

Teorie Obvodů

## Semestrální projekt - řešení obvodů

19. prosince 2012

Autor: Lukáš Vokráčko, [xvokra00@stud.fit.vutbr.cz](mailto:xvokra00@stud.fit.vutbr.cz)  
Fakulta Informačních Technologií  
Vysoké Učení Technické v Brně

# Obsah

<b>1</b>	<b>Příklad 1</b>	<b>1</b>
1.1	Zadání . . . . .	1
1.2	Postup řešení . . . . .	1
1.3	Výsledky . . . . .	1
<b>2</b>	<b>Příklad 2</b>	<b>2</b>
2.1	Zadání . . . . .	2
2.2	Postup řešení . . . . .	2
2.3	Výsledky . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Příklad 3</b>	<b>3</b>
3.1	Zadání . . . . .	3
3.2	Postup řešení . . . . .	3
3.3	Výsledky . . . . .	4
<b>4</b>	<b>Příklad 4</b>	<b>4</b>
4.1	Zadání . . . . .	4
4.2	Postup řešení . . . . .	5
4.3	Výsledky . . . . .	5
<b>5</b>	<b>Příklad 5</b>	<b>5</b>
5.1	Zadání . . . . .	5
5.2	Postup řešení . . . . .	6
5.3	Výsledky . . . . .	6
<b>6</b>	<b>Příklad 6</b>	<b>7</b>
6.1	Zadání . . . . .	7
6.2	Postup řešení . . . . .	7
6.3	Výsledky . . . . .	8
<b>7</b>	<b>Přehled výsledků</b>	<b>8</b>

# 1 Příklad 1

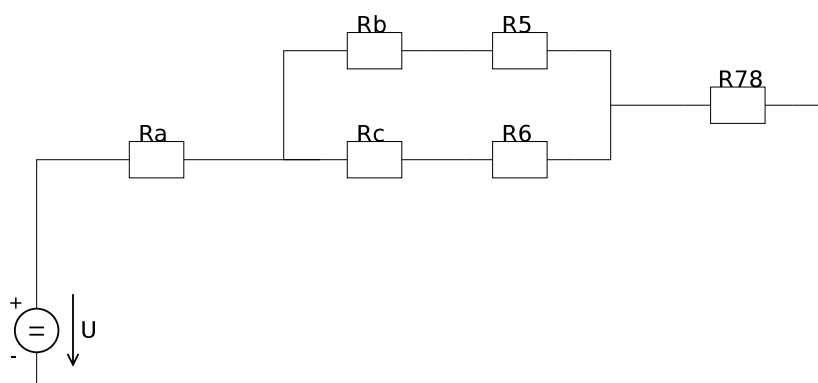
## 1.1 Zadání

Stanovte napětí na  $U_{R7}$  a proud  $I_{R7}$ . Použijte metodu postupného zjednodušování obvodu. Hodnoty:

Sk.	$U[V]$	$R_1[\Omega]$	$R_2[\Omega]$	$R_3[\Omega]$	$R_4[\Omega]$	$R_5[\Omega]$	$R_6[\Omega]$	$R_7[\Omega]$	$R_8[\Omega]$
B	95	650	730	340	330	410	830	340	220

## 1.2 Postup řešení

1. Vypočítám hodnoty paralelně zapojených rezistorů  $R_2, R_3$  a  $R_7, R_8$ .
2. Odpor  $R_1, R_2, R_3, R_4$  transformuji na hvězdu a vypočítám hodnoty odporů  $R_a, R_b, R_c$
3. Vypočítám celkový odpor  $R_{EKV}$  1 zjednodušením schématu 1, které vzniklo transfigurací
4. Vypočítám proud  $I$
5. Vypočítám napětí  $U_{R7}$  2 na rezistoru  $R_7$  a z něj proud  $I_{R7}$  3 na rezistoru  $R_7$



Obrázek 1: Schéma obvodu po tranfiguraci

$$R_{EKV} = \frac{R_1 * \frac{R_2 * R_3}{R_2 + R_3}}{R_1 + \frac{R_2 * R_3}{R_2 + R_3} + R_4} + \frac{(\frac{R_1 * R_4}{R_1 + \frac{R_2 * R_3}{R_2 + R_3} + R_4} + R_5) * (\frac{R_4 * \frac{R_2 * R_3}{R_2 + R_3}}{R_1 + \frac{R_2 * R_3}{R_2 + R_3} + R_4} + R_6)}{(\frac{R_1 * R_4}{R_1 + \frac{R_2 * R_3}{R_2 + R_3} + R_4} + R_5) + (\frac{R_4 * \frac{R_2 * R_3}{R_2 + R_3}}{R_1 + \frac{R_2 * R_3}{R_2 + R_3} + R_4} + R_6)} + \frac{R_7 * R_8}{R_7 + R_8} \quad (1)$$

$$R_{EKV} = 612.1807\Omega$$

$$I = \frac{U}{R_{EKV}}$$

## 1.3 Výsledky

$$U_{R7} = I * \frac{R_7 * R_8}{R_7 + R_8} = 20.7280V \quad (2)$$

$$I_{R7} = \frac{U_{R7}}{R_7} = 0.0609A \quad (3)$$

## 2 Příklad 2

### 2.1 Zadání

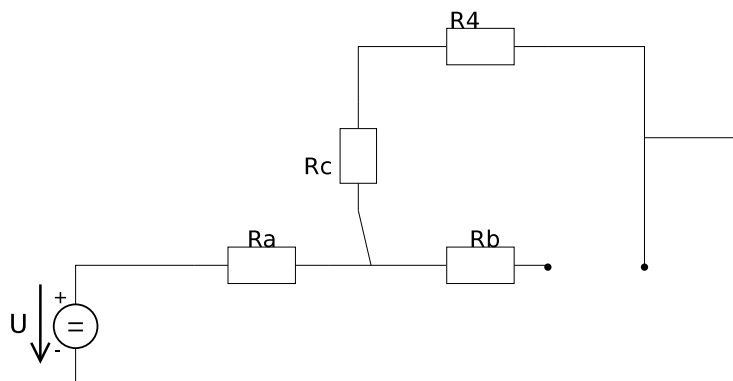
Stanovte napětí  $U_{R5}$  a proud  $I_{R5}$ . Použijte metodu Theveninovy věty.

Hodnoty:

Sk.	$U[V]$	$R_1[\Omega]$	$R_2[\Omega]$	$R_3[\Omega]$	$R_4[\Omega]$	$R_5[\Omega]$
F	130	350	600	195	320	280

### 2.2 Postup řešení

1. Odpojení odporu  $R_5$
2. Transfigurace rezistorů  $R_1, R_2, R_3$  na hvězdu **2**
3. Překreslení obvodu **3** pro výpočet celkového odporu  $R_i$  **4**
4. Výpočet proudu  $I$  **5** protékajícího celým obvodem
5. Nakreslení náhradního schématu **4**
6. Výpočet  $U_i$  **6**
7. Výpočet  $I_{R5}$  **7**,  $U_{R5}$  **8**



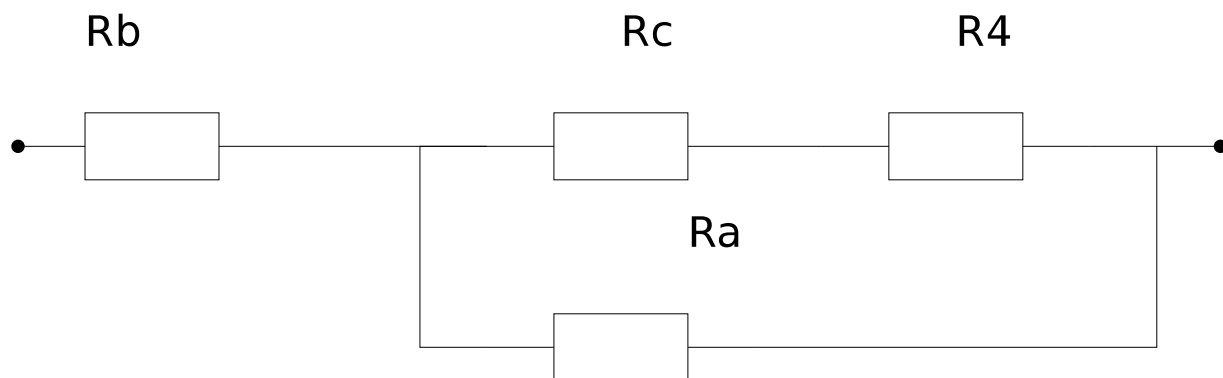
Obrázek 2: Schéma obvodu po tranfiguraci

$$R_i = \frac{R_2 * R_3}{R_1 + R_2 + R_3} + \frac{\left(\frac{R_1 * R_3}{R_1 + R_2 + R_3} + R_4\right) * \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2 + R_3}}{\frac{R_1 * R_3}{R_1 + R_2 + R_3} + R_4 + \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2 + R_3}} \quad (4)$$

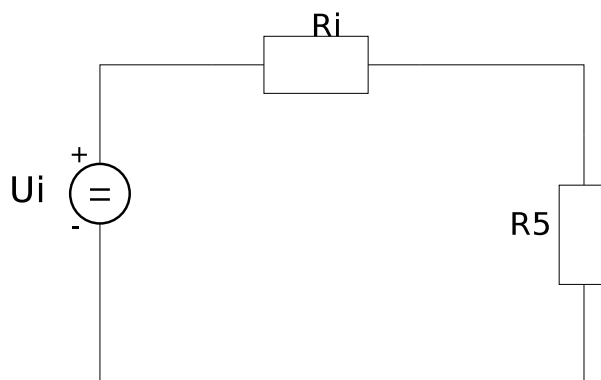
$$R_i = 225.8434\Omega$$

$$I = \frac{U}{\frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2 + R_3} + R_4 + \frac{R_1 * R_3}{R_1 + R_2 + R_3}} \quad (5)$$

$$U_i = I * \left(\frac{R_1 * R_3}{R_1 + R_2 + R_3} + R_4\right) \quad (6)$$



Obrázek 3: Překreslený obvod



Obrázek 4: Náhradní obvod

## 2.3 Výsledky

$$I_{R5} = \frac{U_i}{R_i + R_5} = 0.1732A \quad (7)$$

$$U_{R5} = R_5 * I_{R5} = 48.5178V \quad (8)$$

## 3 Příklad 3

### 3.1 Zadání

Stanovte napětí  $U_{R4}$  a proud  $I_{R4}$ . Použijte metodu uzlových napětí ( $U_A, U_B, U_C$ ).  
Hodnoty:

Sk.	$U_1[V]$	$U_2[V]$	$I[A]$	$R_1[\Omega]$	$R_2[\Omega]$	$R_3[\Omega]$	$R_4[\Omega]$	$R_5[\Omega]$	$R_6[\Omega]$
E	135	55	0.65	520	420	520	420	215	305

### 3.2 Postup řešení

1. Zápis rovnic pro proudy  $I_{R1} - I_{R6}$  9
2. Vytvoření rovnic pro uzlovy  $A - C$  10

3. Řešení soustavy 3 rovnic se 3 neznámými  $U_A, U_B, U_C$

4. Výpočet proudu  $I_{R4}$  11

$$\begin{aligned}
 I_{R1} &= \frac{U_A}{R_1} \\
 I_{R2} &= \frac{U_A + U_B + U_1}{R_2} \\
 I_{R3} &= \frac{U_A - U_B}{R_3} \\
 I_{R4} &= \frac{U_C}{R_4} \\
 I_{R5} &= \frac{U_B - U_C}{R_5} \\
 I_{R6} &= \frac{U_2 + U_C - U_B}{R_6}
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

$$A : I + I_{R2} - I_{R3} - I_{R1} = 0 \tag{10}$$

$$B : I_{R3} - I_{R2} + I_{R6} - I_{R5} = 0$$

$$C : I_{R5} - I_{R6} - I_{R4} = 0$$

$$U_{R4} = U_C I_{R4} = \frac{U_C}{R_4} \tag{11}$$

### 3.3 Výsledky

$$U_{R4} = U_C = 77.8185V$$

$$I_{R4} = 0.1852A$$

## 4 Příklad 4

### 4.1 Zadání

Pro napájecí napětí platí:  $u = U \sin(2\pi ft)$ . Ve vztahu pro napětí na cívce:  $u_L = U_L \sin(2\pi ft + \varphi_L)$  určete  $|U_L|$  a  $\varphi_L$ . Použijte metodu zjednodušování obvodu.

Hodnoty:

Sk.	$U[V]$	$R_1[\Omega]$	$R_2[\Omega]$	$R_3[\Omega]$	$L[mH]$	$C_1[\mu F]$	$C_2[\mu F]$	$f[Hz]$
B	35	160	220	270	480	440	170	85

## 4.2 Postup řešení

1. Výpočet celkové impedance obvodu 12
2. Výpočet proudu  $i_L$  na větvi s cívkou 13
3. Výpočet napětí  $u_L$  na cívce  $L$  14
4. Výpočet  $|u_L|$  15
5. Výpočet  $\varphi_L$  16

$$Z = \frac{1}{2\pi f C_1 j} + \frac{\frac{(\frac{1}{2\pi f C_2 j} + R_2) * (2\pi f L j + R_1)}{(\frac{1}{2\pi f C_2 j} + R_2) + (2\pi f L j + R_1)} * R_3}{\frac{(\frac{1}{2\pi f C_2 j} + R_2) * (2\pi f L j + R_1)}{(\frac{1}{2\pi f C_2 j} + R_2) + (2\pi f L j + R_1)} + R_3} \Omega \quad (12)$$

$$i_L = \frac{U - \frac{U}{Z} * \frac{1}{2\pi f C_1 j}}{2\pi f L j + R_1} A \quad (13)$$

$$u_L = i_L * 2\pi f L j V \quad (14)$$

$$|U_L| = \sqrt{Im(u_C)^2 + Re(u_C)^2} V \quad (15)$$

$$\varphi_L = \arctan\left(\frac{Im(u_C)}{Re(u_C)}\right) rad \quad (16)$$

## 4.3 Výsledky

$$|u_L| = 29.9934V$$

$$\varphi_L = 0.6009 rad$$

## 5 Příklad 5

### 5.1 Zadání

Pro napájecí napětí platí:  $u_1 = U_1 * \sin(2\pi ft)$ ,  $u_2 = U_2 * \sin(2\pi ft)$ . Ve vztahu pro napětí na cívce  $L_1$ :  $u_{L_1} = U_{L_1} * \sin(2\pi ft + \varphi_{L_1})$  určete  $|U_{L_1}|$  a  $\varphi_{L_1}$ . Použijte metodu smyčkových proudů.

Hodnoty:

Sk.	$U_1[V]$	$U_2[V]$	$R_1[\Omega]$	$R_2[\Omega]$	$L_1[mH]$	$L_2[mH]$	$C_1[\mu F]$	$C_2[\mu F]$	$f[Hz]$
F	20	35	120	100	170	80	150	90	65

## 5.2 Postup řešení

1. Vyjádření rovnic pro smyčkové proudy 17 podle obrázku 5
2. Výpočet smyčkových proudů ze soustavy rovnic
3. Výpočet napětí  $u_{L1}$  na cívce  $L_1$  18
4. Výpočet absolutní hodnoty  $|U_{L1}|$  19
5. Výpočet  $\varphi_{L1}$  20

$$I_a : X_{C1}I_a + R_1I_a + X_{L2}(I_a - I_c) + X_{C2}(I_a - I_b) = U_1 \quad (17)$$

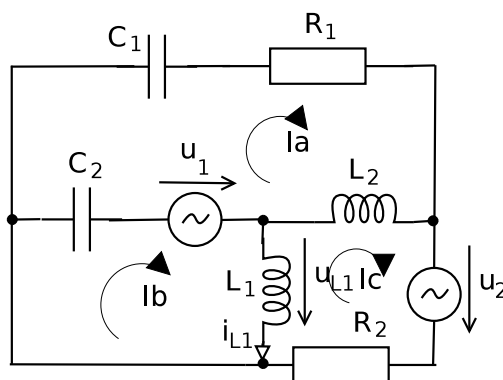
$$I_b : X_{L1}(I_b - I_c) + X_{C2}(I_b - I_a) + U_1 = 0$$

$$I_c : X_{L2}(I_c - I_a) + X_{L1}(I_c - I_b) + R_2I_c + U_2 = 0$$

$$U_{L1} = X_{L1} * (I_b - I_c) \quad (18)$$

$$|U_{L1}| = \sqrt{Im(U_{L1})^2 + Re(U_{L1})^2} \quad (19)$$

$$\varphi_{L1} = \arctan\left(\frac{Im(U_{L1})}{Re(U_{L1})}\right) - \pi \quad (20)$$



Obrázek 5: Směry proudů

## 5.3 Výsledky

$$|U_{L1}| = 45.6745V$$

$$\varphi_{L1} = 2.0907rad$$



## 6 Příklad 6

### 6.1 Zadání

Sestavte diferenciální rovnici popisující chování obvodu na obrázku, dále ji upravte dosazením hodnot parametrů. Vypočítejte analytické řešení  $u_C = f(t)$ . Proveďte kontrolu výpočtu dosazením do sestavené diferenciální rovnice.

Hodnoty:

Sk.	$U[V]$	$C[F]$	$R[\Omega]$	$u_c(0)[V]$
E	12	30	45	6

### 6.2 Postup řešení

1. Vytvoření obecné rovnice 21
2. Vyjádření  $\lambda$  z charakteristické rovnice 22
3. Dosazení do očekávaného řešení 23
4. Vytvoření  $u'_c$  24
5. Dosazení do obecné rovnice 25
6. Integrace  $K'(t)$  26
7. Výpočet konstanty dosazením podmínky 27
8. Dosazení do očekávaného řešení 28

$$u'_c = \frac{1}{C} * \frac{U - u_c}{R} \quad (21)$$

$$1350u'_c + u_c = 12$$

$$1350\lambda + 1 = 0 \quad (22)$$

$$\lambda = -\frac{1}{1350}$$

$$u_c(t) = K(t)e^{-\frac{t}{1350}} \quad (23)$$

$$u'_c(t) = K'(t)e^{-\frac{t}{1350}} + K(t)\left(-\frac{1}{1350}\right)e^{-\frac{t}{1350}} \quad (24)$$

$$1350K'(t)e^{-\frac{t}{1350}} + 1350K(t)\left(-\frac{1}{1350}\right)e^{-\frac{t}{1350}} + K(t)e^{-\frac{t}{1350}} = 12 \quad (25)$$

$$K'(t) = \frac{12e^{\frac{t}{1350}}}{1350}$$

$$K(t) = \frac{1350 * 12e^{\frac{t}{1350}}}{1350} + c \quad (26)$$

$$6 = 12 + ce^{-\frac{0}{1350}} \quad (27)$$

$$c = -6$$

$$u_c(t) = 12 - 6e^{-\frac{t}{1350}} \quad (28)$$

### 6.3 Výsledky

$$1350u'_c + u_c = 12$$

$$u_c(t) = 12 - 6e^{-\frac{t}{1350}}$$

## 7 Přehled výsledků

Př.	Sk.	Výsledky	
1	B	$I_{R7} = 0.0609A$	$U_{R7} = 20.7280V$
2	F	$I_{R5} = 0.1732A$	$U_{R5} = 48.5178V$
3	E	$I_{R4} = 0.1852A$	$U_{R4} = U_C = 77.8185V$
4	B	$\varphi_L = 0.6009rad$	$ u_L  = 29.9934V$
5	F	$\varphi_{L1} = 2.0907rad$	$ U_{L1}  = 45.6745V$
6	E	$1350u'_c + u_c = 12$	$u_c(t) = 12 - 6e^{-\frac{t}{1350}}$