



Universidad de

**los Andes**

FACULTAD  
DE INGENIERÍA  
Y CIENCIAS  
APLICADAS

---

## Entrega 3, Proyecto 1

# Metodos Computacionales en OOCC, IOC 4201

---

**Profesor:**

Patricio Moreno

**Ayudante:**

Maximiliano Biasi

**Alumno:**

Lukas Wolff Casanova

**8 de octubre de 2024**

# Índice

<b>I Calculos Manuales</b>	<b>2</b>
<b>1. Teoria</b>	<b>2</b>
1.1. Líneas de Flujo . . . . .	2
1.2. Líneas Equipotenciales . . . . .	2
1.3. Caudal de infiltracion . . . . .	2
1.4. Presión de Poros . . . . .	2
1.5. Gradiente Hidráulico . . . . .	3
1.5.1. Licuefacción . . . . .	3
1.6. Presión en una Ataguía . . . . .	3
<b>II Diferencias Finitas</b>	<b>4</b>
<b>2. Teoria</b>	<b>4</b>
2.1. Ley de Darcy . . . . .	4
2.2. Diferencias Finitas . . . . .	6
2.2.1. Diferencias Hacia Adelante . . . . .	6
2.2.2. Diferencias Hacia Atrás . . . . .	6
2.2.3. Diferencias Centrales . . . . .	6
<b>III Modelo Escala</b>	<b>8</b>
<b>3. Resultados</b>	<b>8</b>
3.1. Calculo Permeabilidad Muestra . . . . .	8
3.2. Aplicacion Diferencias Finitas . . . . .	8
3.3. Licuefaccion . . . . .	8
<b>4. Análisis de Resultados</b>	<b>11</b>
4.1. Resultados Manuales P1E0 . . . . .	11
4.1.1. Diagramas Escala 1:200 . . . . .	11
4.2. Presion de Poros . . . . .	11
4.2.1. Distribucion Presiones . . . . .	11
4.2.2. Presiones Totales . . . . .	12
4.2.3. Presiones Efectivas . . . . .	12
4.2.4. Estabilidad . . . . .	12
4.3. Resultados usando Diferencias Finitas . . . . .	13
4.3.1. Caso 1 . . . . .	13
4.3.2. Caso 2 . . . . .	13
4.3.3. Caso 3 . . . . .	14
4.4. Resultados Escalamiento . . . . .	14

## Índice de figuras

1.	Entrada al sistema . . . . .	4
2.	Salida del sistema . . . . .	5
3.	Grilla . . . . .	7
4.	Mapa de Calor Licuefaccion . . . . .	10
5.	Laplace Caso Licuefaccion . . . . .	10
6.	Caso 1 . . . . .	11
7.	Caso 2 . . . . .	11
8.	Caso 3 . . . . .	11
9.	Caso 1 Presion Poros . . . . .	11
10.	Caso 2 Presion Poros . . . . .	11
11.	Caso 3 Presion Poros . . . . .	11
12.	Caso 1 Presion Ataguia Total . . . . .	12
13.	Caso 2 Presion Ataguia Total . . . . .	12
14.	Caso 3 Presion Ataguia Total . . . . .	12
15.	Caso 1 Presion Ataguia Neta . . . . .	12
16.	Caso 2 Presion Ataguia Neta . . . . .	12
17.	Caso 3 Presion Ataguia Neta . . . . .	12
18.	Caso 1 Centroide . . . . .	12
19.	Caso 2 Centroide . . . . .	12
20.	Caso 3 Centroide . . . . .	12
21.	Caso 1 Laplace . . . . .	13
22.	Caso 2 Laplace . . . . .	13
23.	Caso 3 Laplace . . . . .	14

## Introducción

Una ataguia es una estructura temporal utilizada para drenar zonas cubiertas de agua, de este modo, es posible construir en terrenos que de otra forma serían inaccesibles **Madanayaka and Sivakugan [2018]**. Hay varios factores importantes a determinar al momento de diseñar una ataguia, como por ejemplo el caudal de infiltración, las presiones de poros, estabilidad de la estructura y por sobre todo la licuefacción y su factor de seguridad (FS). Este último fenómeno ocurre cuando las presiones de poros alcanzan tal punto, que las tensiones internas efectivas entre las partículas de suelo pierden efectividad, y en consecuencia, la mezcla entre agua y sedimentos actúa como un fluido **Sumer [2009]**.

El presente proyecto tiene como objetivo el estudio y análisis de 3 ataguias distintas, donde se buscará evaluar sus distintas características utilizando cálculos manuales a través de Python, un solver mediante diferencias finitas y una maqueta a escala. De esta forma, se buscará analizar la efectividad de cada método de análisis, además, de una comparación directa entre los resultados obtenidos.

Para los cálculos manuales, se utilizó la ley de Darcy, la cual expone

Hablar de diferencias finitas

El modelo base utilizado a lo largo del informe es el siguiente:

PONER IMAGENES!!!!

Las medidas para los distintos casos se encuentran en la tabla **4**.

# Calculos Manuales

## 1. Teoría

### 1.1. Líneas de Flujo

Las líneas de flujo representan las trayectorias que siguen las partículas de agua al moverse a través de un medio poroso. En un diagrama de flujo, estas líneas son perpendiculares a las líneas equipotenciales y muestran la dirección del flujo subterráneo o de infiltración. En estructuras como las ataguías, las líneas de flujo se usan para predecir el comportamiento del agua alrededor y debajo de la estructura, ayudando a diseñar sistemas eficaces de control de agua. Obinna [2020]

### 1.2. Líneas Equipotenciales

Las líneas equipotenciales representan ubicaciones con igual carga hidráulica, lo que significa que no hay diferencia de energía a lo largo de ellas. En problemas de flujo de agua subterránea, como los relacionados con las ataguías, estas líneas ayudan a visualizar la distribución de la energía potencial dentro del agua. Son fundamentales para determinar el caudal de agua y asegurar que esta no desestabilice estructuras como los diques o presas. Obinna [2020]

### 1.3. Caudal de infiltracion

El caudal de infiltración es el flujo de agua que penetra a través del suelo, debido a la diferencia de presión entre el nivel de agua dentro y fuera de la ataguía en este caso. La tasa de infiltración está condicionada por la permeabilidad del suelo y la diferencia de carga hidráulica. Para poder calcular el caudal de infiltración, se utiliza la fórmula (1). Shanghai Research Center of Ocean and Shipbuilding Engineering [2024]

$$Q = k \cdot \frac{\Delta H}{N_f} \cdot N_d \quad (1)$$

Donde:

- $Q$  = Caudal de Infiltracion
- $k$  = Coeficiente de permeabilidad
- $\Delta H$  = Diferencia de carga hidráulica
- $N_f$  = Cantidad de canales de flujo
- $N_d$  = Cantidad de canales equipotenciales

### 1.4. Presión de Poros

La presión de poros es la fuerza que el agua ejerce dentro de los poros de un material como el suelo o la roca. Juega un papel crucial en la construcción con agua o alto nivel freático, ya que una presión de poros excesiva puede reducir el esfuerzo efectivo en el suelo, lo que podría ocasionar problemas como la licuefacción, donde el suelo pierde firmeza, o la formación de tuberías subterráneas. En las ataguías, la presión de poros es un factor clave, ya que afecta la estabilidad del terreno que rodea la estructura. Para poder calcular la presión de poros, se utiliza la siguiente formula. of Engineering and Science [2021]

$$u = \gamma \cdot h \quad (2)$$

Donde:

- $u$  = Presión de Poros
- $\gamma$  = Peso Específico del Agua
- $h$  = Profundidad del agua

## 1.5. Gradiente Hidráulico

El gradiente hidráulico es el cambio de la carga hidráulica por unidad de distancia en la dirección del flujo. Es un factor crucial para determinar el flujo de agua a través de suelos. En el diseño de ataguías, el gradiente hidráulico ayuda a predecir problemas como la licuefacción, donde los gradientes elevados pueden erosionar el suelo y causar fallos estructurales. Este se calcula con la fórmula (3). Budhu [2010]

$$i = \frac{\Delta h}{\Delta L} \quad (3)$$

Donde:

- $i$  = Gradiente Hidráulico
- $\Delta h$  = Cambio de carga hidráulica
- $\Delta L$  = Distancia en la dirección del flujo

### 1.5.1. Licuefacción

La licuefacción se genera cuando se excede el gradiente hidráulico crítico (4), lo que provoca que el suelo pierda su capacidad de soporte y se comporte como un líquido. En el diseño de ataguías, la licuefacción es un problema grave, ya que puede causar el colapso de la estructura y daños significativos a la infraestructura circundante. Budhu [2010]

$$i_{crítico} = \frac{\Delta h}{L_{min}} \quad (4)$$

## 1.6. Presión en una Ataguía

La presión dentro y alrededor de una ataguía es resultado tanto del nivel de agua como de las condiciones del suelo. El diseño de una ataguía implica calcular la caída de carga potencial, la presión de poros y el gradiente hidráulico, lo que permite predecir si la estructura soportará las presiones del agua y del suelo que actúan sobre ella. Las redes de flujo se utilizan para evaluar estas presiones y estimar la infiltración de agua a través de la cimentación. Sivakugan [2005]

# Diferencias Finitas

## 2. Teoría

### 2.1. Ley de Darcy

La ley de Darcy expone lo siguiente:

$$q = k \cdot i \cdot A \quad (5)$$

Lo cual es análogo a:

$$v = k \cdot i \quad (6)$$

Donde  $i$  es el gradiente hidráulico. Discretizándolo en el espacio, se obtiene lo siguiente:

$$i = \frac{dh}{dl} = \frac{dh}{dx}; \frac{dh}{dy}; \frac{dh}{dz} \quad (7)$$

Sea lo siguiente:

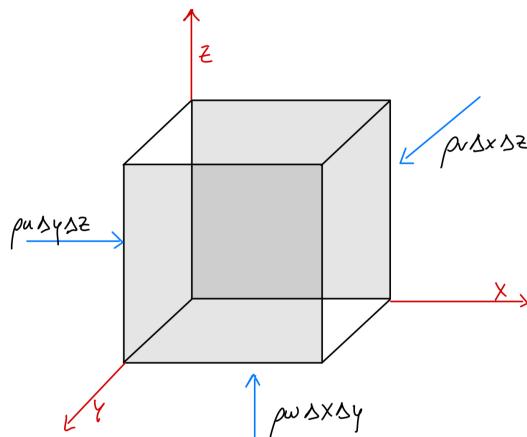


Figura 1: Entrada al sistema

La serie de Taylor expone que:

$$f(x) = f(a) + \frac{df(a)\Delta X}{dx \cdot 1!} + \dots + \frac{\Delta X^n}{n!} \cdot \frac{d^n f(a)}{dx^n} \quad (8)$$

Por lo tanto, lo que sale del sistema es:

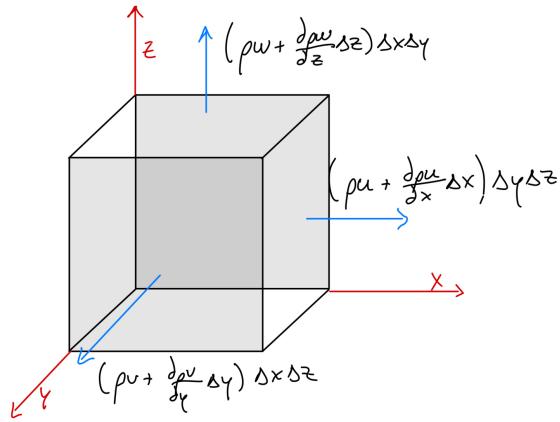


Figura 2: Salida del sistema

Luego, por conservación de masa:

$$Q_{int} = Q_{out} \quad (9)$$

De lo que se obtiene:

$$\rho_u \Delta_y \Delta_z + \rho_v \Delta_x \Delta_z + \rho_w \Delta_x \Delta_y = (\rho_u + \frac{d\rho_u \Delta x}{dx}) \Delta_y \Delta_z + (\rho_v + \frac{d\rho_v \Delta y}{dy}) \Delta_x \Delta_z + (\rho_w + \frac{d\rho_w \Delta z}{dz}) \Delta_x \Delta_y \quad (10)$$

Simplificando:

$$\Delta_x \Delta_y \Delta_z = Volumen \quad (11)$$

Pero el fluido, al ser agua, es incompresible, por lo tanto:

$$-\rho(\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz}) = 0 \quad (12)$$

Lo que es análogo a decir:

$$-\rho \nabla \cdot \vec{v} = 0 = \nabla \cdot \vec{v} \quad (13)$$

Por lo tanto, si reemplazamos en la ley de Darcy, obtenemos:

$$V_x = k_x \cdot \frac{dh}{dx}; V_y = k_y \cdot \frac{dh}{dy}; V_z = k_z \cdot \frac{dh}{dz} \quad (14)$$

Incorporando la ecuación de continuidad, se obtiene:

$$\nabla \cdot \vec{V} = \nabla \cdot (k \cdot \vec{i}) = 0 \quad (15)$$

Asumiendo un análisis en 2D, se obtiene:

$$\frac{d}{dx}(k_x \cdot \frac{dh}{dx}) + \frac{d}{dy}(k_y \cdot \frac{dh}{dy}) = 0 \quad (16)$$

Pero sabemos, o mejor dicho, suponemos que:

$$k_x = k_y = k \quad (17)$$

Por lo tanto:

$$k\nabla^2 h = 0 \quad (18)$$

De esta forma, podemos representar el laplaciano con diferencias finitas.

## 2.2. Diferencias Finitas

### 2.2.1. Diferencias Hacia Adelante

$$h(x + \Delta x) = h(x) + \frac{dh}{dx} \Delta x + \dots \quad (19)$$

### 2.2.2. Diferencias Hacia Atrás

$$h(x - \Delta x) = h(x) - \frac{dh}{dx} \Delta x + \dots - \dots + \quad (20)$$

### 2.2.3. Diferencias Centrales

Se representa como la suma de una diferencia hacia adelante y hacia atrás, obteniendo:

$$h(x + \Delta x) + h(x - \Delta x) = h(x) + \frac{d^2 h}{dx^2} \frac{\Delta x}{2!} + \dots \text{(los pares)} \quad (21)$$

Donde la incógnita que se busca es  $\frac{d^2 h}{dx^2}$ , por lo tanto, despejando, se obtiene:

$$\frac{d^2 h}{dx^2} = \frac{h(x + \Delta x) - 2h(x) + h(x - \Delta x)}{\Delta x^2} \quad (22)$$

$$\frac{dh}{dx} = \frac{h(x + \Delta x) - h(x)}{\Delta x} \quad (23)$$

Lo cual se puede llevar a una grilla:

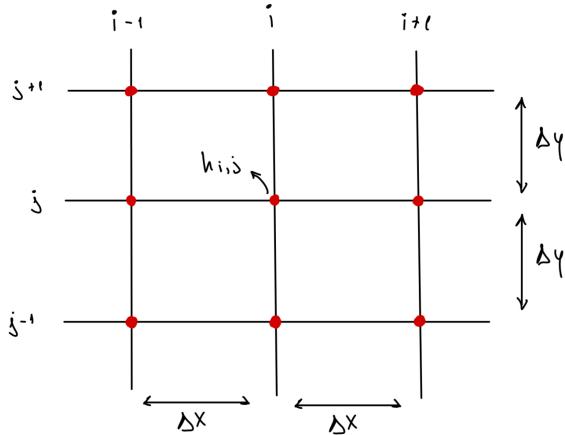


Figura 3: Grilla

Donde se puede representar la ecuación de Laplace como:

$$\frac{d^2h}{dx^2} = \frac{h_{i+1,j} + h_{i-1,j} - 2h_{i,j}}{\Delta x^2} \quad (24)$$

$$\frac{dh}{dx} = \frac{h_{i+1,j} + h_{i-1,j}}{2\Delta x} \quad (25)$$

Por lo tanto, podemos expresar la ley de Darcy con diferencias centrales, obteniendo:

$$\frac{k}{\Delta^2} (h_{i+1,j} + h_{i-1,j} + h_{i,j+1} + h_{i,j-1} - 4h_{i,j}) = 0 \quad (26)$$

Donde se busca:

$$h_{i,j} = \frac{1}{4} (h_{i+1,j} + h_{i-1,j} + h_{i,j+1} + h_{i,j-1}) \quad (27)$$

De esta forma, es posible obtener las diferentes variaciones en el potencial, a partir de los datos conocidos en la grilla (condiciones de borde).

# Modelo Escala

## 3. Resultados

### 3.1. Calculo Permeabilidad Muestra

### 3.2. Aplicacion Diferencias Finitas

Se determina un caudal de 0.008972885614821659 m/s

### 3.3. Licuefaccion

A continuacion se presenta un video (ver en Adobe Acrobat) de la falla observada por licuefaccion en la maqueta a escala.



Las medidas registradas son las siguientes:

Caso	$a_1$	$b_1$	$c_1$	$a_2$	$b_2$	$c_2$	$d$
Licuefaccion	0.0	14.5	15.5	15	2.5	12.5	0.5

Cuadro 1: Medidas para la Licuefaccion [cm]

Posteriormente se realizo un mapa de calor correspondiente a la presion de poros en la licuefaccion:

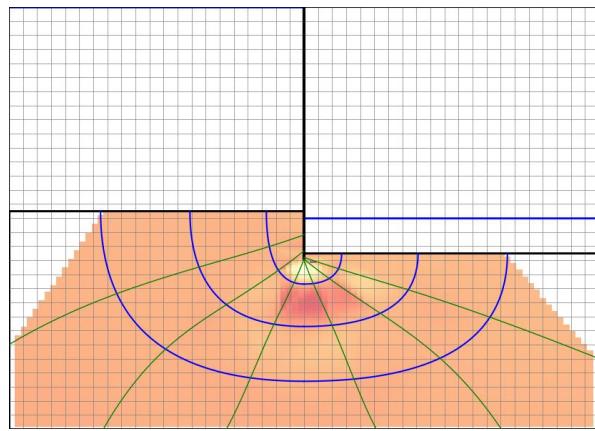


Figura 4: Mapa de Calor Licuefaccion

Es interesante notar como se produce un gran aumento de presion bajo la ataguia, lo cual se observa en el video, ya que ese es el punto esperado de falla.

Ademas, se calculo el mismo caso segun diferencias finitas:

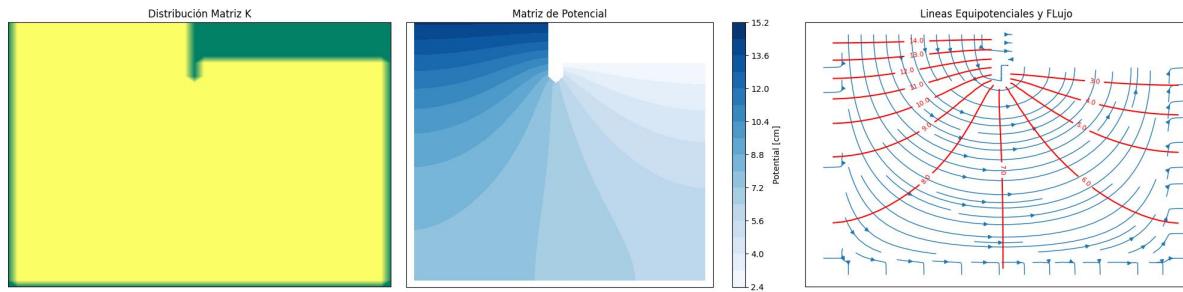


Figura 5: Laplace Caso Licuefaccion

## 4. Análisis de Resultados

### 4.1. Resultados Manuales P1E0

#### 4.1.1. Diagramas Escala 1:200

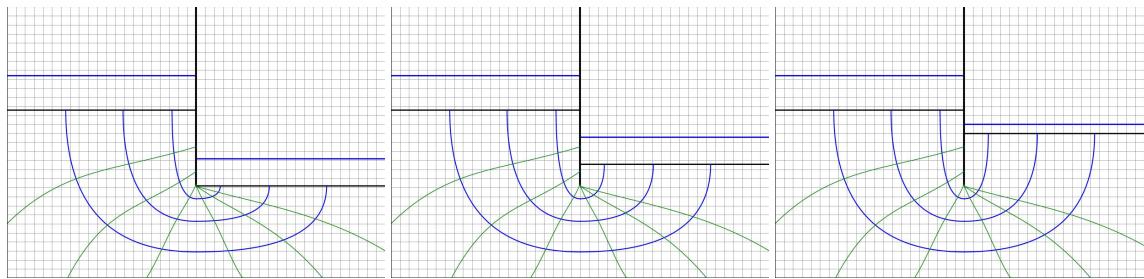


Figura 6: Caso 1

Figura 7: Caso 2

Figura 8: Caso 3

### 4.2. Presión de Poros

#### 4.2.1. Distribución Presiones

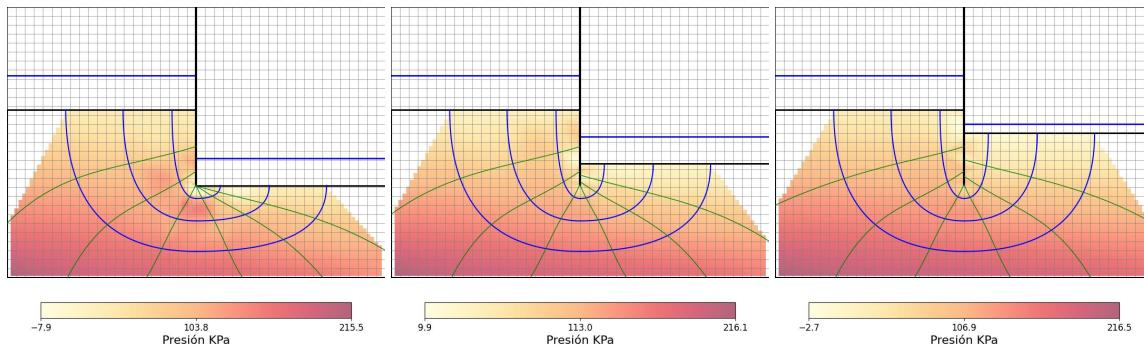


Figura 9: Caso 1 Presión Poros

Figura 10: Caso 2 Presión Poros

Figura 11: Caso 3 Presión Poros

#### 4.2.2. Presiones Totales

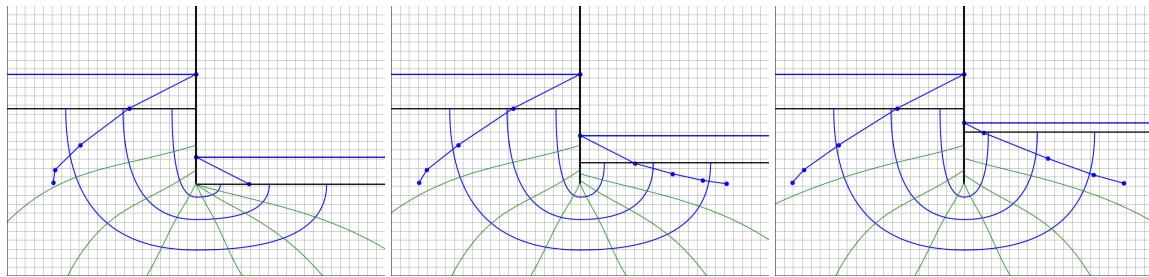


Figura 12: Caso 1 Presion Atagua Figura 13: Caso 2 Presion Atagua Figura 14: Caso 3 Presion Atagua  
Total Total Total

#### 4.2.3. Presiones Efectivas

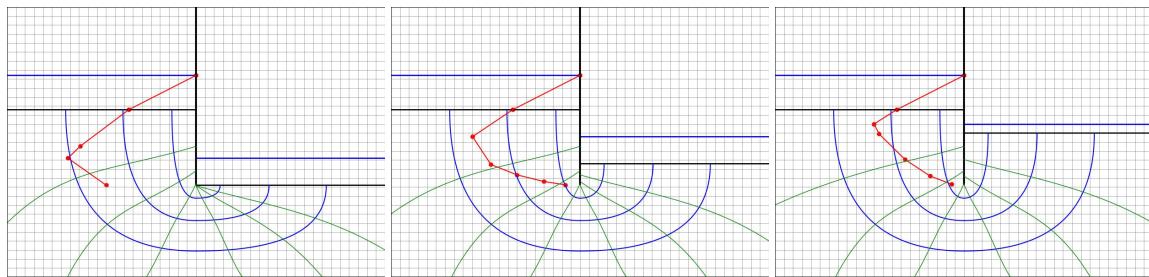


Figura 15: Caso 1 Presion Atagua Figura 16: Caso 2 Presion Atagua Figura 17: Caso 3 Presion Atagua  
Neta Neta Neta

#### 4.2.4. Estabilidad

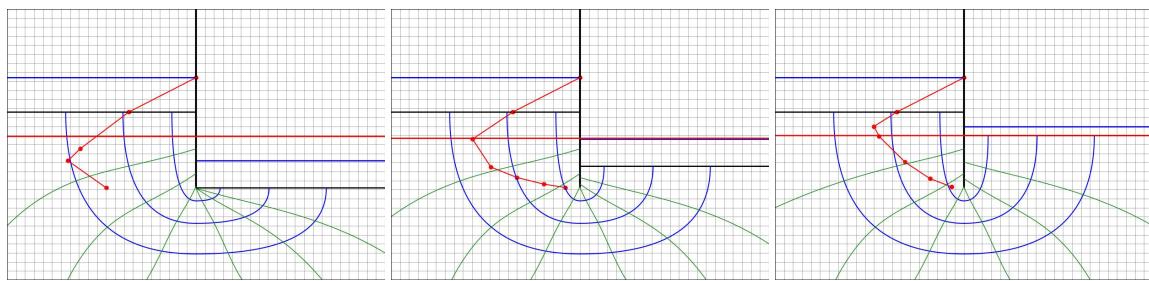


Figura 18: Caso 1 Centroide

Figura 19: Caso 2 Centroide

Figura 20: Caso 3 Centroide

Cuadro 2: Gradientes hidraulicos y caudales obtenidos manualmente.

Propiedades	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Unidades
$i_{max}$	1,095	0,629	0,380	—
$i_{crit}$	1,141	1,141	1,141	—
$FS$	1,041	1,811	2,999	—
$Q_{inf}$	43,877	32,431	25,754	$[m^3/dia]$

### 4.3. Resultados usando Diferencias Finitas

#### 4.3.1. Caso 1

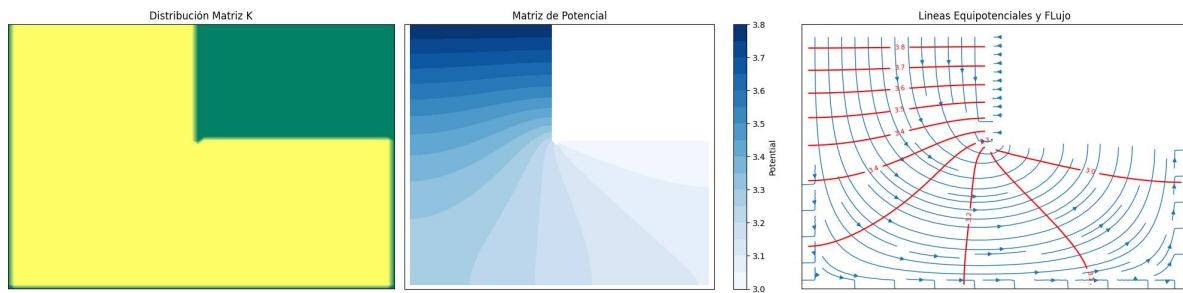


Figura 21: Caso 1 Laplace

#### 4.3.2. Caso 2

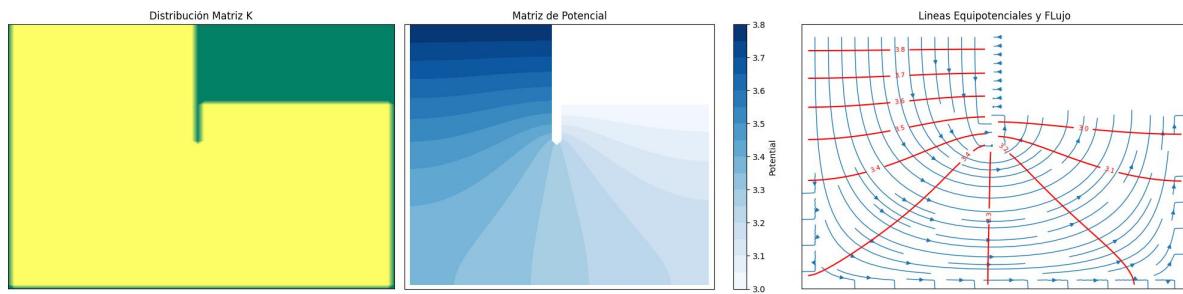


Figura 22: Caso 2 Laplace

#### 4.3.3. Caso 3

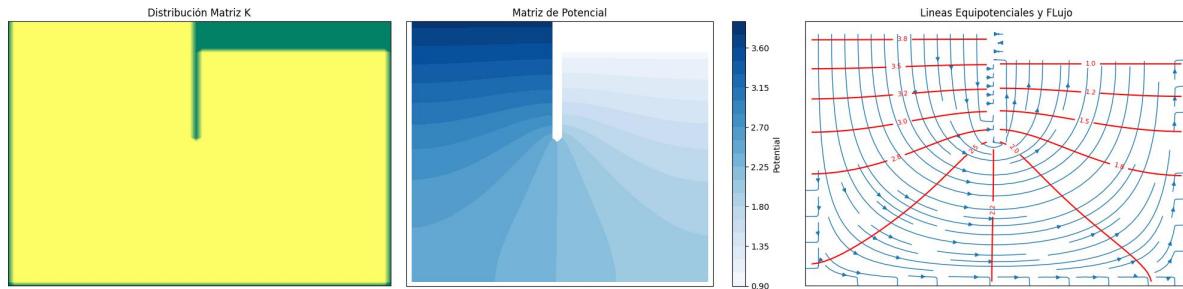


Figura 23: Caso 3 Laplace

Cuadro 3: Gradientes hidráulicos y caudales obtenidos mediante diferencias finitas.

Propiedades	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Unidades
$i_{max}$	1,095	0,629	0,380	—
$i_{crit}$	1,141	1,141	1,141	—
$FS$	1,041	1,811	2,999	—
$Q_{inf}$	25,410	20,790	13,860	$[\frac{m^3}{dia}]$

#### 4.4. Resultados Escalamiento

## Anexos

Caso	$a_1$	$b_1$	$c_1$	$a_2$	$b_2$	$c_2$	$d$
1	0.8	3.8	18.6	10.0	3.0	10.2	0.0
2	0.8	3.8	18.6	7.6	3.0	12.6	2.4
3	0.8	3.8	18.6	6.2	1.0	16.0	5.8

Cuadro 4: Valores para casa caso [m]

## Referencias

- T. A. Madanayaka and N. Sivakugan. Simple solutions for square and rectangular cofferdam seepage problems. *Canadian Geotechnical Journal*, 2018.
- B. M. Sumer. Liquefaction around marine structures. In *Coastal Structures 2007*, 2009.
- Ubani Obinna. Water pressure, piping, and flow nets in cofferdams. 2020. URL <https://structville.com/2020/11/water-pressure-flow-nets-cofferdams.html>. Consultado: 07-Oct-2024.
- Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering Shanghai Research Center of Ocean and Shipbuilding Engineering, China Shipbuilding NDRI Engineering Co. Stability analysis of cofferdam with double-wall steel sheet piles under wave action from storm surges. *Water*, 16(8):1181, 2024. doi: 10.3390/w16081181. URL <https://www.mdpi.com/2073-4441/16/8/1181>.
- Journal of Engineering and Applied Science. Effect of zones' dimensions and geometry on seepage through zoned earth dams. *SpringerOpen*, 2021. URL <https://jeas.springeropen.com/articles/10.1186/s44147-021-00004-w>. Consultado: 07-Oct-2024.
- Muni Budhu. *Soil Mechanics and Foundations*. John Wiley & Sons, Hoboken, NJ, 3rd edition edition, 2010. ISBN 978-0-470-55684-9.
- N. Sivakugan. *Permeability and Seepage*. 2005. URL <https://www.geoengineer.org/permeability-seepage>. Consultado: 07-Oct-2024.