《概率论与数理统计》第三章学习报告

1 重难点总结

1.1 二维随机变量

实际生活中，对于某些随机试验的结果需要同时用两个或两个以上的随机变量来描述，这时引入二维随机变量

- 统计物联网专业同学的健康状况时，使用身高H和体重W同时进行描述

设E是一个随机试验，它的样本空间是$S=\{e\}$，设$X=(e)$和$Y=Y(e)$是定义在S上的随机变量，则（X，Y）叫做**二维随机向量**或者**二维随机变量**

二维随机变量的性质不仅和单独的每个向量有关，也和这两个向量之间的依赖关系有关

1.1.1 二维随机变量的分布函数

定义：

$$F(x,y)=P\{(X\leq x)\wedge(Y\leq y)\}=P\{X\leq x,Y\leq y\}$$

为二维随机变量(X, Y)的**分布函数**， 或者**联合分布函数**

性质：

- 是不减函数
- 值在0-1之间
- 对任意固定的x或者y有：$F(-\infty,y)=F(x,-\infty)=0$
- $F(-\infty,-\infty)=0,F(\infty,\infty)=1$
- 分布函数关于x，y都右连续

如果是离散型二维随机变量，则可以用表格来画出其联合分布律

把他们看成是点的坐标的话，可以将离散型随机变量X和Y的联合分布函数写成：

$$F(x,y)=\sum_{x_i\leq x}\sum_{y_i\leq y}p_{ij}$$

与一维随机变量相似，如果二维随机变量是连续型的，则他们也可以有概率密度$f(x,y)$

性质：

- $f(x,y)\geq 0$
- $\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}f(x,y)=F(\infty,\infty)=1$

1.2 边缘分布

通俗理解：二维随机变量X，Y他们各自的分布函数就叫做他们的**边缘分布**

公式：

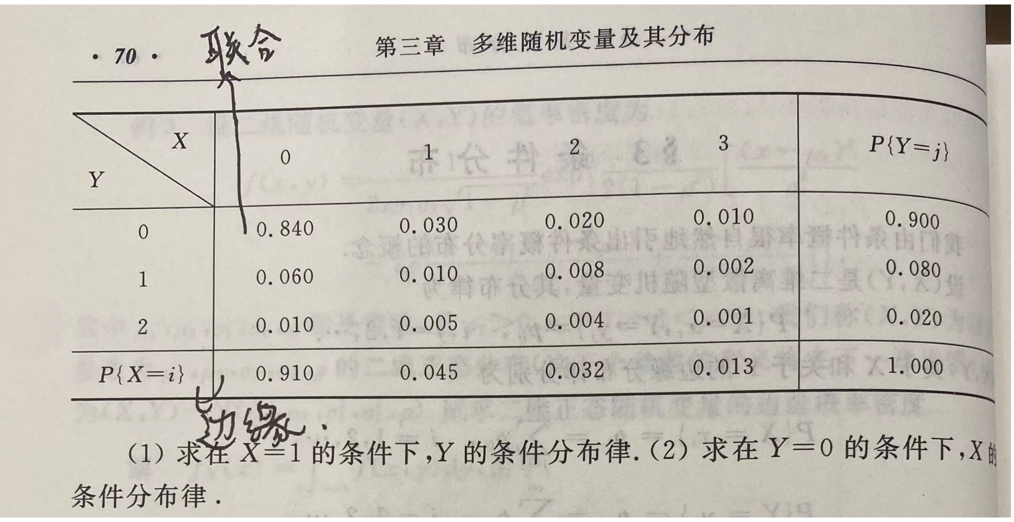
$$F_X(x)=F(x,\infty)$$

边缘概率密度：

$$f_X(x)=\int_{-\infty}^{\infty}f(x,y)dy$$

Y的边缘概率密度也是类似的

边缘分布律:



· 70 · 联合 第三章 多维随机变量及其分布

Y \ X	0	1	2	3	$P\{Y=j\}$
0	0.840	0.030	0.020	0.010	0.900
1	0.060	0.010	0.008	0.002	0.080
2	0.010	0.005	0.004	0.001	0.020
$P\{X=i\}$	0.910	0.045	0.032	0.013	1.000

边缘.

(1) 求在 $X=1$ 的条件下,Y 的条件分布律.(2) 求在 $Y=0$ 的条件下,X 的条件分布律.

1.3 条件分布

从上一章类推过来，在$Y=y_i$条件下随机变量X的条件分布律

$$P\{X=x_i|Y=y_i\}=\frac{P\{X=x_i,Y=y_i\}}{P\{X=x_i\}}$$

条件概率密度

$$f_{X|Y}(x|y)=\frac{f(x,y)}{f_Y(y)}$$

1.4 相互独立的随机变量

如果对于所有的x，y都有

$$P\{X\leq x,Y\leq y\}=P\{X\leq x\}P\{Y\leq y\}$$

则称随机变量X和随机变量Y是**相互独立**的

这个公式也可以**等价于**

$$f(x,y)=f_X(x)f_Y(y)$$

在平面上几乎处处成立

对于二维正态随机变量，相互独立的充要参数是ρ=0

1.5 两个随机变量的函数的分布

1.5.1 $Z=X+Y$的分布

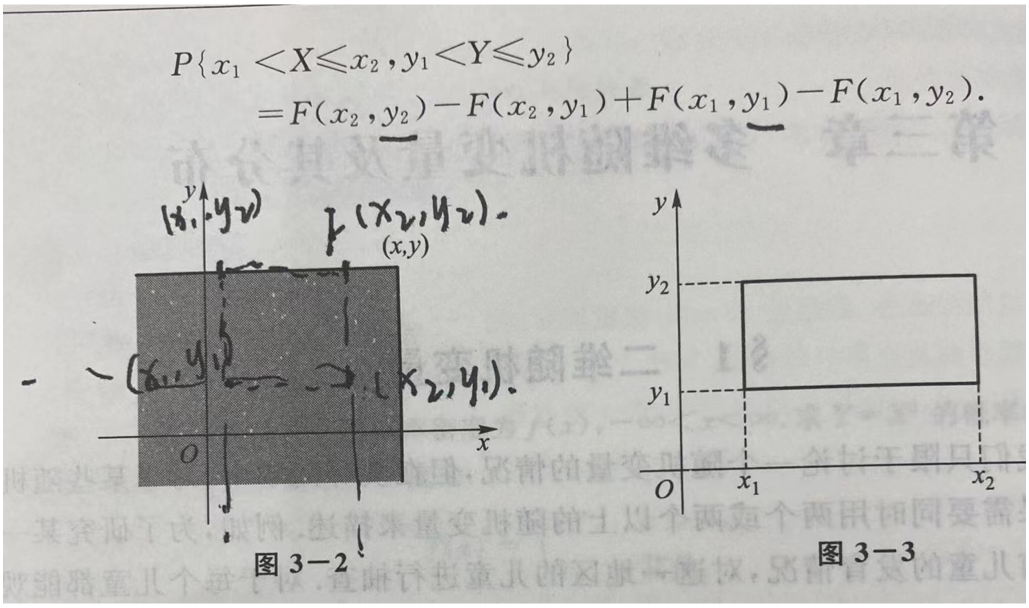
设（X，Y）是二维连续型随机变量，它具有概率密度$f(x,y)$则$Z=X+Y$仍为连续型随机变量，概率密度为

$$f_{X+Y}(z)=\int_{-\infty}^{\infty}f(z-y,y)dy$$

有限个相互独立的正态随机变量的线性组合仍然服从正态分布

2 学习中的思考、心得

计算随机点落在矩形区域的概率记法：可以看成是计算在该点左下方的面积，再通过做差取得



分布函数性质第三、四点记法：结合图像可知其中一个变量固定，另外一个变量无穷小时，图像的面积为0，两个均为无穷小时面积为0，两个均为无穷大时面积为1

边缘分布函数公式记法：

$$F_X(x) = P\{X \leq x\} = P\{X \leq x, Y \leq \infty\} = F(x, \infty)$$

同理边缘概率密度也是这样，将另外一个变量相关的累加起来

1.4中公式几乎处处成立的反例：平面上面积为0的集合

3 学科交叉应用

暂未找到，待续