

# Roteiro para Relatório 2: Circuito RLC

## Introdução

Neste experimento serão caracterizados circuitos contendo indutores, capacitores e resistores em série. O indutor é um elemento formado por uma sucessão de espiras, e reage a mudanças no campo magnético. Como a corrente que flui pela espira é a fonte do campo magnético, o indutor reage às variações na corrente elétrica através da criação de uma diferença de potencial entre os seus terminais, que busca resistir à variações da corrente. Esta tensão é proporcional à mudança na corrente,

$$V(t) = L \frac{dI}{dt} \quad (1)$$

em que  $I(t)$  é a corrente elétrica que flui pelo indutor e  $L$  é sua indutância. Investigaremos um circuito composto por um resistor, um indutor e um capacitor (RLC). No primeiro experimento faremos uma varredura de frequência no sinal senoidal de entrada, que resultará em uma modificação da amplitude e na fase da tensão de saída. Para compreender estes fenômenos é importante entender a resposta em frequência de resistores, capacitores e indutores. Como no caso do circuito RC, as previsões teóricas podem ser feitas com a abordagem da impedância complexa e da Lei de Ohm para impedâncias. Mais detalhes sobre estes tópicos podem ser encontrados nos livros e apostilas sugeridos na bibliografia do curso.

## Objetivos de Aprendizagem

- Montar corretamente um experimento para caracterização de um circuito RLC em série utilizando gerador de função, osciloscópio, placa de montagem de circuitos, componentes (resistores, indutores e capacitores) e cabos (BNC/banana).
- Observar e caracterizar como a amplitude e a fase da tensão de saída variam com relação à amplitude e fase da tensão de entrada à medida que a frequência de excitação do circuito é variada.

- Verificar validade do modelo que descreve resposta em frequência de um circuito RLC em série.

## Caracterização da resposta em frequência de um circuito RLC

Neste roteiro trataremos de como um circuito RLC formado por um resistor, um capacitor e um indutor ligados em série, como ilustrado na Figura 1, responde a um sinal de corrente alternada senoidal à medida que sua frequência é variada. Nesta montagem devem ser utilizados cabos coaxiais com conectores BNC/banana para excitar a entrada do circuito com uma tensão fornecida por um gerador de função e para leitura das tensões de entrada (V1) e saída (V2) no osciloscópio, conforme ilustrado na Figura 1. Todas as tensões medidas no osciloscópio possuem como referência a terra (ponto de tensão igual a zero). As tensões de entrada e saída devem ser medidas nos canais 1 e 2 do osciloscópio, respectivamente. Neste experimento será explorada a resposta em frequência de um circuito RLC em série com sinal de saída correspondente a queda de tensão no resistor. Vídeo montagem RLC: [\(872\) F429-2S2021-Experimento 3- Montagem Circuito RLC - YouTube](#).

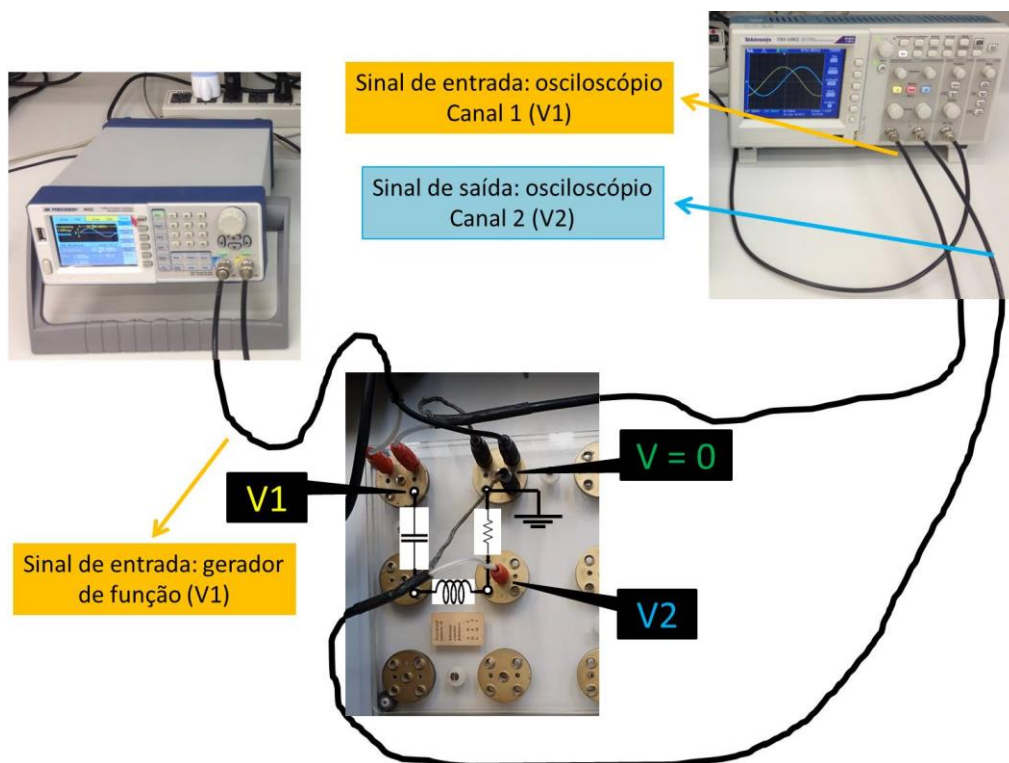


Figura 1: Montagem experimental para determinação da resposta no domínio da frequência e do tempo de um circuito RLC em série. Sinal de saída,  $V_z$ , corresponde a queda de tensão no resistor.

Na elaboração do relatório referente a este experimento, a resposta em frequência do circuito RLC caracterizado experimentalmente deve ser apresentada na forma de diagramas de Bode, onde o coeficiente de transmissão e a diferença de fase são dados respectivamente por:

$$T_{dB}(\omega) = 10 \log(|H(\omega)|^2) = 20 \log \frac{|V_{saída}(\omega)|}{|V_{entrada}(\omega)|} \quad (2)$$

$$\varphi(\omega) = \arctan \left[ \frac{\text{Im}[H(\omega)]}{\text{Re}[H(\omega)]} \right] \quad (3)$$

onde  $H(\omega) = \frac{V_{saída}(\omega)}{V_{entrada}(\omega)} = \left| \frac{V_{saída}(\omega)}{V_{entrada}(\omega)} \right| \exp(i\varphi(\omega))$  é a função de transferência. Para o circuito mostrado na Figura 1, os coeficientes de transmissão (em dB) e a fase relativa entre as tensões de saída e entrada em função da frequência são dadas por

$$T_{dB}(\omega) = -10 \log_{10}(1 + f(\omega)^2) \quad (4)$$

$$\varphi(\omega) = \arctan[f(\omega)] \quad (5)$$

$$, \text{ com } f(\omega) = \frac{\omega L}{R} - \frac{1}{\omega RC} \quad (6)$$

Note que quando  $\omega$  é muito pequeno,  $f(\omega) \approx -1/(\omega RC)$ , consequentemente, o circuito se comporta como um filtro RC passa-alta:  $T_{dB}(\omega \rightarrow 0) \rightarrow -\infty$  com inclinação de +20 dB/década e  $\varphi(\omega \rightarrow 0) \rightarrow -90^\circ$ . Por outro lado, quando  $\omega$  é muito grande,  $f(\omega) \approx \omega L/R$  e o circuito se comporta como um filtro RC passa-baixa:  $T_{dB}(\omega \rightarrow \infty) \rightarrow -\infty$  com inclinação de -20 dB/década e  $\varphi(\omega \rightarrow \infty) \rightarrow +90^\circ$ .

De acordo com as expressões acima, na frequência  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$  temos que  $T_{dB}(\omega_0) = 0 \text{ dB}$  e  $\varphi(\omega_0) = 0$ . Duas frequências são interessantes:  $\omega_{\pm}$  tais que  $f(\omega_{\pm}) = \pm 1$ , com  $\omega_+ > \omega_0$  e  $\omega_- < \omega_0$ . Estas frequências definem a largura à meia altura (largura de banda) do filtro RLC passa-banda:  $\Delta\omega = \omega_+ - \omega_-$ . Nestas frequências  $T_{dB}(\omega_{\pm}) = -3 \text{ dB}$  e  $\varphi(\omega_{\pm}) = \pm 45^\circ$  e elas são dadas por:

$$\omega_{\pm} = \sqrt{\omega_0^2 + \gamma^2} \pm \gamma, \text{ onde } \omega_0 = 1/\sqrt{LC} \text{ e } \gamma = \frac{R}{2L} \quad (5)$$

Portanto,  $\Delta\omega = \omega_+ - \omega_- = 2\gamma$ . Note que apenas estes dois parâmetros ( $\omega_0$  e  $\gamma$ ) definem toda e qualquer característica espectral do filtro RLC passa-banda, pois podemos escrever  $f(\omega)$  tendo apenas  $\gamma$  e  $\omega_0$  como parâmetros,

$$f(\omega) = \frac{\omega_0}{2\gamma} \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \quad (6)$$

## Resposta espectral – Parte 1

Obtenção da transmissão (dB) em três frequências específicas a partir da leitura dos valores das tensões V1 e V2 no osciloscópio utilizando a funcionalidade de medidas automáticas para a configuração ilustrada na Fig. 1 (V2: queda de tensão no resistor). Determinem a transmissão, conforme a Eq.2, para as frequências em que as fases entre V2 e V1 são: - 45°, 0° e 45°. Esta caracterização deve ser feita para três combinações diferentes de valores dos componentes R, L e C de forma que seja possível avaliar a influência da indutância e capacitância. O valor da resistência deve ser mantido fixo. Uma das combinações deve conter os valores: R = 330  $\Omega$ , C = 220 nF, L = 19 mH. **Não escolham, para as outras duas combinações, valores de L e C muito distintos destes valores!**

A análise referente à Parte 1 deve conter os seguintes itens:

1. Descrição do procedimento experimental com a função de todas as conexões feitas na montagem do circuito.
2. Os valores de V1, V2, T(dB),  $\omega_0$  e  $\Delta\omega$  devem ser apresentados em uma tabela.
3. Comparação entre a frequência de ressonância e largura de banda segundo modelo apresentado no roteiro e valores extraídos experimentalmente.
4. Discussão sobre comportamento observado com a mudança dos valores de L e C. Exemplo de pontos a serem discutidos: Quais parâmetros (frequência de ressonância, largura de banda) mudaram com a variação de L e C? Essa mudança está de acordo com previsão feita pelo modelo apresentado?

## Resposta espectral – Parte 2

Nesta segunda parte da aula experimental, serão realizadas duas atividades:

1. Caracterização de como a resposta espectral (sinal de saída medido no resistor) do circuito RLC varia com diferentes valores de resistência. Os 4 valores sugeridos para resistência são:  $470\ \Omega$ ;  $1\ \text{k}\Omega$ ;  $2,2\ \text{k}\Omega$ ;  $4,7\ \text{k}\Omega$ . Valores de L e C:  $L = 19\ \text{mH}$ ,  $C = 220\ \text{nF}$ .
2. Medição da resposta espectral no circuito RLC em três configurações distintas: a) onde o sinal de saída é a queda de tensão no resistor; b) onde o sinal de saída é a queda de tensão no indutor e c) onde o sinal de saída é a queda de tensão no capacitor. **Valores R, L e C:  $470\ \Omega$ ,  $19\ \text{mH}$  e  $220\ \text{nF}$ .**

Nesta segunda parte do experimento, façam todas as medidas utilizando o PyLab.

Examinem as variações nas características espectrais do circuito quando a resistência é alterada. Para sua análise e posterior discussão no relatório, certifiquem-se de abordar, no mínimo, os pontos abaixo:

1. Observe a frequência onde o coeficiente de transmissão atinge seu valor máximo. Essa frequência se altera com a variação da resistência? E em relação à largura de banda? Como ela se modifica quando ajustamos a resistência?
2. Apresentem gráficos que mostrem as três transmissões  $T_{dB}(\omega)$  relativas à tensão de saída medida no resistor, capacitor e indutor medidas no item 2. Analisem e discutam as características observadas nos três componentes, levando em consideração as dependências com a frequência das impedâncias individuais de cada componente (R, L e C). Além disso, conecte o comportamento da transmissão  $T_{dB}(\omega)$  observado em cada componente à dependência de fase (utilizando PyLab) da tensão medida no resistor. Lembre-se: a tensão no resistor está sempre em sincronia com a corrente no circuito.

## Apêndice:

### Função transmitância, Diagrama de Bode

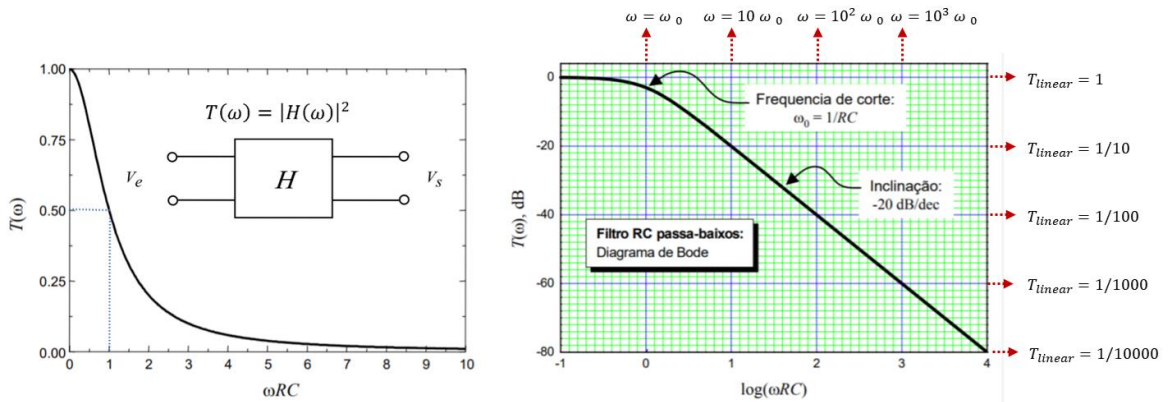
**Função transmitância:** Todo circuito de corrente alternada pode ser caracterizado por uma função de transferência  $H(\omega)$ , também conhecida como resposta espectral, definida a seguir:

$$H(\omega) = \frac{V_{saída}(\omega)}{V_{entrada}(\omega)} = \left| \frac{V_{saída}(\omega)}{V_{entrada}(\omega)} \right| \exp(i\varphi(\omega)) \quad (4)$$

;sendo  $V_{saída}(\omega)$  e  $V_{entrada}(\omega)$  os sinais de entrada e saída em sua forma complexa, ou seja, contendo informações de amplitude, frequência e a fase relativa entre os dois sinais. Nos experimentos de circuitos de corrente alternada,  $V_{saída}(\omega)$  corresponde à queda de tensão medida em um dos componentes do circuito, e  $V_{entrada}(\omega)$  à queda de tensão total no circuito imposta pelo gerador de função. Em muitas situações práticas estamos interessados na resposta do circuito em termos de potência transmitida, que é proporcional ao quadrado da queda de tensão medida ( $[V_{saída}(\omega)]^2$ ) na resistência. Sendo assim, uma forma mais comum de caracterização de um circuito é dada pela *Transmitância*:

$$T_{linear}(\omega) = |H(\omega)|^2 = \left| \frac{V_{saída}(\omega)}{V_{entrada}(\omega)} \right|^2 \quad (5)$$

$$T_{dB}(\omega) = 10 \log(|H(\omega)|^2) = 20 \log \frac{|V_{saída}(\omega)|}{|V_{entrada}(\omega)|} \quad (6)$$



**Figura 2** – Gráfico da transmitância em função da frequência angular normalizada pela frequência de corte (esquerda), e gráfico da transmissão em decibéis em função do log da frequência angular normalizada pela frequência de corte (direita). Adaptado de [1]

**Diagrama de Bode:** A representação da resposta espectral de um circuito em corrente alternada (AC) em termos do gráfico de transmissão em dB, e da fase relativa entre os sinais  $V_{saída}(\omega)$  e  $V_{entrada}(\omega)$ , ambos com eixo de frequência em escala logarítmica, é denominado Diagrama de Bode. Esta representação contém a informação completa da resposta espectral do circuito AC em um formato que possibilita a identificação rápida e clara da resposta do circuito (transmissão e fase) em um amplo intervalo de frequência (composto por várias décadas). Uma década corresponde a um intervalo de frequência no qual a frequência vai de um determinado valor a 10 vezes este valor inicial. Como pode ser observado na Figura 2 à direita, cada unidade no eixo de frequências corresponde a uma década. **Atenção:** nesta figura foi utilizado o eixo de frequência normalizado pela frequência de corte para ilustrar o comportamento geral de um circuito RC em série. No relatório, o eixo de frequência deve estar em escala logarítmica, porém de forma que seja possível ler diretamente o valor da frequência.