



Universidad de

los Andes

FACULTAD
DE INGENIERÍA
Y CIENCIAS
APLICADAS

Entrega 3, Proyecto 1

Metodos Computacionales en OOCC, IOC 4201

Profesor:

Patricio Moreno

Ayudante:

Maximiliano Biasi

Alumno:

Lukas Wolff Casanova

9 de octubre de 2024

Resumen

Una ataguía es una estructura temporal utilizada para drenar zonas cubiertas de agua y facilitar trabajos. En su diseño, es importante considerar factores como el caudal de infiltración, presiones de poros y estabilidad, siendo la licuefacción un fenómeno crítico. Este ocurre cuando las tensiones internas del suelo disminuyen, convirtiendo la mezcla de agua y sedimentos en un fluido, lo que puede destruir la estructura.

Existen diversos métodos para analizar redes de flujo: el cálculo teórico, el uso de grillas con diferencias finitas y modelos a escala. El proyecto comparó estos métodos y concluyó que el de diferencias finitas es el más eficaz por su rapidez y precisión, aunque requiere un análisis previo. El cálculo teórico es lento y propenso a errores, mientras que los modelos a escala son útiles para calibrar los resultados.

Finalmente, se midió el caudal de infiltración, observando un error máximo en los resultados.

Índice

I Calculos Manuales	2
1. Teoria	2
1.1. Líneas de Flujo	2
1.2. Líneas Equipotenciales	2
1.3. Caudal de infiltracion	2
1.4. Presión de Poros	3
1.5. Gradiente Hidráulico	3
1.5.1. Licuefacción	3
1.6. Presión en una Ataguía	3
2. Resultados	4
2.1. Diagramas Escala 1:200	4
2.2. Presion de Poros	4
2.2.1. Distribucion Presiones	4
2.2.2. Presiones Totales	5
2.2.3. Presiones Efectivas	5
2.2.4. Estabilidad	6
II Diferencias Finitas	7
3. Teoria	7
3.1. Ley de Darcy	7
3.2. Diferencias Finitas	9
3.2.1. Diferencias Hacia Adelante	9
3.2.2. Diferencias Hacia Atrás	9
3.2.3. Diferencias Centrales	9
3.3. Resultados usando Diferencias Finitas	11
3.3.1. Caso 1	11
3.3.2. Caso 2	11
3.3.3. Caso 3	11
III Modelo Escala	13
4. Resultados	13
4.1. Calculo Permeabilidad Muestra	13
4.2. Licuefaccion	13
4.3. Aplicacion Diferencias Finitas	15

Índice de figuras

1.	Modelo Base	1
2.	Caso 1	4
3.	Caso 2	4
4.	Caso 3	4
5.	Caso 1 Presion Poros	4
6.	Caso 2 Presion Poros	4
7.	Caso 3 Presion Poros	4
8.	Caso 1 Presion Ataguia Total	5
9.	Caso 2 Presion Ataguia Total	5
10.	Caso 3 Presion Ataguia Total	5
11.	Caso 1 Presion Ataguia Neta	5
12.	Caso 2 Presion Ataguia Neta	5
13.	Caso 3 Presion Ataguia Neta	5
14.	Caso 1 Centroide	6
15.	Caso 2 Centroide	6
16.	Caso 3 Centroide	6
17.	Entrada al sistema	7
18.	Salida del sistema	8
19.	Grilla	10
20.	Caso 1 Laplace	11
21.	Caso 2 Laplace	11
22.	Caso 3 Laplace	11
23.	Mapa de Calor Licuefaccion	15
24.	Laplace Caso Licuefaccion	15

Introducción

Una ataguia es una estructura temporal utilizada para drenar zonas cubiertas de agua, de este modo, es posible construir en terrenos que de otra forma serían inaccesibles **Madanayaka and Sivakugan [2018]**. Hay varios factores importantes a determinar al momento de diseñar una ataguia, como por ejemplo el caudal de infiltración, las presiones de poros, estabilidad de la estructura y por sobre todo la licuefacción y su factor de seguridad (FS). Este último fenómeno ocurre cuando las presiones de poros alcanzan tal punto, que las tensiones internas efectivas entre las partículas de suelo pierden efectividad, y en consecuencia, la mezcla entre agua y sedimentos actúa como un fluido **Sumer [2009]**.

El presente proyecto tiene como objetivo el estudio y análisis de 3 ataguias distintas, donde se buscará evaluar sus distintas características utilizando cálculos manuales a través de python, un solver mediante diferencias finitas y una maqueta a escala. De esta forma, se buscará analizar la efectividad de cada método de análisis, además, de una comparación directa entre los resultados obtenidos.

En los cálculos manuales, se utilizó la Ley de Darcy, además de las diferentes ecuaciones necesarias para determinar una red de flujo teóricamente. De esta forma, se calculó parámetros como el caudal de infiltración o la presión de poros a lo largo de toda la estructura.

Posteriormente, se desarrolló un solver mediante diferencias finitas, el cual es un método numérico utilizado para calcular diferencias de potenciales en grillas 2D o 3D **Zhang [2005]**. De esta manera, y determinando que el flujo va de un potencial mayor a uno menor, se pueden obtener las redes de flujos y así los distintos parámetros necesarios.

Finalmente se realizó un modelo a escala, donde se simuló la ataguia además de una falla por licuefacción. Además, se buscó calibrar el modelo computacional en base a los datos obtenidos del modelo real, determinando así, qué tan efectivo es el cálculo numérico, en comparación con la realidad.

El modelo base utilizado a lo largo del informe es el siguiente:

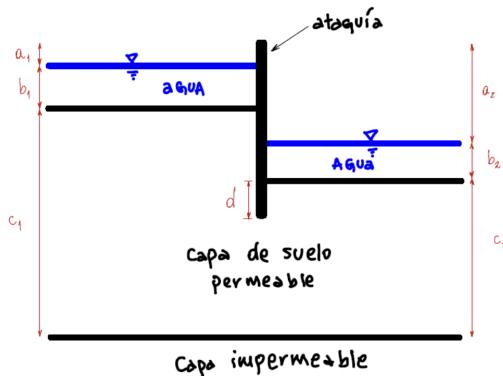


Figura 1: Modelo Base
Fuente: Guía de Proyecto

Las medidas para los distintos casos se encuentran en la tabla 4.

Calculos Manuales

La presnete seccion tiene como objetivo modelar una ataguia utilizando redes de flujo y lineas equipotenciales graficadas "a mano " a travez de python. De esta manera, se buscan calcular factores como el caudal de infiltracion, la presion de poros a lo largo de la ataguia, la estabilidad, falla por licuefaccion y factor de seguridad. Todos estos calculos fueron realizados mediante python, de esta manera, se pudo efectuar un analisis mas exausto y preciso en los distintos casos.

1. Teoria

1.1. Líneas de Flujo

Las líneas de flujo representan las trayectorias que siguen las partículas de agua al moverse a través de un medio poroso. En un diagrama de flujo, estas líneas son perpendiculares a las líneas equipotenciales y muestran la dirección del flujo subterráneo o de infiltración. En estructuras como las ataguías, las líneas de flujo se usan para predecir el comportamiento del agua alrededor y debajo de la estructura, ayudando a diseñar sistemas eficaces de control de agua. **Obinna [2020]**

1.2. Líneas Equipotenciales

Las líneas equipotenciales representan ubicaciones con igual carga hidráulica, lo que significa que no hay diferencia de energía a lo largo de ellas. En problemas de flujo de agua subterránea, como los relacionados con las ataguías, estas líneas ayudan a visualizar la distribución de la energía potencial dentro del agua. Son fundamentales para determinar el caudal de agua y asegurar que esta no desestabilice estructuras como los diques o presas. **Obinna [2020]**

1.3. Caudal de infiltracion

El caudal de infiltración es el flujo de agua que penetra a través del suelo, debido a la diferencia de presión entre el nivel de agua dentro y fuera de la ataguía en este caso. La tasa de infiltración está condicionada por la permeabilidad del suelo y la diferencia de carga hidráulica. Para poder calcular el caudal de infiltración, se utiliza la fórmula (1). **Shanghai Research Center of Ocean and Shipbuilding Engineering [2024]**

$$Q = k \cdot \frac{\Delta H}{N_f} \cdot N_d \quad (1)$$

Donde:

- Q = Caudal de Infiltracion
- k = Coeficiente de permeabilidad
- ΔH = Diferencia de carga hidraulica
- N_f = Cantidad de canales de flujo
- N_d = Cantidad de canales equipotenciales

1.4. Presión de Poros

La presión de poros es la fuerza que el agua ejerce dentro de los poros de un material como el suelo o la roca. Juega un papel crucial en la construcción con agua o alto nivel freático, ya que una presión de poros excesiva puede reducir el esfuerzo efectivo en el suelo, lo que podría ocasionar problemas como la licuefacción, donde el suelo pierde firmeza, o la formación de tuberías subterráneas. En las ataguías, la presión de poros es un factor clave, ya que afecta la estabilidad del terreno que rodea la estructura. Para poder calcular la presión de poros, se utiliza la siguiente formula. [of Engineering and Science \[2021\]](#)

$$u = \gamma \cdot h \quad (2)$$

Donde:

- u = Presión de Poros
- γ = Peso Específico del Agua
- h = Profundidad del agua

1.5. Gradiente Hidráulico

El gradiente hidráulico es el cambio de la carga hidráulica por unidad de distancia en la dirección del flujo. Es un factor crucial para determinar el flujo de agua a través de suelos. En el diseño de ataguías, el gradiente hidráulico ayuda a predecir problemas como la licuefacción, donde los gradientes elevados pueden erosionar el suelo y causar fallos estructurales. Este se calcula con la formula (3). [Budhu \[2010\]](#)

$$i = \frac{\Delta h}{\Delta L} \quad (3)$$

Donde:

- i = Gradiente Hidráulico
- Δh = Cambio de carga hidráulica
- ΔL = Distancia en la dirección del flujo

1.5.1. Licuefacción

La licuefacción se genera cuando se excede el gradiente hidráulico crítico (4), lo que provoca que el suelo pierda su capacidad de soporte y se comporte como un líquido. En el diseño de ataguías, la licuefacción es un problema grave, ya que puede causar el colapso de la estructura y daños significativos a la infraestructura circundante. [Budhu \[2010\]](#)

$$i_{crítico} = \frac{\Delta h}{L_{min}} \quad (4)$$

1.6. Presión en una Ataguía

La presión dentro y alrededor de una ataguía es resultado tanto del nivel de agua como de las condiciones del suelo. El diseño de una ataguía implica calcular la caída de carga potencial, la presión de poros y el gradiente hidráulico, lo que permite predecir si la estructura soportará las presiones del agua y del suelo que actúan sobre ella. Las redes de flujo se utilizan para evaluar estas presiones y estimar la infiltración de agua a través de la cimentación. [Sivakugan \[2005\]](#)

2. Resultados

2.1. Diagramas Escala 1:200

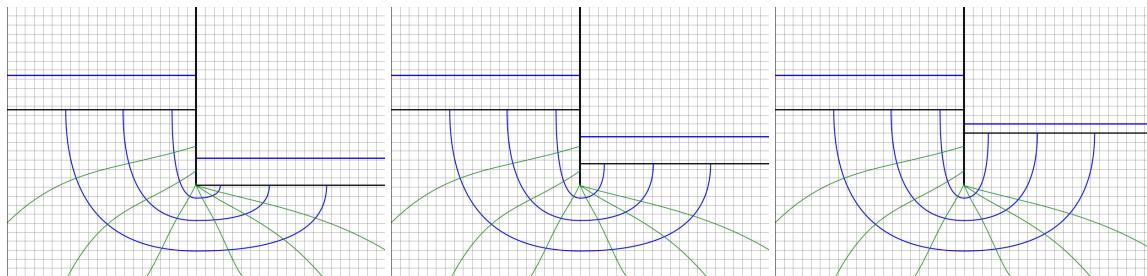


Figura 2: Caso 1

Figura 3: Caso 2

Figura 4: Caso 3

Para poder visualizar los 3 casos de ataguías, se graficaron los diagramas a escala 1:200. En estos se pueden observar las líneas de flujo (azules) y equipotenciales (verdes), las cuales permiten visualizar el comportamiento del agua alrededor de la ataguía. Es importante señalar, que para el caso 1 el agua tiene que recorrer una menor distancia para llegar al otro lado de la ataguía, lo que se traduce en una mayor cantidad de agua infiltrada. Por otro lado, el caso 3 es el que presenta una mayor longitud de linea de flujo, lo que se traduce en una menor cantidad de agua infiltrada.

2.2. Presión de Poros

Para poder calcular la presión de poros para cada caso se utilizó la formula (2).

2.2.1. Distribucion Presiones

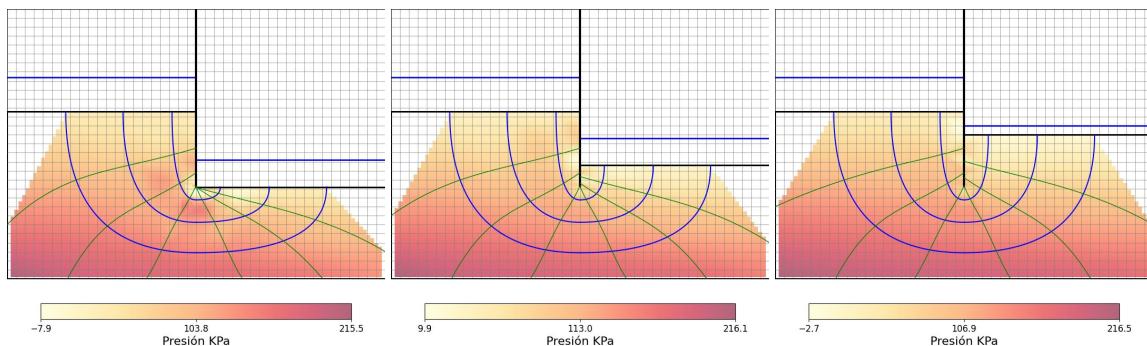


Figura 5: Caso 1 Presion Poros

Figura 6: Caso 2 Presion Poros

Figura 7: Caso 3 Presion Poros

Como se puede observar, para el caso 5 en la parte inferior de la ataguía se presenta una mayor presión de poros que en los otros dos casos, lo que se traduce en una mayor cantidad de agua infiltrada y un mayor riesgo de

licuefacción. Por otro lado, en los casos 6 y 7 se observa que la presión de poros es menor en la parte inferior de la ataguía, lo que se traduce en una menor cantidad de agua infiltrada haciendo más estable y segura la estructura.

2.2.2. Presiones Totales

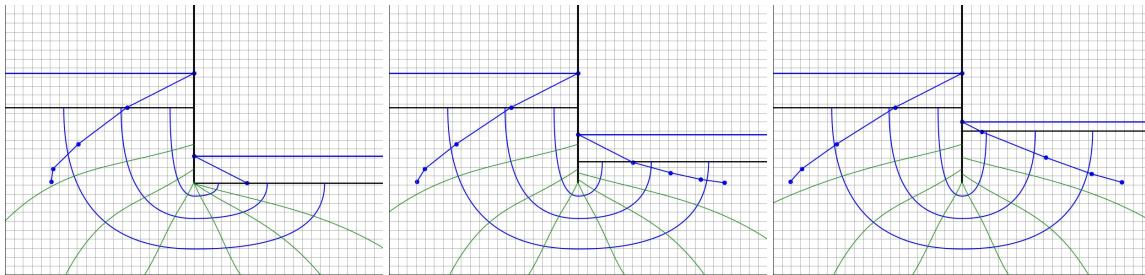


Figura 8: Caso 1 Presion Ataguia Total Figura 9: Caso 2 Presion Ataguia Total Figura 10: Caso 3 Presion Ataguia Total

En los diagramas de presión total, se puede observar que para todos los casos la presión en la parte derecha de la ataguía es igual, sin embargo, en la parte derecha a medida que el nivel del suelo aumenta, esta también aumenta. Esto se puede ver en el caso 8 que la presión en el lado derecho es bajo, mientras que en el caso 10 la presión es mayor. Los efectos de esto se pueden observar en las presiones efectivas.

2.2.3. Presiones Efectivas

Para poder apreciar de mejor manera el efecto de las presiones en la ataguía se diagramaron las presiones efectivas, esto se calcula restando la presión del lado derecho con la presión del lado izquierdo.

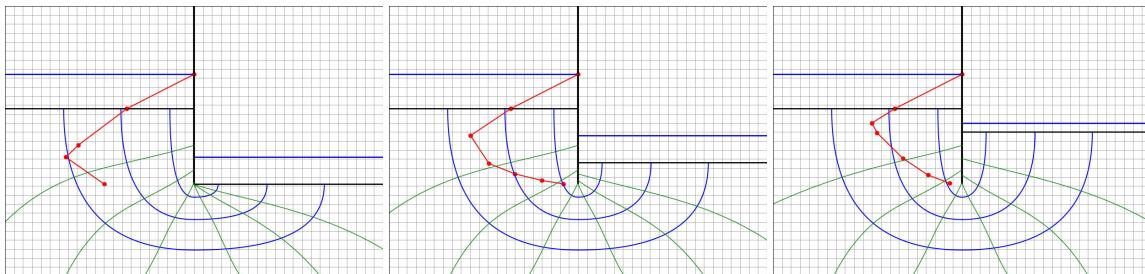


Figura 11: Caso 1 Presion Ataguia Neta Figura 12: Caso 2 Presion Ataguia Neta Figura 13: Caso 3 Presion Ataguia Neta

Como se puede observar, a medida que el nivel del suelo va subiendo, la presión en el fondo de la ataguía va disminuyendo, lo que se traduce en una menor presión efectiva. Esto se puede observar en el caso 11 donde la presión efectiva es mayor en la parte inferior de la ataguía, mientras que en el caso 13 la presión efectiva es menor.

2.2.4. Estabilidad

Finalmente, para poder determinar la estabilidad de la ataguía se calculó el centroide de la ataguía en cada caso. Esto se hizo en base a las presiones efectivas calculadas anteriormente.

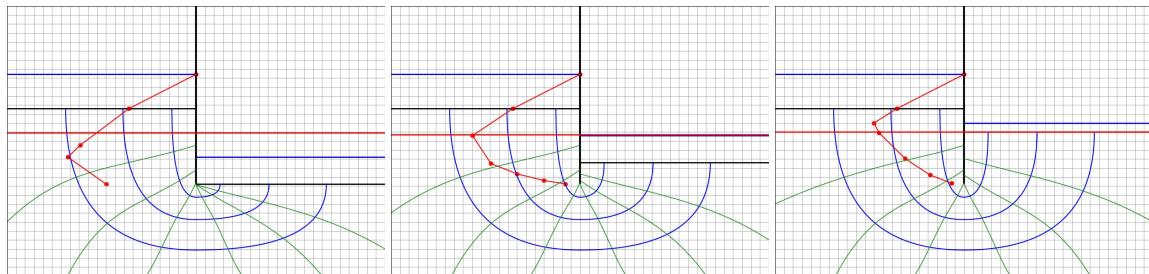


Figura 14: Caso 1 Centroide

Figura 15: Caso 2 Centroide

Figura 16: Caso 3 Centroide

Como se puede observar, en el caso 14 el centroide se encuentra en una parte elevada de la ataguía. Esto genera un momento que tiende a voltear la ataguía, lo que conlleva a una menor estabilidad. Luego, a medida que el nivel de agua y suelo van aumentando el centroide se va desplazando hacia abajo, lo que lleva a una mayor estabilidad y seguridad.

Cuadro 1: Gradientes hidráulicos y caudales obtenidos manualmente.

Propiedades	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Unidades
i_{max}	1,095	0,629	0,380	—
i_{crit}	1,141	1,141	1,141	—
FS	1,041	1,811	2,999	—
Q_{inf}	43,877	32,431	25,754	$\left[\frac{m^3}{dia} \right]$
k	$6,9 \times 10^{-5}$	$6,9 \times 10^{-5}$	$6,9 \times 10^{-5}$	$\left[\frac{m}{s} \right]$

Del Cuadro 1 se puede observar que los resultados de caudal infiltrado son bastante distintos en cada caso, lo que puede explicarse por errores manuales de aproximación en los cálculos. Además, la variabilidad del método de cálculo utilizado puede influir en los resultados obtenidos, eso puede explicar los caudales tan elevados.

Diferencias Finitas

Para poder mejorar la precision de los resultados, se implemento un modelo de diferencias finitas implementado en la matriz de potencial hidráulico, de esta manera, se puede calcular las lineas de flujo, obteniendo asi el caudal de infiltracion. El objetivo principal es poder determinar la efectividad de este metodo frente a un proceso mas simple como el calculo manual expuesto en la sección anterior.

3. Teoria

3.1. Ley de Darcy

La ley de Darcy expone lo siguiente:

$$q = k \cdot i \cdot A \quad (5)$$

Lo cual es análogo a:

$$v = k \cdot i \quad (6)$$

Donde i es el gradiente hidráulico. Discretizándolo en el espacio, se obtiene lo siguiente:

$$i = \frac{dh}{dl} = \frac{dh}{dx}; \frac{dh}{dy}; \frac{dh}{dz} \quad (7)$$

Sea lo siguiente:

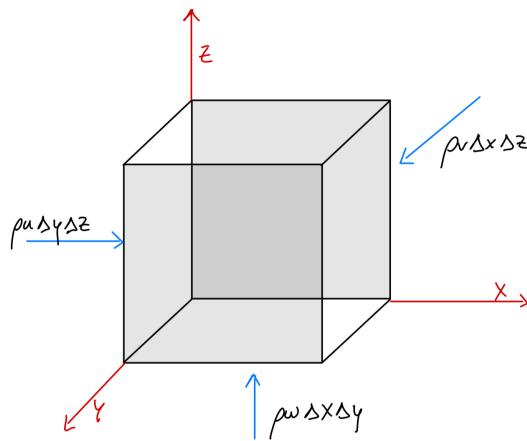


Figura 17: Entrada al sistema

La serie de Taylor expone que:

$$f(x) = f(a) + \frac{df(a)\Delta X}{dx \cdot 1!} + \dots + \frac{\Delta X^n}{n!} \cdot \frac{d^n f(a)}{dx^n} \quad (8)$$

Por lo tanto, lo que sale del sistema es:

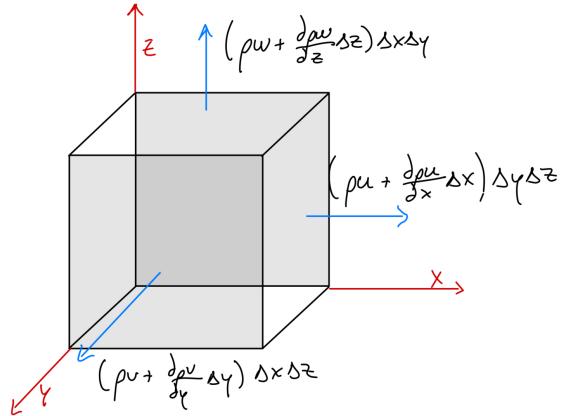


Figura 18: Salida del sistema

Luego, por conservación de masa:

$$Q_{int} = Q_{out} \quad (9)$$

De lo que se obtiene:

$$\rho_u \Delta_y \Delta_z + \rho_v \Delta_x \Delta_z + \rho_w \Delta_x \Delta_y = (\rho_u + \frac{d\rho_u \Delta x}{dx}) \Delta_y \Delta_z + (\rho_v + \frac{d\rho_v \Delta y}{dy}) \Delta_x \Delta_z + (\rho_w + \frac{d\rho_w \Delta z}{dz}) \Delta_x \Delta_y \quad (10)$$

Simplificando:

$$\Delta_x \Delta_y \Delta_z = Volumen \quad (11)$$

Pero el fluido, al ser agua, es incompresible, por lo tanto:

$$-\rho(\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz}) = 0 \quad (12)$$

Lo que es análogo a decir:

$$-\rho \nabla \cdot \vec{v} = 0 = \nabla \cdot \vec{v} \quad (13)$$

Por lo tanto, si reemplazamos en la ley de Darcy, obtenemos:

$$V_x = k_x \cdot \frac{dh}{dx}; V_y = k_y \cdot \frac{dh}{dy}; V_z = k_z \cdot \frac{dh}{dz} \quad (14)$$

Incorporando la ecuación de continuidad, se obtiene:

$$\nabla \cdot \vec{V} = \nabla \cdot (k \cdot \vec{i}) = 0 \quad (15)$$

Asumiendo un análisis en 2D, se obtiene:

$$\frac{d}{dx}(k_x \cdot \frac{dh}{dx}) + \frac{d}{dy}(k_y \cdot \frac{dh}{dy}) = 0 \quad (16)$$

Pero sabemos, o mejor dicho, suponemos que:

$$k_x = k_y = k \quad (17)$$

Por lo tanto:

$$k\nabla^2 h = 0 \quad (18)$$

De esta forma, podemos representar el laplaciano con diferencias finitas.

3.2. Diferencias Finitas

3.2.1. Diferencias Hacia Adelante

$$h(x + \Delta x) = h(x) + \frac{dh}{dx} \Delta x + \dots \quad (19)$$

3.2.2. Diferencias Hacia Atrás

$$h(x - \Delta x) = h(x) - \frac{dh}{dx} \Delta x + \dots - \dots + \quad (20)$$

3.2.3. Diferencias Centrales

Se representa como la suma de una diferencia hacia adelante y hacia atrás, obteniendo:

$$h(x + \Delta x) + h(x - \Delta x) = h(x) + \frac{d^2 h}{dx^2} \frac{\Delta x}{2!} + \dots \text{(los pares)} \quad (21)$$

Donde la incógnita que se busca es $\frac{d^2 h}{dx^2}$, por lo tanto, despejando, se obtiene:

$$\frac{d^2 h}{dx^2} = \frac{h(x + \Delta x) - 2h(x) + h(x - \Delta x)}{\Delta x^2} \quad (22)$$

$$\frac{dh}{dx} = \frac{h(x + \Delta x) - h(x)}{\Delta x} \quad (23)$$

Lo cual se puede llevar a una grilla:

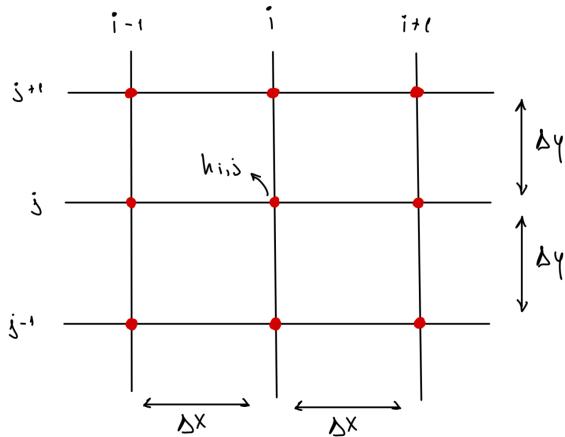


Figura 19: Grilla

Donde se puede representar la ecuación de Laplace como:

$$\frac{d^2h}{dx^2} = \frac{h_{i+1,j} + h_{i-1,j} - 2h_{i,j}}{\Delta x^2} \quad (24)$$

$$\frac{dh}{dx} = \frac{h_{i+1,j} + h_{i-1,j}}{2\Delta x} \quad (25)$$

Por lo tanto, podemos expresar la ley de Darcy con diferencias centrales, obteniendo:

$$\frac{k}{\Delta^2} (h_{i+1,j} + h_{i-1,j} + h_{i,j+1} + h_{i,j-1} - 4h_{i,j}) = 0 \quad (26)$$

Donde se busca:

$$h_{i,j} = \frac{1}{4} (h_{i+1,j} + h_{i-1,j} + h_{i,j+1} + h_{i,j-1}) \quad (27)$$

De esta forma, es posible obtener las diferentes variaciones en el potencial, a partir de los datos conocidos en la grilla (condiciones de borde).

3.3. Resultados usando Diferencias Finitas

3.3.1. Caso 1

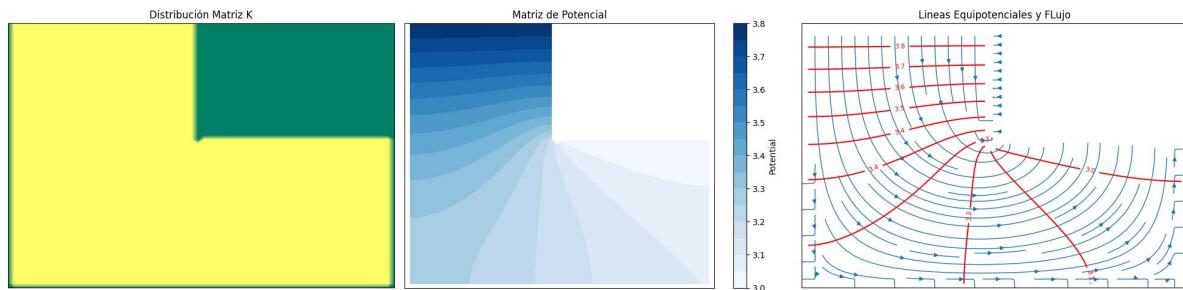


Figura 20: Caso 1 Laplace

3.3.2. Caso 2

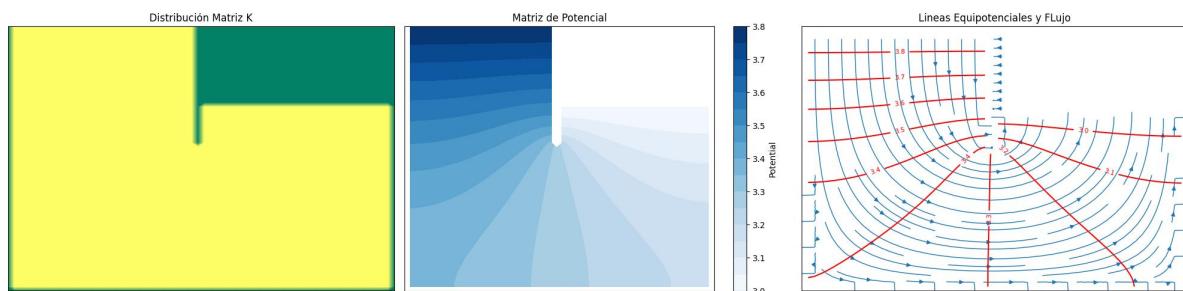


Figura 21: Caso 2 Laplace

3.3.3. Caso 3

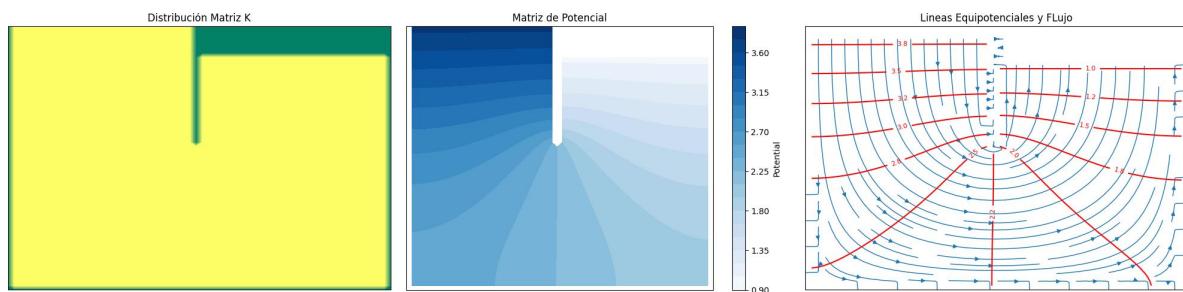


Figura 22: Caso 3 Laplace

Cuadro 2: Gradientes hidraulicos y caudales obtenidos mediante diferencias finitas.

Propiedades	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Unidades
i_{max}	1,095	0,629	0,380	—
i_{crit}	1,141	1,141	1,141	—
FS	1,041	1,811	2,999	—
Q_{inf}	25,410	20,790	13,860	$[\frac{m^3}{dia}]$
k	$6,9 \times 10^{-5}$	$6,9 \times 10^{-5}$	$6,9 \times 10^{-5}$	$[\frac{m}{s}]$

El método de diferencias finitas es una opción de cálculo más precisa que el modo manual, ya que incorpora cada parte de la ataguía infinitesimalmente, calculando las presiones de manera más homogénea. Como resultado, se obtuvieron caudales menores y más representativos para cada caso, siendo el caso 1 y 2 caudales relativamente cercanos debido a que la altura de agua en ambos lados de la ataguía es la misma.

Modelo Escala

Finalmente, se implemento un modelo a escala, donde se busco alcanzar la falla por licuefaccion, calibrar el modelo de diferencias finitas y comparar los resultados obtenidos. El objetivo de esta sección es poder visualizar toda la teoría anteriormente expuesta, observando así las líneas de flujo, caudal de infiltración etc.

4. Resultados

4.1. Calculo Permeabilidad Muestra

4.2. Licuefaccion

A continuación se presenta un video (ver en Adobe Acrobat) de la falla observada por licuefacción en la maqueta a escala.



Las medidas registradas son las siguientes:

Caso	a_1	b_1	c_1	a_2	b_2	c_2	d
Licuefaccion	0.0	14.5	15.5	15	2.5	12.5	0.5

Cuadro 3: Medidas para la Licuefaccion [cm]

Posteriormente se realizo un mapa de calor correspondiente a la presion de poros en la licuefaccion:

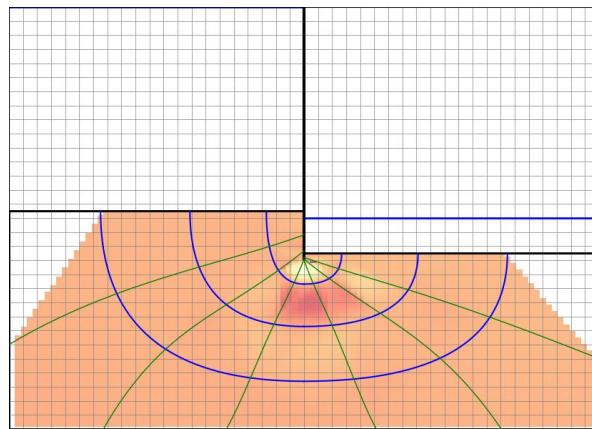


Figura 23: Mapa de Calor Licuefaccion

Es interesante notar como se produce un gran aumento de presion bajo la ataguia, lo cual se observa en el video, ya que ese es el punto esperado de falla.

Ademas, se calculo el mismo caso segun diferencias finitas:

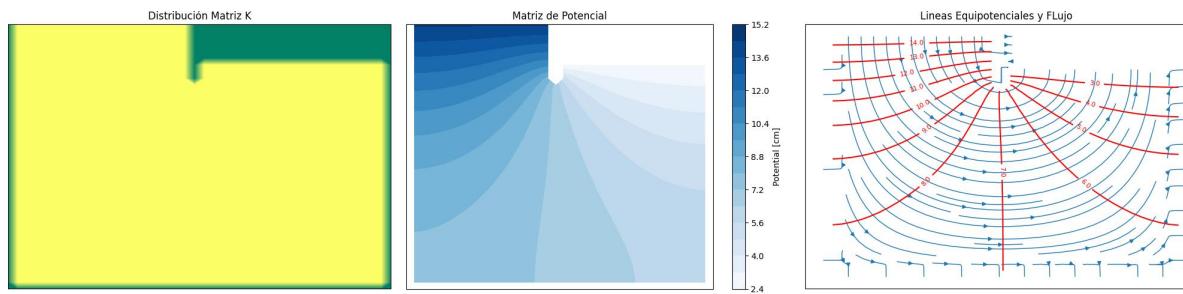


Figura 24: Laplace Caso Licuefaccion

4.3. Aplicacion Diferencias Finitas

Se determina un caudal de 0.008972885614821659 cm/s

Anexos

Caso	a_1	b_1	c_1	a_2	b_2	c_2	d
1	0.8	3.8	18.6	10.0	3.0	10.2	0.0
2	0.8	3.8	18.6	7.6	3.0	12.6	2.4
3	0.8	3.8	18.6	6.2	1.0	16.0	5.8

Cuadro 4: Valores para casa caso [m]

Referencias

- T. A. Madanayaka and N. Sivakugan. Simple solutions for square and rectangular cofferdam seepage problems. *Canadian Geotechnical Journal*, 2018.
- B. M. Sumer. Liquefaction around marine structures. In *Coastal Structures 2007*, 2009.
- Y. Zhang. Simulation of open channel network flows using finite element approach. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 10(5):467–478, 2005.
- Ubani Obinna. Water pressure, piping, and flow nets in cofferdams. 2020. URL <https://structville.com/2020/11/water-pressure-flow-nets-cofferdams.html>. Consultado: 07-Oct-2024.
- Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering Shanghai Research Center of Ocean and Shipbuilding Engineering, China Shipbuilding NDRI Engineering Co. Stability analysis of cofferdam with double-wall steel sheet piles under wave action from storm surges. *Water*, 16(8):1181, 2024. doi: 10.3390/w16081181. URL <https://www.mdpi.com/2073-4441/16/8/1181>.
- Journal of Engineering and Applied Science. Effect of zones' dimensions and geometry on seepage through zoned earth dams. *SpringerOpen*, 2021. URL <https://jeas.springeropen.com/articles/10.1186/s44147-021-00004-w>. Consultado: 07-Oct-2024.
- Muni Budhu. *Soil Mechanics and Foundations*. John Wiley & Sons, Hoboken, NJ, 3rd edition edition, 2010. ISBN 978-0-470-55684-9.
- N. Sivakugan. *Permeability and Seepage*. 2005. URL <https://www.geoengineer.org/permeability-seepage>. Consultado: 07-Oct-2024.