Łukasz Marczak

Sprawozdanie 3

Metody gradientowe

Zadanie 1

Znaleźć minimum funkcji celu: $Q(x_1,x_2) = 7x_1^2 + ax_2^2$
wybierając kolejno a=1, a=0.5, a= 0.3
Dla wektora startowego x_0 = [2;3]

Zmodyfikowany m-plik 'koszt.m':

```
function [q,x]=koszt(x,z,d)
% KOSZT wylicza wskaźnik jakości dla wektora zmiennych
% decyzyjnych x+z*d.
if nargin==2, x=x+z;
elseif nargin==3, x=x+z*d;
end

zadanie = 1;
n = 7;
if zadanie == 1
  %  a=1;
 %   a=0.5;
    a=0.3;
    q = n*x(1)^2 + a*x(2)^2;
elseif zadanie == 2
    q = 6*x(1)^2 + 6*x(1)*x(2) + n*x(2)^2 + 4.5*(exp(x(1)) - x(1)-1) + 1.5*(exp(x(2)) -
x(2) - 1);
elseif zadanie == 5
    q = 100*(x(2) - x(1)^2)^2 + n*(1 - x(1))^2;
end
```

Zmodyfikowany m-plik 'gradie.m':

```
function g=gradie(x)

% GRADIE Wyznacza analitycznie gradient funkcji kosztu w punkcie X.
zadanie = 1;
n = 7;
if zadanie == 1
    a=1;
    %a=0.5;
    %a=0.3;
    g = [2*n*x(1); 2*a*x(2)];
elseif zadanie == 2
    g = [12*x(1)+6*x(2)+4.5*exp(x(1))-4.5; 6*x(1) + 2*n*x(2)+1.5*exp(x(2))-1.5];
elseif zadanie == 5
    g = [-400*x(1)*(x(2)-x(1)^2) -2*n*(1-x(1)); 200*(x(2)-x(1))^2];
end
```

Tabela 1 przedstawia porównanie wyników (x_0) na podstawie współczynnika 'a' dla różnej ilości iteracji:

Ilość iteracji	a=0.3	a=0.5	a=1
2	x_0=[0.16;0.24] q=0.199	X_0=[0.23;0.35] q=0.462	x_0=[0.35;0.53] q=1.166
10	x_0=[3.39e-06;1.12e-04] q=3.895e-09	x_0=[4.83e-05;7.24e-05] q=1.896e-08	x_0=[3.52e-04;5.29e-04] q=1.151e-06
20	x_0=[3.39e-06;1.12e-04] q=3.89e-09	x_0=[-3.94e-06;6.68e-05] q=2.34e-09	x_0=[-1.04e-06;3.35e-05] q=1.13e-09

Tabela 1

Jak widać, wartość współczynnika *a* ma niewielki wpływ na rozwiązanie. Im więcej iteracji, tym większa dokładność rozwiązania.

Zadanie 2

Przeprowadzić badanie porównawcze gradientowych metod optymalizacji dla funkcjonału:

$$Q(x_1,x_2) = 6x_1^2 + 6x_1x_2 + 7x_2^2 + 4.5(e^{x_1} – x_1 – 1) + 1.5(e^{x_2} – x_2 – 1)$$

Przyjmujemy normę gradientu e_0 = 0.001,maksymalna liczba iteracji = 20.

Tabela 2 prezentuje wyniki wybranych metod: po ilu iteracjach metoda zbiega do minimum w wybranym punkcie:

Wektor startowy	Metoda najszybszego spadku	Metoda Fletchera - Reevesa	Metoda Polaka - Ribiere'a	Metoda z pełną formułą na współczynnik beta
x_0 = (-3,1)	8	5	4	4
x_0 = (-3,3)	7	5	4	4

Tabela 2

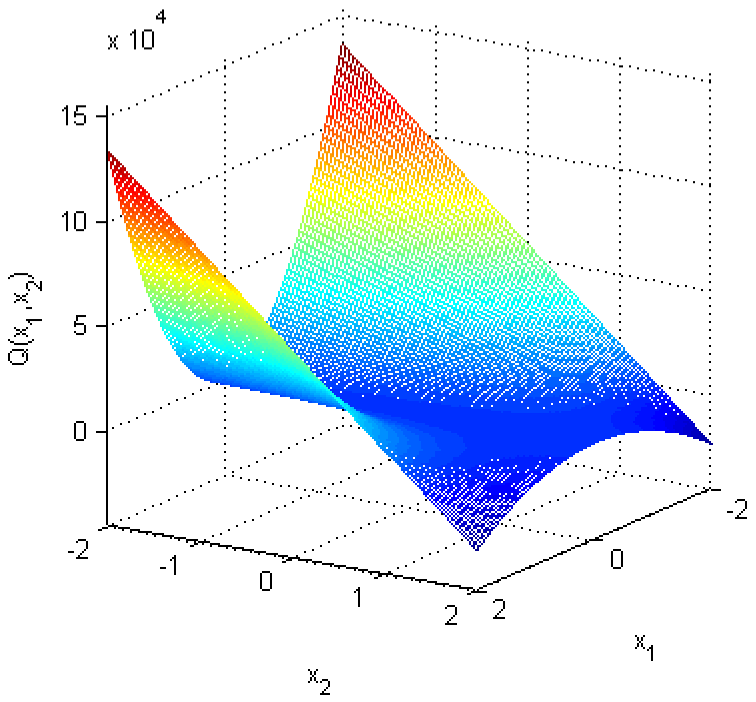
Jak widać najlepiej spisały się: metoda z pełną formułą na współczynnik beta oraz metoda Polaka – Ribiere'a. Najmniej efektywną okazała się metoda najszybszego spadku.
Z obserwacji można wyciągnąć wniosek, że dla każdej metody, kolejne przybliżenie rozwiązania jest lepsze od poprzedniego – różnica aktualnego przybliżenia rozwiązania optymalnego(X^{apr}) oraz aktualnego rozwiązania optymalnego (X^*) jest na moduł zbieżna do zera. Wielkość normy gradientu nie wpłynęła wyraźnie na szybkość zbieżności metod.

Zadanie 5

„Dolina bananowa" Rossenbrocka. Wyznaczyć minimum funkcji:

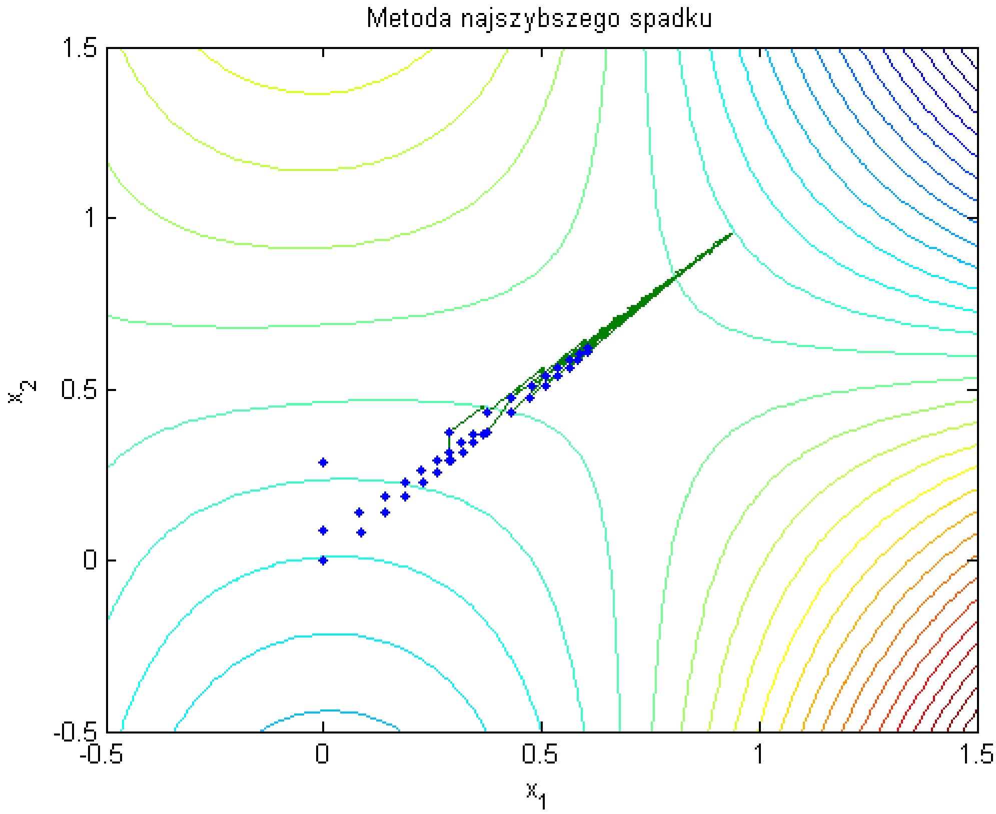
$$Q(x_1,x_2) = 100(x_2 - x_1^2)^2 + 7(1 - x_1)^2$$

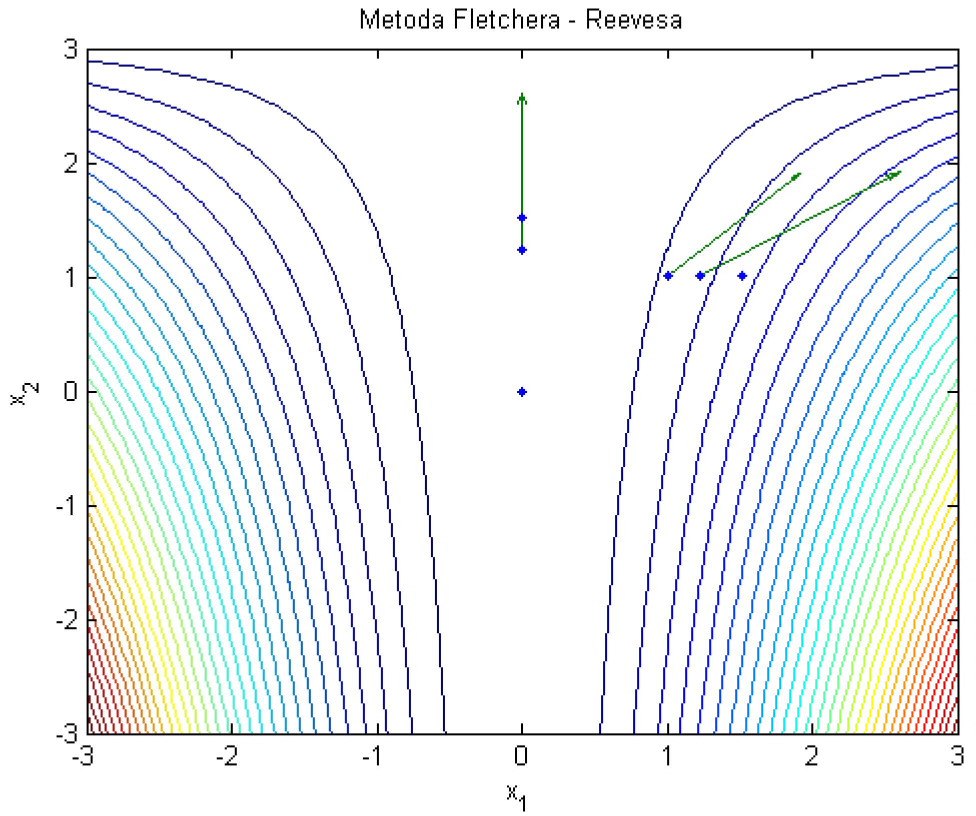
Na mapę poziomic doliny nanieść punkty pośrednie poszczególnych kroków oraz położenie baz.

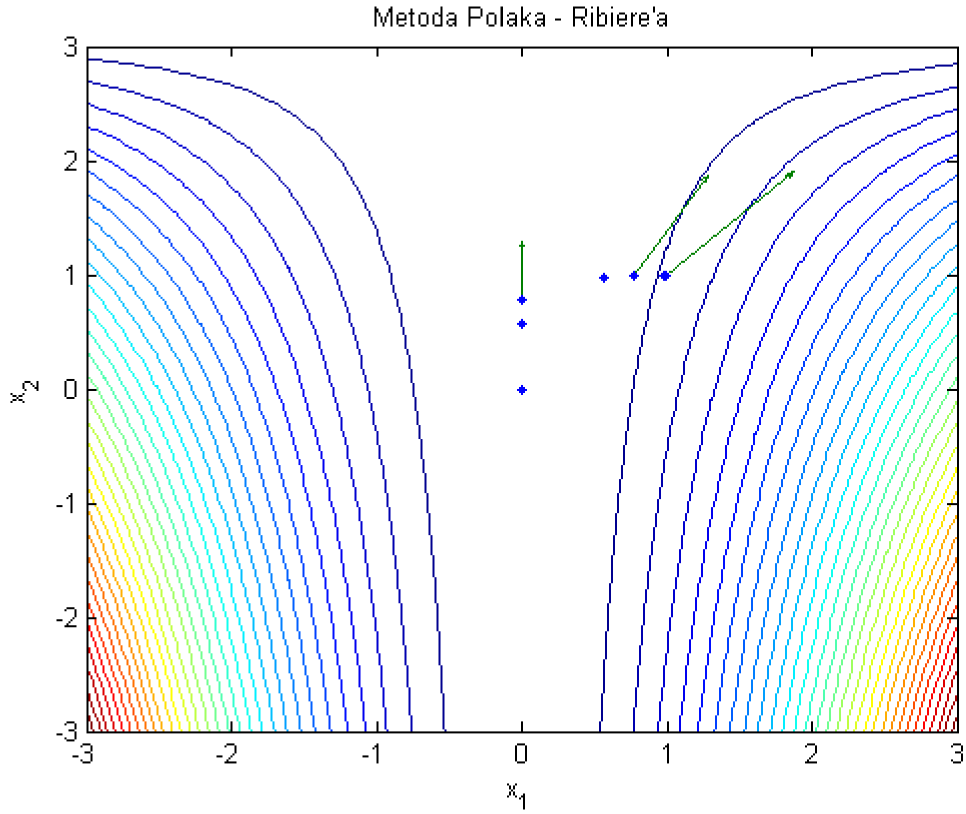


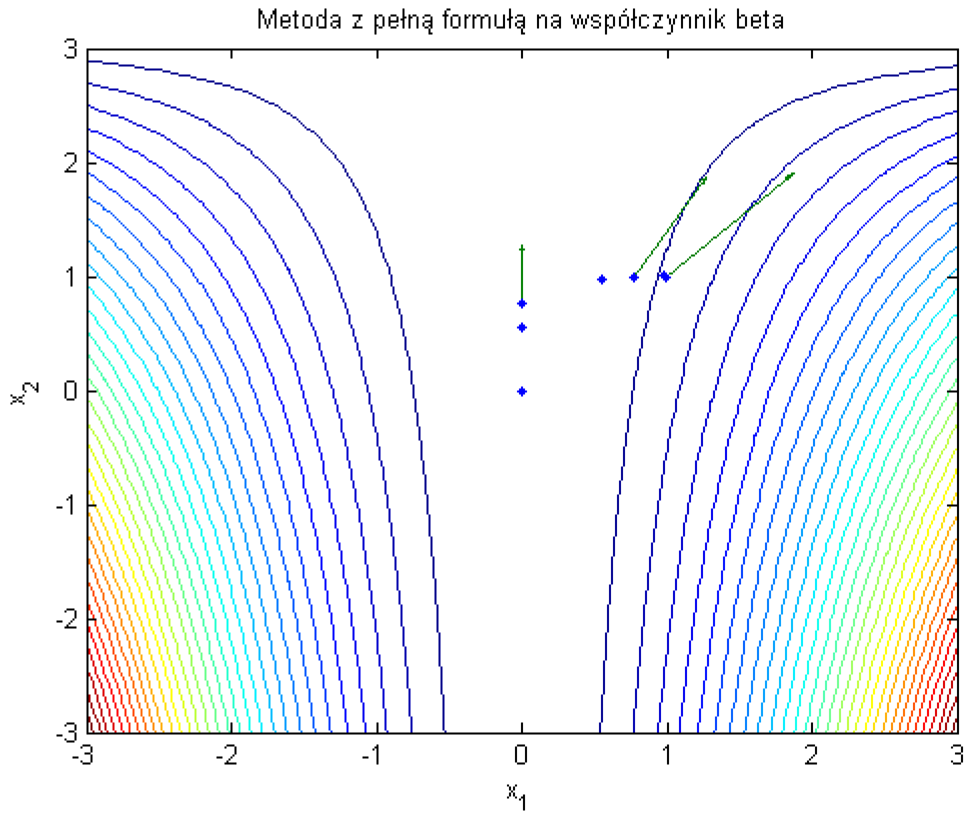
Wykres funkcji $Q(x_1,x_2)$

Przyjmuję wektor początkowy $x_0 = [0;0]$.
Punkty pośrednie oraz położenie baz dla metod: najszybszego spadku, Fletchera – Reevesa, Polaka – Ribiere'a oraz metoda z pełną formułą na współczynnik beta prezentują poniższe wykresy:









Najszybciej zbieżna okazała się metoda Fletchera – Reevesa: już po 10 iteracjach osiągnęła minimum (1,1). Po 11 iteracjach punkt ten osiągnęła metoda z pełną formułą na współczynnik beta oraz metoda Polaka – Ribiere'a. Najwolniej zbieżna okazała się metoda najszybszego spadku – dopiero po 365 iteracjach metoda zbiegła do (1,1).