

Transmitancja widmowa

$$G(s) = G(j\omega),$$

$$G(j\omega) = \frac{L(j\omega)}{M(j\omega)} = \frac{P_1(\omega) + jQ_1(\omega)}{P_2(\omega) + jQ_2(\omega)} = \frac{[P_1(\omega) + jQ_1(\omega)][P_2(\omega) - jQ_2(\omega)]}{P_2^2(\omega) + Q_2^2(\omega)}$$

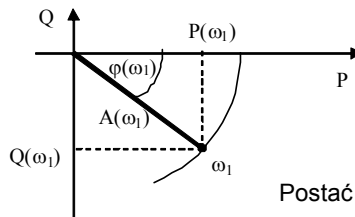
$$G(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega)$$

$$G(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$$

$$P(\omega) = \frac{P_1P_2 + Q_1Q_2}{P_2^2 + Q_2^2}$$

$$Q(\omega) = \frac{P_2Q_1 - P_1Q_2}{P_2^2 + Q_2^2}$$

$$A(\omega) = \sqrt{\frac{P_1^2 + Q_1^2}{P_2^2 + Q_2^2}} = \frac{A_1}{A_2} \quad \varphi(\omega) = \arctg \frac{P_2Q_1 - P_1Q_2}{P_1P_2 + Q_1Q_2}$$



Postać algebraiczna

$$G(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega)$$

$$P(\omega) = A(\omega)\cos[\varphi(\omega)]$$

$$Q(\omega) = A(\omega)\sin[\varphi(\omega)]$$

Postać wykładnicza

$$G(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$$

$$A(\omega) = |G(j\omega)| = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)}$$

$$\varphi(\omega) = \arg[G(j\omega)] = \arctg \frac{Q(\omega)}{P(\omega)}$$

1

Charakterystyki częstotliwościowe

$$G(j\omega) = \frac{L(j\omega)}{M(j\omega)} = P(\omega) + jQ(\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$$

ch-ka rzeczywista

$$- P(\omega) = \operatorname{Re}(G(j\omega))$$

ch-ka urojona

$$- Q(\omega) = \operatorname{Im}(G(j\omega))$$

ch. amplitudowo-fazowa

- Q(P) (ch. Nyquista - dla ukł. otwartych)

ch. amplitudowa

$$- A(\omega) = |G(\omega)|$$

ch. fazowa

$$- \varphi(\omega)$$

logarytmiczna ch. modułu

$$- M(\omega) = 20 \lg A(\omega)$$

logarytmiczna ch. fazy

$$- \varphi(\omega) = \arctg(Q/P)$$

log.ch.amplitudowo-fazowa

$$- M(\varphi)$$

Charakterystyki członów połączonych szeregowo

$$G(j\omega) = \prod_{i=1}^n G_i(j\omega) = \prod [A_i(\omega)e^{j\varphi_i(\omega)}]$$

- ch. amplitudowa

$$A(\omega) = \prod A_i(\omega)$$

- ch. fazowa

$$\varphi(\omega) = \sum \varphi_i(\omega)$$

- logarytmiczna ch.amplitudowa

$$M(\omega) = 20 \lg(\prod A_i(\omega)) = \sum M_i(\omega)$$

- logarytmiczna ch. fazy

$$\varphi(\omega) = \sum \varphi_i(\omega)$$

2

cz. proporcjonalny:

$$G(s) = K$$

$$G(j\omega) = K$$

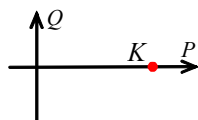
$$P(\omega) + jQ(\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$$

$$M(\omega) = 20 \lg A(\omega)$$

$$\varphi(\omega) = \arctg(Q/P)$$

$$P(\omega) = K$$

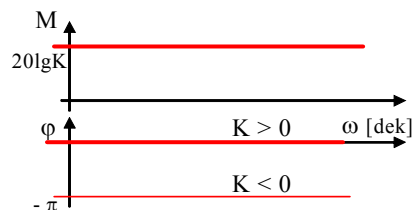
$$Q(\omega) = 0$$



$$A(\omega) = |K|$$

$$\varphi(\omega) = 0$$

$$M(\omega) = 20 \lg |K|$$



3

cz. różniczkowy:

$$G(s) = sT_d$$

$$G(j\omega) = j\omega T_d$$

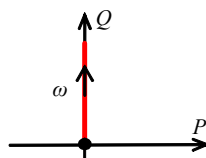
$$P(\omega) + jQ(\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$$

$$M(\omega) = 20 \lg A(\omega)$$

$$\varphi(\omega) = \arctg(Q/P)$$

$$P(\omega) = 0$$

$$Q(\omega) = \omega T_d$$



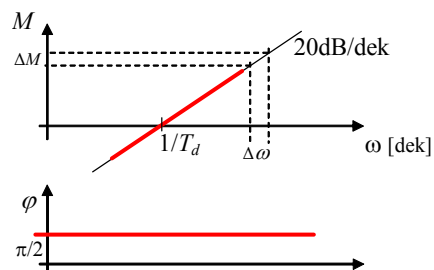
$$A(\omega) = |j\omega T_d| = \omega T_d$$

$$\varphi(\omega) = \pi/2$$

$$M(\omega) = 20 \lg |\omega T_d|$$

$$M = 0 \rightarrow \omega T_d = 1 \rightarrow \omega = \frac{1}{T_d}$$

$$\frac{\Delta M}{\Delta \omega} = 20 \lg(10\omega_1) - 20 \lg(\omega_1) = 20 \lg \frac{10\omega_1}{\omega_1} = 20 \frac{dB}{dek}$$



4

cz. całkujący:

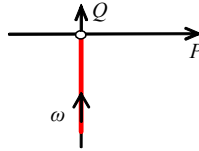
$$G(s) = \frac{K}{sT_i}$$

$$G(j\omega) = \frac{K}{j\omega T_i} = -j \frac{K}{\omega T_i}$$

$$\begin{aligned} P(\omega) + jQ(\omega) &= A(\omega)e^{-j\varphi(\omega)} \\ M(\omega) &= 20 \lg A(\omega) \\ \varphi(\omega) &= \arctg(Q/P) \end{aligned}$$

$$P(\omega) = 0$$

$$Q(\omega) = -\frac{K}{\omega T_i}$$



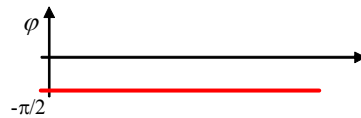
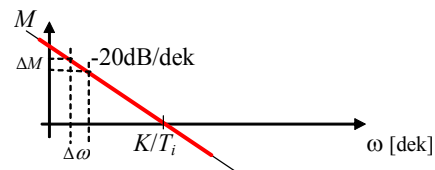
$$A(\omega) = \left| \frac{K}{j\omega T_i} \right| = \frac{K}{\omega T_i}$$

$$\varphi(\omega) = -\pi/2$$

$$M(\omega) = 20 \lg \left| \frac{K}{\omega T_i} \right| = 20 \lg K - 20 \lg \omega - 20 \lg T_i$$

$$M = 0 \rightarrow \frac{K}{\omega T_i} = 1 \rightarrow \omega = \frac{K}{T_i}$$

$$\frac{\Delta M}{\Delta \omega} = -20 \lg(10\omega_1) + 20 \lg(\omega_1) = 20 \lg \frac{\omega_1}{10\omega_1} = -20 \frac{dB}{dek}$$



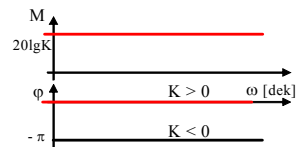
5

cz. proporcjonalny:

$$G(s) = K$$

$$G(j\omega) = K$$

$$M(\omega) = 20 \lg |K|$$

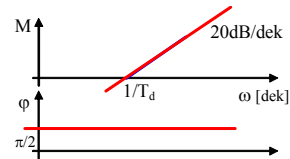


cz. różniczkowy:

$$G(s) = sT_d$$

$$G(j\omega) = j\omega T_d$$

$$M(\omega) = 20 \lg |\omega T_d|$$

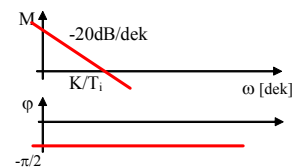


cz. całkujący:

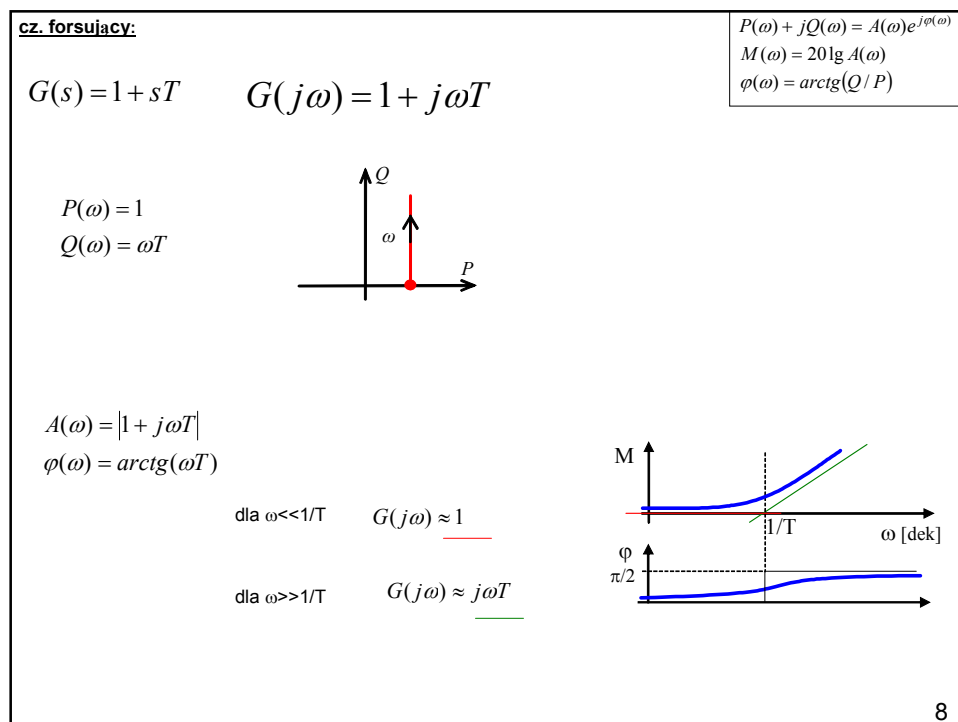
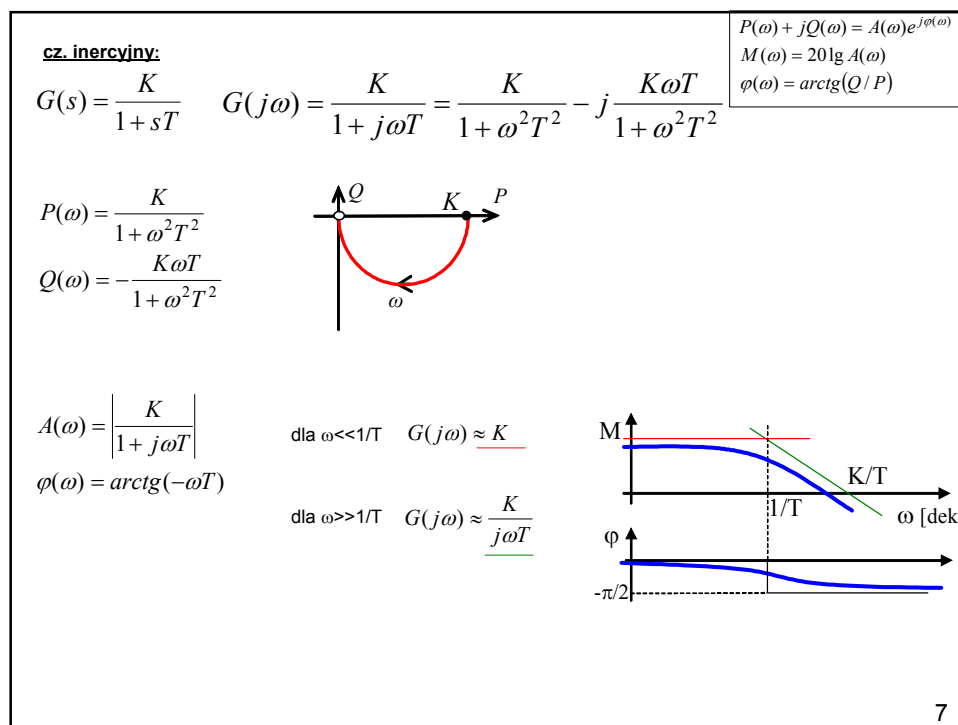
$$G(s) = \frac{K}{sT_i}$$

$$G(j\omega) = \frac{K}{j\omega T_i} = -j \frac{K}{\omega T_i}$$

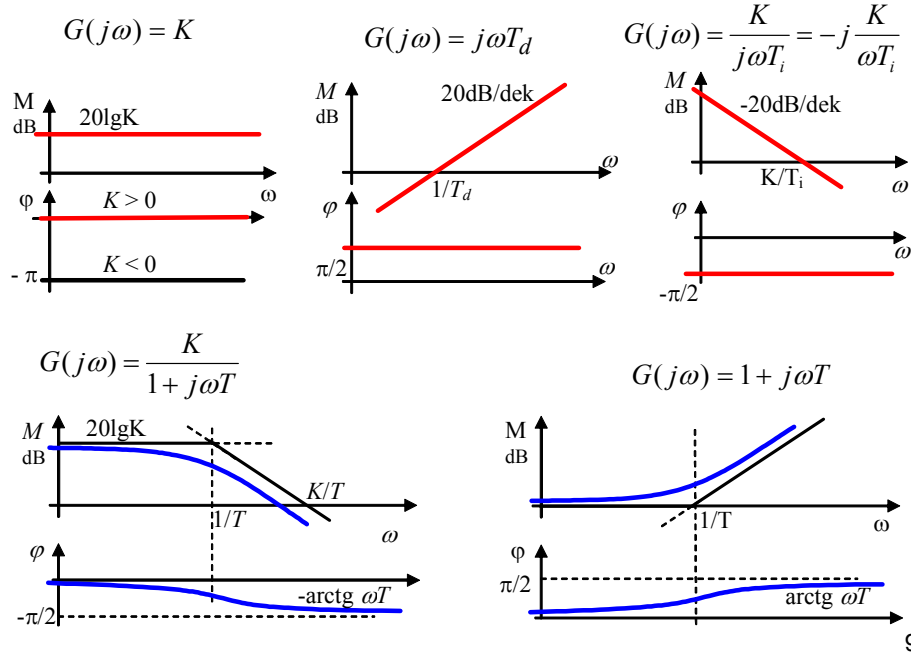
$$M(\omega) = 20 \lg \left| \frac{K}{\omega T_i} \right|$$



6

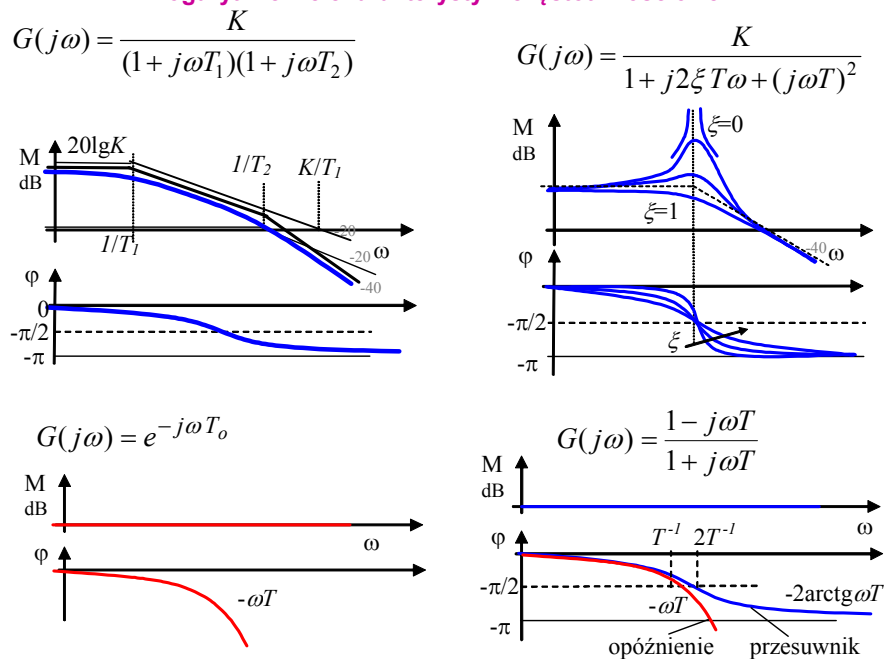


Logarytmiczne charakterystyki częstotliwościowe



9

Logarytmiczne charakterystyki częstotliwościowe



10

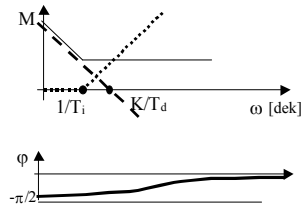
PI:

$$G(s) = K \left(1 + \frac{1}{sT_i} \right)$$

$$G(j\omega) = K - j \frac{K}{\omega T_i}$$

$$M(\omega) = 20 \lg \left| K \frac{1 + j\omega T_i}{j\omega T} \right|$$

$$M(\omega) = 20 \lg \left| \frac{K}{j\omega T} \right| + 20 \lg |1 + j\omega T_i|$$



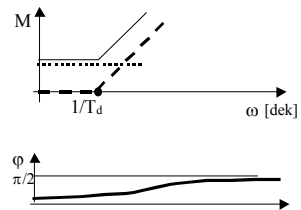
PD:

$$G(s) = K(1 + sT_d)$$

$$G(j\omega) = K + j\omega T_d$$

$$M(\omega) = 20 \lg |K(1 + j\omega T_d)|$$

$$M(\omega) = 20 \lg |K| + 20 \lg |1 + j\omega T_d|$$

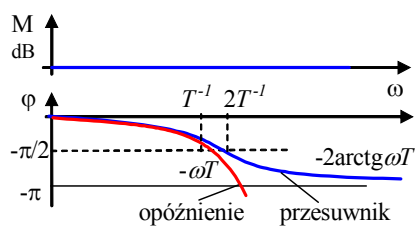


11

Logarytmiczne charakterystyki częstotliwościowe



układy minimalnofazowe



12

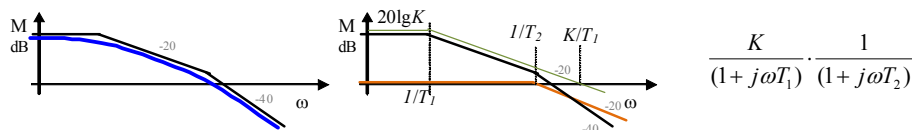
Własności logarytmicznych charakterystyk częstotliwościowych

- sumowanie charakterystyk dla członów połączonych szeregowo
- asymptoty charakterystyki amplitudowej – nachylenie +/- 20 dB/dek
- każdy biegun objawia się załamaniem -20 dB/dek
- każde zero objawia się załamaniem +20 dB/dek
- określony maksymalny błąd charakterystyk asymptotycznych członu inercyjnego i forsującego
 - dla częstości załamania popelnia się błąd 3dB
 - w odległości oktawy od częstości załamania – błąd 1 dB
- dla układów minimalnofazowych można otworzyć ch. fazową

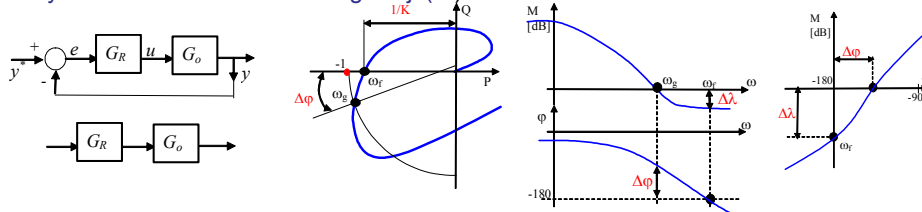
13

Zastosowanie charakterystyk częstotliwościowych

- Identyfikacja modelu na podstawie charakterystyk częstotliwościowych



- Kryterium stabilności układu regulacji (✱)



- Projektowanie filtrów (✱)
- Korekcja własności dynamicznych (✱)
 - pasmo przenoszenia
 - kompensacja biegunów

14