

银行利息的计算

Anonymous

April 17, 2022

假设客户贷款为 $A(A > 0, A \in \mathbb{R})$ 元, 银行月利率为 $v(0 < v < 1, v \in \mathbb{R})$, 每月还款为 $x(x > 0, x \in \mathbb{R})$ 元, 贷款期限为 $n(n > 1, n \in \mathbb{N})$ 个月。

第 1 个月, 客户的贷款余额为

$$\begin{aligned} B_1 &= A(1+v) \\ &= A(1+v) - x \cdot 0 \\ &= A(1+v) - x \cdot \frac{(1+v)^1 - (1+v)}{v} \end{aligned}$$

客户还款 x 元, 下个月计算利息的贷款为

$$\begin{aligned} B_1 - x &= A(1+v) - x \cdot \frac{(1+v) - (1+v)}{v} - x \\ &= A(1+v) - x \cdot \frac{(1+v) - 1}{v} \end{aligned}$$

第 2 个月, 客户的贷款余额为

$$\begin{aligned} B_2 &= (B_1 - x)(1+v) \\ &= \left[A(1+v) - x \cdot \frac{(1+v) - 1}{v} \right] (1+v) \\ &= A(1+v)^2 - x \cdot \frac{(1+v)^2 - (1+v)}{v} \end{aligned}$$

客户还款 x 元, 下个月计算利息的贷款为

$$\begin{aligned} B_2 - x &= A(1+v)^2 - x \cdot \frac{(1+v)^2 - (1+v)}{v} - x \\ &= A(1+v)^2 - x \cdot \frac{(1+v)^2 - 1}{v} \end{aligned}$$

第 3 个月，客户的贷款余额为

$$\begin{aligned} B_3 &= (B_2 - x)(1 + v) \\ &= \left[A(1 + v)^2 - x \cdot \frac{(1 + v)^2 - 1}{v} \right] (1 + v) \\ &= A(1 + v)^3 - x \cdot \frac{(1 + v)^3 - (1 + v)}{v} \end{aligned}$$

客户还款 x 元，下个月计算利息的贷款为

$$\begin{aligned} B_3 - x &= A(1 + v)^3 - x \cdot \frac{(1 + v)^3 - (1 + v)}{v} - x \\ &= A(1 + v)^3 - x \cdot \frac{(1 + v)^3 - 1}{v} \end{aligned}$$

假设第 $k-1$ ($k \in \mathbb{N}, k \neq 1$) 个月，客户的贷款余额为

$$B_{k-1} = A(1 + v)^{k-1} - x \cdot \frac{(1 + v)^{k-1} - (1 + v)}{v}$$

客户还款 x 元，下个月计算利息的贷款为

$$B_{k-1} - x = A(1 + v)^{k-1} - x \cdot \frac{(1 + v)^{k-1} - 1}{v}$$

第 k 个月，客户的贷款余额为

$$\begin{aligned} B_k &= (B_{k-1} - x)(1 + v) \\ &= \left[A(1 + v)^{k-1} - x \frac{(1 + v)^{k-1} - 1}{v} \right] (1 + v) \\ &= A(1 + v)^k - x \frac{(1 + v)^k - (1 + v)}{v} \end{aligned}$$

客户还款 x 元，下个月计算利息的贷款为

$$\begin{aligned} B_k - x &= A(1 + v)^k - x \frac{(1 + v)^k - (1 + v)}{v} - x \\ &= A(1 + v)^k - x \frac{(1 + v)^k - 1}{v} \end{aligned}$$

综上，第 n 个月的贷款余额为 $B_n = A(1 + v)^n - x \frac{(1 + v)^n - (1 + v)}{v}$ ，客户恰好在第 n 个月还完贷款，即

$$\begin{aligned} B_n &= A(1 + v)^n - x \frac{(1 + v)^n - (1 + v)}{v} \\ &= x \end{aligned}$$

整理可得，客户每月需要还款的金额为

$$x = Av \cdot \frac{(1 + v)^n}{(1 + v)^n - 1}$$

总还款金额为

$$nx = nAv \cdot \frac{(1 + v)^n}{(1 + v)^n - 1}$$

☆☆☆ ☆☆☆ ☆☆☆ ☆☆☆