

**POLITECHNIKA WARSZAWSKA**  
**PODSTAWY KONSTRUKCJI URZĄDZEŃ PRECYZYJNYCH**

**Projekt 1**  
Temat nr MSL - 14

**Moduł stolika liniowego**  
Założenia konstrukcyjne

Wykonał: Łukasz Pastuszko, gr. Mt-131B

Prowadzący: dr inż. Marcin Zaczyk

Warszawa 2022/2023

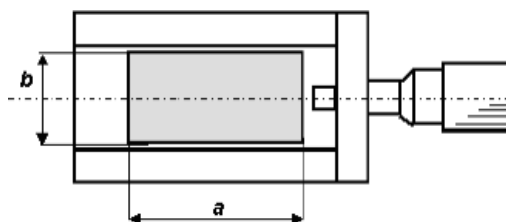
# Projekt 1

## 1. Wprowadzenie

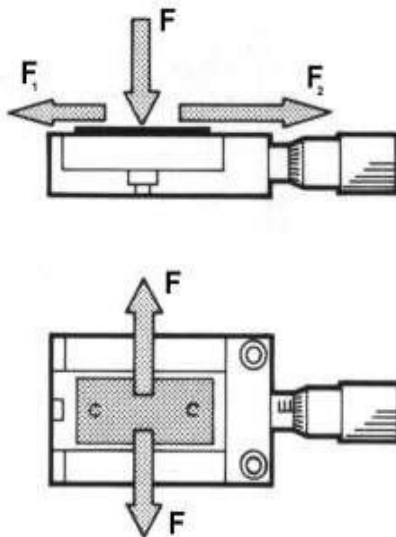
Moduł stolika liniowego z napędem ręcznym, realizowanym poprzez głowicę mikrometryczną to uniwersalne narzędzie używane w laboratoriach badawczych oraz dydaktycznych, służące do dokładnego pozycjonowania elementów układów optycznych czy próbek mikroskopowych. Dzięki możliwości połączenia modułów zapewniony jest precyzyjny ruch liniowy w płaszczyźnie XY.

## 2. Wymagania techniczne

- Realizowanie ruchu liniowego w zakresie do 15 mm, przy użyciu prowadnicy pryzmatycznej,
- wymiary ruchomej powierzchni blatu:  $a \times b = 60 \text{ mm} \times 60 \text{ mm}$  (rys. 1.),
- możliwość mocowania elementów do powierzchni blatu,
- stolik może zostać obciążony siłami zgodnie z ze schematem (rys. 2),
- mocowanie modułu do podłoża oraz połączenie z identycznym modułem w celu zbudowania manipulatora XY,
- zespół napędowy – głowica mikrometryczna o numerze katalogowym 149 – 802 firmy Mitutoyo,
- przewidywana wielkość produkcji od 50 do 500 sztuk rocznie,
- mechanizm ma pracować w temperaturze od  $+20^{\circ}\text{C}$  do  $+30^{\circ}\text{C}$ , w niewielkim zapyleniu.



rys. 1: Podstawowe wymiary modułu stolika liniowego

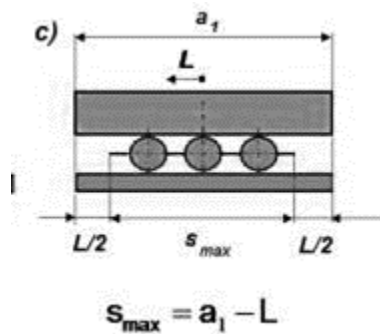


$$F = 50 \text{ N} \quad F_1 = 5 \text{ N} \quad F_2 = 20 \text{ N}$$

rys. 2: Siły obciążające model stolika liniowego

## 3. Obliczenia konstrukcyjne i sprawdzające

### 3.1. Wyznaczenie maksymalnej długości separatora $S_{\max}$



$$s_{max} = a - L = 60 - 15 = 45 \text{ mm}$$

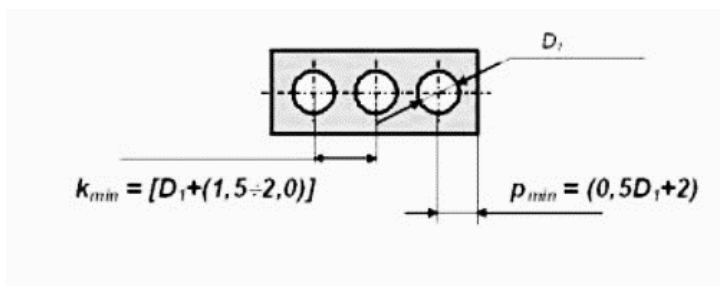
gdzie:

- $s_{max}$  – maksymalna długość separatora w mm,
- $a$  – długość karetki w mm,
- $L$  – zakres ruchu liniowego stolika w mm.

Rzeczywista długość separatora powinna być możliwie jak najbliższa długości maksymalnej, jednak nie większa od niej.

$$s \leq s_{max}$$

### 3.2. Wyznaczenie liczby elementów toczyńnych



$k_{min}$  – minimalna odległość osi sąsiednich otworów  
 $p_{min}$  – minimalna odległość osi otworu od krawędzi separatora,  
 $d_k$  – średnica kulki,  
 $D_1$  – średnica otworu w separatorze,  
 $D_1 > d_k + (0,3-0,5)$

Rys. 3: Schemat separatora

Do ustalenia liczby kulek wykorzystuję zależność:

$$s = (n_k - 1) \cdot k + 2 \cdot p$$

gdzie:

- $n_k$  – liczba kulek,
- $k$  -  $d_k + 2$
- $p$  -  $0,5 \cdot d_k + 2$
- $s$  – długość separatora w mm.

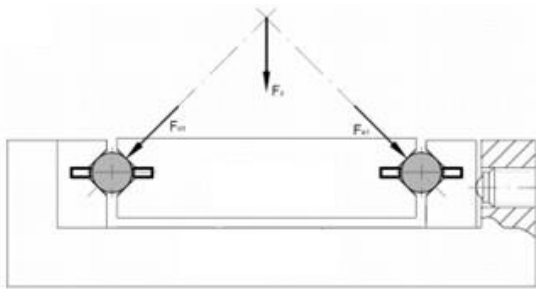
Wyniki obliczeń zostały przedstawione w Tabeli 1.

$dk$	2	2,5	3	4	5
$k$	4	4,5	5	6	7
$p$	3	3,25	3,5	4	4,5
$nk$	10	9	8	7	6
$S$	42	42,5	42	44	44

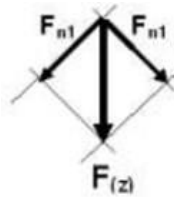
Tabela 1.

## 4. Analiza obciążeń elementów tocznych prowadnicy

### 4.1. Obciążenie siłą $F(z)$ prostopadłą do płaszczyzny ruchu stolika



Rys. 4 Obciążenie siłą pionową



Gdzie:

$F_{(z)}$  – obciążenie prostopadłe do płaszczyzny ruchu stolika,

$F_{(z)} = F$ ,

$F_{(n1)}$  – składowa siły  $F_{(z)}$ , działająca na jeden separator

$$F_{n1} = \frac{F_{(z)}}{\sqrt{2}} = \frac{F\sqrt{2}}{2} = \frac{50\sqrt{2}}{2} = 35,355 \text{ N}$$

Każda z sił  $F_1$  działa na elementy toczne w jednym separatorze. Skutkiem nacisku jest siła tarcia. Ponieważ prowadnice nie stanowią z koszykami fabrycznie montowanego zespołu, obliczeniowy współczynnik tarcia zawarty w katalogu łożysk tocznych będzie zbyt niski, a zatem w obliczeniach przyjmuję wartość  $\mu_{obl} = 0,03$ .

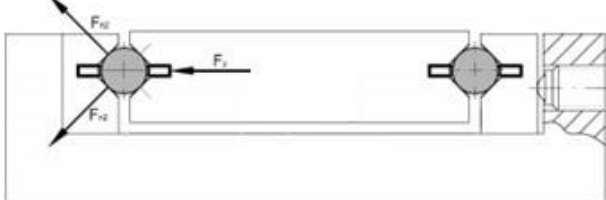
$$T_1 = \mu_{obl} \cdot F_{n1} = 0,03 \cdot 35,355 = 1,061 \text{ N}$$

Opory ruchu prowadnicy zawierającej dwa separatory i dwa rzędy kulek są równe dwukrotnej sile tarcia działającej na jedną prowadnicę.

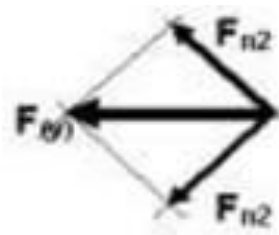
$$T_{(z)} = 2 \cdot T_1 = 2,121 \text{ N}$$

### 4.2. Obciążenie siłą $F(y)$ działającą w płaszczyźnie ruchu i prostopadłą do kierunku ruchu stolika

Całe obciążenie przenoszą kulki znajdujące się po jednej stronie prowadnicy, druga część prowadnicy jest nieobciążona.



Rys. 5: Schemat obciążenia siłą poziomą



gdzie:

$F_{(y)}$  – obciążenie działające w płaszczyźnie stolika, prostopadłe do kierunku ruchu,

$F_{(y)} = F$ ,

$F_{(n2)}$  – składowa siły  $F_{(y)}$ , działająca na jedną prowadnicę.

$$F_{n2} = \frac{F_{(y)}}{\sqrt{2}} = \frac{F\sqrt{2}}{2} = \frac{50\sqrt{2}}{2} = 35,355 \text{ N}$$

Opory ruchu powstają w tej części przewodnicy która jest obciążona.

$$T_2 = \mu_{obl} \cdot F_{n1} = 0,03 \cdot 35,355 = 1,061 \text{ N}$$

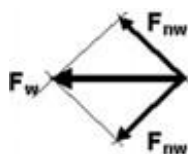
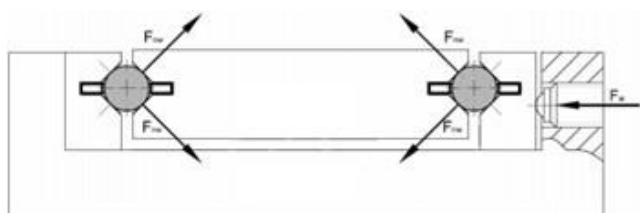
Część przewodnicy przenosząca obciążenie zawiera dwie pary płaszczyzn dociskanych do elementów tocznych z siłą  $F_{n2}$ , dlatego opory ruchu całej przewodnicy będą dwukrotnie większe niż siła  $T_{(2)}$ .

$$T_{(y)} = 2 \cdot T_2 = 2,121 \text{ N}$$

#### 4.3. Obciążenie siłą napięcia wstępnego $F_w$

Siła napięcia wstępnego w przewodnicy jest siłą kasującą luz i zwiększającą dokładność pozycjonowania przewodnicy.

$$F_w = k \cdot F = 0,45 \cdot 50 = 22,5 \text{ N}$$



Gdzie:  
 $F_w$  – siła napięcia wstępnego,  
 $F_{nw}$  – składowa siły  $F_w$ .

$$F_{nw} = \frac{F_w}{\sqrt{2}} = \frac{F_w \sqrt{2}}{2} = \frac{22,5 \sqrt{2}}{2} = 15,91 \text{ N}$$

Siła  $F_w$  działa w tej samej płaszczyźnie co siła  $F_{(y)}$  ale obciąża obie przewodnice, co oznacza, że elementy toczne są dociskane przez cztery pary płaszczyzn. Siła tarcia dla czterech płaszczyzn dociskanych do elementów tocznych jest równa:

$$T_3 = \mu_{obl} \cdot F_{nw} = 0,477 \text{ N}$$

$$T_w = 4 \cdot T_3 = 1,909 \text{ N}$$

#### 4.4. Całkowite opory ruchu przewodnicy pryzmatycznej

Całkowite opory ruchu układu prowadzenia pryzmatycznego są sumą oporów wywołanych przez napięcie wstępne z siłą  $F_w$  oraz obciążanie siłą  $F_{(z)}$  lub  $F_{(y)}$ .

$$T_c = T_{(z,y)} + T_w = 2,121 + 1,909 = 4,031 \text{ N}$$

#### 4.5. Maksymalna siła $F_{\Sigma max}$ działająca na rząd n kulek po jednej stronie przewodnicy pryzmatycznej

W danym momencie przewodnice są obciążone jednym z układów: siłami  $F_{(w)}$  i  $F_{(z)}$  albo siłami  $F_{(w)}$  i  $F_{(y)}$ . Ich suma przyjmuje wartość maksymalną gdy:

$$F_{\Sigma max} = F_{n1} + F_{nw} = 35,355 + 15,91 = 51,265 \text{ N}$$

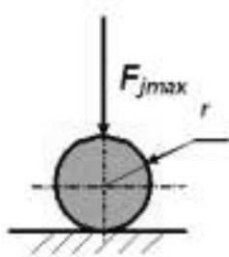
#### 4.6. Maksymalna siła docisku $F_{jmax}$ pojedynczej kulki do płaszczyzny przewodnicy

W jednej części separatora, przy jednej przewodnicy znajduje się  $n$  kulek obciążonych siłą  $F_{\Sigma max}$  zatem maksymalna siła docisku pojedynczej kulki jest równa:

$$F_{jmax} = \frac{F_{\Sigma max}}{n} = \frac{51,265}{7} = 7,324 \text{ N}$$

#### 4.7. Naciski powierzchniowe według wzorów Hertza

Wartość nacisków Hertza jest kryterium doboru materiału na przewodnice i karetkę.



Rys. 6: Schemat siły docisku pojedynczej kulki

$$P_{Hmax} = 0,578 \cdot \sqrt[3]{\frac{F_{jmax}}{r^2 \cdot \left( \frac{1-v_1^2}{E_1} + \frac{1-v_2^2}{E_2} \right)^2}} = 1574,7 \text{ MPa}$$

gdzie:

- $F_{jmax}$  - siła docisku pojedynczej kulki, prostopadła do powierzchni przewodnicy, wyrażona w N,
- $r$  - promień kulki w mm,
- $\nu_1, \nu_2$  - liczba Poissona, dla stali  $\nu_1 = \nu_2 = 0,3$
- $E_1, E_2$  - moduł sprężystości wzdłużnej materiału przewodnicy i kulki, dla stalowej kulki i stalowej przewodnicy:  $E_1 = E_2 = 210000 \text{ MPa}$

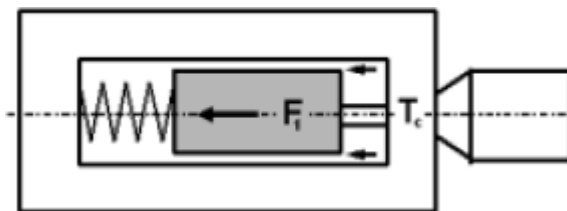
Wyniki obliczeń zostały przedstawione w Tabeli 2.

$d_k$	$n_k$	$s$	$F_{\Sigma max}$	$F_{jmax}$	$P_{Hmax}$
2	10	42	51,265	5,127	2219,5
2,5	9	42,5		5,696	1981,1
3	8	42		6,408	1824,6
4	7	44		7,324	1574,7
5	6	44		8,544	1428,6

Tabela 2: Wartość nacisków Hertza dla kulek o wybranych średnicach.

Najbardziej optymalnym rozwiązaniem będzie użycie kulek o średnicy 4 mm. Dla tej średnicy otrzymana wartość nacisków Hertza pozwala na zastosowanie stali stopowej narzędziowej X210Cr12 ulepszanej cieplnie do twardości 55HRC jako materiału do wykonania prowadnicy nieruchomej oraz karetki.

## 5. Wymagania dotyczące sprężyny powrotnej



Sprężyna powrotna ma zapewnić ciągły kontakt karetki z trzpieniem głowicy mikrometrycznej. Minimalna siła  $P_{min}$ , którą musi pokonać jest równa:

$$P_{min} = F_1 + T_c = 5 + 4,031 = 9,031 \text{ N}$$

gdzie:

- $F_1$  – zadane w wymaganiach technicznych obciążenie w N,
- $T_c$  – całkowite opory ruchu w N.

Najmniejsza siła realizowana przez sprężynę w obszarze ruchu roboczego, czyli siła początkowa sprężyny  $P_p$  powinna być większa przynajmniej o 50% od siły  $P_{min}$ .

### 5.1. Podstawowe wymagania, konieczne do właściwego zaprojektowania sprężyny powrotnej

Siła początkowa sprężyny:  $P_p > 1,5 \cdot P_{min}$

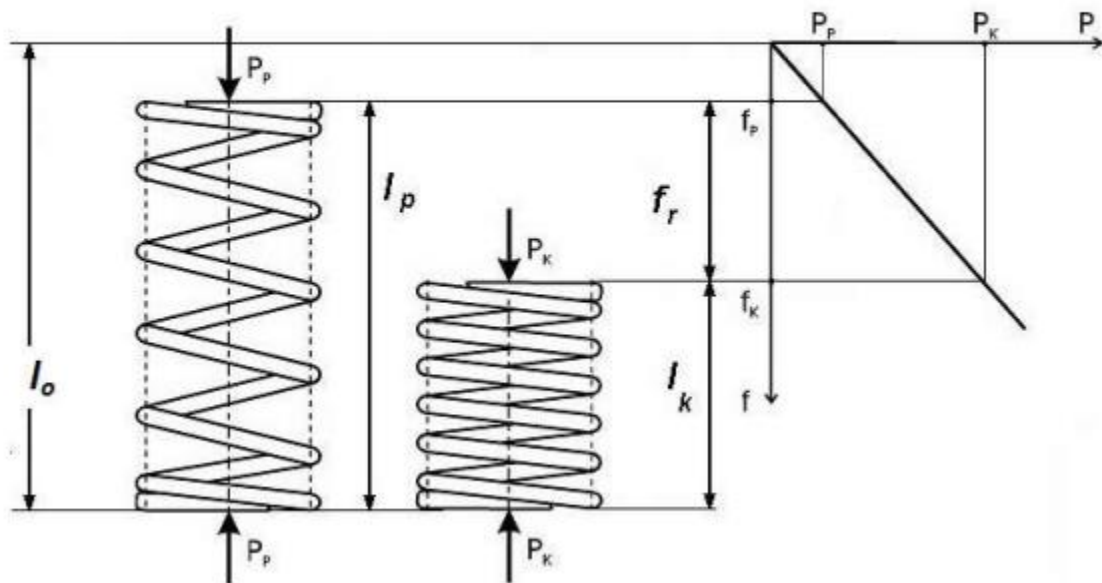
Przyjmując:  $P_p = 1,5 \cdot P_{min} = 1,5 \cdot 9,031 = 13,546 \text{ N}$

Siła końcowa sprężyny:  $P_k = 2 \cdot P_p = 27,092 \text{ N}$

Robocza strzałka ugięcia:  $f_r = L = 15 \text{ mm}$

### 5.2. Dobór sprężyny

Do stolika wykorzystuję sprężynę naciskową.



Rys. 7: Sprężyna naciskowa oraz jej charakterystyka: siła  $P$  w funkcji ugięcia  $f$

Ugięcie końcowe:

$$f_k = \frac{f_r \cdot P_k}{P_k \cdot P_p} = 30 \text{ mm}$$

gdzie:

- $f_r$  – strzałka robocza,
- $P_k$  – siła końcowa,
- $P_p$  – siła początkowa

Do wyznaczenia parametrów sprężyny konieczny jest tzw. wskaźnik średnicowy sprężyny:

$$w = \frac{D}{d}$$

gdzie:

- $D$  – średnia średnica sprężyny w mm,
- $d$  – średnica drutu w mm

Zaleca się przyjmowanie wartości wskaźnika z zakresu  $w = 7 \div 10$

Jako wskaźnik średnicowy sprężyny przyjmuje  $w = 8$ .

W celu uproszczenia obliczeń pomijam wpływ niektórych czynników uwzględniając w zamian tzw. współczynnik poprawkowy dany wyrażeniem:

$$k = 1 + \frac{5}{4} \left( \frac{1}{w} \right) + \frac{7}{8} \left( \frac{1}{w} \right)^2 + \left( \frac{1}{w} \right)^3 = 1,035$$

Wyznaczam średnicę drutu na podstawie powyższych danych.

Jako maksymalną wartość naprężeń stycznych przyjmuję  $k_s = 600 \text{ MPa}$ .



$$d' = \sqrt{\frac{8 \cdot P_k \cdot w \cdot k}{\pi \cdot k_s}} = 0,976 \text{ mm}$$

gdzie:

- $k_s$  - maksymalne naprężenia styczne,
- $w$  - wskaźnik średnicowy,
- $k$  - współczynnik poprawkowy,
- $P_k$  - siła końcowa

Otrzymaną wartość ( $d'$ ) zaokrąglam w górę do najbliższej znormalizowanej średnicy drutu sprężynowego z normy PN-EN 10270-1:2004.

Na tej podstawie przyjmuję średnicę drutu  $d = 1 \text{ mm}$ .

Wyznaczam średnicę sprężyny dla przyjętej średnicy drutu korzystając ze wskaźnika średnicowego sprężyny:

$$D = w \cdot d = 8 \cdot 1 = 8 \text{ mm}$$

Liczba zwojów czynnych:

$$z_c = \frac{G \cdot d \cdot f_k}{8 \cdot P_k \cdot w^3} \approx 21,5$$

gdzie:

- $G = 8 \cdot 10^4 \text{ MPa}$  – moduł sprężystości poprzecznej stali,
- $d$  - średnica drutu w mm,
- $f_k$  - ugięcie końcowe sprężyny
- $P_k$  - siła końcowa w N,
- $w$  - wskaźnik średnicowy

Liczba zwojów została zaokrąglona po połowy zwoju czynnego.

Przyjmuję liczbę zwojów nieczynnych:

$$z_n = 1,5$$

Całkowita liczba zwojów:

$$Z = z_c + z_n = 21,5 + 1,5 = 23$$

Prześwit międzyzwojowy:

$$\Sigma a_{min} = \left( 0,0015 \cdot \frac{D^2}{d} + 0,1 \cdot d \right) \cdot z_c = 4,214 \text{ mm}$$

gdzie:

- $D$  - średnia średnica sprężyny w mm,
- $d$  - średnica drutu w mm,
- $z_c$  - liczba zwojów czynnych

Długość zablokowanej sprężyny:

$$l_{bl} = (Z + p) \cdot d = 24 \text{ mm}$$

gdzie:

- $Z$  – całkowita liczba zwojów,
- $p = 1$  – zależy od rodzaju sprężyny (1 dla sprężyn o zwojach przyłożonych i nieszlifowanych),
- $d$  – średnica drutu w mm,

Długość końcowa sprężyny:

$$l_k = l_{bl} + \sum a_{min} = 24 + 4,214 = 28,214 \text{ mm}$$

Długość początkowa sprężyny:

$$l_p = l_k + f_r = 28,214 + 15 = 43,214 \text{ mm}$$

Długość sprężyny swobodnej:

$$l_0 = l_k + f_k = 28,214 + 30 = 58,214 \text{ mm}$$

gdzie:

- $l_{bl}$  – długość zablokowanej sprężyny w mm,
- $\sum a_{min}$  – całkowita długość prześwitu międzyzwojowego w mm,
- $f_r$  – długość strzałki roboczej w mm,
- $f_k$  – długość ugięcia końcowego w mm

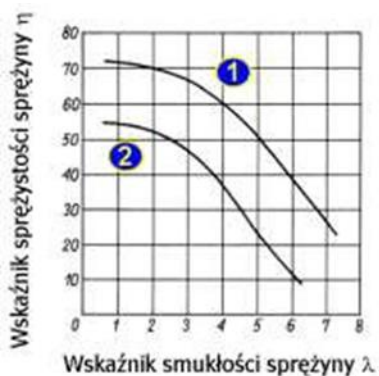
Sprawdzenie możliwości wyboczenia sprężyny:

- Wskaźnik smukłości sprężyny  $\lambda$ :

$$\lambda = \frac{l_0}{D} = \frac{58,214}{8} = 7,277$$

- Wskaźnik sprężystości sprężyny  $\eta$ :

$$\eta = \frac{f_k}{l_0} * 100 = \frac{30}{58,214} = 51,534$$



Z wykresu wynika, że dla otrzymanych wyników wskaźnika sprężystości sprężyny  $\eta$  oraz wskaźnika smukłości sprężyny  $\lambda$  wynika, iż sprężyna ta ma zmienne warunki podparcia i przy konstrukcji stolika konieczne będzie uwzględnienie prowadzenia sprężyny.

Rys. 8 Zależności wskaźnika sprężystości od wskaźnika smukłości

Podsumowując w module stolika liniowego wykorzystam sprężynę o następujących parametrach:

- $D = 8 \text{ mm}$
- $d = 1 \text{ mm}$
- $l_p = 43,214 \text{ mm}$
- $l_k = 28,214 \text{ mm}$

- $l_0 = 58,214 \text{ mm}$
- $\Sigma a_{\min} = 4,214 \text{ mm}$
- $Z = 23$
- drut sprężynowy PN-EN 10270-1 – DM – 1 Z

Wykonanie sprężyny:

Sprężynę nawija się na zimno. Zaczepy dogina się potem gorąco. Po ukształtowaniu sprężynę należy odpuszczać w temperaturze  $210 \pm 100 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Sprężyn nie wolno hartować po nawinięciu, gdyż niszczy to własności sprężyste drutu.

## 6. Głowica mikrometryczna

Stosuję głowicę mikrometryczną firmy Mitutoyo o numerze katalogowym 149 – 802.

Dane techniczne:

- Zakres ruchu: 0 – 15 mm,
- Powierzchnia pomiarowa: węgiel spiekany,
- Końcówka wrzeciona: Sferyczna (SR4),
- Podziałka: 0,01 mm,
- $\varnothing$  tulei: 9,5 mm,
- Dokładność pomiarowa  $\pm 2 \mu\text{m}$ ,

Nacisk głowicy mikrometrycznej na powierzchnię stopki karetki:

$$P_{Hmax} = 0,578 \cdot \sqrt[3]{\frac{F_{jmax}}{r^2 \cdot \left( \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)^2}} = 0,578 \cdot \sqrt[3]{\frac{47,092}{4^2 \cdot \left( \frac{1 - 0,17^2}{4,2 \cdot 10^5} + \frac{1 - 0,17^2}{4,2 \cdot 10^5} \right)^2}} \approx 2984 \text{ MPa}$$

gdzie:

- $F_{jmax} = F_2 + P_k$  – całkowita siła obciążająca materiał będąca sumą obciążenia zadanego w warunkach technicznych ( $F_2$ ), całkowitej siły tarcia ( $T_c$ ) i siły końcowej działającej na sprężynę ( $P_k$ )
- $r$  – promień sferycznego zakończenia trzpienia głowicy (SR4)
- $\nu_1, \nu_2$  – liczba Poissona (węgiel spiekany  $\nu_1 = \nu_2 = 0,17$ )
- $E_1, E_2$  – moduł sprężystości wzdłużnej materiału (węgiel spiekany  $E_w = 4,2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$ )

Otrzymane wartości nacisków są niższe od wartości granicznych dla węgla wobec tego w karetkie zostanie umieszczona w miejscu kontaktu z trzpieniem głowicy mikrometrycznej wkładka walcowa z węgla (W).

## 7. Literatura

- I. Mościcki W.: Materiały do projektowania PKUP I 2022/2023. Moduł stolika liniowego. Preskrypt, 2022
- II. Mitutoyo Polska Sp, z o. o.: Katalog przyrządów pomiarowych 2013/2014