

# Onde Estão as Bolhas?

Por Ricardo Anido, UNICAMP  Brazil

Timelimit: 7

Uma das operações mais frequentes em computação é ordenar uma sequência de objetos. Portanto, não é surpreendente que essa operação seja também uma das mais estudadas.

Um algoritmo bem simples para ordenação é chamado *Bubblesort*. Ele consiste de vários turnos. A cada turno o algoritmo simplesmente itera sobre a sequência trocando de posição dois elementos consecutivos se eles estiverem fora de ordem. O algoritmo termina quando nenhum elemento trocou de posição em um turno.

O nome *Bubblesort* (ordenação das bolhas) deriva do fato de que elementos menores ("mais leves") movem-se na direção de suas posições finais na sequência ordenada (movem-se na direção do início da sequência) durante os turnos, como bolhas na água. A figura abaixo mostra uma implementação do algoritmo em pseudocódigo:

```
Para i variando de 1 até N faça
  Para j variando de N - 1 a i faça
    Se seq[j - 1] > seq[j] então
      Intercambie os elementos seq[j - 1] e seq[j]
  Fim-Se
Fim-Para
Se nenhum elemento trocou de lugar então
  Final do algoritmo
Fim-Se
Fim-Para
```

Por exemplo, ao ordenar a sequência [5, 4, 3, 2, 1] usando o algoritmo acima, quatro turnos são necessários. No primeiro turno ocorrem quatro intercâmbios: 1 x 2, 1 x 3, 1 x 4 e 1 x 5; no segundo turno ocorrem três intercâmbios: 2 x 3, 2 x 4 e 2 x 5; no terceiro turno ocorrem dois intercâmbios: 3 x 4 e 3 x 5; no quarto turno ocorre um intercâmbio: 4 x 5; no quinto turno nenhum intercâmbio ocorre e o algoritmo termina.

Embora simples de entender, provar correto e implementar, o algoritmo *bubblesort* é muito ineficiente: o número de comparações entre elementos durante sua execução é, em média, diretamente proporcional a  $N^2$ , onde  $N$  é o número de elementos na sequência. Você foi requisitado para fazer uma "engenharia reversa" no *bubblesort*, ou seja, dados o comprimento da sequência, o número de turnos necessários para a ordenação e o número de intercâmbios ocorridos em cada turno, seu programa deve descobrir uma possível sequência que, quando ordenada, produza exatamente o mesmo número de intercâmbios nos turnos.

## Entrada

A entrada contém vários casos de teste. A primeira linha de um caso de teste contém dois inteiros  $N$  e  $M$  que indicam respectivamente o número de elementos ( $1 \leq N \leq 100.000$ ) na sequência que está sendo ordenada, e o número de turnos ( $0 \leq M \leq 100.000$ ) necessários para ordenar a sequência usando *bubblesort*. A segunda linha de um caso de teste contém  $M$  inteiros  $X_i$ , indicando o número de intercâmbios em cada turno  $i$  ( $1 \leq X_i \leq N - 1$ , para  $1 \leq i \leq M$ ). O final da entrada é indicado por  $N = M = 0$ .

## Saída

Para cada caso de teste da entrada seu programa deve produzir uma linha na saída, contendo uma permutação dos números  $\{1, 2, \dots, N\}$ , que quando ordenada usando *bubblesort* produz o mesmo número de

intercâmbios no mesmo número de turnos especificados na entrada. Ao imprimir a permutação, deixe um espaço em branco entre dois elementos consecutivos. Se mais de uma permutação existir, imprima a maior na ordem lexicográfica padrão para sequências de números (a ordem lexicográfica da permutação  $a_1, a_2, \dots, a_N$  é maior do que a da permutação  $b_1, b_2, \dots, b_N$  se para algum  $1 \leq i \leq N$  temos  $a_i > b_i$  e o prefixo  $a_1, a_2, \dots, a_{i-1}$  é igual ao prefixo  $b_1, b_2, \dots, b_{i-1}$ ).

Em outras palavras, caso exista mais de uma solução, imprima aquela onde o primeiro elemento da permutação é o maior possível. Caso exista mais de uma solução satisfazendo essa restrição, imprima, dentre estas, aquela onde o segundo elemento é o maior possível. Caso exista mais de uma solução satisfazendo as duas restrições anteriores, imprima, dentre estas, a solução onde o terceiro elemento é o maior possível, e assim sucessivamente.

Para toda entrada haverá pelo menos uma permutação solução.

Exemplo de Entrada	Exemplo de Saída
3 1 1 5 4 4 3 2 1 6 5 2 2 2 2 1 0 0	2 1 3 5 4 3 2 1 6 5 1 2 3 4