Задание 1 по курсу "Вычислительная математика"

Лукашевич Илья, 792 группа $20 \ {\rm сентябр} \ 2019 \ {\rm г}.$

Теоретическая задача 1.1

Докажите, что $\max_{i,j} |a_{ij}|$ не является матричной нормой.

Решение

Приведем пример двух матриц A и B таких, что не выполнено свойство субмультипликативности:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, AB = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}. \tag{1}$$

При этом получаем, что

$$||AB|| = 2 > ||A|| \cdot ||B|| = 1 \cdot 1 = 1.$$

Таким образом, нарушается свойство субмультипликативности, следовательно, $\max_{i,j} |a_{ij}|$ не является матричной нормой.