Luis López Cuerva

Trabajo T3

Ejercicio 1

Presentación del modelo

$p_{(c)} = \frac{n_c}{N}$ $\theta = (p_{1,\ldots,}pc)^t$ $\sum_{i=1}^{c} p_c = 1$

Verosimilitud y logaritmo de la verosimilitud

$p_{(S|\theta)} = \prod_{c=1}^{c} \prod_{i=1}^{n_c} p_c$ $q(S) = \sum_{c=1} n_c \log(p_c)$ $\theta^* = \arg\max q(s)$

$\sum_{c=1}^{c} p_c = 1$

Lagrangiana

$$\Lambda(p_1, \ldots, pc) = \sum_{c=1}^{c} n_c \log p_c + \beta \left(1 - \left(\sum_{c=1}^{c} p_c\right)\right)$$

Soluciones óptimas

$\frac{\partial \Lambda}{p_c} = \frac{n_c}{pc} - \beta = 0 \Rightarrow p_c = \frac{n_c}{\beta}$

Función dual de Lagrange

$\Lambda_D(p) = \sum_{C=1}^{C} n_c \log \frac{n_C}{\beta} + \beta - \beta \sum_{C=1}^{C} \frac{n_C}{\beta}$ = -N log(β) $+ N \sum_{C=1}^{C} \log n_c + \beta - \mathrm{N}$

$\frac{d\Lambda_D}{d\beta} = \frac{-N}{\beta} + 1 \rightarrow \frac{-N}{\beta} = -1 \rightarrow \beta = N$

Solución

$$p_{(c)} = \frac{n_c}{N}$$

Ejercicio 2

Gradiente

$q(\theta) = (\theta_1 - 1)^2 + (\theta_2 - 2)^2 + \theta_1\theta_2$

$\frac{\partial q}{\partial \theta_1} = 2\theta_1 - 2 + \theta_2$

$\frac{\partial q}{\partial \theta_2} = 2\theta_2 - 4 + \theta_1$

Iteraciones

$\theta_1 = (-1, +1)$

$\theta_2 = \left(-\frac{1}{4}, \frac{7}{4}\right)$

$-2 - 2 + 1 = -3$

$2 - 4 - 1 = -3$

Actualización: $(-1 - \frac{1}{4} * -3, 1 - \frac{1}{4} * -3)$

$\theta_3 = \left(-\frac{1}{8}, \frac{15}{8}\right)$

$2 * (-\frac{1}{4}) - 2 + \frac{7}{4} = -\frac{3}{4}$

$2 * \frac{7}{4} - 4 - \frac{1}{4} = -\frac{3}{4}$

Actualización: $(-\frac{1}{4} - \frac{1}{6} * -\frac{3}{4}, \frac{7}{4} - \frac{1}{6} * -\frac{3}{4})$

$\theta_4 = \left(-\frac{5}{64}, \frac{123}{64}\right)$

$2 * (-\frac{1}{8}) - 2 + \frac{15}{8} = -\frac{3}{8}$

$2 * \frac{15}{8} - 4 - \frac{1}{8} = -\frac{3}{8}$

Actualización: $(-\frac{1}{8} - \frac{1}{8} * -\frac{3}{8}, \frac{15}{8} - \frac{1}{8} * -\frac{3}{8})$

Ejercicio 3

Gradiente:

$\nabla_{qs} = 2\sum_{n=1}^{N}(\theta + y_n)x_n + \theta$

Una vez calculado el gradiente calculo la versión algoritmo:

$\theta_1 = arbitrario$

$\theta(k+1) = \theta(k) + 2pk\sum_{\Pi=1}^{N}(\theta + y_n)x_n + \theta(k)$

A continuación se calcula la versión muestra a muestra:

Luis López Cuerva

$\theta_1 = arbitrario$

$\theta(k+1) = \theta(k) + 2pk\left(y(k) + \theta(k)x(k)\right)x(k) + \theta(k)$