



Universidad de
los Andes



**FACULTAD
DE INGENIERÍA
Y CIENCIAS
APLICADAS**

Entrega 0, Proyecto 1

Metodos Computacionales en OOCC, IOC 4201

Profesor:

Patricio Moreno

Ayudante:

Maximiliano Biasi

Alumno:

Lukas Wolff Casanova

6 de octubre de 2024

Índice

I Entrega 0	1
1. Introducción	1
2. Marco Teórico	1
2.1. Infiltración	1
2.2. Presión de Poros	1
2.3. Máximo Gradiente Hidráulico	2
2.4. Falla por Licuefacción	2
2.5. Factor de Seguridad	2
3. Desarrollo	2
3.1. Esquemas	2
3.2. Caudal de Infiltración	3
3.3. Presión de Poros	3
3.4. Presión Ataguía	3
3.4.1. Presiones Totales	3
3.4.2. Mapa de Presión	4
3.4.3. Presiones Netas	5
3.4.4. Centroide de la Distribución de Presiones	5
3.5. Máximo Gradiente Hidráulico	6
3.6. Falla por Licuefacción	6
3.7. Factor de Seguridad	6
3.8. Análisis de Resultados	6
4. Conclusión	7
II Entrega 1	8
1. Introducción	8
2. Marco Teórico	8
2.1. Ley de Darcy	8
2.2. Diferencias Finitas	10
2.2.1. Diferencias Hacia Adelante	10
2.2.2. Diferencias Hacia Atrás	11
2.2.3. Diferencias Centrales	11
3. Desarrollo	13
3.1. Caso 1	14
3.2. Caso 2	14
3.3. Caso 3	14
3.4. Caso Ejemplo Libro	15
3.5. Caudales Según Modelo Entrega 0	15
4. Análisis	16
5. Conclusión	16

Índice de figuras

1.	Caso 1 Base	2
2.	Caso 2 Base	2
3.	Caso 3 Base	2
4.	Caso 1 Presiones Ataguía	3
5.	Caso 2 Presiones Ataguía	3
6.	Caso 3 Presiones Ataguía	3
7.	Caso 1 Presiones de Poros	4
8.	Caso 2 Presiones de Poros	4
9.	Caso 3 Presiones de Poros	4
10.	Caso 1 Presiones Ataguía Neta	5
11.	Caso 2 Presiones Ataguía Neta	5
12.	Caso 3 Presiones Ataguía Neta	5
13.	Caso 1 Centroide Presiones	5
14.	Caso 2 Centroide Presiones	5
15.	Caso 3 Centroide Presiones	5
16.	Entrada al sistema	9
17.	Salida del sistema	9
18.	Grilla	11
19.	Caso 1	14
20.	Caso 2	14
21.	Caso 3	14
22.	Caso Ejemplo Libro	15
23.	Caso Ejemplo Libro Doble	15

Entrega 0

[Ver repositorio en GitHub.](#)

1. Introducción

Una ataguía, también llamada cofre, es un recinto construido dentro o a través de un cuerpo de agua para permitir que el área cerrada sea bombeada **Acerlum [2023]**.

De esta manera, se determina que el análisis estructural y geomecánico de una ataguía es fundamental, no solo para determinar cuánto caudal es necesario extraer, sino también para garantizar la seguridad en la zona de trabajo, donde hay factores como la presión de poros o licuefacción del suelo que hay que tomar en consideración.

En base a lo anteriormente mencionado, se desarrolló un análisis para una ataguía en 3 casos distintos, determinando así cuál es el más idóneo a utilizar.

2. Marco Teórico

A continuación se presentarán las distintas ecuaciones utilizadas en el desarrollo del informe.

2.1. Infiltración

$$I = k \cdot h_l \cdot \frac{N_i}{N_d} \cdot 24 \cdot 3600 [m^3/da] \quad (1)$$

Donde N_d es el número de redes de flujo y N_i es el número de líneas equipotenciales.

2.2. Presión de Poros

$$u = \frac{h_p \cdot \gamma_{agua}}{1000} [KPa] \quad (2)$$

$$h_p = \Delta H_i - Z_g \quad (3)$$

$$\Delta H_i = h_i - \frac{\Delta H \cdot n_i}{N_d} \quad (4)$$

Y Z_g corresponde a la altura del punto en la línea equipotencial, h_i a la altura inicial, ΔH al gradiente hidráulico, n_i al número de línea equipotencial y N_d al número de redes de flujo.

2.3. Máximo Gradiente Hidráulico

Corresponde a la mínima distancia que debe recorrer el agua, es decir;

$$G = \frac{\Delta h_{min}}{L} \quad (5)$$

2.4. Falla por Licuefacción

Para conocer si falla por licuefacción, primero es necesario calcular i_c :

$$i_c = \frac{\gamma_{suelo} - \gamma_{agua}}{\gamma_{agua}} \quad (6)$$

Luego se determina si falla por licuefacción si $i_c < G$.

2.5. Factor de Seguridad

Finalmente, el factor de seguridad se calcula como:

$$FS = \frac{G}{i_c} \quad (7)$$

3. Desarrollo

Los códigos escritos y utilizados se encuentran en el siguiente enlace: [Código Python](#). Por efectos de simplicidad del informe, estos no serán explicados en detalle.

3.1. Esquemas

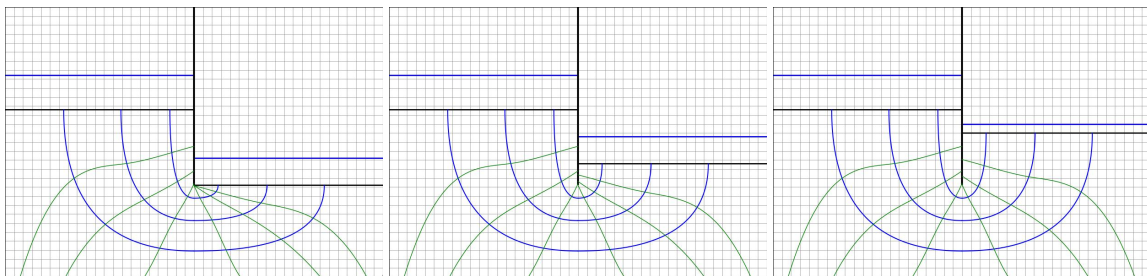


Figura 1: Caso 1 Base

Figura 2: Caso 2 Base

Figura 3: Caso 3 Base

Los dibujos en tamaño A4, como fue solicitado, y con un espaciado de 5mm (en escala correspondiente a 1 metro), se encuentran en el siguiente enlace: [Esquemas A4](#).

Métodos Computacionales en Obras Civiles

Nota: Los dibujos fueron realizados en Python, utilizando distintas librerías para poder lograr la equipotencialidad. En base a las coordenadas obtenidas, se realizaron los distintos cálculos.

3.2. Caudal de Infiltración

Se calculó el caudal de infiltración como:

```

1 h1 = (C1+B1) - (C2+B2)
2 inf = k*h1*(num_canales/(num_equipotenciales))*24*3600 #m3/dia
  
```

Lo cual dio como resultado:

Caso	Caudal de Infiltración [m^3/dia]
1	20.567
2	15.202
3	12.072

Cuadro 1: Caudal de Infiltración

3.3. Presión de Poros

Se define como la presión ejercida por una columna de agua desde la profundidad de la formación hasta el nivel freático **Limited [2024]**.

3.4. Presión Ataguía

3.4.1. Presiones Totales

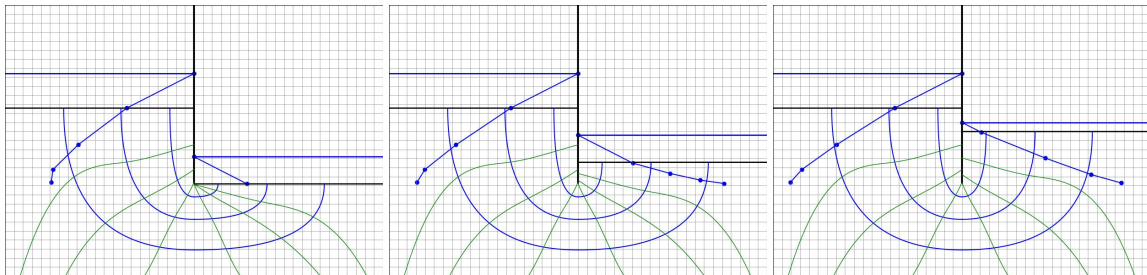


Figura 4: Caso 1 Presiones Ataguía Figura 5: Caso 2 Presiones Ataguía Figura 6: Caso 3 Presiones Ataguía

Donde las presiones en los distintos puntos solicitados son:

Caso	A	B	C	D	E	F	G	H
1	0	37.28	71.14	79.33	79.35	68.13	27.47	0
2	0	37.28	59.70	78.65	89.44	81.17	27.47	0
3	0	37.28	50.01	56.37	95.33	88.45	7.85	0

Cuadro 2: Presiones en Ataguía [KPa]

Métodos Computacionales en Obras Civiles

Para calcular estas presiones, primero se calcularon las presiones en los distintos puntos conocidos de las líneas piezométricas:

```

1  #Primero calculo el delta H, el cual debe ser en metros
2  Delta_H = (C1+B1) - (C2+B2)
3
4  #Luego calculo Z, el cual es la altura para el gráfico obtenido
5  #a partir de una lista de coordenadas, por lo tanto,
6  #convierto las coordenadas a metros.
7  z = ((coor[clave][1]-altura_rel)*200)/1000
8
9  #Calculo Zg
10 Zg = z
11
12 #Luego calculo ni, el número de línea equipotencial
13 ni = int(clave.split('_')[1])
14
15 #En base a esto, es posible obtener delta_hi
16 Delta_Hi = (C1+B1)-((Delta_H*ni)/Nd)
17
18 #Calculo hp
19 hp = Delta_Hi-Zg
20
21 #Y finalmente U en [KPa]
22 u = (hp*gamma_agua)/1000
23
24 #Este proceso es aplicado en todos los puntos conocidos
  
```

Posteriormente, aplico una regresión lineal a la curva obtenida y así calculo las presiones en los distintos puntos solicitados.

```

1  from scipy.interpolate import interp1d
2
3  interpolacion = interp1d(x_known, y_known, kind='linear')
  
```

En base a todas las presiones de poros conocidas, fue posible aplicar un mapa de calor:

3.4.2. Mapa de Presión

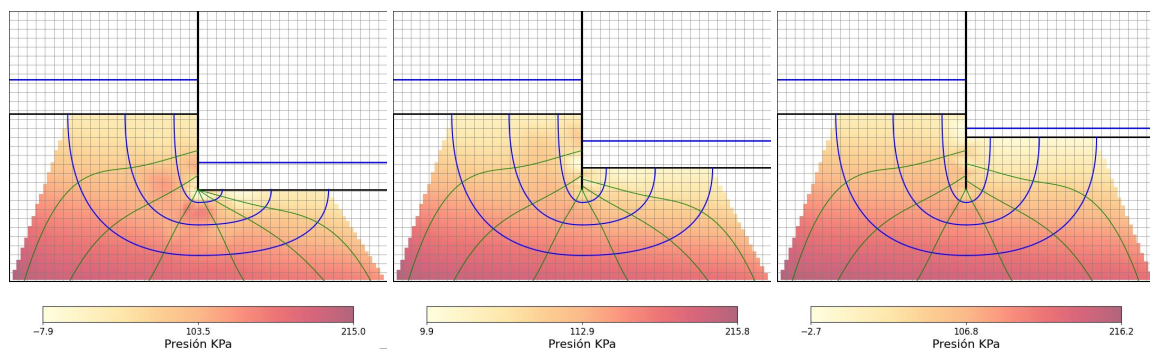


Figura 7: Caso 1 Presiones de Poros Figura 8: Caso 2 Presiones de Poros Figura 9: Caso 3 Presiones de Poros

3.4.3. Presiones Netas

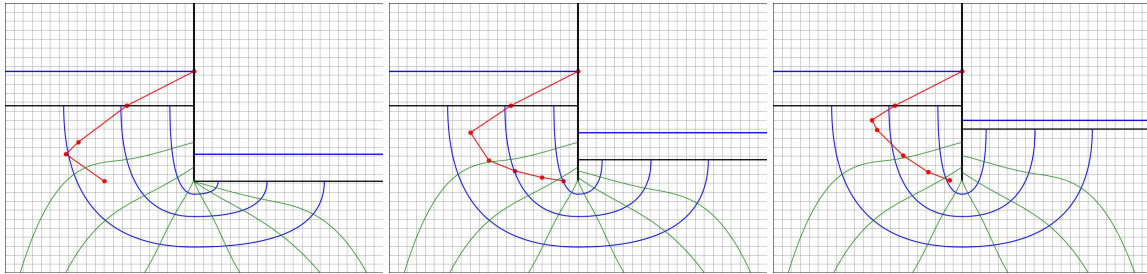


Figura 10: Caso 1 Presiones Ataguía Neta Figura 11: Caso 2 Presiones Ataguía Neta Figura 12: Caso 3 Presiones Ataguía Neta

De lo cual es posible conocer el equilibrio estático de la ataguía:

3.4.4. Centroide de la Distribución de Presiones

La siguiente función en Python permite conocer el centroide de una función:

```

1  import numpy as np
2  from scipy.integrate import simpson
3
4  # Calcular el área bajo la curva usando integración numérica (Simpson)
5  area = simpson(y, x)
6
7  # Centroide en x
8  x_bar = simpson(x * y, x) / area
  
```

De lo cual se obtiene lo siguiente:

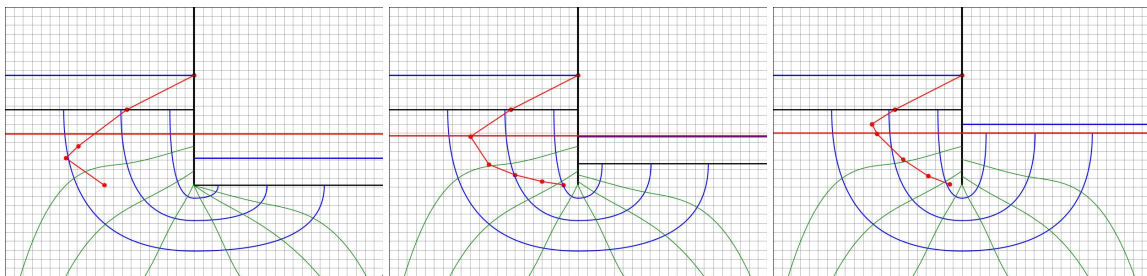


Figura 13: Caso 1 Centroide Presio-nes Figura 14: Caso 2 Centroide Presio-nes Figura 15: Caso 3 Centroide Presio-nes

Donde se puede observar que el caso 3 presenta una estabilidad en cuanto al momento neto, aun así, la estabilidad final de la ataguía dependerá de otros factores como la forma completa estructural, ya que solo estamos observando un corte transversal en este caso.

3.5. Máximo Gradiente Hidráulico

Se calculó el máximo gradiente hidráulico como:

```
1 max_g = Delta_H/((C1-C2) + 2*D)
2 #es decir, DeltaH sobre el mínimo recorrido posible entre
3 #los dos puntos, donde delta_H ya fue definido anteriormente
```

De lo cual se obtuvo:

Caso	Máximo Gradiente Hidráulico
1	1.095
2	0.629
3	0.380

Cuadro 3: Máximo Gradiente Hidráulico

3.6. Falla por Licuefacción

Es el proceso de cambio físico en el que un material o sustancia en estado sólido pasa a comportarse como un líquido **Copluccio [2021]**.

Los resultados obtenidos son los siguientes:

Caso	ic	Licuefacción
1	1.141	No ocurre
2	1.141	No ocurre
3	1.141	No ocurre

Cuadro 4: Falla por Licuefacción

3.7. Factor de Seguridad

Para determinar el factor de seguridad, simplemente se calcula la relación entre ic y el máximo gradiente hidráulico:

Caso	FS
1	1.041
2	1.811
3	2.995

Cuadro 5: Factor de Seguridad

3.8. Análisis de Resultados

Aunque no ocurre licuefacción en ningún caso, eso no implica una seguridad como tal en la atagüa, ya que estáticamente debe ser estable. En base a esto, se determina que el caso 3 es el más seguro, ya que la atagüa se encuentra en un equilibrio estático luego de realizar un análisis de presiones y momentos.

Adicionalmente, se realizó un mapa de calor sobre las presiones de poro, donde comparando con la teoría

Métodos Computacionales en Obras Civiles

se observa una relación y afirmación de los resultados obtenidos, por lo tanto, se puede concluir que los cálculos fueron correctamente realizados.

En base al código realizado, este se escribió de manera personal, donde se utilizó la herramienta ChatGPT para la redacción a gran escala del código, además de la implementación de algunas librerías desconocidas. Luego, la calibración y obtención de resultados se realizó de manera manual.

En base a la licuefacción, se observa que el caso 1 es el más inestable, donde si se reduce un poco más el máximo gradiente hidráulico, fácilmente se alcanza el ic.

Finalmente, se determinaron los distintos datos solicitados como las presiones de poros en distintos puntos, o el caudal necesario de bombeo. Esta última variable dependerá del tipo de suelo, además de la instalación y gradiente hidráulico generado por la ataguía.

Nota: Los resultados dependerán mucho de la cantidad de canales de flujo y líneas equipotenciales, donde aun así se debería mantener una relación por equipotencialidad. Aun así, puede que exista una variación de los resultados en base a los inputs ingresados.

4. Conclusión

En conclusión, ya que todos los objetivos propuestos y solicitados fueron logrados, se puede considerar que la experiencia fue realizada de manera satisfactoria.

En primer lugar, personalmente me di el desafío de hacer todo el análisis mediante Python, lo cual agrega una complejidad extra al desarrollo de la entrega, donde no solo se logró tal propuesta, sino que se logró extraer información adicional a la solicitada, permitiendo así generar un análisis más completo y detallado.

Respecto a los cálculos realizados, se determinaron los distintos parámetros, con sus gráficas respectivas, donde el porcentaje de error aún es desconocido, ya que es necesario comparar el modelo computacional con una simulación a escala, lo cual se realizará en una futura entrega.

Finalmente, se logró generar un análisis crítico de los resultados y cálculos obtenidos, donde se concluye que el caso más estable es el número 3, y el más inestable el número 1.

Entrega 1

[Ver repositorio GitHub.](#)

1. Introducción

Actualmente existen diversos programas para realizar simulaciones de fluidos, lo cual facilita muchos procesos ingenieriles. La matemática que hay detrás de todos estos softwares no es simple y es prácticamente imposible realizar estos cálculos a mano. Ahora bien, es importante poder entender y analizar qué es lo que está ocurriendo detrás del análisis computacional, ya que de esta manera se pueden optimizar muchos procesos, mejorar el software o, mejor aún, no tener que comprar una licencia y escribir el código por cuenta propia.

En esta sección se buscará crear un código que simule el comportamiento del flujo en una ataguía utilizando diferencias finitas con el método de Laplace. Para lograr esto, se debe entender la ley de Darcy, la ecuación de continuidad y las diferencias finitas, ya que estos conceptos son fundamentales para desarrollar el código. Finalmente, se comprobará la eficacia del código comparando los resultados de caudal obtenidos en la parte anterior, además de una solución de ejemplo del problema 14.3 del libro **Budhu**.

2. Marco Teórico

2.1. Ley de Darcy

La ley de Darcy expone lo siguiente:

$$q = k \cdot i \cdot A \quad (8)$$

Lo cual es análogo a:

$$v = k \cdot i \quad (9)$$

Donde i es el gradiente hidráulico. Discretizándolo en el espacio, se obtiene lo siguiente:

$$i = \frac{dh}{dl} = \frac{dh}{dx}; \frac{dh}{dy}; \frac{dh}{dz} \quad (10)$$

Sea lo siguiente:

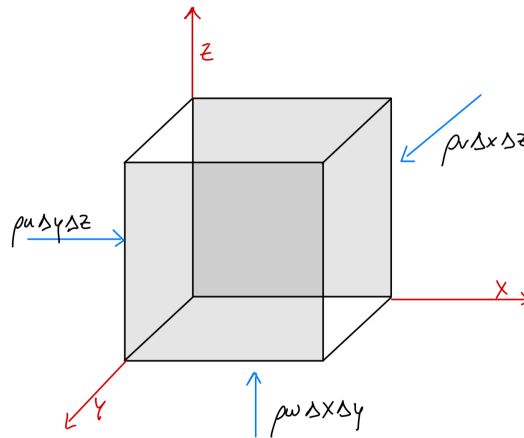


Figura 16: Entrada al sistema

La serie de Taylor expone que:

$$f(x) = f(a) + \frac{df(a)\Delta X}{dx \cdot 1!} + \dots + \frac{\Delta X^n}{n!} \cdot \frac{d^n f(a)}{dx^n} \quad (11)$$

Por lo tanto, lo que sale del sistema es:

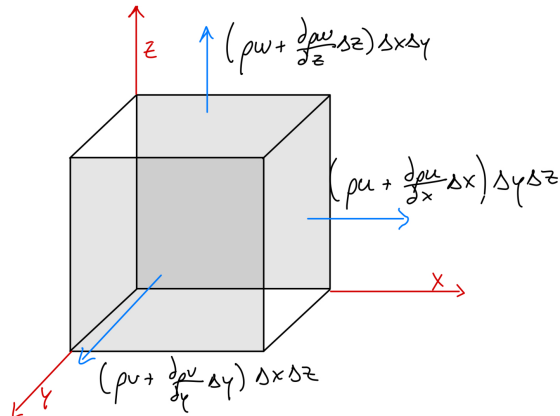


Figura 17: Salida del sistema

Luego, por conservación de masa:

$$Q_{int} = Q_{out} \quad (12)$$

De lo que se obtiene:

$$\rho_u \Delta y \Delta z + \rho_v \Delta x \Delta z + \rho_w \Delta x \Delta y = \left(\rho_u + \frac{d\rho_u \Delta x}{dx}\right) \Delta y \Delta z + \left(\rho_v + \frac{d\rho_v \Delta y}{dy}\right) \Delta x \Delta z + \left(\rho_w + \frac{d\rho_w \Delta z}{dz}\right) \Delta x \Delta y \quad (13)$$

Simplificando:

$$\Delta_x \Delta_y \Delta_z = \text{Volumen} \quad (14)$$

Pero el fluido, al ser agua, es incompresible, por lo tanto:

$$-\rho \left(\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz} \right) = 0 \quad (15)$$

Lo que es análogo a decir:

$$-\rho \nabla \cdot \vec{v} = 0 = \nabla \cdot \vec{v} \quad (16)$$

Por lo tanto, si reemplazamos en la ley de Darcy, obtenemos:

$$V_x = k_x \cdot \frac{dh}{dx}; V_y = k_y \cdot \frac{dh}{dy}; V_z = k_z \cdot \frac{dh}{dz} \quad (17)$$

Incorporando la ecuación de continuidad, se obtiene:

$$\nabla \cdot \vec{V} = \nabla \cdot (k \cdot \vec{i}) = 0 \quad (18)$$

Asumiendo un análisis en 2D, se obtiene:

$$\frac{d}{dx} \left(k_x \cdot \frac{dh}{dx} \right) + \frac{d}{dy} \left(k_y \cdot \frac{dh}{dy} \right) = 0 \quad (19)$$

Pero sabemos, o mejor dicho, suponemos que:

$$k_x = k_y = k \quad (20)$$

Por lo tanto:

$$k \nabla^2 h = 0 \quad (21)$$

De esta forma, podemos representar el laplaciano con diferencias finitas.

2.2. Diferencias Finitas

2.2.1. Diferencias Hacia Adelante

$$h(x + \Delta x) = h(x) + \frac{dh}{dx} \Delta x + \dots \quad (22)$$

2.2.2. Diferencias Hacia Atrás

$$h(x - \Delta x) = h(x) - \frac{dh}{dx} \Delta x + \dots - \dots + \quad (23)$$

2.2.3. Diferencias Centrales

Se representa como la suma de una diferencia hacia adelante y hacia atrás, obteniendo:

$$h(x + \Delta x) + h(x - \Delta x) = h(x) + \frac{d^2h}{dx^2} \frac{\Delta x^2}{2!} + \dots (\text{los pares}) \quad (24)$$

Donde la incógnita que se busca es $\frac{d^2h}{dx^2}$, por lo tanto, despejando, se obtiene:

$$\frac{d^2h}{dx^2} = \frac{h(x + \Delta x) - 2h(x) + h(x - \Delta x)}{\Delta x^2} \quad (25)$$

$$\frac{dh}{dx} = \frac{h(x + \Delta x) - h(x)}{\Delta x} \quad (26)$$

Lo cual se puede llevar a una grilla:

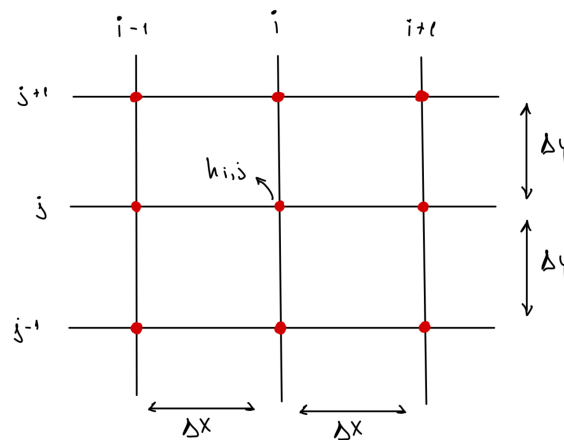


Figura 18: Grilla

Donde se puede representar la ecuación de Laplace como:

$$\frac{d^2h}{dx^2} = \frac{h_{i+1,j} + h_{i-1,j} - 2h_{i,j}}{\Delta x^2} \quad (27)$$

$$\frac{dh}{dx} = \frac{h_{i+1,j} - h_{i-1,j}}{2\Delta x} \quad (28)$$

Por lo tanto, podemos expresar la ley de Darcy con diferencias centrales, obteniendo:

$$\frac{k}{\Delta^2}(h_{i+1,j} + h_{i-1,j} + h_{i,j+1} + h_{i,j-1} - 4h_{i,j}) = 0 \quad (29)$$

Donde se busca:

$$h_{i,j} = \frac{1}{4}(h_{i+1,j} + h_{i-1,j} + h_{i,j+1} + h_{i,j-1}) \quad (30)$$

De esta forma, es posible obtener las diferentes variaciones en el potencial, a partir de los datos conocidos en la grilla (condiciones de borde).

3. Desarrollo

Para explicar el desarrollo del código, se utilizará el Caso Ejemplo 1, empleando una grilla de 10x10. En primer lugar, se desarrolla la matriz de potencial con las condiciones de borde:

0	300	300	300	300	0	380	380	380	0
0	300	300	300	300	0	1	1	1	0
0	300	300	300	300	0	1	1	1	0
0	300	300	300	300	0	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1	1	1	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Donde se observan las condiciones de impermeabilidad representadas por (0), la condición de inicio de flujo (380) y la condición de flujo final (300). Por razones de lógica de código, se utiliza este valor en los espacios con aire. Luego, iterando según la teoría expuesta anteriormente y manteniendo las condiciones de borde, se obtiene lo siguiente:

0	300	300	300	300	0	380	380	380	0
0	300	300	300	300	0	365	366	367	0
0	300	300	300	300	0	351	353	354	0
0	300	300	300	300	317	334	341	343	0
0	303	304	305	309	317	327	332	335	0
0	306	307	309	312	318	323	327	329	0
0	309	310	311	314	318	321	324	326	0
0	310	311	313	315	318	320	322	324	0
0	311	312	313	315	318	320	322	323	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Este es un proceso iterativo, donde se determina que la condición de finalización corresponde a un error de $1e-6$.

Posteriormente, es posible obtener las matrices de velocidades de la siguiente manera:

```

1  # Calcular el gradiente del potencial (flujo de velocidad)
2  dy, dx = np.gradient(potential, dy, dx)
3
4  # Luego, el gradiente se multiplica por la permeabilidad K
5  velocity_x = -dx * K
6  velocity_y = -dy * K

```

A continuación, se presentan los distintos resultados obtenidos, donde se utilizó una grilla de 40x40 en cada caso.

3.1. Caso 1

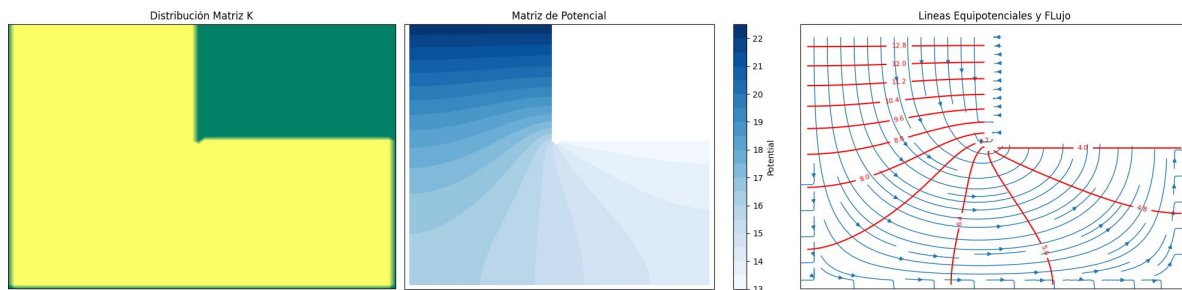


Figura 19: Caso 1

Se alcanzó la convergencia en la **iteración 13775**.

3.2. Caso 2

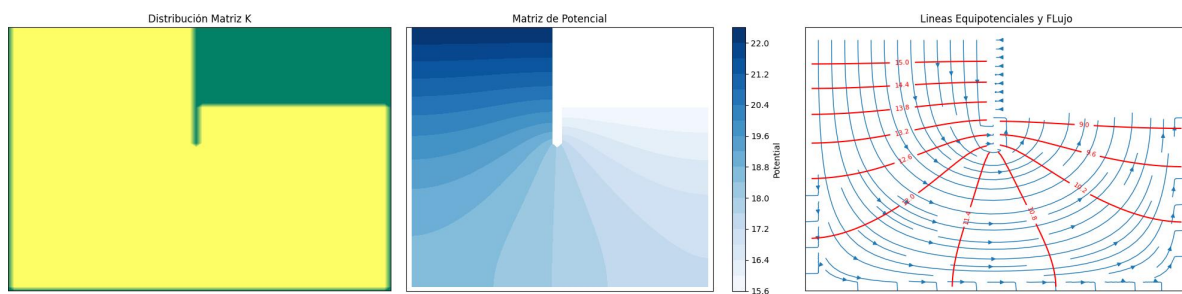


Figura 20: Caso 2

Se alcanzó la convergencia en la **iteración 19556**.

3.3. Caso 3

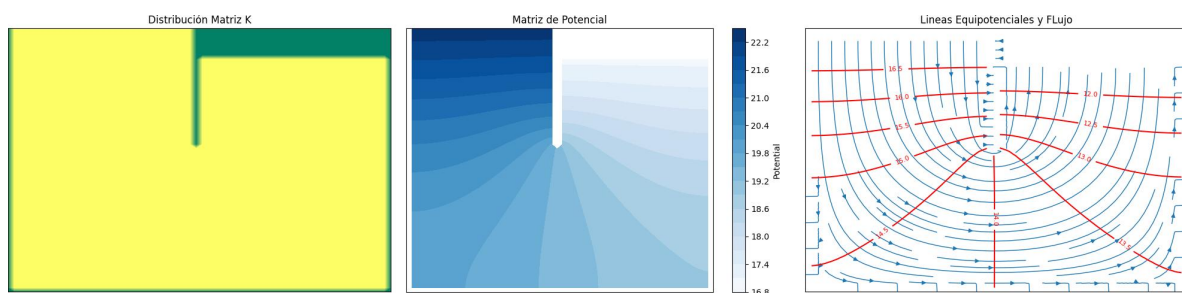


Figura 21: Caso 3

Se alcanzó la convergencia en la **iteración 26253**.

3.4. Caso Ejemplo Libro

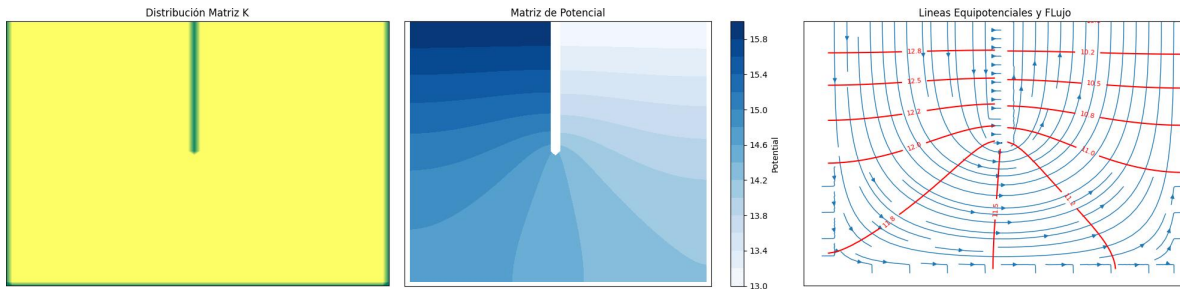


Figura 22: Caso Ejemplo Libro

Se alcanzó la convergencia en la **iteración 28172**.

La velocidad de salida obtenida fue de **3.24e-06** m/s, de esta manera se corrobora que el código está correctamente calibrado, ya que el resultado expuesto por el libro es de **3.2e-06** m/s.

Además, se realizó un caso doble para observar cómo afecta la condición de impermeabilidad de la barrera derecha en el flujo:

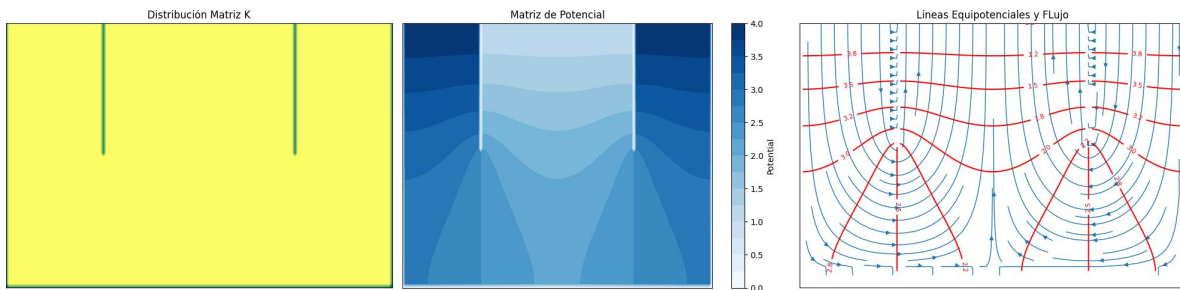


Figura 23: Caso Ejemplo Libro Doble

Se alcanzó la convergencia en la **iteración 16708**.

La velocidad de salida obtenida fue de **2.63e-06** m/s.

3.5. Caudales Según Modelo Entrega 0

Considerando los caudales obtenidos en la entrega 0 (6), y teniendo en cuenta que cada cuadrícula representa un metro y, además, hay una profundidad Z de un metro, es posible calcular el caudal puntual:

Caso	Caudal de Infiltración [m/da]	Caudal Según Laplace [m/da]	Error [%]
1	0.97	1.21	24.7
2	0.72	0.99	36.0
3	0.57	0.66	15.8

Cuadro 6: Caudal de Infiltración

4. Análisis

Se puede observar que la teoría expuesta en la entrega 0 fue corroborada correctamente. El error observado es muy bajo, lo cual se atribuye a una impermeabilidad no perfecta, lo que se asemeja más a la realidad.

Además, se observa que los gráficos de potencial tienen una lógica correcta, donde se pueden identificar adecuadamente las líneas equipotenciales. Comparando con la entrega 0, se puede concluir que los gráficos realizados mediante Python están correctamente hechos. Sin embargo, faltó conectar las líneas equipotenciales a los bordes izquierdo y derecho.

Finalmente, se observa que en el caso doble, el caudal disminuye, lo cual tiene sentido, ya que se está eliminando una condición de impermeabilidad. Además, se puede observar que la interacción entre ambos flujos al momento de colisionar ocurre de manera correcta.

5. Conclusión

En conclusión, todos los objetivos propuestos en esta entrega fueron logrados de manera satisfactoria. En particular, se logró generar un modelo computacional capaz de recrear el flujo en una ataguía mediante diferencias finitas.

Posteriormente, este modelo fue calibrado mediante una comparación con los caudales teóricos, donde el error observado está dentro de un rango esperado y considerado aceptable.

Finalmente, se desarrolló un código para observar el comportamiento de dos flujos que colisionan, donde se observó que el caudal disminuye al eliminar una condición de impermeabilidad, lo cual es un resultado esperado.

Considerando todo lo anteriormente expuesto, se puede concluir que la presente entrega fue exitosa.

Referencias

- Acerlum. Qué es una atagua, sus tipos y usos en la industria de la construcción, 2023. URL <https://www.acerlum-esc.com/single-post/qu%C3%A9-es-una-atagua-sus-tipos-y-usos-en-la-industria-de-la-construcci%C3%B3n>. Último acceso: 14 de septiembre de 2024.
- Schlumberger Limited. Presión de poros. https://glossary.slb.com/es/terms/p/pore_pressure, 2024. Último acceso: 15 de septiembre de 2024.
- Estefania Copluccio. ¿qué es la licuefacción? <https://concepto.de/licuefaccion/>, 2021. Último acceso: 15 de septiembre de 2024.
- Muni Budhu. *Soil Mechanics and Foundations*. 3rd edition. URL <https://ftp.idu.ac.id/wp-content/uploads/ebook/tdg/TERRAMECHANICS%20AND%20MOBILITY/budhu-soil-mechanics-foundations-3rd-txtbk.pdf>. Último acceso: 6 de octubre de 2024.