

Projekt: „Algorytm Kruskala - minimalne drzewo rozpinające dla grafu nieskierowanego ważonego spójnego”

Autor: Łukasz Maruszak

Spis treści

Projekt	1
Autor.....	1
Minimalne drzewo rozpinające	1
Algorytm Kruskala	1
Opis Implementacji.....	1
Wyniki działania programu.....	3
Źródła.....	6

Minimalne drzewo rozpinające

Drzewo rozpinające grafu składa się ze wszystkich wierzchołków grafu oraz niektórych krawędzi.

Minimalne drzewo rozpinające jest drzewem rozpinającym którego suma krawędzi jest najmniejsza z możliwych. Istnieje kilka algorytmów, które rozwiązują ten problem np. Algorytm Kruskala.

Algorytm Kruskala

Algorytm polega na tym, że:

1. Utwórz listę K wszystkich krawędzi grafu. Następnie sortujemy ją w porządku rosnącym według wartości wag krawędzi.
2. Tworzymy las L z wierzchołków grafu, każdy wierzchołek na początku jest osobnym drzewem.
3. Utwórz pusty graf G , który będzie minimalnym drzewem rozpinającym
4. Pobierz z K krawędź o najmniejszej wadze
5. Jeżeli krawędź łączy dwa różne drzewa w lesie L to dodaj ją do grafu G oraz połącz dwa odpowiadające drzewa w jedno
6. W przeciwnym wypadku odrzuć
7. Jeżeli w G jest (ilość wierzchołków grafu początkowego – 1) krawędzi zakończ algorytm

Opis Implementacji

Program składa się z 3 plików:

1. Graph.py
2. Visualization.py
3. Main.py

Oraz katalogu „grafy”, w którym znajdują się pliki tekstowe, z których odczytywany jest wygląd grafu. Pliki te składają się z trzech kolumn. Odpowiednio oznaczają – początek krawędzi, koniec krawędzi , waga krawędzi.

W pliku „Graph.py” znajduje się klasa Edge, która reprezentuje krawędź w grafie. Przyjmuje ona trzy wartości, które odpowiadają wierzchołkowi, który jest początkiem krawędzi, końcem oraz wagę krawędzi. W tej klasie znajduje się również metoda `__repr__` służąca do wyświetlania krawędzi w konsoli.

Klasa Graph służy to reprezentacji grafu w programie. W konstruktorze inicjalizowane są trzy słowniki, graph służy do słownikowej reprezentacji grafu, parent oraz rank wykorzystywane są w algorytmie Kruskala. Parent przechowuje informację o korzeniu danego wierzchołka oraz rank, gdzie zapisywana jest informacja o ilości węzłów z jakimi ma połączenie dany węzeł.

Klasa Graph posiada metody:

`add_node(self, node)` – dodanie wierzchołka do grafu, czyli nowego klucza do słownika

`add_edge_undirected(self, edge)` – dodanie nowej krawędzi do grafu, metoda sprawdza czy początek i koniec krawędzi to nie ten sam wierzchołek aby zapobiec pętlom. Dla odpowiedniego klucza tworzony jest pusty słownik do którego dodawane są wierzchołki z jakimi jest połączony wierzchołek.

`list_nodes(self)` – zwraca listę wierzchołków grafu.

`list_edges(self)` – zwraca listę krawędzi, czyli listę krotek o trzech wartościach.

`graph_size(self)` – zwraca wielkość grafu, ilość wierzchołków

`print_graph(self)` – wypisuje postać grafu nieskierowanego ważonego na ekran

Metody wykorzystywane w algorytmie Kruskala

`sort_edges(self)` – sortuje rosnąco krawędzie w grafie na podstawie ich wag

`find_node_parent (self, node)` – znajduje rodzica wierzchołka w grafie. Sprawdza wartość w słowniku parent.

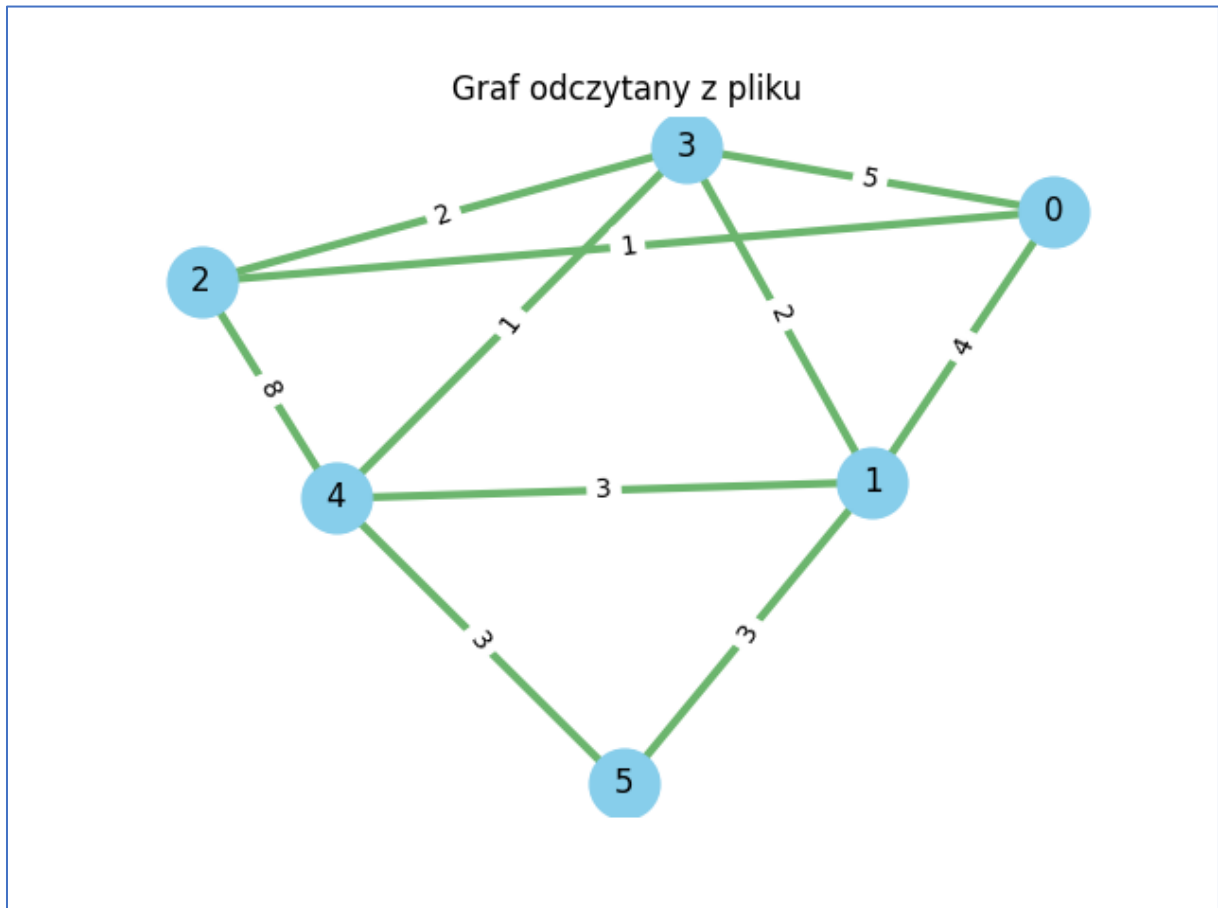
`kruskal_algorithm(self)` – główna metoda wykonująca algorytm Kruskala. Na początku tworzony jest pusty graf (mst), który będzie zwrócony jako Minimalne Drzewo Rozpinające. Inicjalizowane są słowniki rank oraz parent. Początkowo każdy węzeł jest rodzicem dla samego siebie, ponieważ tworzymy las drzew, gdzie każde składa się z jednego węzła, dlatego też wartości w słowniku rank dla każdego wierzchołka wynoszą 0 ponieważ nie jest ono połączone z innym wierzchołkiem. Główna pętla przechodzi tyle razy ile znajduje się krawędzi w grafie początkowym. Pobieram krawędź o minimalnej wadze i szukam rodziców dla wierzchołka początkowego i końcowego. Jeżeli rodzice są różni, czyli wierzchołki należą do różnych drzew, krawędź dodaje do grafu mst. Następnie sprawdzam które drzewo jest większe na podstawie wartości w słowniku rank i przyłączam mniejsze drzewo do większego, czyli dla wierzchołka ustawiam nowego rodzica.

Plik visualization.py odpowiada za wygenerowanie obrazów przedstawiających podany graf oraz minimalne drzewo rozpinające. Przy generowaniu, wykorzystane są metody z matplotlib oraz networkx.

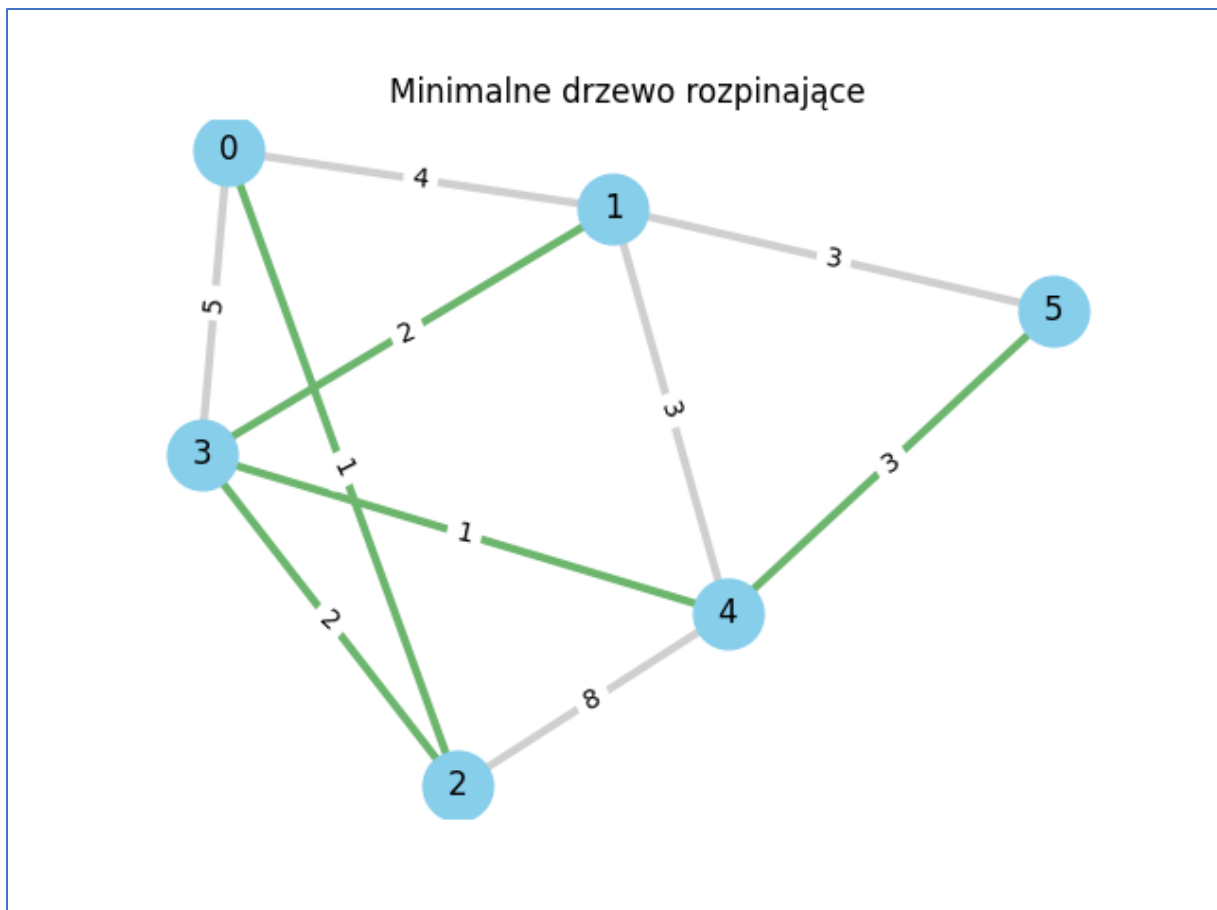
Plik main.py znajduje się metoda do odczytania danych z pliku. Przyjmuje ona jako argument nazwę pliku. Domyślnie odczytywany jest plik „grafy/graf.txt”. Plik odczytywany jest linia po linii a do grafu dodawane utworzone krawędzie.

Wyniki działania programu

Wierzchołki w wygenerowanym pliku za każdym razem mogą znajdować się w innym miejscu, dlatego może się zdarzyć sytuacja, że obrazek będzie nie czytelny, ponieważ krawędzie mogą nachodzić na siebie. W takiej sytuacji zalecam uruchomienie programu od nowa.

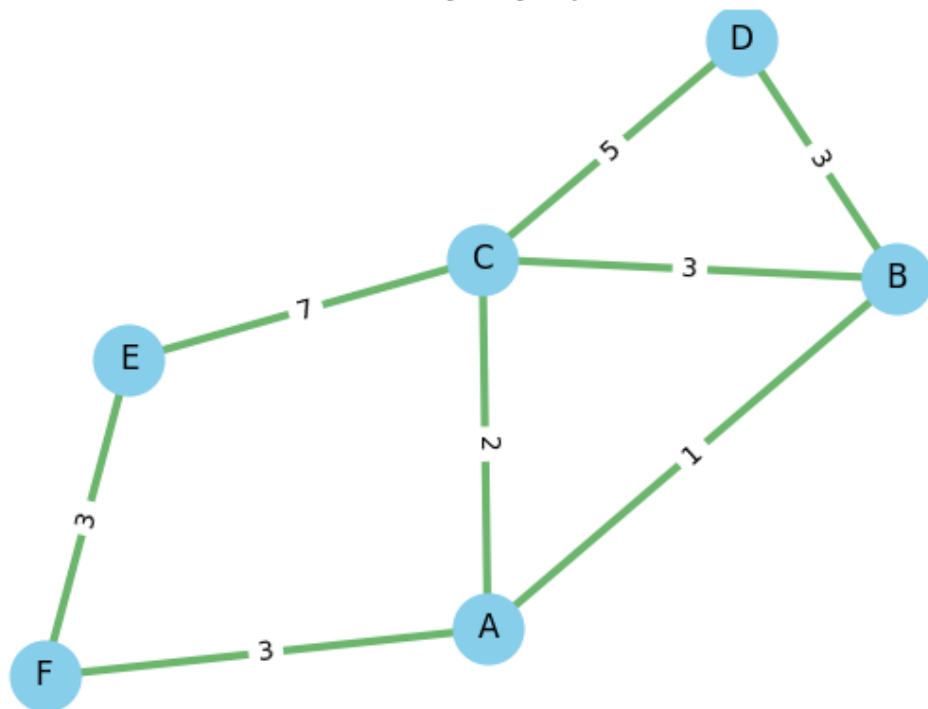


Wyniki działania programu po odczytaniu pliku graf1.txt

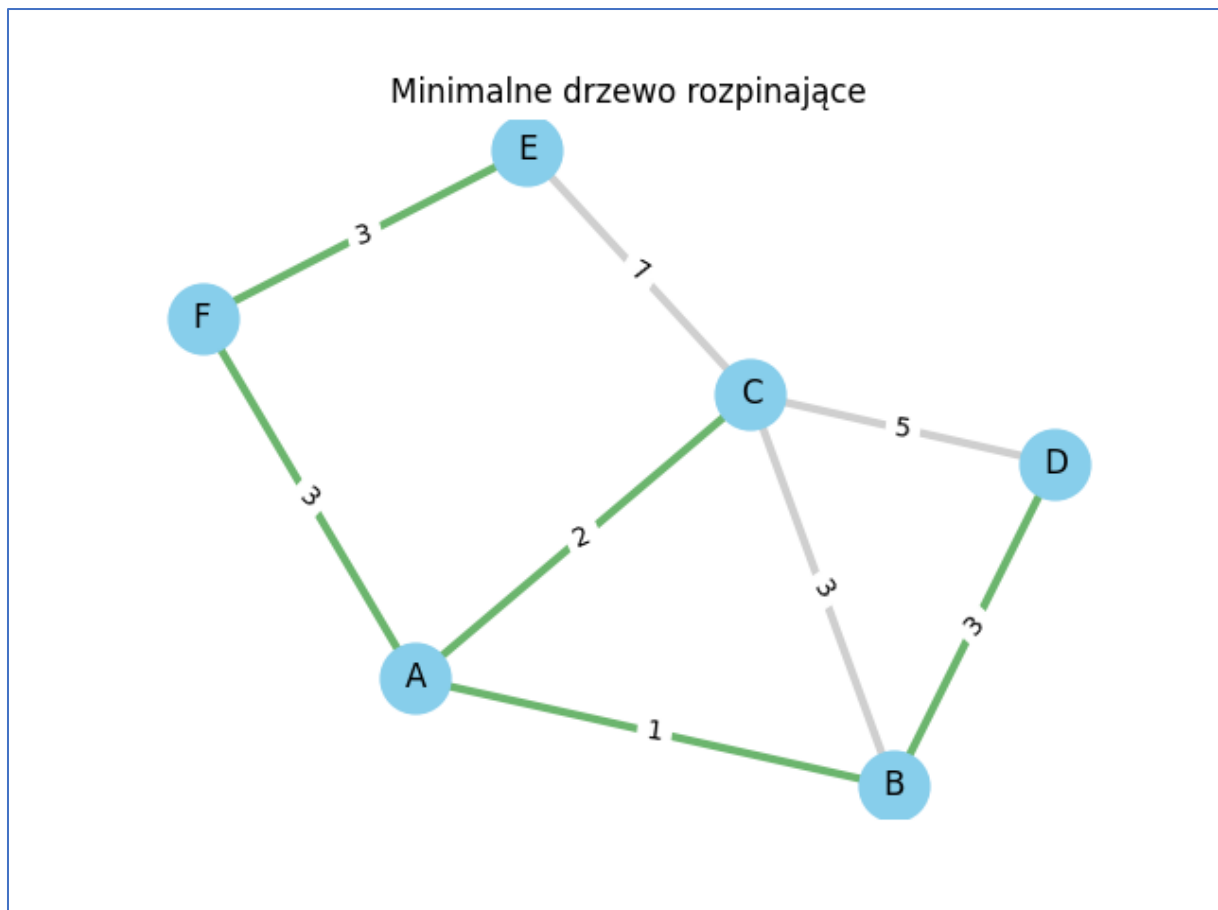


Wyniki działania algorytmu Kruskala dla grafu z pliku graf1.txt, zielone krawędzie oznaczają krawędzie występujące w Minimalnym Drzewie Rozpinającym, szare krawędzie to pozostałe krawędzie które nie wchodzą w Minimalne Drzewo Rozpinające grafu.

Graf odczytany z pliku



Wyniki działania programu po odczytaniu pliku graf.txt



Wyniki działania algorytmu Kruskala dla grafu z pliku graf.txt, zielone krawędzie oznaczają krawędzie występujące w Minimalnym Drzewie Rozpinającym, szare krawędzie to pozostałe krawędzie które nie wchodzą w Minimalne Drzewo Rozpinające grafu.

Źródła

1. https://pl.wikipedia.org/wiki/Algorytm_Kruskala
2. https://eduinf.waw.pl/inf/alg/001_search/0141.php