

4.6.1)

a)  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

Swap  $R_1$  and  $R_2$  of  $A$

$$EA = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = B$$

$$2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + 1 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$3 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

b)  $A = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{R_1 = 2R_1}}$

$$EA = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = B$$

$$4 \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$0 \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} + 1 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

c)  $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{R_2 = R_2 + 2R_1}}$

$$EA = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = B$$

$$1 \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} + 0 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$-3 \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} + 5 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \end{bmatrix}$$



4.6.3) b)

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & -1 \\ 2 & 6 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 1 \\ 2 & 6 \end{pmatrix} \quad R_1 \rightarrow \frac{1}{3}R_1 \quad \begin{pmatrix} 1 & -1/3 \\ 0 & 1 \\ 2 & 6 \end{pmatrix} \quad R_3 \rightarrow R_3 - 2R_1 \quad \begin{pmatrix} 1 & -1/3 \\ 0 & 1 \\ 0 & 20/3 \end{pmatrix}$$

$$R_3 \rightarrow R_3 - 20/3 R_2 \quad \begin{pmatrix} 1 & -1/3 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad R_1 \rightarrow R_1 + \frac{1}{3}R_2 \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = R$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad R_1 \rightarrow \frac{1}{3}R_1 \quad \begin{pmatrix} 0 & 1/3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad R_3 \rightarrow R_3 - 2R_1 \quad \begin{pmatrix} 0 & 1/3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2/3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R_3 \rightarrow R_3 - 20/3 R_2 \quad \begin{pmatrix} 0 & 1/3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ -20/3 & -2/3 & 1 \end{pmatrix} \quad R_1 \rightarrow R_1 + \frac{1}{3}R_2 \quad \begin{pmatrix} 1/3 & 1/3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ -20/3 & -2/3 & 1 \end{pmatrix} = U$$

4.6.4) c)  $E_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$E_2 \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$A_2 \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$

$E_1 A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$R_1 \rightarrow R_1 - 2R_2$

$E_2 E_1 A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -6 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$R_2 \rightarrow R_2 - 3R_3 \quad E_3 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$E_3 E_2 E_1 A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -6 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$R_1 \rightarrow R_1 + 6R_3 \quad E_4 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$E_4 E_3 E_2 E_1 A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$



$$A_2 E_1^{-1} E_2^{-1} E_3^{-1} E_4^{-1}$$

$$E_1^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad E_2^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad E_3^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad E_4^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -6 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{A_2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -6 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}$$