

Отчёт по практическому заданию по ДГСП

Лазар Владислав Игоревич, 416 группа

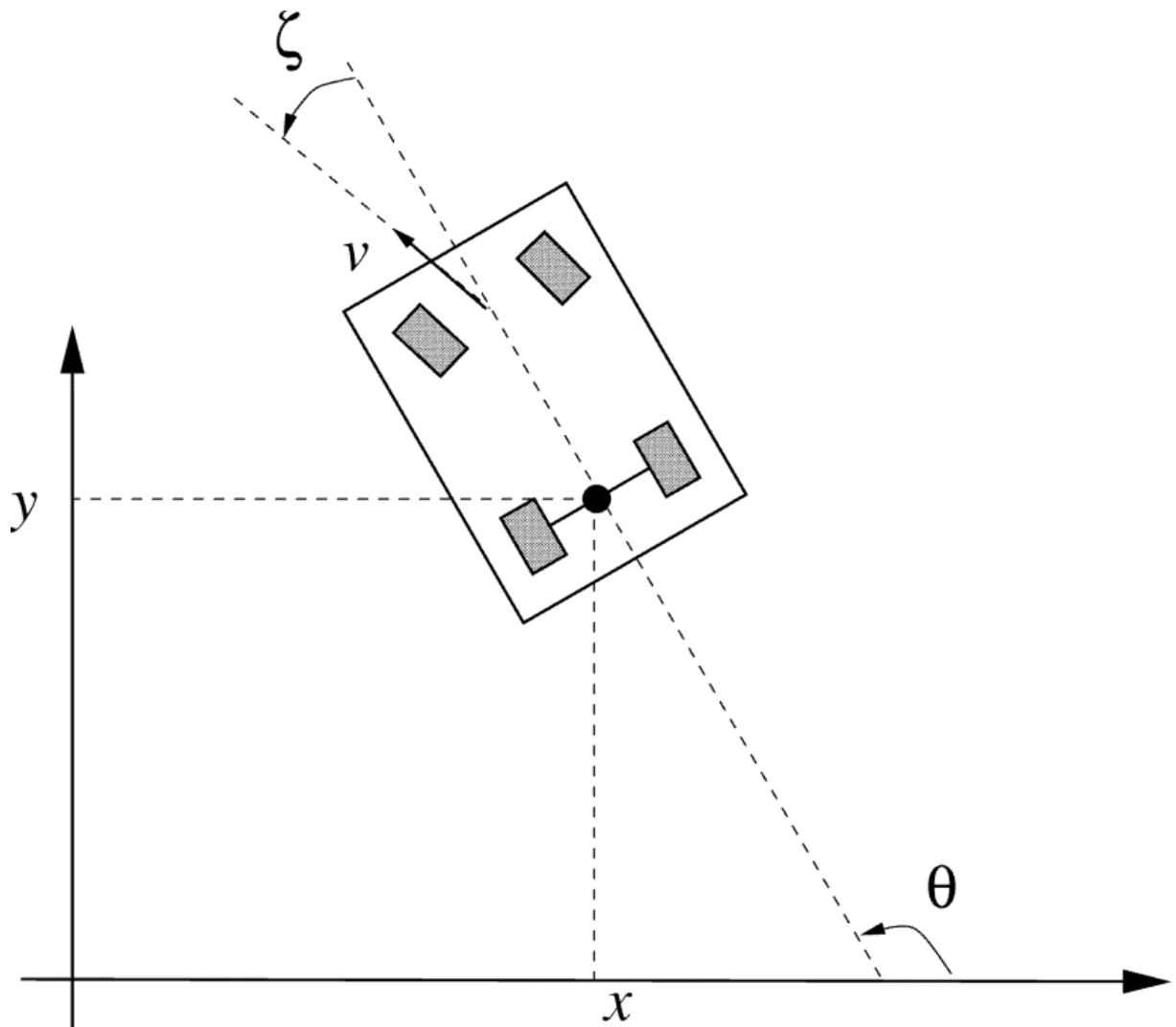
18 ноября 2025 г.

Содержание

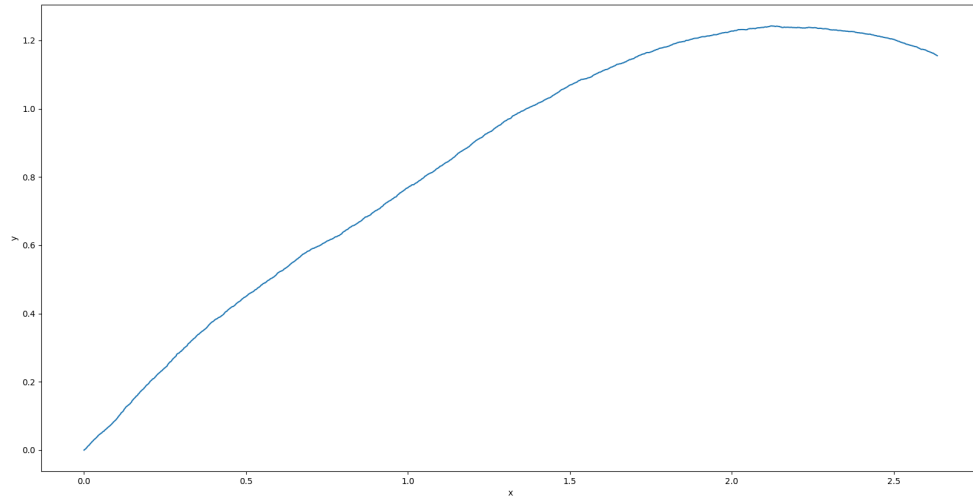
1 Теоретическая часть

1.1 Исследуемое явление

В данной работе рассматривается задача наблюдения за перемещающейся по плоскости тележкой. Состоянием тележки является её положение на плоскости (x , y , ориентация в пространстве) и угол поворота колёс. На плоскости в начале координат установлен локатор, измеряющий расстояние до тележки и угол направления на неё.



Далее будет описана используемая математическая модель. Типичная траектория получаемая с её помощью выглядит следующим образом:



1.2 Система наблюдения

Математическая модель описывается системой с дискретным временем:

$$\begin{cases} x_{1,k} = x_{1,k-1} + T \cos(\theta_{k-1}) \cos(\phi_{k-1}) u_{1,k-1} \\ x_{2,k} = x_{2,k-1} + T \sin(\theta_{k-1}) \cos(\phi_{k-1}) u_{1,k-1} \\ \theta_k = \theta_{k-1} + T \sin(\phi_{k-1}) \frac{u_{1,k-1}}{l} + \omega_{3,k} \\ \phi_k = \phi_{k-1} + T u_{2,k-1} + \omega_{4,k} \end{cases}$$

где

- x_1 - координата объекта по оси x
- x_2 - координата объекта по оси y
- θ - угол между направлением движения тележки и положительной полуосью Oх (ориентация на плоскости)
- ϕ - угол поворота колёс тележки относительно направления движения
- T - параметр дискретизации системы по времени
- l - расстояние между осями тележки
- ω - шум в модели динамики, $\omega_k \sim \mathcal{N}(0, Q)$
- u_1 - управляемая линейная скорость
- u_2 - управляемая угловая скорость

Наблюдения определяются следующим образом:

$$\begin{cases} r_k = \sqrt{x_{1,k}^2 + x_{2,k}^2} + \nu_{1,k} \\ \alpha_k = \arctan(\frac{x_{2,k}}{x_{1,k}}) + \nu_{2,k} \end{cases}$$

где

- r_k - расстояние от лоатора до цели
- α_k - угол направления от лоатора к цели
- ν - шум в наблюдениях, $\nu \sim \mathcal{N}(0, R)$

2 Практическая часть

2.1 Значения параметров системы

В численных экспериментах установим следующие параметры системы:

$$l = 0.1, \quad u_1 = 3, \quad u_2 = 0$$

Шаги по времени:

$$\delta_1 = \delta_2 = 10^{-3}, \quad \delta_1 = 10^{-2}, \quad T_{max} = 1$$

Заметим, что равенство δ_1 и δ_2 следует из того, что система заранее дискретизирована.

Также для наблюдений вместо \arctan возьмём \arctan_2 . Это обусловлено тем, что область действия \arctan - $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$, а \arctan_2 - вся тригонометрическая окружность. Благодаря этому мы сможем избежать ошибки наблюдений с неправильным определением полуплоскости.

Матрицы шумов возьмём следующими:

$$Q = \begin{bmatrix} 3 \cdot 10^{-7} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 \cdot 10^{-7} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \cdot 10^{-5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix}$$

$$R = 5 \cdot 10^{-3} \cdot I_2$$

Начальное значение траектории моделируется следующим образом:

$$X_0 \sim \mathcal{N}(\mu, 0.3 \cdot I_4)$$

где $\mu = (0, 0, \frac{\pi}{4}, 0)$

Все необходимые для фильтрации параметры были посчитаны аналитически во время работы программы с помощью соответствующих пакетов Python (`filterpy`, `sympy`). Реализации всех фильтров также взяты из соответствующих пакетов на Python. В фильтре частиц количество частиц равно 1000. Для достижения большей точности были использованы 128-битные числа с плавающей точкой (стандарт IEEE 754).

Все расчёты проводились на пучке траекторий объёмом 10000.

2.2 Сравнение работы алгоритмов

2.2.1 Оценки траектории

Рис. 1: Оценка x_1

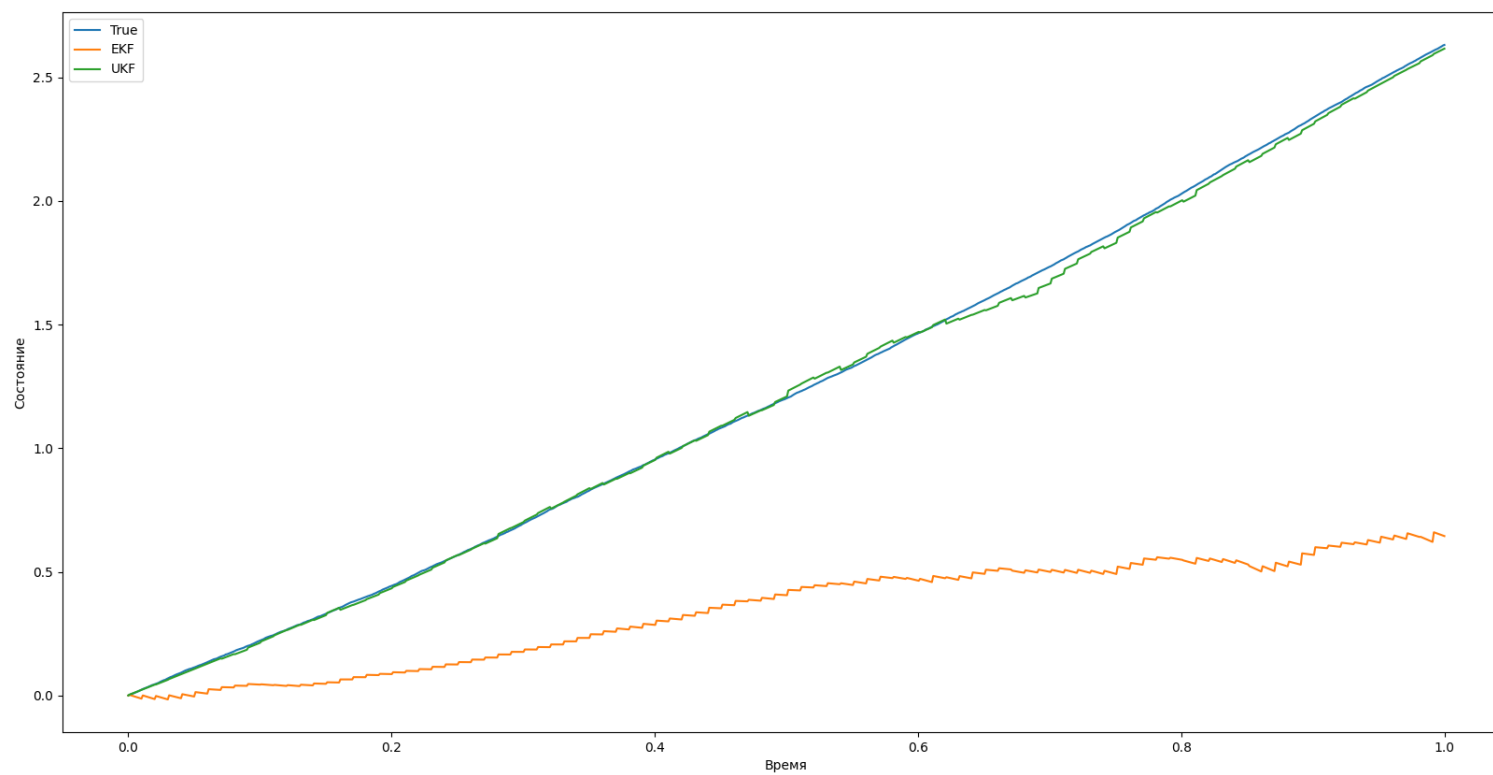


Рис. 2: Оценка x_2

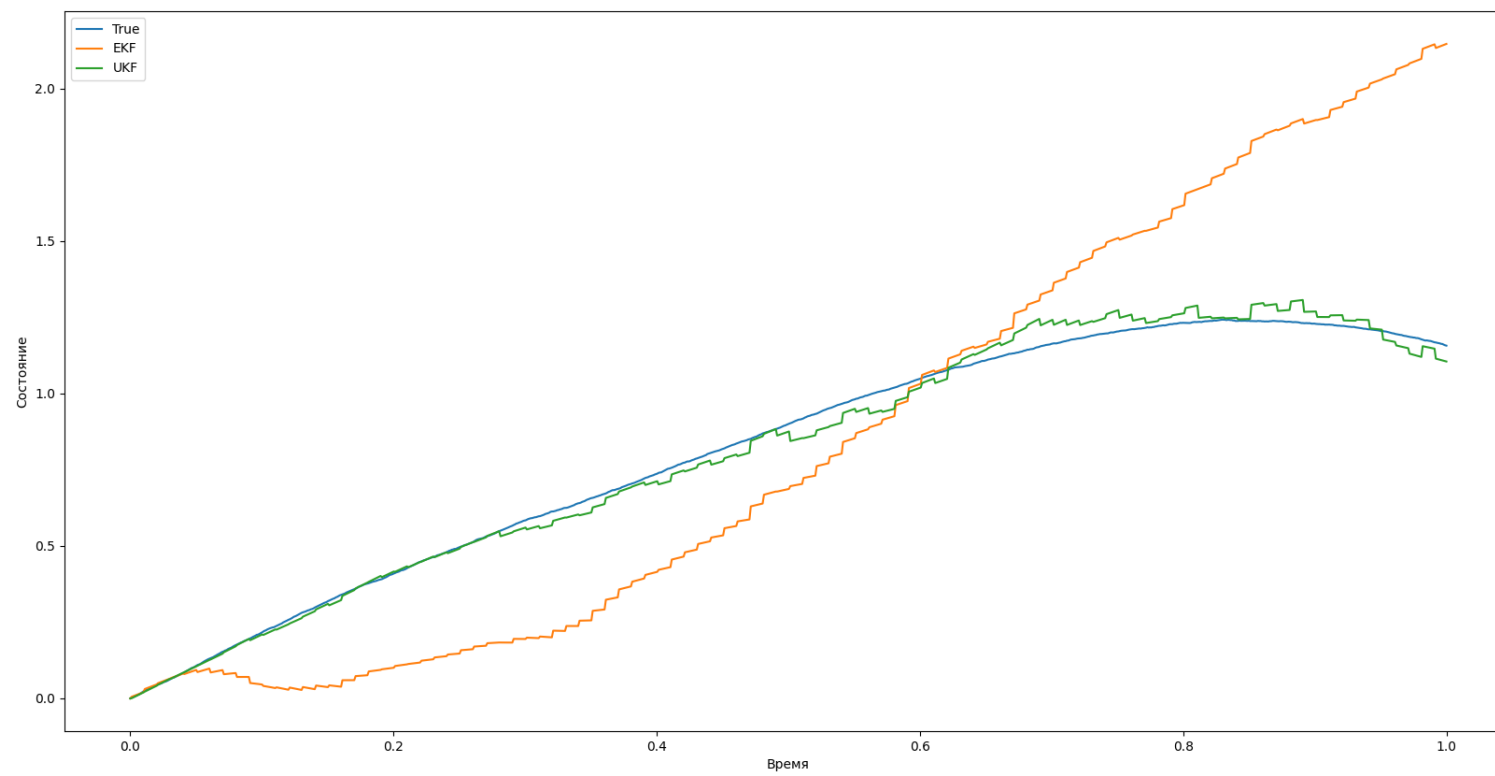


Рис. 3: Оценка θ

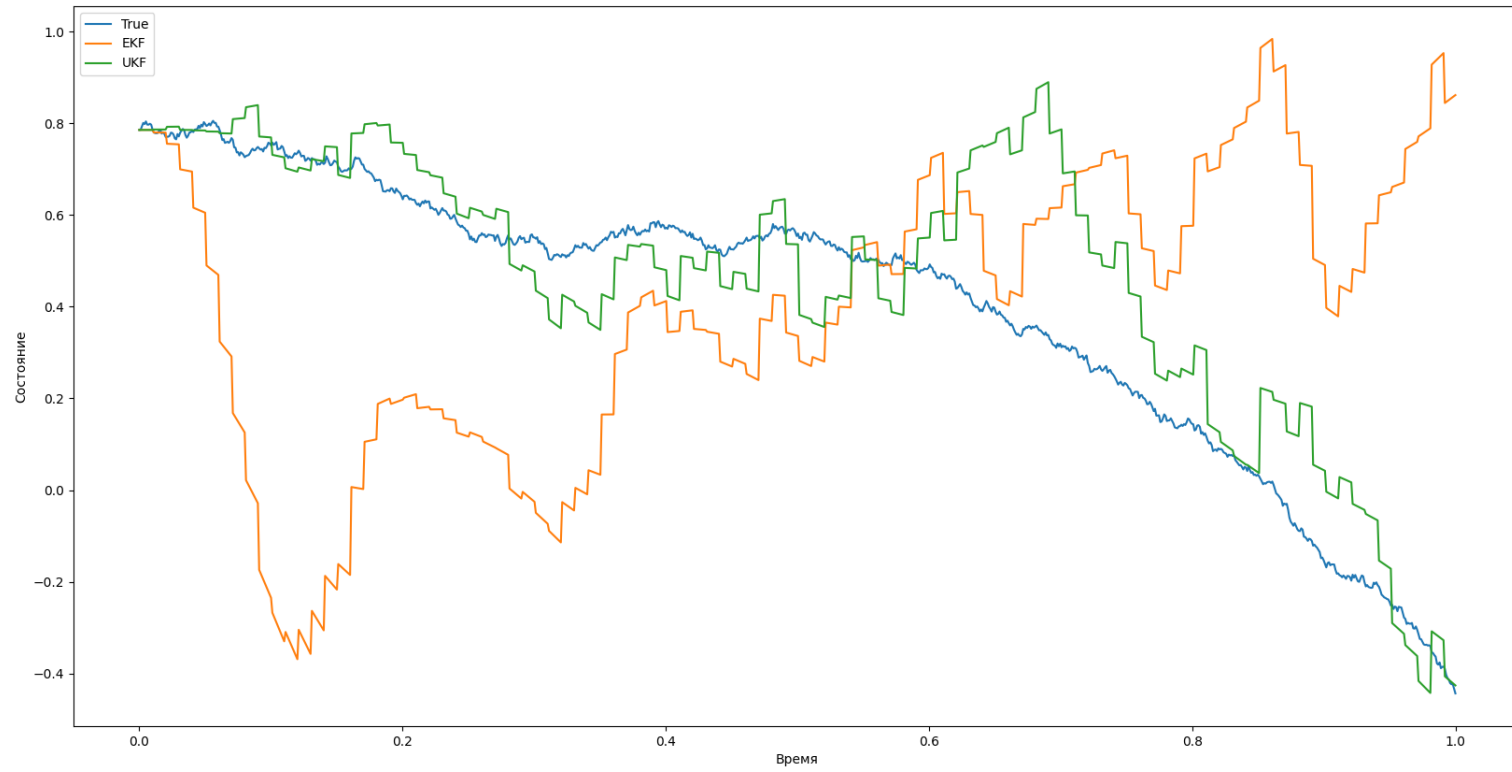


Рис. 4: Оценка ϕ

