Łukasz Marczak

Sprawozdanie 1

Optymalizacja jednowymiarowa
Minimalizacja w zadanym kierunku

Zadanie 1

Znaleźć minimum funkcji celu: $Q(x_1,x_2) = 7x_1^2 + x_1x_2 + 0.5x_2^2 - 2x_2 - 3x_1 + 2.5$
na prostej $d = [1;2]^T$ przechodzącej przez punkt $x_0 = [0,0]^T$

Zadanie rozwiązujemy analitycznie:
$x_1^0 = x_0 + \lambda d$
$x_1^0 = [\lambda; 2\lambda]^T$
$Q(\lambda) = 11\lambda^2 – 7\lambda + 2.5$
$dQ(\lambda)/d\lambda = 22\lambda – 7$
$\lambda = 7/22 = 0.3(18)$
$x_1^0 = [7/22; 7/11]^T$
$Q(x_1,x_2) = 61/44 = 1.3864$

Używając gotowych plików wykonujemy obliczenia numeryczne. Dokonujemy modyfikacji jedynie w pliku koszt.m:

```
function [q,x]=koszt(x,z,d)

if nargin==2, x=x+z;
elseif nargin==3, x=x+z*d;
end
q=7*x(1)*x(1) + x(1)*x(2) +0.5*x(2)*x(2) - 2*x(2) - 3*x(1) + 2.5;
```

wprowadzamy parametry dla funkcji *ekspan(x0,d,zn,maxit):*
zn = 0.1
maxit = 100
Metody: ekspansji, złotego podziału i aproksymacji porównano w tabeli 1. Zestawiono parametry:

- Q_{min} – wartość kosztu
- wektor *Zw* = [a, b, c], gdzie

a – lewy koniec przedziału nieokreśloności
b – przybliżenie rozwiązania optymalnego
c – prawy koniec przedziału nieokreśloności

	Metoda ekspansji	Metoda złotego podziału	Metoda aproksymacji
Zn = 0.1	Zw = [0.1, 0.3, 0.9] Q_{min} = 1.39	Zw=[0.318, 0.318, 0.318] Q_{min} = 1.3864	Zw=[0.3, 0.318, 0.9] Q_{min} = 1.3864
Zn= 0.001	Zw =[0.08, 0.24, 0.73] Q_{min} = 1.44	Zw=[0.318, 0.318, 0.318] Q_{min} = 1.3864	Zw=[0.243, 0.318, 0.729] Q_{min} = 1.3864

Tabela 1.

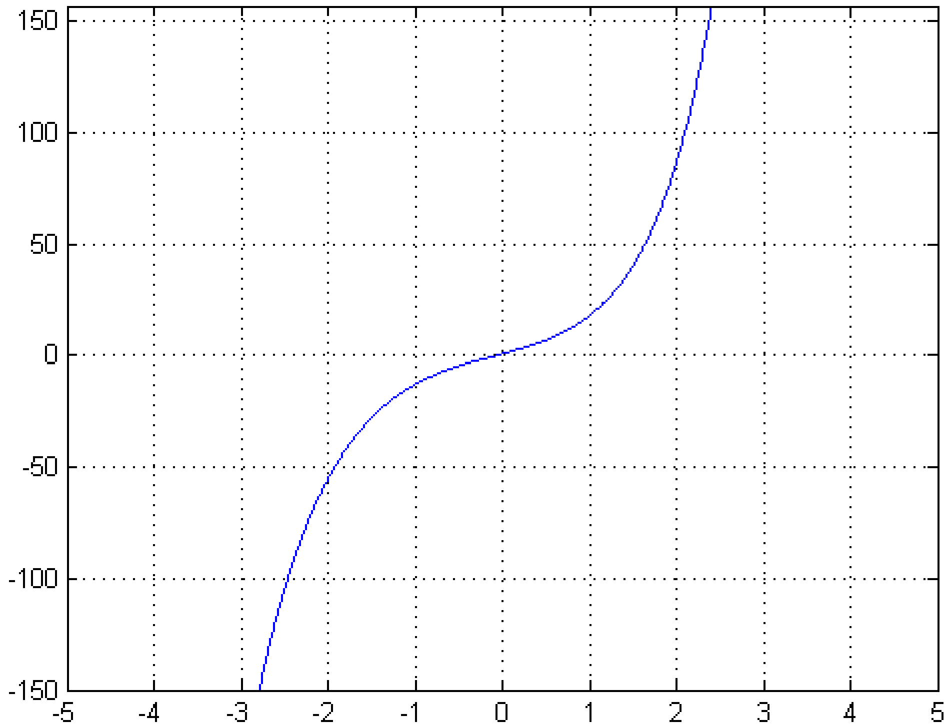
Zadanie 2

Znaleźć rzeczywiste pierwiastki równania *f(x) = 0,* gdzie:

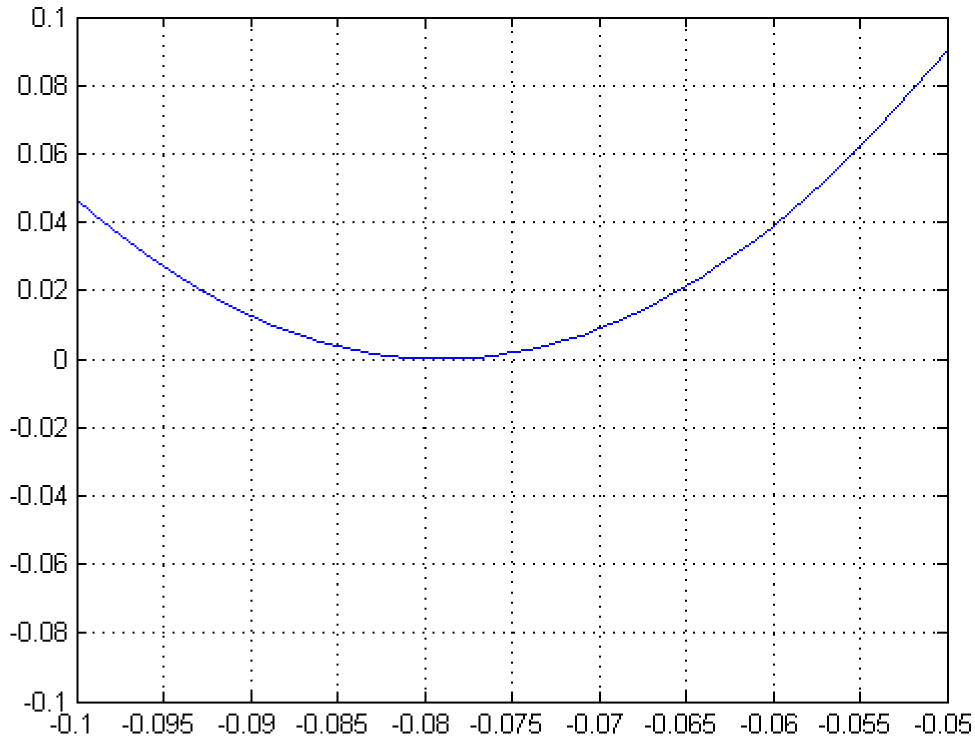
$$f(x) = 7xe^{x} + 1.54xe^{-x} - 3.5e^{x} - 5.38e^{-x} + 9.7$$

przez minimalizację funkcji celu $Q(x) = f(x)^2$

Funkcja f(x):



Funkcja $Q(x)=f(x)^2$:



Z wykresu Q(x) można się spodziewać rozwiązania f(x)=0 na przedziale [-0.1, -0.05].

Zmodyfikowany plik koszt.m:

```
function [q,x]=koszt(x,z,d)

if nargin==2, x=x+z;
elseif nargin==3, x=x+z*d;
end
q=(7*x(1)*exp(x(1))+1.54*x(1)*exp(-x(1))-3.5*exp(x(1))-5.38*exp(-x(1))+9.7).^2;
```

Przyjmuję:
$x_0 = [0;0]^T$
$d = [1;0]^T$
zn = 0.01
maxit = 100

W tabeli 2 zestawiono wyniki dla metody ekspansji, dla różnych wektorów startowych:

	Metoda ekspansji	Metoda złotego podziału
zw	[-0.27 -0.09 -0.03]	[-0.07909 -0.07909 -0.07909]
Q_{min}	0.0127	0

Jak widać, metoda złotego podziału znalazła miejsce zerowe(minimalizując koszt do zera). Jest to punkt -0.07909.

Zadanie 3

Znaleźć wszystkie rzeczywiste pierwiastki wielomianu

$$w(x) = x^5 - 91.11x^4 - 899.989x^3 + 1100.009x^2 - 110.91x + 1$$

Rozwiązaniem są pierwiastki:
$x_1 = 100$, $x_2 = -10$, $x_3 = 1$, $x_4 = 0.1$,$x_5 = 0.01$
Naszym zadaniem jest minimalizacja wskaźnika $Q(x) = w(x)^2$
Modyfikacja pliku koszt.m:

```
function [q,x]=koszt(x,z,d)

if nargin==2, x=x+z;
elseif nargin==3, x=x+z*d;
end
q=(x(1)^5-91.11*x(1)^4-899.989*x(1)^3+1100.009*x(1)^2-110.91*x(1)+1)^2;
```

Startujemy z parametrami $x_0=[0;0]^T$, $d = [1;0]^T$, potem kolejno zmieniając w(x) znajdujemy kolejne pierwiastki metodą złotego podziału.
Kolejne etapy znajdywania pierwiastków przedstawia tabela 3:

W(x)	ξ
$x^5 - 91.11x^4 - 899.989x^3 + 1100.009x^2 - 110.91x + 1$	0.01
$x^4 - 91.1x^3 - 900.9x^2 + 1091x - 100$	0.1

$x^3 - 91x^2 - 910x + 1000$	1
$x^2 - 90x - 1000$	100
$x + 10$	-10

Zadanie 4

Przeprowadzić minimalizację funkcjonału:

$Q(x_1, x_2, x_3, x_4) = 100(x_1^2 - x_2^2)^2 + (1-x_1)^2 + 90(x_3^3 - x_4)^2 + (1-x_3)^2$
$+ 10.1[(x_2 - 1)^2 + (x_4 - 1)^2] + 19.8(x_2 - 1)(x_4 - 1) + 7x_1^4$

przy parametrach:

Początek układu (x_0) = $[0; 0; 0; 0]^T$

Kierunek (d) = $[1; 1; 1; 1]^T$

Współczynnik ekspansji (α) = 3

Krok początkowy (zn) = 1

Dokładność względna (ε) = 0.001

Ilość iteracji (maxit) = 100

Zmodyfikowany plik koszt.m:

```
function [q,x]=koszt(x,z,d)

if nargin==2, x=x+z;
elseif nargin==3, x=x+z*d;
end
q = 100*(x(1).^2-x(2).^2).^2+(1-x(1)).^2 + 90*(x(3).^3-x(4)).^2 + (1-x(3)).^2
+ 10.1*((x(2)-1).^2 + (x(4)-1).^2) + 19.8*(x(2)-1)*(x(4)-1) + 7*x(1).^4
```

Zmodyfikowany plik zlopod.m:

```
function [zw,qw,z,q]=zlopod(x0,d,zw,qw,maxit,z,q)

% ZLOPOD Metoda złotego podziału z punktem wewnętrznym.
% Dane: tau - współczynnik złotego podziału
%       zw(1) - lewy koniec przedziału nieokreśloności
%       zw(2) - punkt wewnętrzny
%       zw(3) - prawy koniec przedziału nieokreśloności
%       qw(i) - wartość wskaźnika jakości w punkcie zw(i)
%       maxit - liczba kroków.
% Wartości wskaźnika jakości wylicza się w KOSZT.M.

if nargin==6, maxit=1; end
tau=.5*sqrt(5)-.5;
epsilon=0.001;

for i=1:maxit
   del=zw(2)-zw;
   [D,j]=sort(abs(del));
   zz=zw(j(3))+tau*del(j(3));
   qq=koszt(x0,zz,d);
   if qq<qw(2)
      zw([2 j(2)])=[zz zw(2)];
```

```
      qw([2 j(2)])=[qq qw(2)];
   else
      zw(j(3))=zz;
      qw(j(3))=qq;
      if abs((zw(3)-zw(1))/zw(2))<epsilon
       break;
      end
   end
z=[z zz];
q=[q qq];
end
```

Po przeprowadzeniu ekspansji(by wyznaczyć parametry dla metody złotego podziału) wyznaczono parametry dla metody złotego podziału. W Tabeli 4 zestawiono wyniki:

Metoda ekspansji	Metoda złotego podziału
Zw = [0, 1, 3] Q_{min} = 0	Zw = [0.9995, 1, 1.0003] Q_{min} = 0

Tabela 4.

W obu przypadkach rozwiązaniem optymalnym jest 1, dla którego funkcjonał osiąga minimum równe zero.