

Podziękowania

Pragnę podziękować profesorowi Richardowi Flavell z *Lombard Risk*, Richardowi Stagg i Martinowi Drewe z *Financial Times Management* za pomoc, jakiej udzielili mi podczas pisania tej książki. Dziękuję również Penelopie Allport i Helenie Bellofatto za ich pracę redakcyjną, a także Johnowi Vernon z *Renaissance Training*.

Value at Risk w zarysie

Wprowadzenie

Czym jest Value at Risk?

Zmienność i jak ją pożytecznie wykorzystać

Korelacja i jej rola w redukcji ryzyka

Wnioski

Wprowadzenie

Czym jest ryzyko? W prostym ujęciu ryzyko mierzy, jak zmienny jest dochód z inwestycji. Zważywszy na pokaźne straty, jakie renomowane banki i firmy poniosły, departamenty ryzyka odgrywają coraz większą rolę, a konsultanci od zarządzania ryzykiem są rozchwytywani. Jednak pragnienie zrozumienia ryzyka nie ogranicza się jedynie do organów kontrolnych i menedżerów ryzyka różnych banków. Traderzy mogą poprawić wyniki, jeżeli dysponują wiedzą o powstawaniu ryzyka oraz – co ważniejsze – o tym, jak można go uniknąć. Organy kontrolne i menedżerowie ryzyka powinni mieć możliwie jak najwięcej narzędzi nie tylko do kontroli ryzyka, ale także do wykorzystywania go. Wskaźnik *Value at Risk* (VaR) jest próbą zidentyfikowania przyczyn ryzyka i metod, które je skutecznie redukują.

Wskaźnik VaR jest próbą zidentyfikowania przyczyn ryzyka i metod, które je skutecznie redukują.

Zarówno laicy, jak i wielu traderów uważają VaR za model matematyczny, wymyślony przez fizyka raketowego, który prawdopodobnie zupełnie się nie sprawdza. Modele VaR z pewnością mają słabe punkty. Niemniej jednak idea ta zainteresowała paru najlepszych specjalistów od zarządzania ryzykiem, którzy pracowali z wykwalifikowanymi matematykami nad zbudowaniem systemu przeznaczonego do kontroli i redukcji ryzyka. System ma wielu krytyków, zarówno po stronie doświadczonych traderów, jak i matematyków, którzy znaleźli słabe strony niektórych jego założeń. Nie oznacza to jednak, że nie powinniśmy brać go pod uwagę. Pomimo że VaR nie jest idealnym rozwiązaniem, rozpoznaje on poziom ryzyka i dlatego warto go poznać. Z punktu widzenia tradera, znajomość reguł, na których oparty jest wskaźnik VaR, jest bardzo przydatna, szczególnie przy opracowywaniu strategii inwestycyjnych. Świat inżynierii finansowej rozwija się w szybkim tempie, a jego znajomość nie tylko pomaga czerpać korzyści z podejmowania ryzyka, ale także je równoważyć lub ograniczać. W ten właśnie sposób traderzy, przy użyciu skomplikowanych modeli, będą osiągalni zyski w przyszłości.

W rozdziale pierwszym w skrócie opiszemy wskaźnik VaR. Podamy jego formalną definicję, a także pokażemy, jak VaR mierzy i interpretuje zmienność. Przedstawimy również znaczenie korelacji w określaniu ryzyka i rolę modeli statycznych, takich jak krzywa rozkładu normalnego, w szacowaniu wielkości ryzyka, na jakie dana instytucja jest narażona.

Instytucje kontrolne

Wskaźnik VaR został stworzony w dużym stopniu w wyniku dylematu, przed jakim stanęli prezesi banków centralnych i organy kontrolne. Z jednej strony, pragną oni całościowego zestawu zasad i przepisów, dzięki którym można rozpoznać poziom ryzyka i, w sytuacji gdy jest to niezbędne, ukarać banki, które podejmują nadmierne ryzyko. Z drugiej zaś strony, wprowadzenie zbyt sztywnego systemu może zakończyć się wzrostem, a nie redukcją ryzyka. Obecnie organy kontrolne traktują VaR jako instrument nadzoru wewnętrznego. W rozdziale drugim zanalizujemy zadania instytucji kontrolnych oraz pokażemy, jaką rolę odgrywa VaR w nadzorze wewnętrznym.

Obecnie organy kontrolne traktują VaR jako instrument nadzoru wewnętrznego.

Macierze i metoda wariancji-kowariancji

W rozdziale trzecim przejdziemy do technicznych aspektów obliczania VaR. Jest wiele sposobów jego obliczania. Przybliżymy metodę wariancji-kowariancji, przyjętą przez bank JP Morgan. Ten rozdział jest bardzo interaktywny i pomimo że jest skierowany głównie do czytelników posiadających arkusz kalkulacyjny, to po jego dokładnej lekturze wszyscy będą orientowali się w zasadach VaR. Szczególny nacisk zostaje tu położony na zdywersyfikowany wskaźnik VaR oraz na przedstawienie sposobu, w jaki banki mogą lokować swoje zasoby, aby zachować zysk i znacząco ograniczyć ryzyko.

Produkty o stałym dochodzie

Menedżerowie zarządzający ryzykiem muszą, oczywiście, w pełni rozumieć specyfikę produktów, jakimi się zajmują. W rozdziałach czwartym i piątym prezentujemy najbardziej popularne instrumenty, takie jak transakcje FRA (*forward rate agreement*), swapy walutowe i obligacje. Menedżerowie portfela muszą być świadomi, jak dane instrumenty reagują na zmiany stopy procentowej. Opiszemy, jak FRA i swapy są wyceniane, zaprezentujemy sposób przyrównywania ich cen do wartości rynkowych oraz przedstawimy różne następstwa ryzyka. Pokażemy, jak model VaR dezaktualizuje stare instrumenty, przez co zarządzanie ryzykiem może być lepiej koordynowane. Tradycyjnie ryzyko stopy procentowej wymaga obliczenia wrażliwości instrumentu na zmiany stopy procentowej. Porównamy to tradycyjne podejście z poprawioną metodą VaR i pokażemy rolę analizy nachylenia krzywej dochodowości (*yield curve slope*) jako części estymacji ryzyka.

Opcje

Tradycyjnie ryzyko stopy procentowej wymaga obliczenia wrażliwości instrumentu na zmiany stopy procentowej. Porównamy to tradycyjne podejście z poprawioną metodą VaR i pokażemy rolę analizy nachylenia krzywej dochodowości (yield curve slope) jako części estymacji ryzyka

Wielu dostawców modeli VaR przyznaje, że ich programy powinny być stosowane jedynie do produktów nieopcyjnych. Niemniej jednak, zwiększa się liczba banków, które w coraz większym stopniu polegają na opcjach, pomimo że doświadczenia z przeszłości pokazują, że opcje są bardzo ryzykowne.

Wielu doświadczonych menedżerów zarządzających ryzykiem i traderów kwestionuje VaR, argumentując, że nie nadaje się on do złożonego świata opcji. Istotnie, wielu dostawców modeli VaR przyznaje, że ich programy powinny być stosowane jedynie do produktów nieopcyjnych. Niemniej jednak zwiększa się liczba banków, które w coraz większym stopniu polegają na opcjach, pomimo że doświadczenia z przeszłości pokazują, że opcje są bardzo ryzykowne. Rzeczywiście, są one odpowiedzialne za olbrzymie straty poniesione przez takie banki, jak NatWest, Barings Bank czy przedsiębiorstwa niebankowe, np. Procter & Gamble. W rozdziałach szóstym i siódmym zanalizujemy szczegółowo opcje i skoncentrujemy się na takich aspektach, jak wahania ceny instrumentu podstawowego i zmienności. Omówimy również najnowsze osiągnięcia w mierzeniu ryzyka opcji. W szczególności zobrazujemy podejście delta gamma i udzielimy kilka praktycznych wskazówek dotyczących symulacji Monte Carlo. Zaprezentujemy także nowe techniki mierzenia ryzyka opcyjnego i pokażemy, jak VaR je uwzględnia.

Estymacja zmienności

Wskaźnik VaR jest miarą zmienności aktywów banku. Można wyróżnić cechy charakterystyczne zmienności, które traderzy, organy kontrolne i menedżerowie zarządzający ryzykiem powinni znać, aby móc oszacować przyszłą zmienność. W rozdziałach dziewiątym i dziesiątym przedstawimy wiele obecnie stosowanych metod szacowania zmienności, wraz z ich wadami i zaletami. Zanalizujemy także spekulacje oparte na zmienności (*volatility trade*) oraz sposób, w jaki ryzyko zmienności może być zredukowane przy użyciu rozsądnych strategii inwestycyjnych.

Ocena kredytów

Pomimo że VaR przeznaczony jest do pomiaru ryzyka rynku, stosowany jest również do ryzyka kredytowego. Ryzyko kredytowe powinno być mierzone w momencie przyznawania kredytu, a nie gdy przestanie być on spłacany. Rozwój derywatów kredytowych sprawia, iż w interesie banku leży ocena ryzyka kredytowego, aby móc się przed nim zabezpieczyć. *CreditMetrics* jest nową techniką, pozwalającą traktować ryzyko kredytowe na poziomie portfela, zapożyczając z modelu VaR reguły już w nim rozwinięte. Kredyty zanalizujemy dokładnie w rozdziale dziewiątym.

Wskaźnik VaR jest miarą zmienności aktywów banku. Można wyróżnić cechy charakterystyczne zmienności, które traderzy, organy kontrolne i menedżerowie zarządzający ryzykiem powinni znać, aby móc oszacować przyszłą zmienność.

Analiza modeli ryzyka

W części końcowej podręcznika przedstawimy ocenę ryzyka modelu i skuteczność VaR w mierzeniu ryzyka i dostarczaniu sygnałów ostrzegawczych. Pytanie, jak bardzo można polegać na VaR, nurtuje instytucje kontrolne, nauczycieli akademickich i traderów. Pomimo to VaR staje się coraz bardziej popularny. Menedżerowie zarządzający ryzykiem, którzy uwzględniają system VaR w swoich bankach, muszą być jednak świadomi jego ograniczeń. Opiszemy te ograniczenia i wskażemy, w jaki sposób instytucje finansowe mogą zarządzać ryzykiem, tak aby zapobiec problemom wynikającym ze słabości VaR.

Czym jest Value at Risk?

VaR mierzy największą oczekiwaną stratę, jaką dana instytucja może ponieść w danym okresie, przy założeniu normalnych warunków rynkowych i przy danym poziomie ufności. VaR ocenia ryzyko przy użyciu modeli statystycznych i symulacyjnych przeznaczonych do ustalania zmienności (*volatility*) aktywów w portfelu banku.

Definicja

VaR mierzy zmienność aktywów przedsiębiorstwa. Im bardziej zmienne są aktywa, tym większe jest ryzyko bankructwa. Menedżer portfela może, na przykład, zarządzać portfelem wartości 100 milionów funtów o relatywnie małej zmienności. Oznacza to, że ryzyko poniesienia dużych strat jest niskie. Z drugiej zaś strony, jeżeli zainwestował w akcje, których ceny podlegają znacznym wahaniom, to pomimo że ma szansę osiągnąć znaczący zysk, podejmuje ryzyko poniesienia olbrzymich strat. VaR mierzy te potencjalne straty i przedstawia je w postaci liczbowej. Wskazuje także prawdopodobieństwo poniesienia wyższych strat oraz okres, podczas którego straty mogą wystąpić.

Czego VaR nie potrafi?

1. Nie daje spójnej metody mierzenia ryzyka. Różne modele VaR podają jego odmienne wartości.
2. Mierzy jedynie ryzyko, które może być opisane za pomocą metod ilościowych. Nie mierzy ryzyka politycznego, płynności, personelu czy też ryzyka związanego z działalnością kontrolną.
3. Nie mierzy ryzyka operacyjnego.

Co VaR może, a czego nie?

1. Metallgesellschaft stracił mnóstwo pieniędzy, ponieważ nie był w stanie utrzymać depozytu zabezpieczającego, wynikającego z zawarcia transakcji *futures*. Problem wynikał z błędu, jaki popełniono przy ustalaniu wysokości budżetu. Wskaźnik VaR nie byłby w stanie poradzić sobie z tym ryzykiem.
2. Jeden z ważniejszych brytyjskich banków używał niewłaściwego modelu do wyceniania derywatów opartych na stopie procentowej i stracił przez to 70 milionów funtów. Wskaźnik VaR nie mierzy ryzyka operacyjnego i nie byłby w stanie go uwzględnić.
3. Pewien trader stracił 100 milionów funtów i ukrył to przed swoimi przełożonymi. Zamiast przyznać się do spowodowania strat, co wiązałoby się z utratą pracy, trader zdecydował się na zwiększenie ryzyka w nadziei, że sytuacja na rynku odmieni się na jego korzyść i uda mu się zrekompensować wcześniejsze straty. Jeżeli transakcje byłyby księgowane właściwie, VaR powinien przesłać do zwierzchników sygnały z ostrzeżeniem, iż bank został narażony na nadmierne ryzyko.

Zmienność i jak ją pożytecznie wykorzystać

Definicja

Zmienność (*volatility*) jest miarą wahań ceny aktywów. Im większą zmiennością charakteryzują się aktywa, tym większe jest prawdopodobieństwo wygenerowania wysokich zysków bądź poniesienia wysokich strat. Wskaźnik VaR dotyczy ryzyka, toteż używa pojęcia zmienności do oszacowania maksymalnej straty, jaką bank może ponieść w danym okresie.

Istnieją dwa powody, dla których trader powinien rozumieć pojęcie zmienności:

1. Znajomość zmienności pozwala na bardziej precyzyjną wycenę opcji oraz stosowanie strategii opcyjnych do spekulacji na zmienności (*volatility trade*). Wielu inwestorów zarobiło olbrzymie pieniądze poprzez kombinację opcji znanych jako *straddle* (strategia stelaża), *strangle* i *butterfly* (strategia motyla), opartych na założeniu, że dane aktywa będą charakteryzowały się mniejszą lub większą zmiennością. Model Blacka-Scholesa opiera się na pomiarach zmienności przy ustalaniu premii opcyjnej.
2. Zmienne aktywa cechują się wysokim ryzykiem, dlatego wymagają premii za ryzyko. Jest to istotą modelu wyceny dóbr kapitałowych (*capital asset pricing model*), w myśl którego akcje o wysokim współczynniku beta, tzn. akcje, których ceny są bardzo zmienne, powinny odznaczać się wyższą premią za ryzyko niż akcje o niskim beta.

Ryzyko jest miarą tego, jak zmienna jest przyszła cena portfela. Tabela 1,1 przedstawia coroczne dochody z dwóch portfeli osiągnięte w ciągu pięciu lat.

	A	B	C
5			
6	Okres	Portfel A	Portfel B
7			
8	1	11,5%	7%
9	2	11,2%	9%
10	3	11,0%	11%
11	4	11,3%	13%
12	5	11,0%	15%
13			
14	Wartość średnia	11,0%	11,0%
15	Odchylenia standardowe	0,0044159	0,031622777

Tabela 1,1 Przykładowe coroczne dochody z dwóch portfeli osiągnięte w ciągu 5 lat

W tabeli tej zaprezentowano dwa portfele i pięć okresów obserwacji dla każdego z nich. Dochody pierwszego są bardzo bliskie średniej. Jeżeli przeszłość może być wskazówką do przyszłości, to można zapewne przewidzieć, że przyszłe dochody będą bardzo bliskie średniej. Portfel będzie cechował się niskim ryzykiem, gdyż zmienność jest niska. Odchylenie standardowe tego portfela też jest niskie. Jest ono miarą zmienności portfela. W przypadku drugiego portfela, pomimo że średni dochód jest taki sam i wynosi 11%, każda z obserwacji różni się znacząco od średniej, toteż odchylenie standardowe jest wyższe. Drugi portfel jest portfelem o wysokim ryzyku i jego wskaźnik VaR również będzie wyższy.

Dla użytkowników Excela lub innego arkusza kalkulacyjnego wzory na wartość średnią i odchylenie standardowe zawiera tabela 1,2. Pozostałe dane zawarte są w komórkach B8:B13 i C8:C13.

	A	B	C
14	Wartość Średnia	= SUMA(B8:B12)/5	= SUMA(B8:B12)/5
15	Odchylenia standardowe	= ODCH.STANDARDOWE (B8:B12)	= ODCH.STANDARDOWE (C8:C12)

Tabela 1,2 Wzory na wartość średnią i odchylenie standardowe

Tabela 1,3 pokazuje procedurę stosowaną do obliczenia odchylenia standardowego w programie Excel. Odchylenie standardowe jest w zasadzie miarą odległości danej obserwacji od średniej: im większa jest odległość, tym większe jest odchylenie standardowe.

	A	B	C	D	E
24	Okres		Wartość		Kwadrat
25	obserwacji	Portfel A	średnia	Różnica	Różnicy
26					
27	1	11,5%	11,00%	0,50%	0,0025%
28	2	11,2%	11,00%	0,20%	0,0004%
29	3	11,0%	11,0%	0,00%	0,0000%
30	4	10,3%	11,00%	0,70%	0,0049%
31	5	11,0%	11,0%	0,00%	0,0000%
32					
33	Suma			0,00%	0,0078%
34	Odchylenie standardowe				0,00441588
35	Wartość średnia	11,00%			

Tabela 1,3 Metody obliczania odchylenia standardowego

W tabeli 1,3 użyty został wzór:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x - \bar{x})^2}{(n - 1)}}$$

Gdzie to odchylenie standardowe, x z kreską jest wartością średnią, a n liczbą obserwacji. Stąd też $0,00441588 = (E33 / (A31 - 1))^{0,5}$ lub $0,441588\% =$

$$\sqrt{\frac{0,78\%}{(5 - 1)}}$$

Numery obserwacji określone są w komórkach A27:A31. W tym przykładzie jest ich 5. Powszechną zasadą w statystyce jest prawidłowość, że im większa jest próba, tym dokładniejsza będzie estymacja zmienności.

Implikowany parametr zmienności

Powyższe obliczenia są satysfakcjonujące, jeżeli dysponujemy rozległym zbiorem danych historycznych. Niektórzy traderzy wolą obliczać zmienność na podstawie cen opcji. Otrzymują oni w ten sposób implikowany parametr zmienności. Kiedy traderzy opcji wyceniają opcje kupna i sprzedaży, muszą najpierw obliczyć zmienność i uwzględnić ją w swoim modelu wyceny. Możliwe jest działanie w odwrotną stronę, tzn. na podstawie ustalonej przez tradera ceny opcji można obliczyć implikowany parametr zmienności instrumentu podstawowego. Menedżerowie zarządzający ryzykiem korzystają z modelu Blacka - Scholesa (bądź też innych modeli wyceny) do obliczenia

Niektórzy traderzy
wolą obliczać zmienność
na podstawie opcji.
Otrzymują oni w ten
sposób implikowany
parametr zmienności

poziomu zmienności, który został uprzednio użyty przy obliczaniu ceny opcji. To podejście cechuje się trzema mankamentami. Po pierwsze, ceny opcji, podobnie jak ceny innych produktów, ustalane są przez prawo popytu i podaży. Dlatego też zależność między ceną opcji a rzeczywistą zmiennością nie zawsze może być zachowana. Po drugie, wzór z modelu Blacka-Scholesa nie nadaje się do opcji typu amerykańskiego. Opcje typu amerykańskiego (*American-style option*) mogą być wykonane w dowolnym momencie okresu ważności instrumentu aż do dnia wygaśnięcia opcji (*maturity date*), w przeciwieństwie do opcji typu europejskiego (*European-style options*), które mogą być wykonane jedynie w dniu wygaśnięcia opcji. Wzór Blacka-Scholesa, pomimo że używany czasami do wyceny opcji typu amerykańskiego, przeznaczony jest jedynie do opcji typu europejskiego. Po trzecie, dealerzy uwzględniają marżę zysku przy ustalaniu ceny opcji. Dlatego też implikowany parametr zmienności będzie z pewnością wyższy niż zmienność, jaką zakładał trader wyceniając opcje. Pomimo tych drobnych mankamentów, powinniśmy raczej używać implikowanego parametru zmienności, a nie danych historycznych do szacowania obecnego poziomu zmienności.

Problemy z szacowaniem implikowanego parametru zmienności

1. Modele wyceny opcji nie są doskonałe.
2. Na ceny opcji mają wpływ prawo popytu i podaży oraz estymacja zmienności.
3. Ceny opcji zawierają marżę zysku, toteż będą wyższe niż wynikałoby to z ich zmienności.

Wprowadzanie inwestorów w błąd

W USA rosną obawy dotyczące sposobu, w jaki niektóre fundusze inwestycyjne mogą wprowadzać małych inwestorów w błąd. Rozważmy przypadek funduszu inwestycyjnego zarządzającego dwoma portfelami. Portfel A charakteryzuje się wysoką zmiennością i zawiera akcje o wysokim współczynniku beta (akcje o wysokim współczynniku beta charakteryzują się zmiennością wyższą od zmienności indeksu). Portfel B zawiera akcje o niskim współczynniku beta, dlatego wskaźnik VaR tego portfela będzie również niski. Jeżeli na rynku ceny akcji zwyżkują, fundusz reklamuje portfel o wysokim beta, argumentując, że przynosi ponadprzeciętne dochody (wyższe od średniej z rynku). Nie potrzeba dodawać, iż sposób sformułowania reklamy nasuwa wniosek, że jest to zasługa właściwego zarządzania funduszem. W rzeczywistości wybrano akcje o wysokim współczynniku beta, toteż nieznaczny wzrost wartości na rynku pociąga za sobą znaczący wzrost wartości portfela. Jeżeli indeks giełdowy zniżkowałby, fundusz zacząłby reklamować wyniki portfela o niskim współczynniku beta. Reklama nasuwałaby wniosek, że dzięki właściwemu zarządzaniu wartość portfela zmalała nieznacznie, przy znaczącym spadku indeksu. W rzeczywistości, ponieważ wybrano akcje o niskiej wartości beta, moglibyśmy jedynie oczekiwać małego spadku, kiedy indeks malał.

VaR może do pewnego stopnia zwracać uwagę na ten mankament. Gdyby menedżerowie funduszu byli zmuszeni ujawnić zmienność portfela, to sprytny inwestor mógłby zobaczyć, że wysokie dochody wynikały z wyboru akcji o wysokim współczynniku beta, a niekoniecznie z właściwego zarządzania funduszem.

Problemy związane ze zmiennością

Główna wada modeli wyceny opcji, w tym modelu Blacka-Scholesa, wynika z założenia, że zmienność jest wartością stałą. Badania empiryczne sugerują zaś coś przeciwnego. Jeżeli założymy, że zmienność przyjmie wartość stałą w pewnym okresie, to okaże się, że zaniżymy ceny opcji, w szczególności opcji *out-of-the-money* z długim okresem do wygaśnięcia. Jak się później przekonamy, istnieją specjalne modele używane do badania zmienności w danym okresie. Na razie możemy stwierdzić, że traderzy, którzy wyceniają opcje bądź próbują ocenić ryzyko przy założeniu, że poziom zmienności jest stały, dochodzą do bardzo niedokładnych wyników.

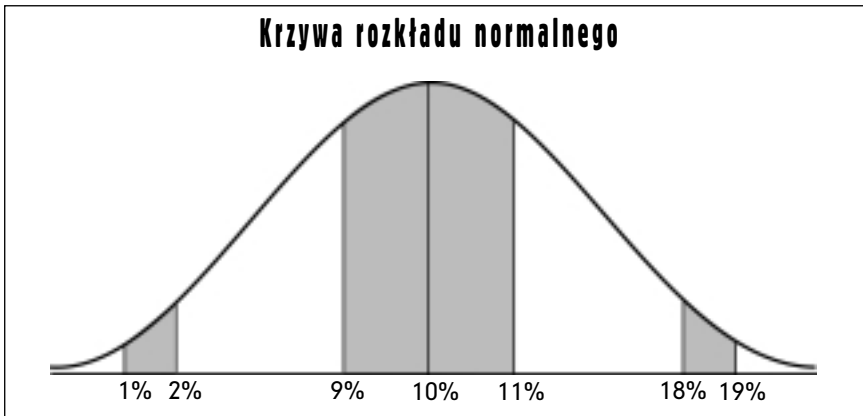
Jeżeli założymy, że poziom zmienności jest wartością stałą w danym okresie, to prawdopodobnie okaże się, że zaniżymy wartości opcji. W szczególności dotyczy to opcji out-of-the-money z długim okresem do daty realizacji.

Krzywa rozkładu normalnego

Definicja

Dany rozkład nazywa się normalnym, jeżeli istnieje duże prawdopodobieństwo, że wynik będzie bliski wartości średniej i małe prawdopodobieństwo, że wynik będzie daleki od średniej. Krzywa rozkładu normalnego używana jest często w modelach VaR i odgrywa ważną rolę w modelu wyceny opcji Blacka-Scholesa. Rozkład charakteryzuje się właściwościami, które są przydatne przy tworzeniu modelu ryzyka rynku. Istotną cechą krzywej rozkładu normalnego jest to, że jej wierzchołek osiągany jest dla wartości średniej, natomiast spadek wartości następuje wraz ze wzrostem odległości od wartości średniej. Oznacza to, że dany wynik ma większe szansę znaleźć się bliżej wartości średniej niż dalej.

Rozważmy przykład dobrze zdywersyfikowanego portfela charakteryzującego się rocznym dochodem w wysokości 10%. Prawdopodobieństwo, że dochód odbiegnie od średniej do, powiedzmy, 2% w następnym miesiącu jest niewielkie. Podobnie prawdopodobieństwo, że dochód wzrośnie do 25% jest również nieznaczne. Innymi słowy, prawdopodobieństwo osiągnięcia wartości skrajnych jest znikome. Z drugiej strony, prawdopodobieństwo, iż dochód z portfela spadnie z 10% do 9% jest już wyższe i równie wysokie, że wielkość ta wzrośnie z 10% do 11%. Widzimy zatem, że prawdopodobieństwo osiągnięcia wartości skrajnych jest niskie, podczas gdy prawdopodobieństwo osiągnięcia wartości bliskich średniej jest dość wysokie. Zależność tę przedstawia wykres 1,1.



Wykres 1,1

Obszar zacieniowany przedstawia prawdopodobieństwo, że wynik przyjmie wartość pomiędzy dwiema wartościami zaznaczonymi na osi poniżej. Portfel, który jest właściwie zdywersyfikowany, charakteryzuje się dochodem w wysokości 10%. Prawdopodobieństwo, że dochód będzie zawarty między 9% a 11%, jest bardzo wysokie. Prawdopodobieństwo osiągnięcia wartości krańcowych, to znaczy 1% – 2% lub 18% – 19%, jest dość niskie. Ceny akcji

zachowują się zazwyczaj zgodnie z rozkładem normalnym, aczkolwiek pewne matematyczne poprawki są konieczne. Na przykład, obecna cena akcji BskyB wynosi 4,40 funta. Prawdopodobieństwo, że cena akcji za miesiąc będzie wynosić pomiędzy 3,60 i 5,20 funta, jest duże. Prawdopodobieństwo, że cena akcji za miesiąc wyniesie mniej niż 2 funty lub więcej niż 6,80 funta, jest bardzo małe.

Wiele modeli VaR używa krzywej rozkładu normalnego do oszacowania strat, jakie dana instytucja może ponieść w danym okresie. Tabela rozkładu normalnego (zawarta w dodatku 11,2) pokazuje prawdopodobieństwo zdarzenia różniącego się o pewną wartość od średniej (oddalonego od średniej o pewien dystans). Wybrane wartości z tabeli rozkładu normalnego przedstawione są w tabeli 1,4.

Wartość odchylenia Standardowego	-1,645	-1,000	0,000	1,000	1,650
Prawdopodobieństwo	5%	15,9%	50,0%	84,1%	95,1%

Tabela 1,4 Wybrane wartości z tabeli rozkładu normalnego

W pierwszym przypadku przedstawionym w tabeli, przy prawdopodobieństwie 5%, wynik przyjmie wartość co najmniej o 1,645 odchylenia standardowego mniejszą od średniej. Jest to jedna ze standardowych danych statystycznych, często używana w modelach VaR. W przypadku drugim, prawdopodobieństwo, że zdarzenie bądź wynik będzie mniejszy od średniej przynajmniej o jedno odchylenie standardowe, wynosi 15,9%.

Tabela 1,4 może być łatwo skonstruowana w Excelu w sposób przedstawiony w tabeli 1,5.

	A	B
40	Wartość odchylenia Standardowego	-1,645
41	Prawdopodobieństwo	=ROZKŁAD.NORMALNY(B40)

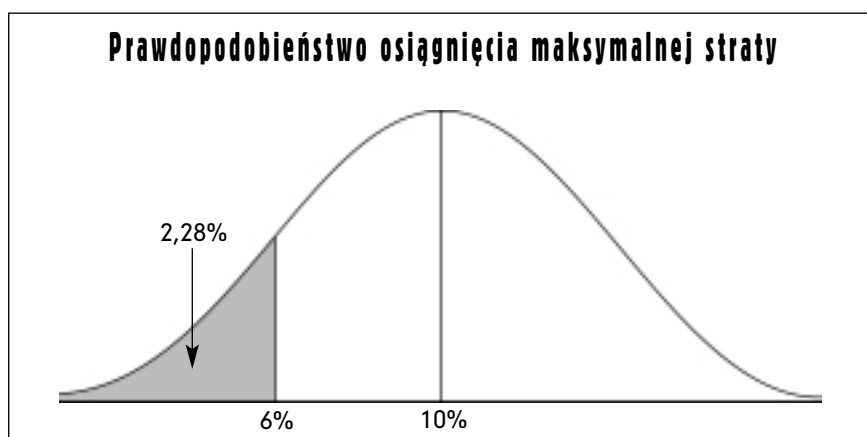
Tabela 1,5 Wzory dla tabeli 1,4

Rozkład normalny i wskaźnik VaR

Portfel ma wartość 10 milionów funtów i generuje roczny dochód w wysokości 10% (co jest też wartością średnią). Jakie jest prawdopodobieństwo, że dochód z portfela spadnie do 6% w ciągu roku, jeżeli odchylenie standardowe dochodu wynosi 2%? Aby to ustalić, musimy obliczyć powierzchnię zacieniowanego obszaru z wykresu 1.2. Przedstawia on prawdopodobieństwo, że dochód z portfela spadnie poniżej 6%. Wykres 1,2 przedstawia rezultaty, a tabela 1,6 pokazuje, jak można dokonać obliczeń w programie Excel.

	A	B	C	D	E	F
46	Obserwacje	1	2	3	4	5
47	Średni dochód	10,00%	10,00%	10,00%	10,00%	10,00%
48	Oczekiwany dochód	6,00%	7,00%	8,00%	10,00%	12,00%
49	Odchylenie Standardowe dochodu	2,00%	2,00%	2,00%	2,00%	2,00%
50	Wartość odchylenia Standardowego	-0,02	-1,5	-1	0	1
51	Prawdopodobieństwo	2,28%	6,68%	15,87%	50,00%	84,13%

Tabela 1,6 Przykładowe wartości z krzywej rozkładu normalnego



Wykres 1,2

Czytelnicy nie korzystający z programu Excel mogą z łatwością ustalić prawdopodobieństwo za pomocą tabel zamieszczonych w Dodatku 11,2.

	A	B
46	Średni dochód	10,00%
47	Oczekiwany dochód	6,00%
48	Odchylenie Standardowe dochodu	2,00%
49	Wartość odchylenia Standardowego	$= (B47 - B46) / B48$
50	Prawdopodobieństwo	$= \text{ROZKŁAD.NORMALNY}(B49)$

Tabela 1,7 Wzory dla tabeli 1,6

W tabeli 1,6 przeciętny dochód z portfela przyjmuje wartość 10%. Możemy to odczytać w kolumnie B, która także zawiera wartość dochodu oczekiwanego wynoszącego 6%. Odchylenie standardowe wynosi 2%. Dochód z portfela różni się od oczekiwanego dochodu o 2 odchylenia standardowe $(10\% - 6\%) / 2\% = 2$. W obserwacji 2 oczekiwany dochód wynosi 7%, a prawdopodobieństwo (wynikające z krzywej rozkładu normalnego), iż dochód z portfela spadnie poniżej oczekiwanego poziomu, wynosi 6,68%. Prawdopodobieństwo spadku poniżej 7% jest, oczywiście, większe niż poniżej 6%. W obserwacji 3 dochód oczekiwany wynoszący 8% jest łatwiejszy do osiągnięcia. Obserwacja 4 pokazu-

je, iż prawdopodobieństwo spadku poniżej obecnego poziomu 10% wynosi 50%. Szanse osiągnięcia poziomu powyżej 10% wynoszą tym samym również 50%. Ostatecznie obserwacja 5 pokazuje, iż prawdopodobieństwo, że wynik znajdzie się poniżej 12%, wynosi 84%. Oczywiście, prawdopodobieństwo jest większe niż 50%, ponieważ 12% leży powyżej średniej.

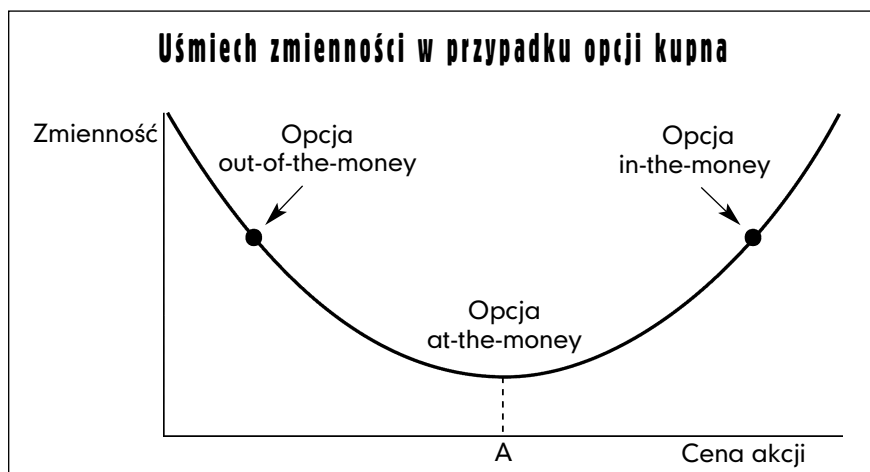
Wady rozkładu normalnego

Krzywa rozkładu normalnego zakłada całkowitą losowość. W rzeczywistości, kiedy ceny akcji spadają, ludzie je sprzedają, a menedżerowie używający akcji do zabezpieczenia instrumentów pochodnych zmuszeni są do rezygnacji ze swych strategii zabezpieczających. Ten wzrost sprzedaży sprawia, iż ceny akcji osiągają wartości skrajne o wiele szybciej, niż sugeruje krzywa rozkładu normalnego.

Główna wada rozkładu normalnego nazywana jest „syndromem tłustego ogona” (*fat-tail syndrome*). Oznacza to, że szanse na to, iż cena akcji osiągnie wartości krańcowe, są większe, niż wynikałoby to z krzywej rozkładu normalnego. Krzywa rozkładu normalnego zakłada całkowitą losowość. W rzeczywistości, kiedy ceny akcji spadają, ludzie je sprzedają, a menedżerowie używający akcji do zabezpieczenia instrumentów pochodnych zmuszeni są do rezygnacji ze swych strategii zabezpieczających. Ten wzrost sprzedaży sprawia, iż ceny akcji osiągają wartości skrajne o wiele szybciej, niż sugeruje to krzywa rozkładu normalnego. Jeżeli VaR jest miarą ryzyka, a krzywa rozkładu normalnego stosowana jest bez żadnych modyfikacji, to wartość VaR będzie zaniżona.

Ta wada krzywej rozkładu normalnego wpłynęła na sposób wyceniania opcji. Model Blacka-Scholesa wykorzystuje tabele rozkładu normalnego do obliczania współczynnika delta opcji $N(d1)$ i prawdopodobieństwa, iż opcja zostanie zrealizowana $N(d2)$. Wzór jest bardziej precyzyjny w przypadku opcji *in-the-money* niż *out-of-the-money*. Jeżeli inwestorzy zastosowaliby model wyceny opcji Blacka-Scholesa do obliczenia implikowanego parametru zmienności instrumentu pochodnego, odkryliby, iż zmienność wzrasta razem z wydłużeniem się okresu pozostającego do wygaśnięcia opcji.

Wykres1.3



Krzywa na wykresie 1,3 pokazuje, że implikowany parametr zmienności opcji *at-the-money* jest położony o wiele niżej od implikowanego parametru zmienności opcji „głęboko” *in-the-money* lub *out-of-the-money*. Uwydatnia to niebezpieczeństwo błędnego oszacowania ryzyka poniesienia dużych strat, wynikających z faktu, że krzywa rozkładu normalnego nie jest skorygowana.

Kary za błędne oszacowanie ryzyka

W 1996 roku NatWest odkrył błędy w wycenie opcji *out-of-the-money* opartych na stopie procentowej. Wynikało to głównie z faktu, że współczynnik zmienności użyty w modelu wyceny nie był prawidłowy. W marcu 1997 roku bank ogłosił na londyńskiej giełdzie (*London Stock Exchange*), że odpisuje 77 milionów funtów od zysku przed opodatkowaniem. Problem zaistniał, gdyż NatWest dokonał błędnej prognozy współczynnika zmienności dla opcji *out-of-the-money*.

Studium
przypadku

Strona praktyczna

Istnieją, oczywiście, czynniki, które musimy uwzględnić, np. są pewne rodzaje ryzyka, które nie zostały ujęte nawet w najbardziej zaawansowanych modelach VaR. Jednym z nich jest płynność. Płynność oznacza zdolność, z jaką bank jest w stanie zamienić papiery wartościowe na gotówkę po cenie obowiązującej na rynku. Aktywa niepłynne z reguły są bardziej zmienne niż aktywa płynne. Zatem, jeżeli walor cechuje się dużą różnicą pomiędzy ceną zakupu a sprzedaży, jest to znak, że jest niewielu kupujących i sprzedających. W sytuacji kiedy ceny spadają, ceny niepłynnych aktywów zazwyczaj spadają szybciej niż aktywów płynnych. A zatem, prawdopodobieństwo osiągnięcia wartości skrajnej jest większe, niż wynikałoby to z rozkładu normalnego i z większości modeli VaR.

Płynność oznacza zdolność, z jaką bank jest w stanie zamienić papiery wartościowe na gotówkę po cenie obowiązującej na rynku.

Każdy doświadczony trader potwierdzi, że teoria a praktyka to dwie różne sprawy. Kiedy, na przykład, cena akcji wzrasta, traderzy dołączają do reszty i kupują. Analitycy traktują często niewielki wzrost ceny akcji jako zapowiedź długiej i stałej tendencji wzrostowej, dlatego również zaczynają kupować. Traderzy często nakładają limity zleceń (*limit order strategies*) i składają zlecenia powstrzymania straty (*stop-loss strategies*). Prowadzi to do zakłócenia losowości rynku, w rezultacie ceny akcji mogą osiągać wartości skrajne o wiele łatwiej niż w warunkach nie zakłóconych.

Oczywiście, rozkład normalny jest jedynie modelem statystycznym, tak więc nie jest w stanie uwzględnić wielu rodzajów ryzyka. Bank lub instytucja finansowa może teoretycznie być zabezpieczona przed ryzykiem rynku. Nie oznacza to jednak, iż nie jest narażona na przesunięcia w ryzyku rynku. W rzeczywistości, znaczące przesunięcia, nawet w przypadku doskonale zabezpieczonego portfela, mogą prowadzić do takich problemów, jak ryzyko konsolidacji długu

(ryzyko luki) i ryzyko płynności. W omawianym przypadku *Metallgesellschaft* podjął strategię ograniczania ryzyka, aby zabezpieczyć się przed ryzykiem rynku. Jak na ironię, znaczące ruchy na rynku doprowadziły tę firmę do upadku. Model VaR nie jest w stanie rozpoznać ani ryzyka konsolidacji długu, ani ryzyka płynności. Kiedy bank zaczyna ponosić nieznaczne straty, istnieje ryzyko, iż skończą mu się fundusze na pokrycie tych strat. Menedżerowie zarządzający ryzykiem muszą zatem upewnić się, że istnieją wystarczające fundusze do rozwiązania potencjalnych problemów z płynnością.

Błędne zarządzanie funduszami

W grudniu 1993 roku *Metallgesellschaft* – wielki, zdywersyfikowany konglomerat zajmujący się wydobywaniem metali, węgla i działalnością produkcyjną – miał problemy z płynnością i ogłosił straty w wysokości 1,3 miliarda dolarów. Firma wprowadziła strategię, dzięki której mogła usztywnić cenę ropy naftowej z myślą o klientach zaniepokojonych zmiennością ceny. W celu redukcji ryzyka firma stosowała transakcje *futures*. Strategia firmy była następująca:

Klienci zamawiali ropę naftową po wyznaczonej cenie z dostawą w danym okresie. *Metallgesellschaft* zajmował pozycje długie w transakcjach *futures* na ropę naftową, co było częścią strategii zabezpieczającej. Jeżeli ceny ropy wzrosłyby, transakcje *futures* przynosiłyby zyski, co rekompensowałoby straty ponoszone przez kupno ropy po obecnej cenie rynkowej i sprzedaż po uprzednio ustalonej. Z drugiej strony, gdyby ceny ropy spadały, klienci byłiby prawnie zobowiązani do zapłacenia ustalonej ceny, w związku z czym *Metallgesellschaft* odnosiłby zyski na tej części transakcji. Konglomerat kupował ropę w transakcjach terminowych, tak więc spadek cen ropy oznaczał straty na transakcjach *futures*, toteż zyski odniesione na klientach były wykorzystywane do finansowania niedoboru na kontraktach *futures*.

Strategia nie była pozbawiona sensu. Jednak kiepskie planowanie, w szczególności dotyczące funduszy, zaowocowało problemami. Przez pewien czas ceny ropy spadały znacząco, w rezultacie czego firma ponosiła straty na transakcjach *futures*. Pomimo że *Metallgesellschaft* był zabezpieczony na wypadek takiej sytuacji, nastąpiła czasowa różnica w przepływach pieniężnych, co spowodowało kryzys niepłynności. Inwestorzy z rynków terminowych wiedzą, że straty na *futures* muszą być zwracane giełdzie tego samego dnia. *Metallgesellschaft* był w stanie dokonywać wpłat w przypadku małych strat, jednak gdy straty wzrosły, stało się to zbyt dużym obciążeniem. Firma musiała po prostu czekać do czasu, aż klienci kupią ropę po ustalonej cenie, aby mogła pokryć straty. Jednak menedżerowie popadli w panikę, a chaos, jaki zapanował, doprowadził do znaczących strat.

Typowy model VaR nie jest w stanie rozpoznać ani ryzyka konsolidacji długu, ani ryzyka płynności. Wynika to z tego, że VaR koncentruje się jedynie na ryzyku rynku, a zawodzi w rozpoznawaniu niedopasowania przepływów pieniężnych wynikających ze złego planowania.

W rzeczywistości każdy model VaR wystawiłby *Metallgesellschaft* dobrą ocenę. Z tego powodu modele te powinny zawierać ostrzeżenie, że niska wartość VaR niekoniecznie oznacza dobrą sytuację.

Korelacja i jej rola w redukowaniu ryzyka

Miary korelacji między zmiennymi są ważne dla menedżerów zarządzających ryzykiem, którzy chcieliby zredukować ryzyko poprzez dywersyfikację. Korelacja mierzy stopień, w jakim jedna zmienna jest związana z inną zmienną. Jeżeli istnieje silna zależność, mówi się, że korelacja jest silna. Udziały własnościowe są, na przykład, silnie związane ze stopami procentowymi w ten sposób, że gdy stopy procentowe są wysokie, ceny udziałów własnościowych są z reguły niskie. Możemy zatem wyciągnąć wniosek, że istnieje silna dodatnia zależność pomiędzy ceną obligacji a cenami udziałów własnościowych, gdyż ceny ich rosną, gdy stopy procentowe maleją.

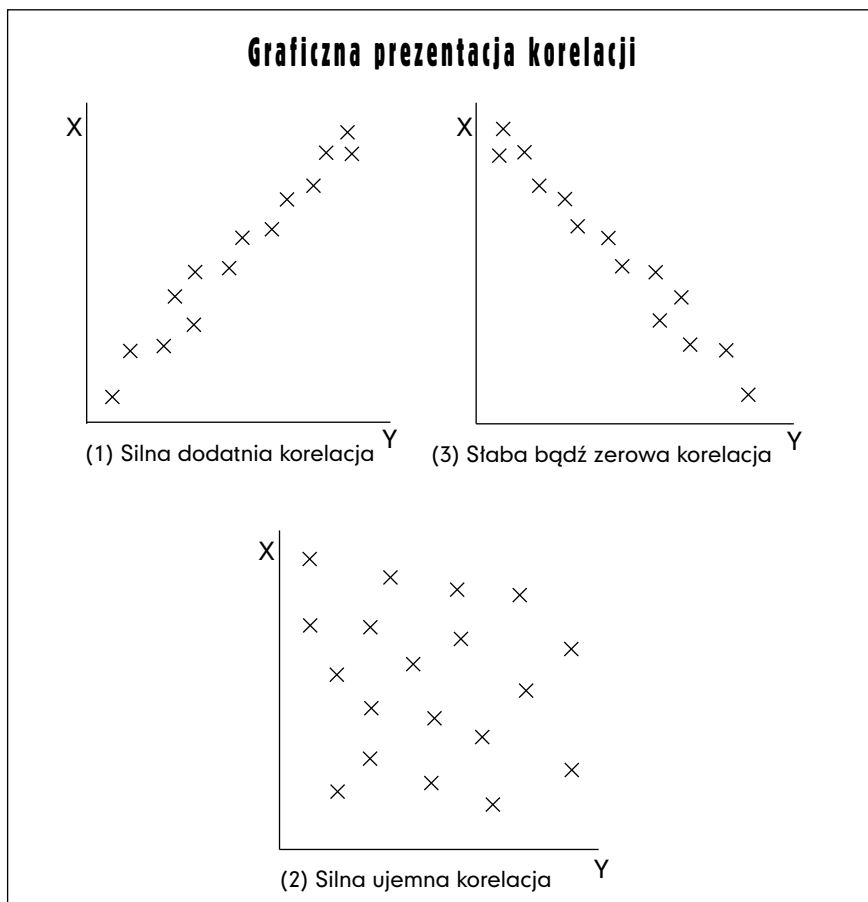
Korelacja mierzy stopień, w jakim jedna zmienna jest związana z inną zmienną. Jeżeli istnieje silna zależność, mówi się, że korelacja jest silna.

Pierwszy diagram na wykresie 1,4 przedstawia silną dodatnią zależność pomiędzy zmiennymi X i Y. Zmienna X może obrazować wydatki na reklamę, a Y przychód ze sprzedaży. Istnieje słaba zależność pomiędzy X i Y na drugim diagramie, gdyż dwie zmienne są kompletnie nie związane ze sobą. Przykładem takich zmiennych mogą być stopa procentowa i temperatura powietrza. Na trzecim diagramie została zobrazowana silna ujemna korelacja, na przykład pomiędzy sprzedażą paliwa na opał a przeciętną dzienną temperaturą.

Istotną cechą wskaźnika VaR jest to, że zachęca inwestorów do dokonywania dywersyfikacji, a przez to do ograniczenia zmienności portfela. W idealnej sytuacji trader jest świadomy, w jakim stopniu każda transakcja przyczynia się do podniesienia lub obniżenia całkowitego ryzyka banku. Jeżeli jest nagradzany za ponadprzeciętne zyski, jakie wygeneruje, i jednocześnie jest karany za nadmierne ryzyko, jakie podejmuje, będzie próbował ograniczać ryzyko, nawet jeżeli wiązałoby się to z niewielkim spadkiem jego przychodów. Dywersyfikacja oferuje mu możliwość ograniczenia ryzyka.

W 1959 roku Harry Markowitz przeprowadził badania, które miały zasadniczy wpływ na sposób, w jaki dokonywane są wybory w portfelu. W swojej publikacji *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investment* nadał formalny wyraz koncepcji, wedle której inwestor nie powinien wkładać wszystkich jajek do jednego koszyka. Celem każdego menedżera zarządzającego portfelem jest być nagradzanym za ryzyko, jakie podejmuje, przy jednoczesnej dywersyfikacji tego ryzyka. VaR uznaje znaczenie dywersyfikacji, nie tylko w ujęciu pojedynczego portfela, ale także w ujęciu całego banku.

Wykres 1,4



Koordinacja zarządzania ryzykiem

Korzyść z zastosowania VaR polega na tym, iż pozwala koordynować kontrolę ryzyka w całym banku, a przez to dokonywać redukcji całkowitego ryzyka. Bez systemu VaR może zaistnieć sytuacja, iż pojedynczy makler próbując zabezpieczyć swój portfel, zredukuje jego ryzyko, ale podwyższy całkowite ryzyko banku. Na potrzeby VaR zostały opracowane matematyczne techniki, wykazujące, jak dana transakcja, niezależnie od tego, czy jest to transakcja *forward*, swap czy też zakup akcji, przyczynia się do podniesienia lub obniżenia ryzyka całkowitego. Informacje z modelu VaR są bardzo istotne przy ustalaniu limitów. W przeszłości banki ustalały limity „na wyczucie”. Obecnie dysponują bardziej naukowymi i obiektywnymi metodami. Jednak nie można polegać na VaR w zbyt dużym stopniu. Zdaniem specjalistów od VaR, redukowanie wartości wskaźnika poprzez dywersyfikację może być niebezpieczne. Wynika to z faktu, że VaR jest ściśle miarą ryzyka, na jakie narażony jest bank, gdy aktywa tracą na wartości. W przypadku krachu na giełdzie, gdy inwestorzy próbują zamienić wszystkie niepiętne aktywa na gotówkę, trzeba uwzględnić straty wynikające z zamieszania i paniki. Wielu ekspertów od ryzyka jest zdania, że

korzyści z dywersyfikacji nie powinny być wyolbrzymiane przy pomiarze ryzyka. W prostym, aczkolwiek pouczającym, przykładzie zaprezentowanym poniżej, przedstawione zostały korzyści z dywersyfikacji oraz, co ważniejsze, sposób, w jaki VaR zachęca do dywersyfikacji.

Redukowanie zmienności poprzez dywersyfikację

Trader nie może się zdecydować, czy ma kupić akcje firmy produkującej lody, czy akcje firmy produkującej parasole. Załóżmy, że dochód z akcji producenta lodów wynosi 13%, a dochód z akcji producenta parasoli 12%. Gdyby kierował się jedynie kryterium zysku, sensowną inwestycją byłby zakup jedynie akcji producenta lodów i ignorowanie akcji producenta parasoli o niższym dochodzie. Oczywiście, makler naraża bank na ryzyko. Jeżeli pogoda będzie kiepska, akcje producenta lodów stracą na wartości. Nie ma to jednak znaczenia dla tradera, ponieważ nie ponosi on odpowiedzialności za ryzyko, jakie podejmuje.

Założmy teraz, że bank wprowadza system, w którym premie są dodatnio związane z zyskami, a ujemnie z ryzykiem. Inwestor w tym przypadku, przy maksymalizowaniu dochodowości, jednocześnie będzie starał się redukować zmienność portfela. Stąd też, zamiast oczekiwać zwrotu w wysokości 13%, podzieli aktywa, inwestując po równo w akcje producenta lodów i producenta parasoli, akceptując dochód w wysokości 12,5%. Przy brzydkiej pogodzie ceny akcji producenta parasoli wzrosną, a spadną akcje producenta lodów i odwrotnie. Zatem zmienność portfela będzie znacznie zredukowana, podobnie jak wartość VaR.

Bez systemu VaR może zaistnieć sytuacja, iż pojedynczy makler próbując zabezpieczyć swój portfel, zredukuje jego ryzyko, ale podwyższy ryzyko banku. Na potrzeby VaR zostały opracowane matematyczne techniki wykazujące, jak dana transakcja, niezależnie czy jest to transakcja forward, swap czy też zakup akcji, przyczynia się do podniesienia lub obniżenia ryzyka ogólnego.

Przykład

Współczynnik korelacji

Współczynnik korelacji przyjmuje wartości od -1 do 1 i mierzy stopień korelacji pomiędzy dwiema zmiennymi.

Korelacja o wartości -1 oznacza idealną ujemną zależność liniową
Korelacja o wartości 1 oznacza idealną dodatnią zależność liniową
Korelacja o wartości 0 oznacza brak związku liniowego

Definicja

Przykład

	A	B	C	D	E
64	Obserwacje	Spółka	1Spółka	2Spółka	3Spółka
65					
66	1	8%	28%	7%	15%
67	2	9%	24%	10%	9%
68	3	10%	11%	11%	13%
69	4	11%	11%	11%	11%
70	5	12%	8%	12%	12%
71	6	13%	7%	14%	7%
72	7	14%	2%	13%	14%
73	8	15%	3%	15%	14%
74					
75	Przeciętny dochód	12%	12%	12%	12%
76	Korelacja ze spółką 1		-0,928	0,943	0,011

Tabela 1,8 Obliczanie korelacji

Tabela 1,8 przedstawia, w jaki sposób obliczany jest przeciętny dochód dla firmy nr 1 i nr 2 w arkuszu kalkulacyjnym. Komórki od B66 do E73 zawierają dane dotyczące stopy zwrotu poszczególnych firm.

75	Przeciętny dochód	=SUMA(B66:B73)/8	=SUMA(C66:C73)/9
76	Korelacja ze spółką 1		=WSPKORELACJI(C66:C73;\$B\$66:\$B\$73)

Tabela 1,9 Obliczanie korelacji w arkuszu kalkulacyjnym

Korelacja o wartości -1

Wartość korelacji firm 1 i 2 jest ujemna. Dlatego też, jeżeli spółka 1 generuje dochód poniżej średniej, spółka 2 charakteryzuje się dochodem powyżej średniej, i odwrotnie. Dla uproszczenia, wyobraźmy sobie, że spółka 1 jest sprzedawcą detalicznym okularów słonecznych, a spółka 2 sprzedaje paliwo opałowe. Tak długo, jak pogoda jest ładna, spółce 1 będzie się dobrze powodziło. W przypadku brzydkiej pogody spółka 2 z kolei będzie generowała zyski. Ze względu na dywersyfikację portfela, opłaca się zainwestować 50% w akcje spółki 1 i 50% w akcje spółki 2. Oznacza to teoretycznie, że jeżeli jednej firmie będzie się powodzić, to drugiej nie. Dochód z całego portfela będzie nie zmieniony, a wartość VaR będzie niska.

Organy kontrolne są przekonane, że podejście jest słuszne przy alokacji zasobów, natomiast niebezpiecznie jest go używać przy pomiarze ryzyka. Tłumaczy się to tym, że jeżeli indeksy giełdowe zniżkują, tak samo będą traciły na wartości zarówno akcje spółek 1, jak i 2. Wskaźnik VaR natomiast oparty jest na założeniu, że jedynie akcje jednej firmy mogą spaść. Menedżerowie zarządzający ryzykiem potrafią obejść ten problem przez obliczenie dwóch różnych wskaźników VaR: zdywersyfikowanego wskaźnika VaR i niezdywersy-

fikowanego wskaźnika VaR. Zdywersyfikowany wskaźnik VaR uwzględnia niższą zmienność, wynikającą z faktu, że akcje zachowują się odmiennie. Ten wskaźnik może być użyty przy alokacji aktywów i nakładaniu limitów. Niezdywersyfikowany wskaźnik VaR opiera się na założeniu, że nie ma korzyści wynikającej z dywersyfikacji i oblicza stratę przy założeniu, że akcje obydwu firm mogą stracić na wartości w tym samym czasie.

Korelacja o wartości 1

Jeżeli istnieje korelacja o wartości 1, dywersyfikacja nie przynosi korzyści. W przypadku spółek 1 i 3 korelacja jest bliska 1. Oznacza to, że obydwie spółki działają w tej samej branży, produkując prawdopodobnie te same produkty i są narażone na te same rodzaje ryzyka. Jest to wyraźnie widoczne w tabeli 1,8. Obydwie charakteryzują się dochodami powyżej średniej w pewnym okresie i poniżej średniej w innym okresie. Inwestycja w akcje obu firm jest mniej lub bardziej równoznaczna z włożeniem wszystkich jaj do jednego koszyka.

Korelacja o wartości 0

Kiedy korelacja przyjmuje wartość 0, występują korzyści z dywersyfikacji, ale nie tak silne, jak w przypadku gdy korelacja równa jest -1. Spółki 1 i 4 charakteryzują się korelacją równą zero. Oznacza to, że nie ma związku pomiędzy dochodami obu spółek. Spółka 1 może zatem produkować okulary słoneczne, podczas gdy spółka 2 może działać w branży energetycznej. Jeżeli popatrzymy na dane w tabeli, nie ma żadnej widocznej zależności. Nie istnieją żadne powiązania pomiędzy sprzedażą okularów słonecznych a zużyciem energii elektrycznej, tak więc korelacja będzie prawdopodobnie bliska zero. Portfel składający się z akcji spółek 1 i 4 charakteryzowałby się VaR o wartości niższej niż portfel zawierający akcje spółek 1 i 3, ale wyższej niż VaR zawierający portfel składający się z akcji spółek 1 i 2.

$$\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{(n-1)}$$

Tabela 1,10 przedstawia, jak współczynnik zmienności obliczany jest dla spółek 1 i 2 przy użyciu standardowego wzoru na kowariancję:

Gdzie:

$(x_i - \bar{x})$ odległość zmiennej x_i od średniej

$(y_i - \bar{y})$ odległość zmiennej y_i od średniej

n – liczba obserwacji

	B	C	D	E	F	G
83			Różnica do średniej		Różnica do średniej	
84	Okres	Spółka 1		Spółka 2		Kowariancja
85	1	8%	-4%	28%	16%	-0,569%
86	2	29%	-3%	24%	12%	-0,306%
87	3	10%	-2%	11%	-1%	0,011%
88	4	11%	-1%	11%	-1%	0,004%
89	5	12%	0%	8%	-4%	-0,019%
90	6	13%	2%	7%	-5%	-0,071%
91	7	14%	3%	2%	-10%	-0,244%
92	8	15%	4%	3%	-9%	-0,306%
93	9					
94	Suma					-1,500%
95	Kowariancja					-0,214%
96	Współczynnik korelacji					-0,92693%
97	Średni dochód	12%		12%		
98	Współczynnik korelacji			-0,9269		
99	Odchylenie standardowe	0,0245		0,0944		

Tabela 1,10 Kowariancja i korelacja

Suma kolumny G wynosi -1,5%
Kowariancja wynosi zatem -1,5%/(8 - 1)=-0,214%
Wzór na współczynnik korelacji wynosi

$$\frac{\text{kowariancja (1,2)}}{Sd_{(1)} * Sd_{(2)}}$$

Współczynnik korelacji
Stąd też w tym przypadku: 0,214%/(0,0245 x 0,0944) = -0,9269 (po zaokrągleniu).

VaR i zmienność

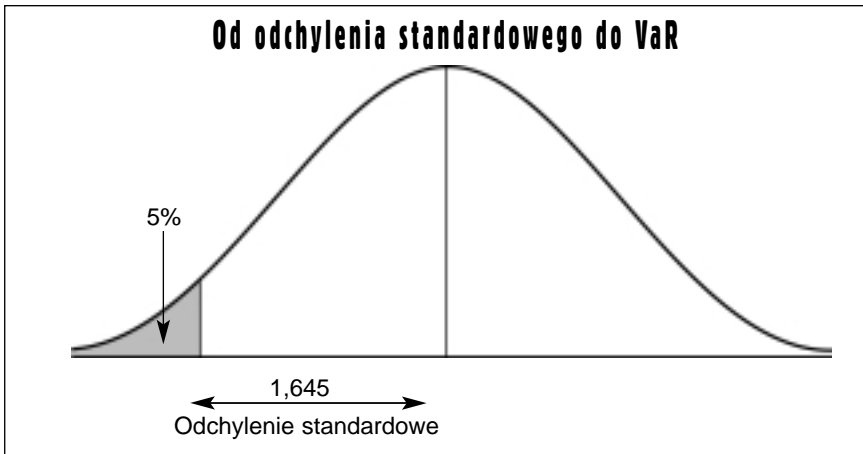
	A	B
128	Średni dochód	12%
129	Odchylenie standardowe	2,40%
130	Poziom ufności	95%
131		
132	Liczba odchyleń standardowych	-1,6449133
133	Zmienność lub VaR	-3,95%

Tabela 1,11 VaR i zmienność

	A	B
128	Średni dochód	12%
129	Odchylenie standardowe	2,40%
130	Poziom ufności	95%
131		
132	Liczba odchyleń standardowych	=ROZKŁAD.NORMALNY.S.ODW(1-B130)
133	Zmienność lub VaR	=B132*B129

Tabela 1,12 Wzory na obliczenie wskaźnika VaR i zmienności

Tabela 1,11 przedstawia, jak możemy obliczyć VaR dla pojedynczego waloru. Chcemy, aby VaR osiągnęło poziom 95%. Oznacza to, iż chcemy otrzymać wartość 5% z lewej strony wykresu (patrz wykres 1,5). Zgodnie z tablicą statystyczną rozkładu normalnego, jeżeli jakaś zmienna ma osiągnąć dolny poziom 5%, musi być przynajmniej 1,645 odchylenia standardowego poniżej średniej. (Czytelnicy mogą to sprawdzić w tabelach rozkładu normalnego w Dodatku 11,2). VaR wynosi zatem $1,645 \times 0,024 = 0,040$ przy poziomie 95%. Jeżeli portfel składałby się wyłącznie z powyższych aktywów o łącznej wartości 1 miliona funtów, VaR wynosiłby $£1\ 000\ 000 \times 0,04 = £40\ 000$. Jest to maksymalna strata, jakiej spodziewaliśmy się przez 95% trwania danego okresu, np. jednego roku.



Wykres 1,5

VaR portfela

Teraz, gdy już wiemy, jak obliczyć odchylenie standardowe pojedynczego aktywu, możemy obliczyć VaR dla całego portfela. Zaczniemy od portfela z dwoma aktywami, a w następnych rozdziałach przejdziemy do portfeli zawierających wiele walorów. Wariancja portfela składającego się z dwóch papierów wartościowych jest opisana następującym wzorem:

$$Var(p) = w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2w_1 w_2 \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12}$$

gdzie
 w_1 – udział (waga) pierwszego papieru wartościowego
 σ_1 – zmienność lub odchylenie standardowe pierwszego papieru wartościowego
 w_2 – udział (waga) drugiego papieru wartościowego
 σ_2 – zmienność lub odchylenie standardowe drugiego papieru wartościowego
 ρ_{12} – współczynnik korelacji pomiędzy pierwszym a drugim papierem wartościowym

Wskaźnik VaR jest po prostu pierwiastkiem kwadratowym wariancji.
Przyjrzyjmy się paru przykładom to ilustrującym:

112	A	B	C	D
113	Pierwszy walor	Przykład 1	Przykład 2	s
114	Zmienność	2,45%	2,45%	2,45%
115	Udział (waga)	50,00%	50,00%	50,00%
116				
117	Drugi walor			
118	Zmienność	9,44%	9,44%	9,44%
119	Udział (waga)	50,00%	50,00%	50,00%
120	Współczynnik korelacji	-0,927	0	1,000
121				
122	Wariancja portfela	0,13%	0,24%	0,35%
123	Zdywersyfikowany VaR	3,61%	4,88%	5,94%
124	Niezdywersyfikowany VaR	5,94%	5,94%	5,94%

Tabela 1,13 Przykłady zdywersyfikowanego i niezdywersyfikowanego wskaźnika VaR

Niezdywersyfikowany VaR jest po prostu średnią ważoną poszczególnych wskaźników VaR.

$$5,94\% = 50\% \times 2,45\% + 50\% \times 9,44\%$$

Wariancja pierwszego portfela wynosi 0,13%.

$$0,13\% = 50\%^2 \times 2,45\%^2 + 50\%^2 \times 9,45\%^2 + 2 \times 50\% \times 50\% \times 2,45\% \times 9,45\% \times (-0,927)$$

Zdywersyfikowany VaR jest pierwiastkiem kwadratowym wariancji i równa się 3,61%.

$$\text{Zdywersyfikowany VaR wynosi } 3,61\% \times \text{£1 000 000 (wartość portfela)} = \text{£36 100}$$

Menedżer zarządzający portfelem dysponuje 1 milionem funtów i postanawia zainwestować go po równo w dwa papiery wartościowe. Zmienność (albo VaR) pierwszego waloru wynosi 2,45%. Zatem, jeżeli menedżer zainwestuje 500 000 funtów jedynie w ten walor, wskaźnik VaR wyniesie 12 250 funtów przy poziomie 95%. Drugi papier wartościowy cechuje się zmiennością w wysokości 9,44%, a zatem VaR wyniesie 47 200 funtów przy inwestycji 500 000 funtów.

Zanalizujemy teraz portfel przy trzech różnych założeniach. W przypadku pierwszym współczynnik korelacji wynosi $-0,924$. Widoczne jest, że zmienność zdywersyfikowana portfela jest o wiele niższa od niezdywersyfikowanej. Wynika to z zależności, że jeżeli jeden walor osiąga wyniki ponadprzeciętne, to wyniki drugiego są poniżej przeciętnej, i odwrotnie. Zdywersyfikowany VaR wynosi $3,61\%$ portfela, co daje w ujęciu nominalnym $36\ 100$ funtów. W drugim przypadku wskaźnik korelacji wynosi zero i nawet jeżeli istnieją korzyści z dywersyfikacji, nie są one tak silne, jak w pierwszym przypadku. W trzecim przypadku z kolei, wskaźnik korelacji o wartości 1 świadczy o braku jakichkolwiek korzyści z dywersyfikacji, gdyż walory podlegają takim samym rodzajom ryzyka. Faktycznie, zmienność portfela w wysokości $5,94\%$ jest po prostu średnią ważoną dwóch pojedynczych zmienności, mianowicie $50\% \cdot 2,45 + 50\% \cdot 9,44\% = 5,94\%$.

W praktyce, menedżerowie portfela obliczają zarówno zdywersyfikowany, jak i niezdywersyfikowany VaR. Zdywersyfikowany VaR stosowany jest przy ustalaniu limitów. Limity ustanawiane są po to, aby zasoby lokowane były w sposób minimalizujący ryzyko i jednocześnie maksymalizujący zysk. Równowaga pomiędzy ryzykiem a zyskiem zależy od strategii banku wybranej przez zarząd. Ogólnie mówiąc, menedżer portfela będzie szukał możliwości zdywersyfikowania portfela po to, aby aktywa nie były narażone na takie same rodzaje ryzyka.

Menedżerowie ryzyka obliczają niezdywersyfikowany wskaźnik VaR w celu zmierzenia ryzyka portfela w sytuacji, gdy spodziewają się załamania na giełdzie. W panice, która jest najczęściej związana z załamaniem, banki z reguły upłynniają wszelkie możliwe aktywa w celu zapobieżenia dalszym stratom. Zazwyczaj w czasie załamania mało uwagi, jeżeli w ogóle, poświęca się dywersyfikacji. Oczywiście, stwarza to okazję spekulantom do zarabiania na transakcjach bliskich arbitrażowym. Jednak w czasie szaleństwa sprzedaży wszystkie walory tracą na wartości, toteż rozsądne wydaje się założenie, że w czasach kryzysu nie ma stałych zależności pomiędzy cenami aktywów.

Wnioski

Do tej pory omawialiśmy wskaźnik VaR przy użyciu prostych pojęć. VaR jest sposobem obliczenia odchylenia standardowego, obrazującego, jak zmienny jest dany portfel. Wskaźnik VaR portfela bardzo zmiennego będzie wysoki i jest to ostrzeżenie dla inwestorów lub organów kontrolnych, że istnieje znaczne niebezpieczeństwo poniesienia dużych strat przez daną firmę. VaR, jak zobaczymy w kolejnych rozdziałach, wnosi wkład do nauki zarządzania ryzykiem, gdyż:

1. Pomaga alokować zasoby bardziej wydajnie, unikając zbytniego podejmowania jednego rodzaju ryzyka;
2. Czyni inwestorów i menedżerów bardziej odpowiedzialnymi za swoje decyzje, dotyczące podejmowania ryzyka lub zawierania transakcji hedgingowych;
3. Pomaga organom kontrolnym przy ustalaniu wymagań dotyczących adekwatności kapitału dla poszczególnych instytucji.

Nie możemy zakładać, że zmienność jest stałą ani nie możemy trwać w przekonaniu, że zmienność historyczna jest wskazówką do zmienności przyszłej. W następnych rozdziałach pokażemy, jak menedżerowie zarządzający ryzykiem rozwijają techniki przewyżczające tę słabość.

Mimo że wkład VaR do teorii zarządzania ryzykiem nie jest podawany w wątpliwość, istnieją jednak aspekty praktyczne, które musimy uwzględnić, aby nie polegać na wskaźniku VaR w zbyt dużym stopniu. Przede wszystkim dotyczą one założeń, na których VaR się opiera. Większość modeli bazuje na krzywej rozkładu normalnego, która ma wiele słabości. Nie jest ona w stanie uchwycić wielu wyjątkowych właściwości cen walorów, np. łatwości, z jaką ceny osiągają wartości skrajne w przypadku zamieszania na giełdzie. Formułowane są również zastrzeżenia do sposobu, w jaki zmienność jest obliczana. Nie możemy zakładać, że zmienność jest stałą ani nie możemy trwać w przekonaniu, że zmienność historyczna jest wskazówką do zmienności przyszłej.

W następnych rozdziałach pokażemy, jak menedżerowie zarządzający ryzykiem rozwijają techniki przewyżczające tę słabość. Trzeba wszakże zapamiętać, że w czasie wdrażania systemu VaR uwaga koncentruje się automatycznie na redukcji ryzyka, tak samo jak roczne sprawozdania finansowe skoncentrowane są na rentowności. Zarządy spółek czasami stosują wymyślne techniki, aby sztucznie podwyższyć poziom rentowności. Podobna sytuacja może mieć miejsce ze wskaźnikiem VaR. Traderzy, którzy chętnie podejmują ryzyko, ale nie chcą za nie odpowiadać, mogą łatwo zniekształcić obraz przez przedstawienie poszczególnych transakcji w sposób nieczytelny dla modeli VaR.

