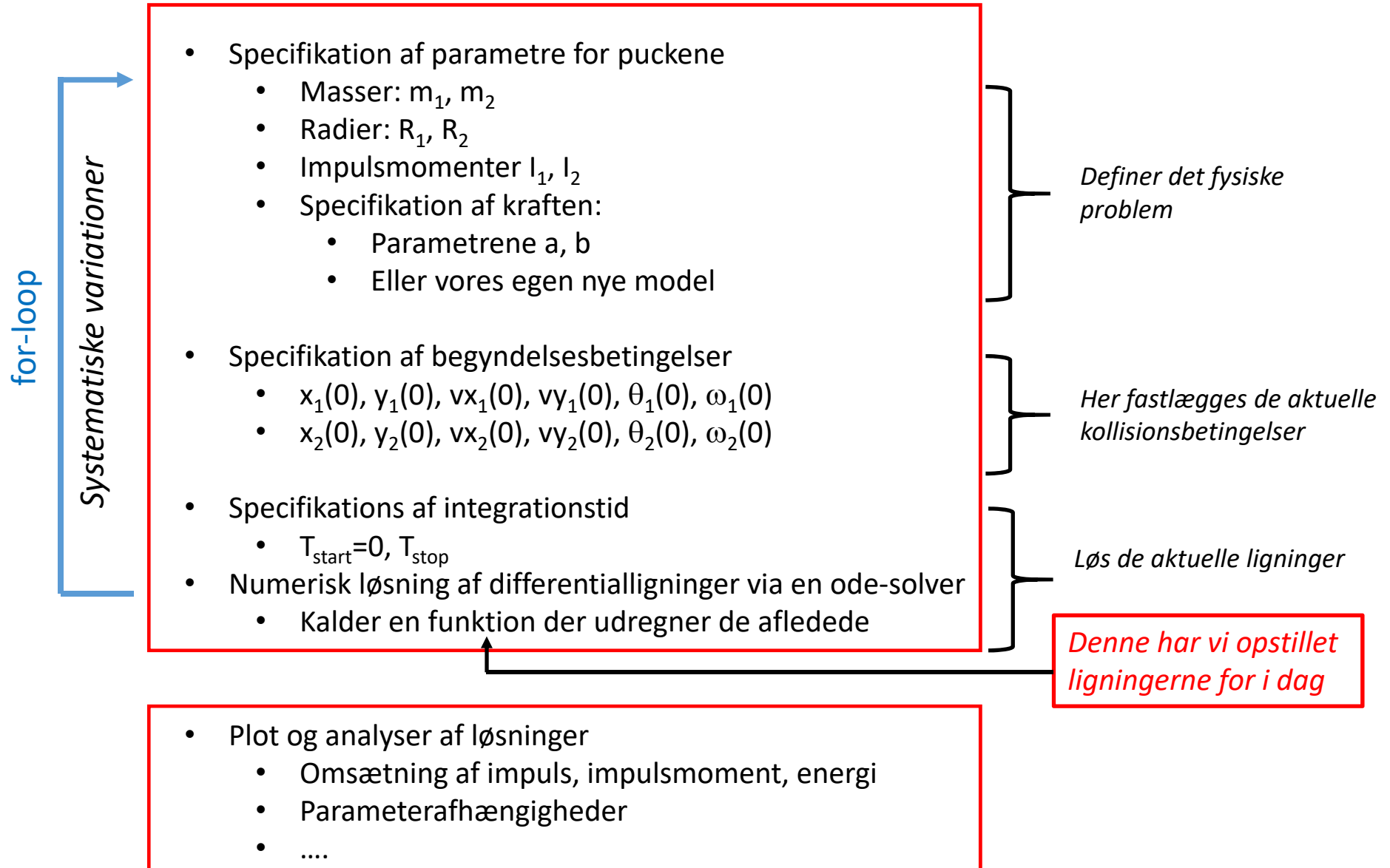


Dagens program

- Påmindelse om vores redskaber fra mekanik
 - Newtons love
 - Kraftmoment og impulsmoment
 - Stive legemer → stive legemer med en fast rotations akse (eks. puck i en plan)
- Påmindelse om et resultat om differentialligninger
 - 1 x 2. ordens differentialligning → 2 x 1. ordens differentialligninger
- Formulering af bevægelsesligninger for en puck i 2 dimensioner
 - 6 ligninger: 4 for translation + 2 for rotation
- Formulering af samlet set bevægelsesligninger for 2 pucker der støder
 - 12 ligninger: 6 for puck 1 + 6 for puck 2
 - Model for kraften mellem de to pucker
- Omsætning af impuls, impulsmoment og energi
- Implementering i matlab
- Nogle eksempler og videre overvejelser/inspiration

Implementering i matlab

- Hvordan kan vi opbygge et samlet set af scripts ?

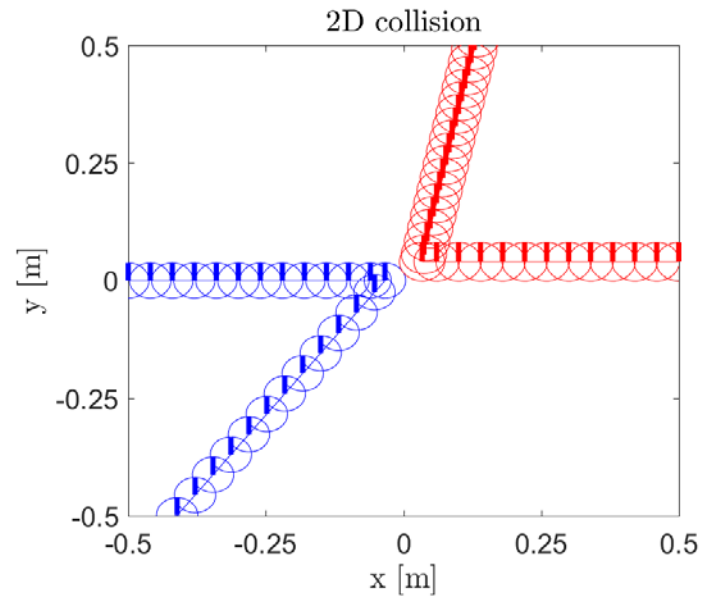


Dagens program

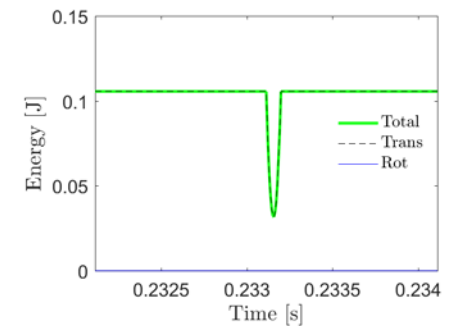
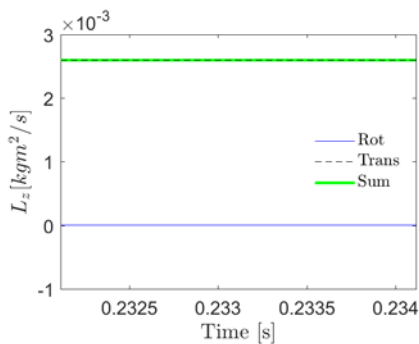
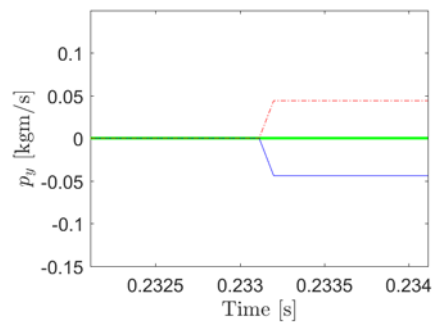
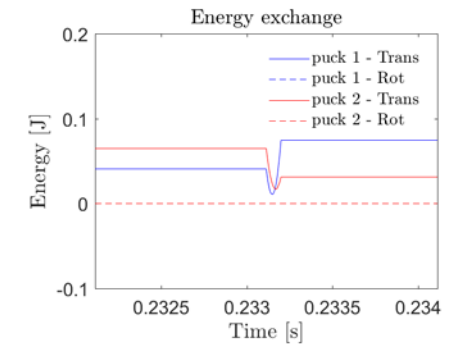
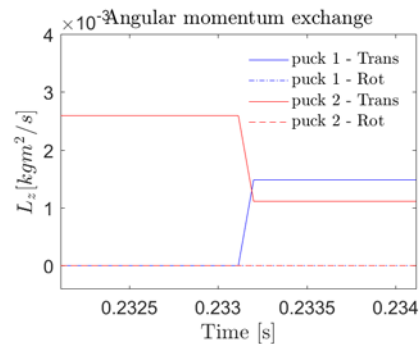
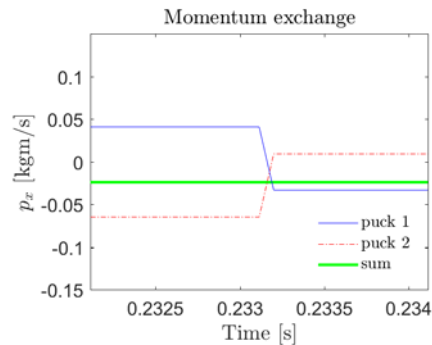
- Påmindelse om vores redskaber fra mekanik
 - Newtons love
 - Kraftmoment og impulsmoment
 - Stive legemer → stive legemer med en fast rotations akse (eks. puck i en plan)
- Påmindelse om et resultat om differentialligninger
 - 1 x 2. ordens differentialligning → 2 x 1. ordens differentialligninger
- Formulering af bevægelsesligninger for en puck i 2 dimensioner
 - 6 ligninger: 4 for translation + 2 for rotation
- Formulering af samlet set bevægelsesligninger for 2 pucker der støder
 - 12 ligninger: 6 for puck 1 + 6 for puck 2
 - Model for kraften mellem de to pucker
- Omsætning af impuls, impulsmoment og energi
- Implementering i matlab
- Nogle eksempler og videre overvejelser/inspiration

Eksempel - 1

- ingen friktion ($F_{\perp}=0$)
- Ingen initial rotation

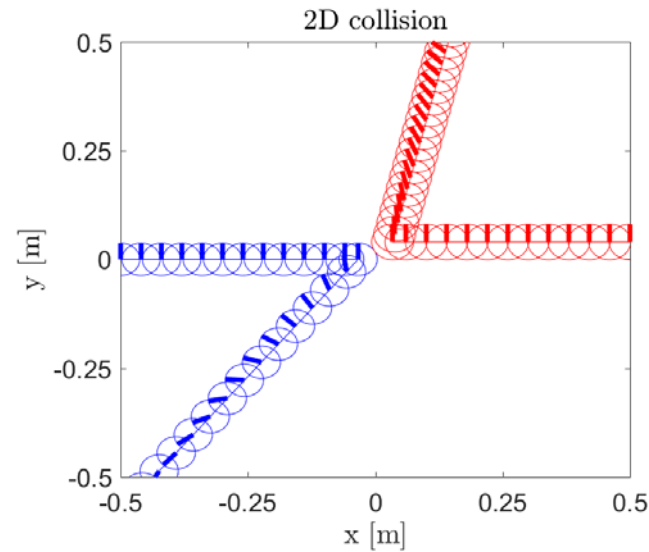


P	Impulsbevarelse Udveksling
L	Inertimomentbevarelse Udveksling Trans \leftrightarrow Rot
E	Energibevarelse Udveksling Kin \rightarrow Pot \rightarrow Kin Trans \leftrightarrow Rot



Eksempel - 2

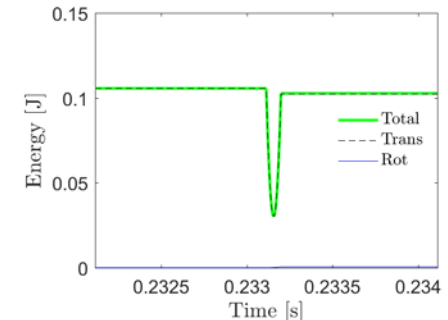
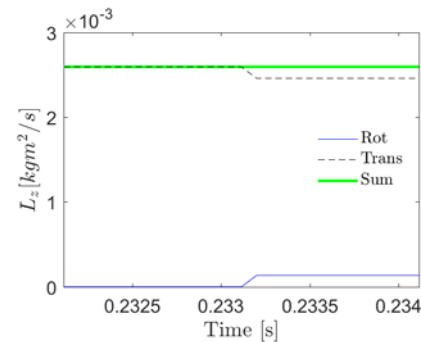
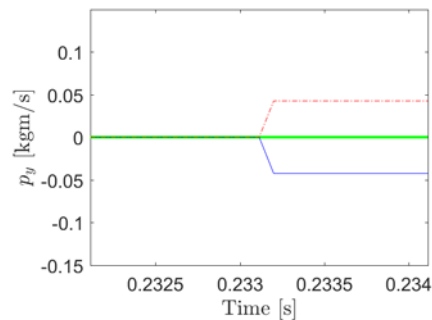
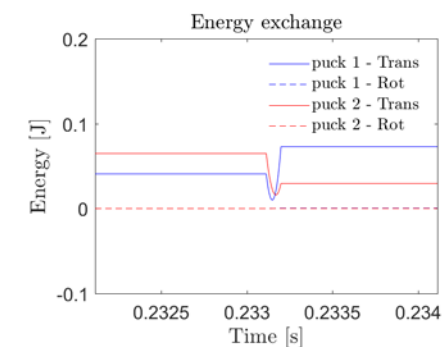
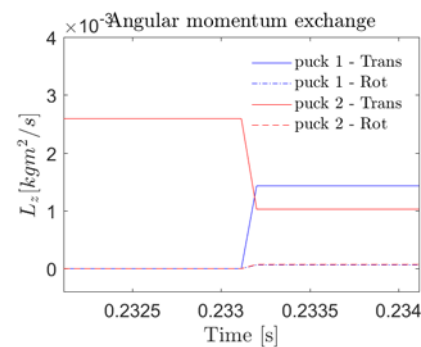
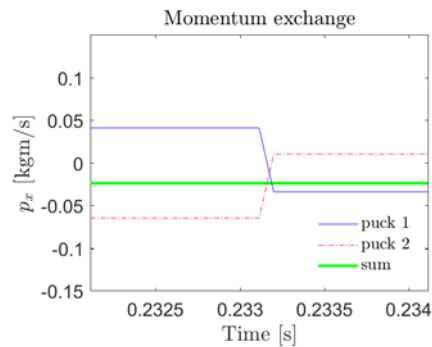
- Med friktion ($F_{\perp} \neq 0$)
- Ingen initial rotation



P Impulsbevarelse
Udveksling

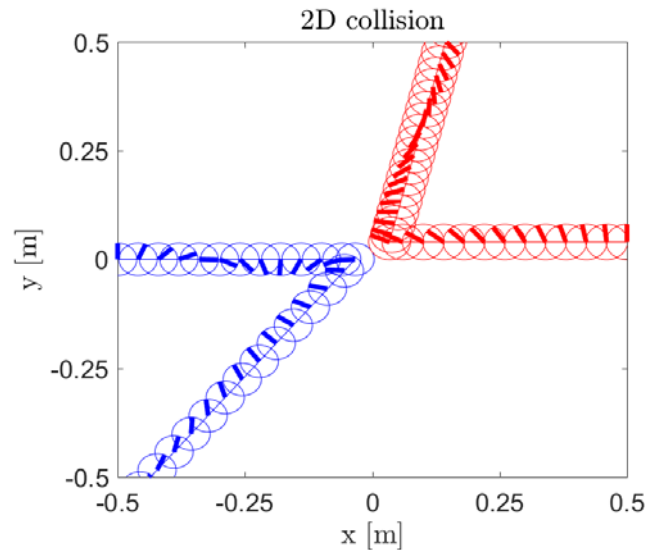
L ~~Inertimomentbevarelse~~ næsten
Udveksling
Trans \leftrightarrow Rot

E ~~Energibevarelse~~
Udveksling
Kin \rightarrow Pot \rightarrow Kin
Trans \leftrightarrow Rot



Eksempel - 3

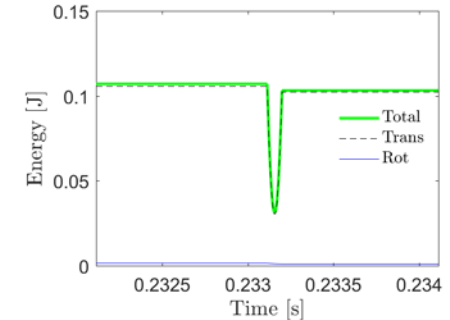
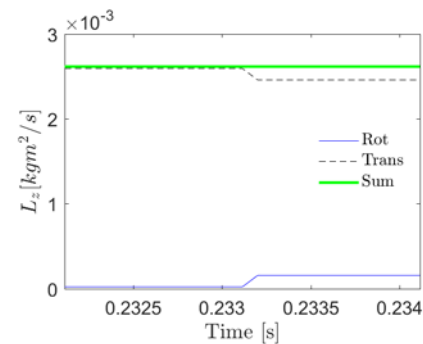
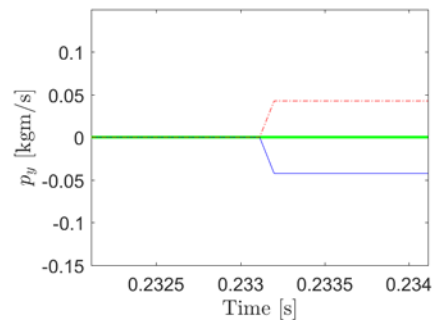
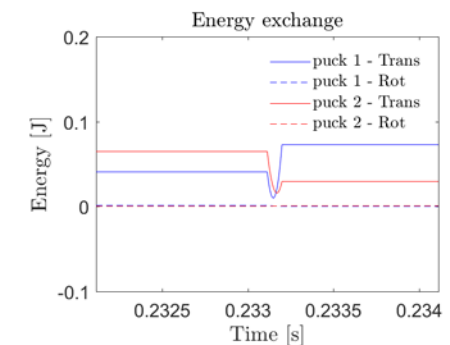
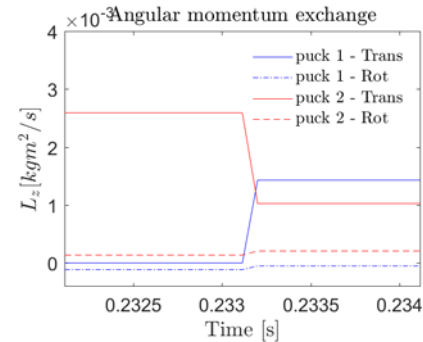
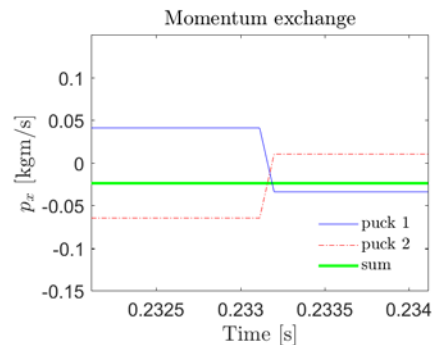
- Med friktion ($F_{\perp} \neq 0$)
- Med initial rotation



P Impulsbevarelse
Udveksling

L ~~Inertimomentbevarelse~~ ← næsten
Udveksling
Trans \leftrightarrow Rot

E ~~Energibevarelse~~
Udveksling
Kin \rightarrow Pot \rightarrow Kin
Trans \leftrightarrow Rot



Parameterafhængigheder

Kan vi aflure kraftens natur ?

- Hvilken rolle spiller styrken af F_{\parallel} ?
→ påvirker kollisionstiden (blød/hård kollision)
- Hvilken rolle spiller styrken af F_{\perp} ?
→ inducere omsætningen til rotation
→ inducere ændring af impulsmoment og energi

Vekselvirkning

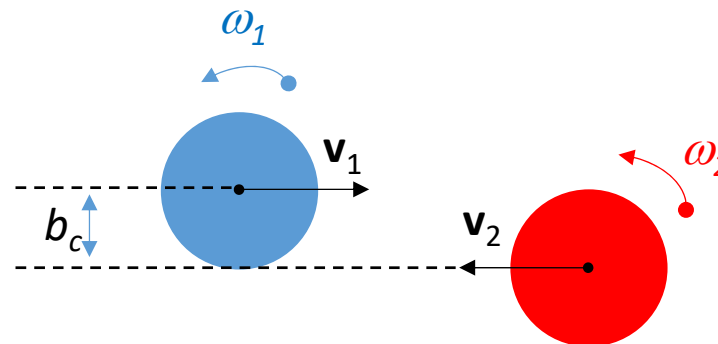
$$\mathbf{F}_{21} = -\mathbf{F}_{12} = \mathbf{F}_{\parallel} + \mathbf{F}_{\perp}$$

$$\mathbf{F}_{\parallel} = -a \frac{\mathbf{r}_{21}}{|\mathbf{r}_{21}|} \begin{cases} 0 & |\mathbf{r}_{21}| > R_1 + R_2 \\ 1 & |\mathbf{r}_{21}| \leq R_1 + R_2 \end{cases}$$

$$\mathbf{F}_{\perp} = b \frac{\mathbf{n}_{21}}{|\mathbf{r}_{21}|} \begin{cases} 0 & |\mathbf{r}_{21}| > R_1 + R_2 \\ 1 & |\mathbf{r}_{21}| \leq R_1 + R_2 \end{cases}$$

$$\mathbf{n}_{21} \perp \mathbf{r}_{21}$$

Før kollisionen

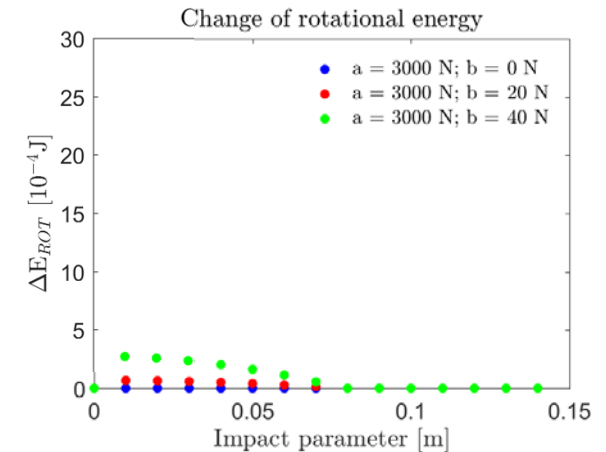
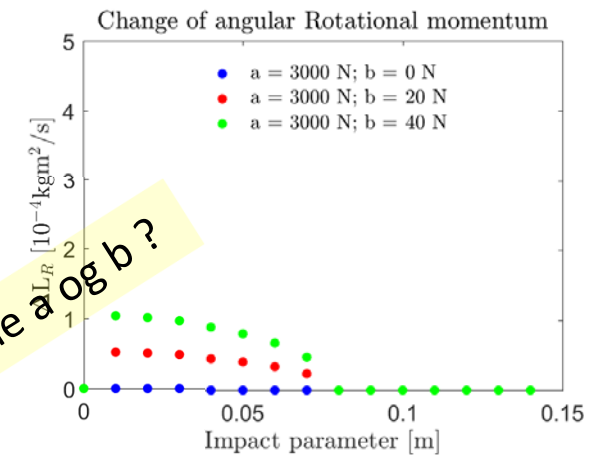
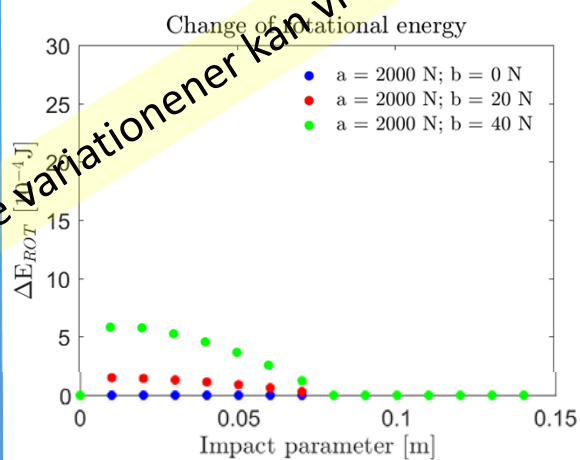
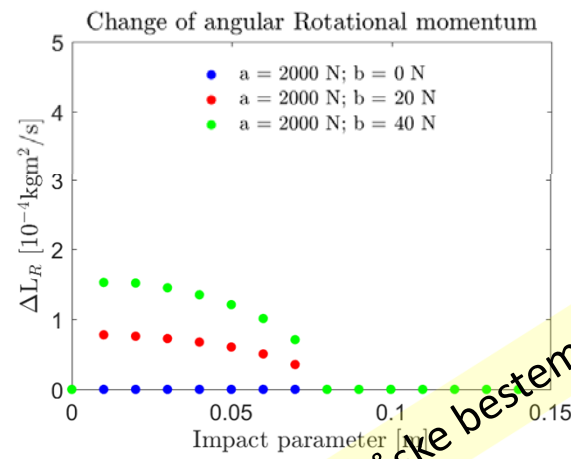
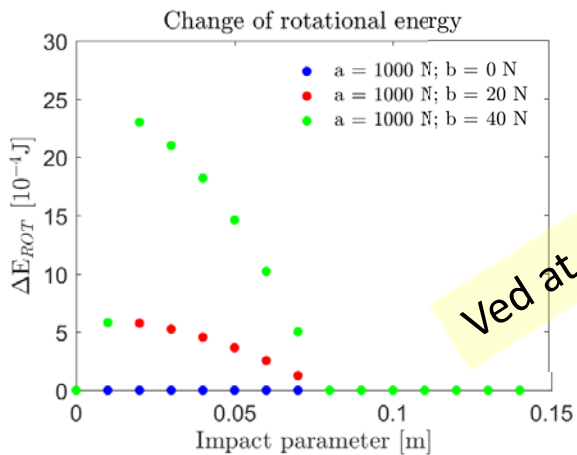
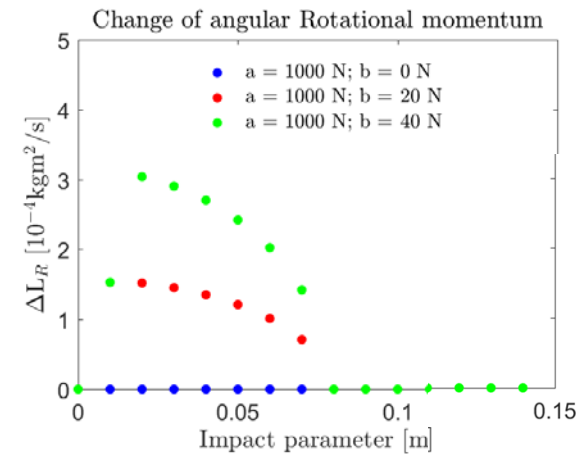
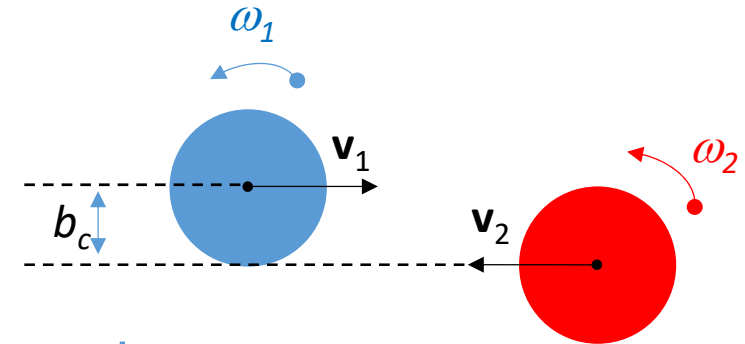


$b_c = \text{impaktparameteren}$

Parameterafhængigheder

- Varier styrken af F_{\parallel} , dvs a
- Varier styrken af F_{\perp} , dvs b
- Varier impaktparameteren b_c
- Hold alle andre parametre fast

Før kollisionen



Ved at måle variationener kan vi måske bestemme a og b ?