

FONDAMENTI MATEMATICI PER L'INFORMATICA

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRENTO

CORSO DI LAUREA IN INFORMATICA

A.A. 2023/2024

10 giugno 2024

Si svolgano i seguenti esercizi e si risponda alla domanda di teoria. **Ogni risposta deve essere adeguatamente motivata.** Si terrà conto non solo della correttezza dei risultati, ma anche della completezza e chiarezza delle spiegazioni.

Esercizio 1. Si determinino tutte le soluzioni del seguente sistema di congruenze:

$$\begin{cases} x \equiv 28 \pmod{108} \\ x \equiv 64 \pmod{78} \end{cases}$$

Si dimostri inoltre che tutte le soluzioni del sistema sono divisibili per 4.

Esercizio 2. Si determinino tutte le soluzioni della seguente congruenza:

$$x^{11} \equiv 49 \pmod{86}.$$

Si determini inoltre la massima soluzione negativa della suddetta congruenza.

Esercizio 3. Si dica, motivando la risposta, quale dei seguenti vettori

$$d_1 = (1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 9, 9), \quad d_2 = (1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 4, 6)$$

è lo score di un grafo e, in caso lo sia, si costruisca un tale grafo utilizzando il *teorema dello score*. Si dica inoltre se esiste un tale grafo che

- (3a) abbia cinque componenti connesse,
- (3b) hamiltoniano,
- (3c) sia un albero.

Domanda di teoria. Si enunci e si dimostri il teorema fondamentale dell'Aritmetica.