



回顾活动

- 电流密度的物理意义是什么？

- 电流的稳恒条件是什么？

$$\oint_s \vec{j} \cdot d\vec{s} = 0$$

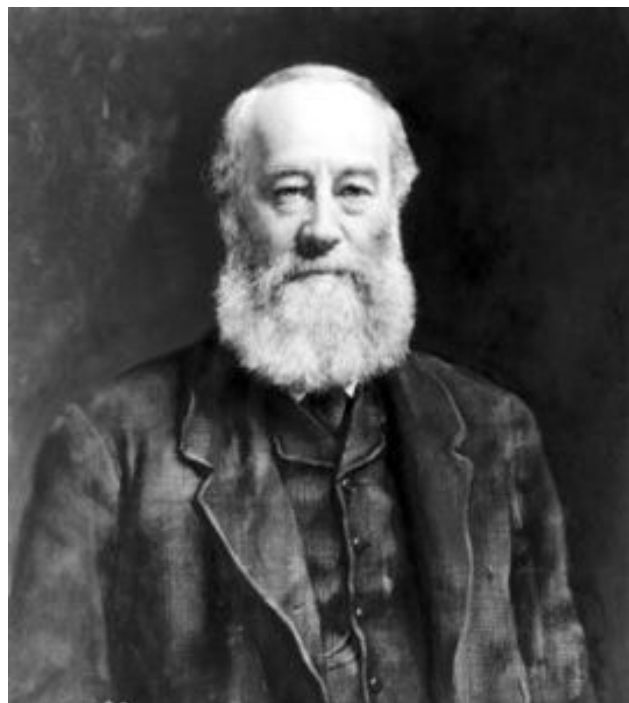
- 欧姆定律的微分形式是什么？

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}$$

- 电阻的微分形式是什么？

$$R = \rho \frac{dl}{ds}$$

2、焦耳—楞次定律



焦耳 英国物理学家
1818-1889



海因里希·楞次 俄国
1804-1865





焦耳—楞次定律

焦耳和楞次各自独立地由实验发现，电流通过导体时放出的热量与通过的电流强度的平方、导体的电阻以及通电时间成正比。

$$Q = I^2 R t$$

这称为焦耳—楞次定律，适合于导体和纯电阻元件。

电流在单位时间产生的热能称为**热功率**。对于纯电阻元件有下列关系

$$P = \frac{Q}{t} = I^2 R = \frac{U^2}{R}$$

热功率密度：电流通过导体时，导体中单位体积内产生的热功率称为热功率密度。

$$p = \frac{P}{V}$$





焦耳定律的微分形式

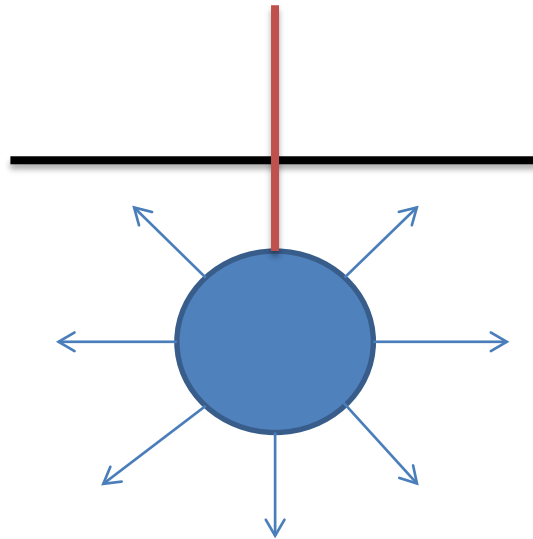
$$p = \sigma E^2$$

导体内某点的热功率密度与该点的场强的平方成正比，比例系数为该点导体的电导率。



四、应用举例

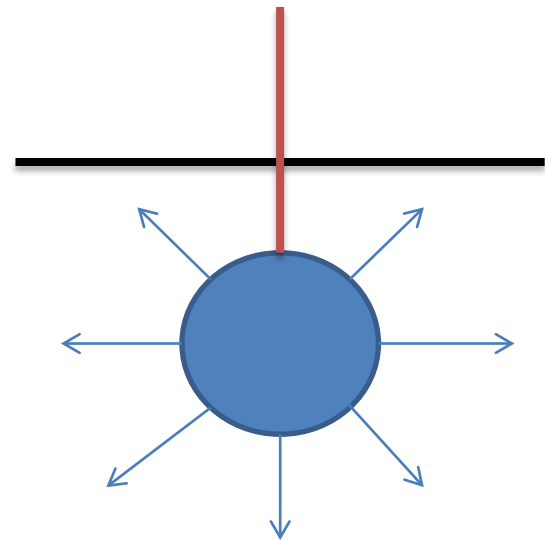
例1、半径为 a 的金属球埋入地下作为接地电极，电位为 U_0 ，已知大地的电导率为 σ ，求电极的接地电阻及其周围的电位分布。





解：接地电极的接地电阻电流在地内流动过程中的电阻，导体本身电阻可忽略。电极周围的电场分布与孤立的带电球的静电场相似。

地内电流所流过的截面应该是以导体球心为球心的一系列同心球面。

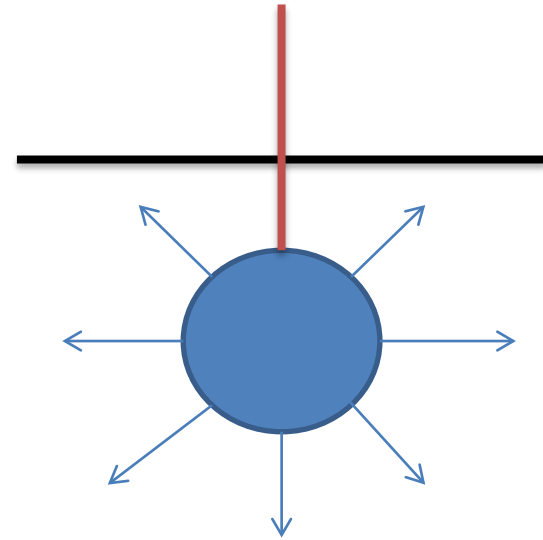


离导体球心为 r ($r \geq a$) 处，厚度为 dr 的球壳的电阻为：

$$dR = \frac{dr}{\sigma s} = \frac{dr}{\sigma 4\pi r^2}$$

因而接地电阻为：

$$R = \int_a^\infty dR = \int_a^\infty \frac{dr}{\sigma 4\pi r^2} = \frac{1}{\sigma 4\pi a}$$





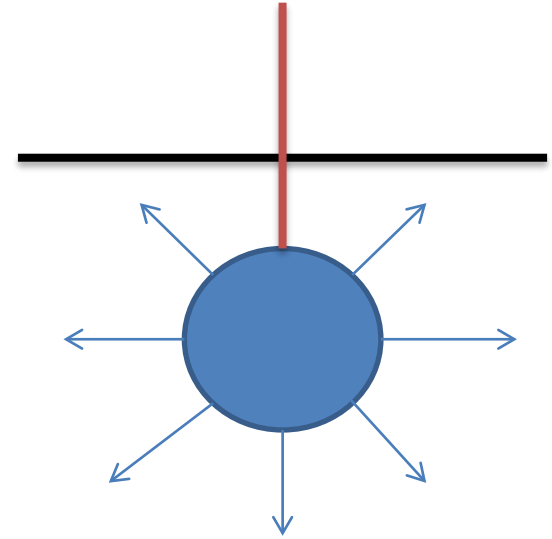
设电极中有稳恒电流 I

距离球心 r 处的电流密度

$$j = \frac{I}{4\pi r^2}$$

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{j}}{\sigma} = \frac{I}{\sigma 4\pi r^2} \vec{r}_0$$



距球心为 r 处的电位

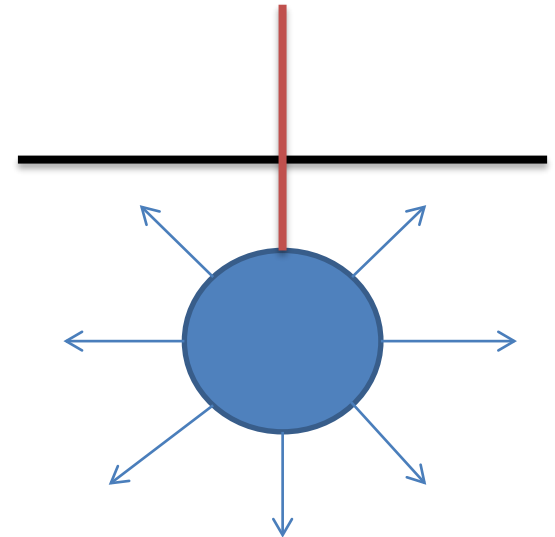
$$U_r = \int_r^\infty \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{I}{\sigma 4\pi} \int_r^\infty \frac{1}{r^2} dr = \frac{I}{\sigma 4\pi r}$$

球表面处的电位

$$U_0 = \frac{I}{\sigma 4\pi a}$$

距球心为 r 处的电位

$$U_r = a \frac{U_0}{r}$$





本次课的学习目标，您掌握了吗？

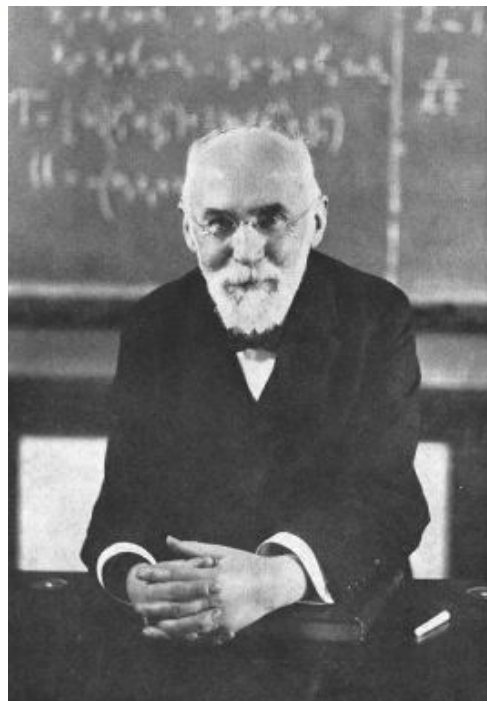
- 认识电流密度矢量
- 欧姆定律的微分形式
- 焦耳楞次定律的微分形式



金属导电的经典微观解释



保罗·德鲁德 德国
1863-1906



亨德里克·洛伦兹 荷兰
1853-1928



1900年，德鲁德 (Drude) 首先提出可用金属中自由电子运动来解释金属的导电性问题，后来洛伦兹 (Lorentz) 发展了德鲁德关于金属导电的思想，建立了经典电子论。



金属导电理论的基本框架

- 金属中的正离子按一定的方式排列为晶格
- 从原子中分离出来的电子成为自由电子
- 自由电子的性质与理想气体中的分子相似，形成自由电子气
- 大量电子的定向漂移形成电流



物理思想

无外电场时：

金属中最外层电子在一定条件下可脱离原子，在整个金属的各晶格之间自由运动。

- 自由电子就像理想气体分子一样，服从经典牛顿力学和经典统计学规律。
- 金属中的自由电子又被称作电子气，经典电子论认为自由电子之间不发生相互作用，在没有外电场时，都在作无规则热运动，平均热运动速率为 10^5 米/每秒。



有外电场时:

- 自由电子的运动有以下两种:
 - (1) 热运动。
 - (2) 逆电场方向的“漂移”。
- 运动的速度是: 热运动速度与漂移速度的矢量和。
 - (1) 热运动的矢量平均为0, 可不予考虑。
 - (2) 设漂移速度的矢量平均为 \vec{u} → 漂移速度。

正是因为漂移运动, 形成了电流。

质量为 m 的电子在电场的作用下的加速度：



$$\vec{a} = -\frac{e}{m} \vec{E}$$

漂移运动并不是直线的，在运动过程中，会与晶体点阵发生碰撞，碰撞后发生散射，这里假定散射的方向几率相等，故此时平均速度 $\vec{u}_0=0$ ，此后在电场的作用下，继续作加速度运动。下次碰撞前的速度为：

$$\vec{u}_1 = \vec{a} \bar{\tau} = -\frac{e}{m} \vec{E} \bar{\tau}$$

$\bar{\tau}$ 为两次碰撞之间的平均自由飞行时间



漂移的平均速度 \vec{u} :

$$\vec{u} = \frac{\vec{u}_0 + \vec{u}_1}{2} = -\frac{e}{2m} \vec{E} \vec{\tau}$$

$\vec{\tau} = \frac{\bar{\lambda}}{\bar{v}}$, 其中 $\bar{\lambda}$ 为平均自由程,

\bar{v} 为平均热运动速率

$$\therefore \vec{u} = -\frac{e}{2m} \frac{\bar{\lambda}}{\bar{v}} \vec{E}, (\vec{u} \text{ 与 } \vec{E} \text{ 成正比, 且方向相反})$$



在导体中，选一小柱体，轴线方向与 \vec{u} 的方向相同，自由电子数密度为 n ，

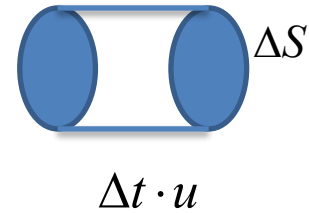
Δt 时间内，流过 ΔS 的电量为：

$$\Delta q = n \Delta t \cdot u \cdot \Delta S \cdot (-e)$$

$$\therefore \Delta I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = -enu \Delta S$$

$$j = -\frac{\Delta I}{\Delta S} = -enu, \text{ 矢量: } \vec{j} = -en\vec{u}$$

$$\vec{j} = \frac{ne^2}{2m} \frac{\bar{\lambda}}{\bar{v}} \vec{E}, (\vec{j} \text{ 与 } \vec{E} \text{ 成正比})$$





这就是欧姆定律的微分形式： $\vec{j} = \sigma \vec{E}$

$$\therefore \sigma = \frac{ne^2 \bar{\lambda}}{2m\bar{v}}, (\bar{\lambda} \text{ 是一个与温度无关, } \bar{v} \text{ 与 } \sqrt{T} \text{ 成正比})$$

$$\therefore \sigma \propto \frac{1}{\sqrt{T}}, \quad \rho \propto \sqrt{T}$$

对金属导体而言，温度越高，电阻率越大。



经典电子论对电流热效应的解释

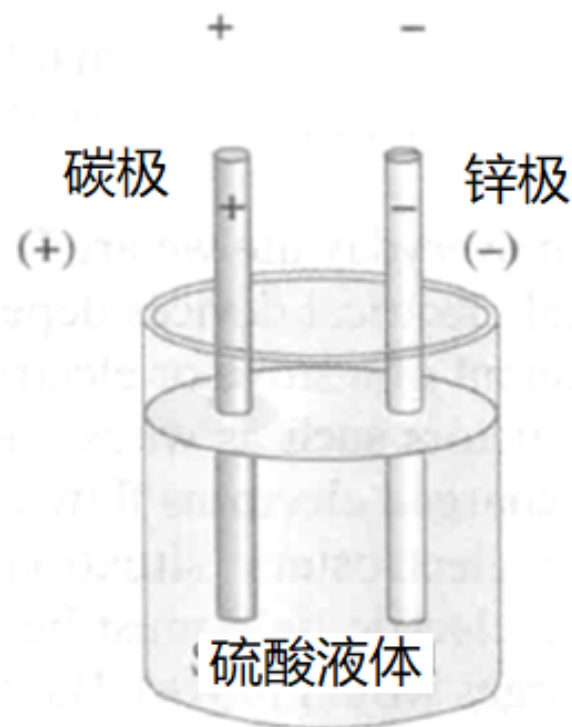
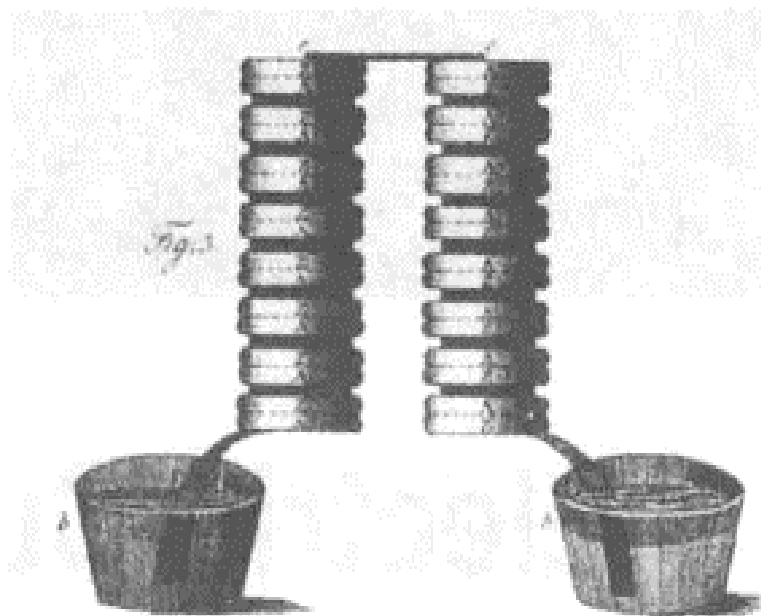
自由电子在电场的作用下，作定向运动形成电流，电场对自由电子做功，动能增加，电子与晶体点阵的不断碰撞，动能传递给原子，使其热运动加剧，导体温度升高，导致发热。



第二部分，您将学习：

- 电动势
- 进一步认识电动势：温差电动势和接触电动势

§ 2 电动势与源端电压

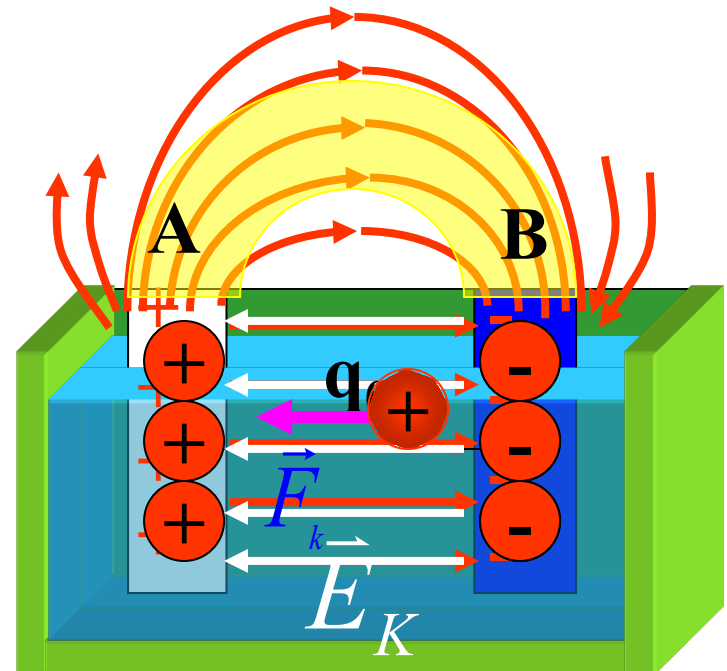
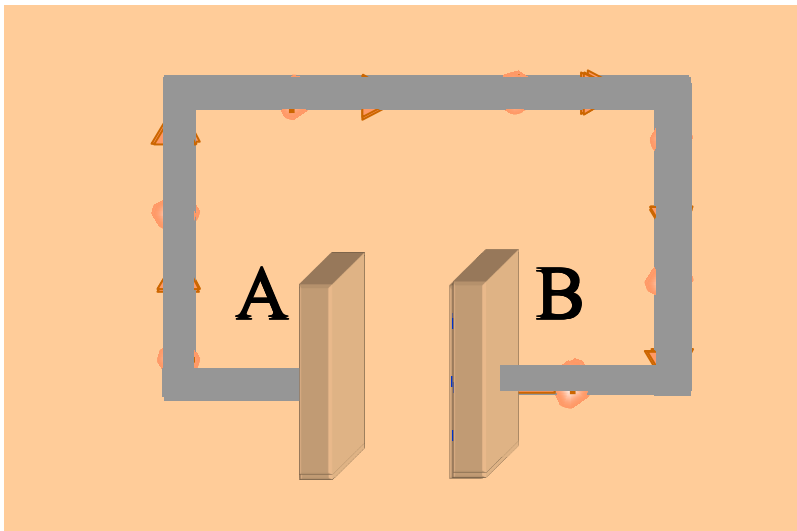


选自伏特发表的文章

1、 非静电力与电源

(1) 非静电力:

一段导体内的静电电势差不能维持稳恒电流,





电场强度：

实验电荷所受的静电力与实验电荷电量之比。

电位差：

$$U_{ab} = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l}$$



能把**正电荷**从电势较低的点（如电源负极板）送到电势较高的点（如电源正极板）的作用力，称为**非静电力**，记作 F_k 。

表示单位正电荷受到的非静电力称为非静电场强

$$\vec{E}_k = \frac{\vec{F}_k}{q}$$

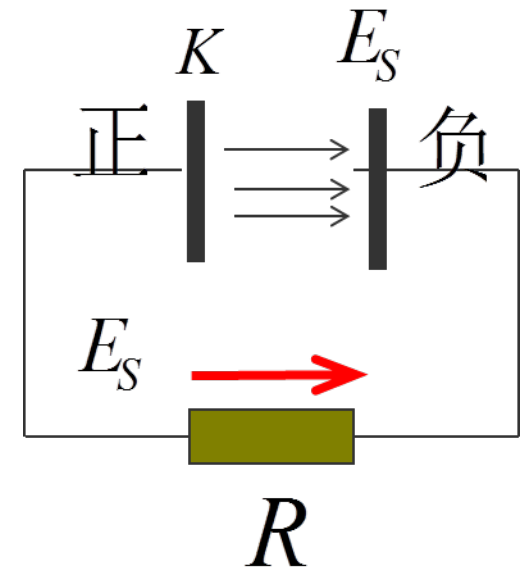


(2) 电源 提供非静电力的装置称为电源

电源内部的电路称内电路。

外电路: $+$ \rightarrow $-$

内电路: $- \rightarrow +$



外电路中: 只有静电场 \vec{E} , 故 $\vec{j} = \sigma \vec{E}$

内电路中: 有静电场 \vec{E} 和非静电场 \vec{K} , 则 $\vec{j} = \sigma'(\vec{E} + \vec{E}_k)$



2、电源电动势

电动势的大小: 在数值上等于将单位正电荷从电源负极经由内电路搬至正极的过程中, **非静电力**所做的功

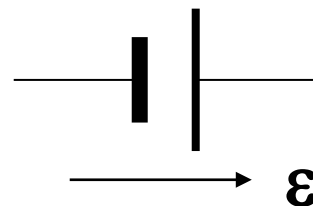
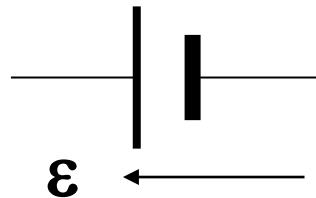
$$\varepsilon = \frac{A}{q} = \left(\int_{-}^{+} q \vec{E}_k \cdot d\vec{l} \right) / q = \int_{-}^{+} \vec{E}_k \cdot d\vec{l}$$

$$\varepsilon = \int_{-}^{+} \vec{E}_k \cdot d\vec{l}$$

ε 的单位与U相同。



电动势的方向：电动势本身是标量，但为了便于应用，规定，由电源负极经由内电路指向正极的方向为电源电动势的方向。



内电路 $\mathcal{E} = \int_{-}^{+} \vec{E}_k \cdot d\vec{l}$

有时在整个闭合回路上都有非静电力，比如温差电动势和感生电动势



$$\varepsilon = \oint \vec{E}_k \cdot d\vec{l}$$

前述讲的电源，由于在外电路中 $\vec{E}_k = 0$ 故有

$$\varepsilon = \int_{-}^{+} \vec{E}_k \cdot d\vec{l}$$



$$\varepsilon = \oint \vec{E}_k \cdot d\vec{l}$$

说明:

南开大学

- (1) 电动势是电源本身的性质，与外电路无关；
- (2) 电源是产生非静电力的装置，不同的电源，非静电力的成因不同；
- (3) 电动势反映了电源把其它形式的能量转变为电能的本领；
- (4) 是标量，但也有方向，负极经电源内部指向正极的方向为电动势的正方向；
- (5) 电动势的大小 $\varepsilon = \oint \vec{E}_k \cdot d\vec{l}$
- (6) \vec{K} 与 \vec{E} 类似，单位为N/C，或V/m；而 ε 与U类似，单位为V。





电动势和电势差的区别有哪些？

电动势：电源把其他形式能转化成电能的能力；
电势差：移动单位正电荷所消耗的电势能。

电动势：表征电源的性能；
电势差：表征电场的性质。



产生非静电力的手段：

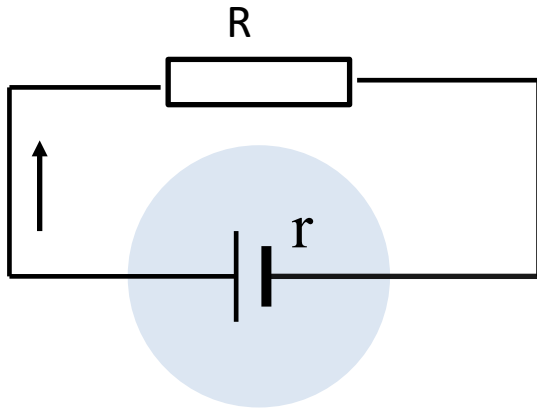
摩擦；

化学反应；

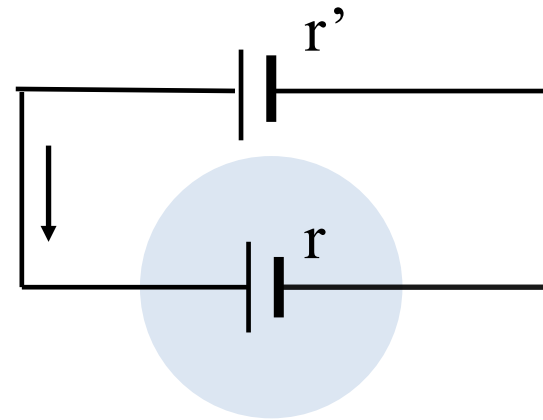
温差；

变化的磁场

3、源端电压：电源两端的电压



放电



充电

放电：在电源内部，正电荷由**负极到正极**运动；

充电：在电源内部，正电荷由**正极到负极**运动。

在电源的外电路中，源端电压为：

$$U_{AB} = \int_{+}^{-} \vec{E} \cdot d\vec{l} \text{ (外电路积分)}$$

在电源内部：

$$U_{AB} = \int_{+}^{-} \vec{E} \cdot d\vec{l} \text{ (内电路积分)}$$

$$\because \vec{j} = \sigma'(\vec{E} + \vec{E}_k) \therefore \vec{E} = -\vec{E}_k + \frac{\vec{j}}{\sigma'}$$



$$U_{AB} = -\int_+^- \vec{E}_k \cdot d\vec{l} + \int_+^- \frac{\vec{j}}{\sigma'} \cdot d\vec{l}$$

$$\because \varepsilon = \int_-^+ \vec{E}_k \cdot d\vec{l}$$

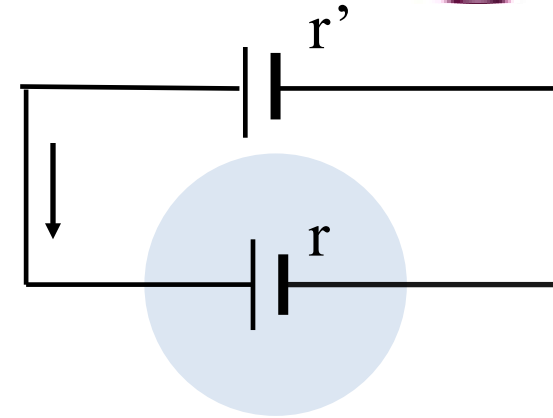
$$\therefore U_{AB} = \varepsilon + \int_+^- \frac{\vec{j}}{\sigma'} \cdot d\vec{l}$$





(1) **充电状态**——正电荷从正极运动到负极

$$\therefore U_{AB} = \mathcal{E} + \int_{+}^{-} \frac{\vec{j}}{\sigma'} \cdot d\vec{l}$$



第二项, \vec{j} 与积分路径方向相同,

$$\therefore \vec{j} \cdot d\vec{l} = j dl$$

$$\int_{+}^{-} \frac{\vec{j}}{\sigma'} \cdot d\vec{l} = \int_{+}^{-} \frac{j}{\sigma'} \cdot dl \xrightarrow{j=\frac{I}{S}} = I \int_{+}^{-} \frac{1}{\sigma'} \frac{dl}{S} = Ir$$

电源内阻: $r = \int_{+}^{-} \frac{1}{\sigma'} \frac{dl}{S}$

$$\therefore U_{AB} = \mathcal{E} + Ir$$

2) 放电状态——正电荷从负极运动到正极

南开大学

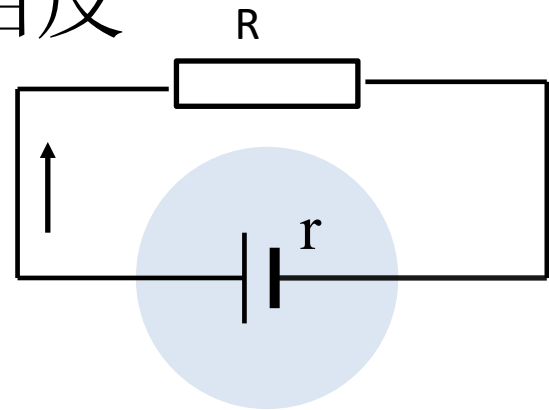
$$\therefore U_{AB} = \varepsilon + \int_{+}^{-} \frac{\vec{j}}{\sigma'} \cdot d\vec{l}$$

第二项， \vec{j} 与积分路径方向相反

$$\therefore \vec{j} \cdot d\vec{l} = -jdl$$

$$\int_{+}^{-} \frac{\vec{j}}{\sigma} \cdot d\vec{l} = -Ir$$

$$\therefore U_{AB} = \varepsilon - Ir$$



综上所述可知：

$$U_{AB} = \varepsilon \pm Ir$$

其中“+”号对应电源处于充电状态，“-”号对应电源处于放电状态。

讨论：

- (1) 充电时, $U_{AB} > \varepsilon$
- (2) 放电时, $U_{AB} < \varepsilon$
- (3) 电源开路，或内阻可忽略时, $U_{AB} = \varepsilon$
- (4) 实际电源可看作是理想电源，其电动势为 ε ，与一个电阻 r 的串联。



四、闭合电路的欧姆定律

电源处于放电状态

$$U_{AB} = \varepsilon - Ir$$

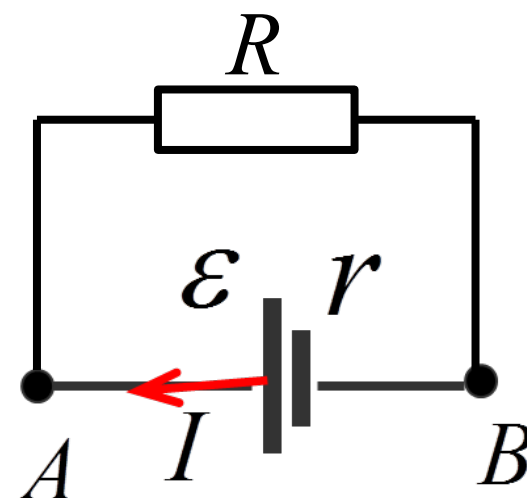
从外电路看：

$$U_{AB} = IR$$

由以上两式得：

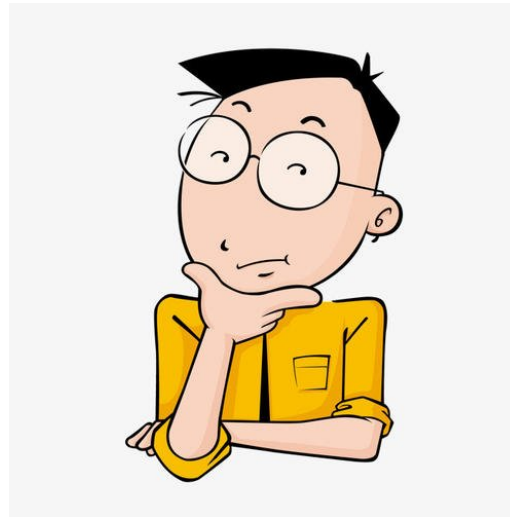
$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$$

此式称为**闭合回路的欧姆定律**。





想一想



对于外电路而言，电荷从高电位能运动到低电位能，电位能减少。那么减少的那部分电位能跑哪里去了？



温差电效应

Thermoelectric effect



<https://tv.sohu.com/v/dXMvMjAxOTA1NTA5LzY1MjQwOTg1LnNodG1s.html>



温差电效应：

由温度差产生电位差（电压）的效应

温差电效应包括：

塞贝克效应	（ Seebeck effect ）
玻尔贴效应	（ Peltier effect ）
汤姆逊效应	（ Thomson ）



塞贝克效应：将二种不同金属各自的二端分别连接构成的回路，如果两种金属的两个结点处温度不同，就会在这样的线路内发生电流。

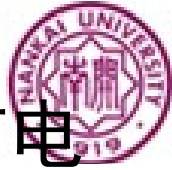
德国物理学家托马斯·约翰·塞贝克于1821年发现

在闭合回路中有电动势！

帕尔帖效应：

1843年，法国物理学家帕尔帖在铜丝的两头各接一根铋丝，再将两根铋丝分别接到直流电源的正负极上，通电后，他惊奇的发现一个接头变热，另一个接头变冷；这个现象后来就被称为“帕尔帖效应”。

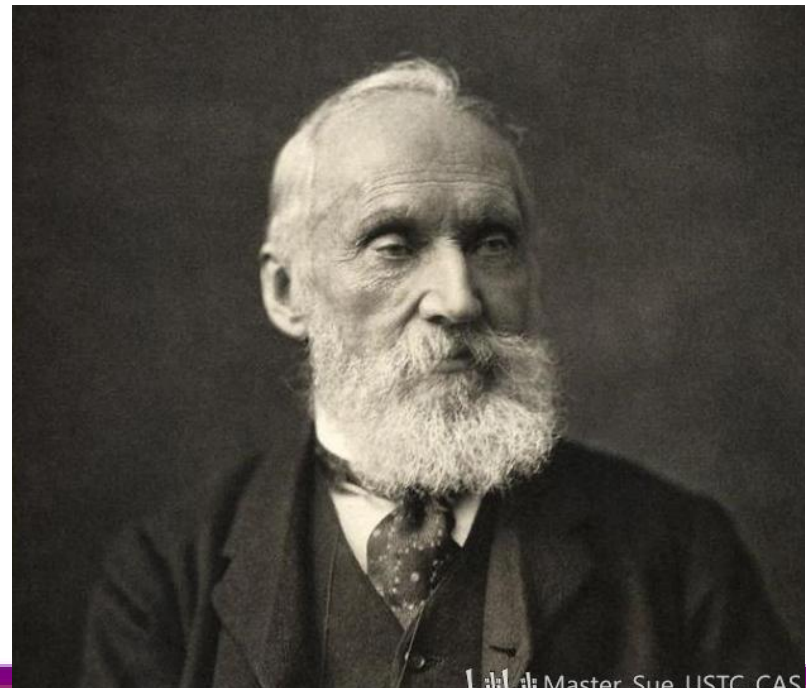




汤姆逊效应：将一根导线通恒定电流，由于导线有电阻而发热。再将这根带电的导线的某小局部加热；使它产生温度梯度。

这根导线就在原有发热的基础上，出现吸热或放热的现象或者反过来，当一根金属棒的两端温度不同时，金属棒两端会形成电势差。

英国物理学家威廉·汤姆逊
于1854年发现的





热电效应产生的原因是什么？？

自由电子热运动！！



基本概念1

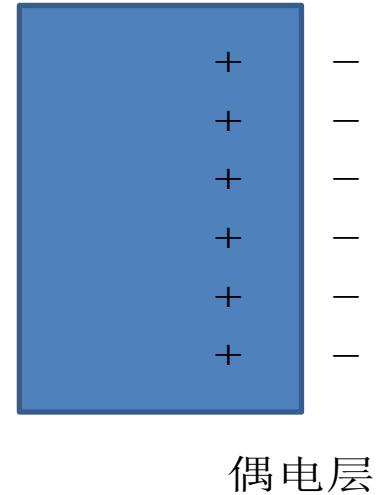
热运动与温度有关，温度越高，热运动越剧烈，温度越低，热运动则剧烈程度降低。



基本概念2

自由电子热运动，会形成偶电层。

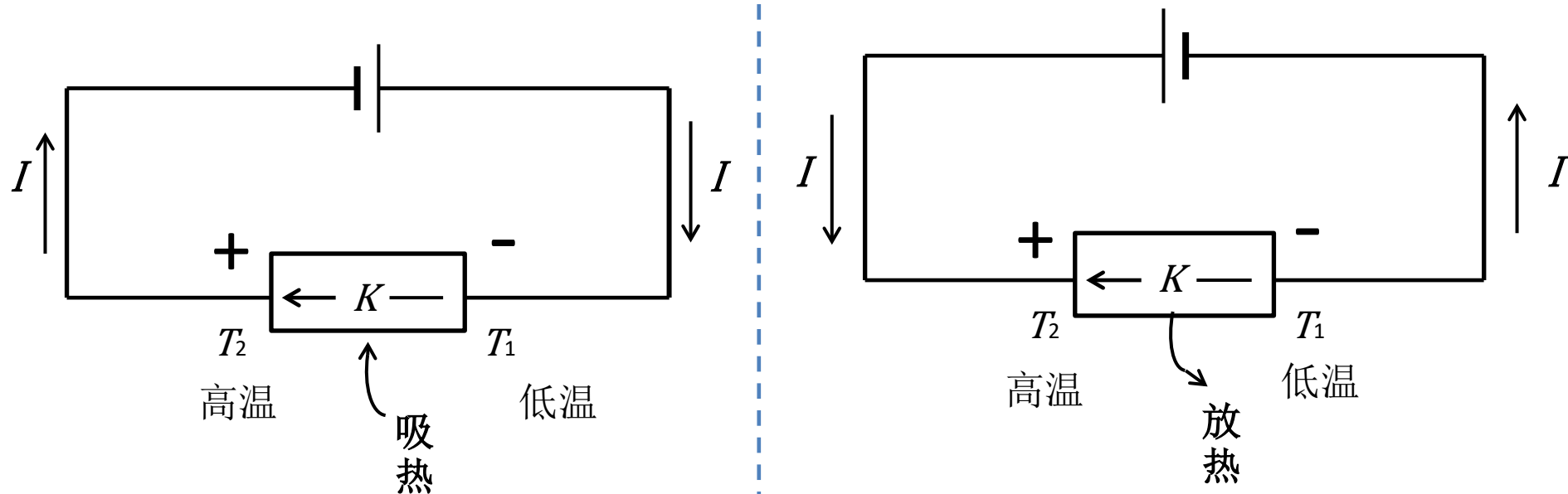
电子要脱离金属，需要克服偶电层电场力做功，才能从金属中摆脱出来，这个功的最小值叫**逸出功（脱出功）** $\rightarrow U_e$ 。U叫**逸出电位**。逸出功和逸出电位与材料有关。



三、温差电效应



1、汤姆逊电动势



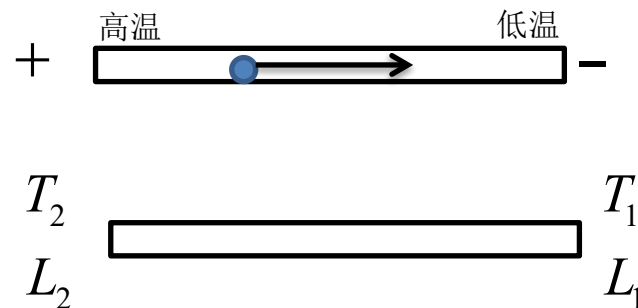
汤姆逊电动势一般很小

为什么在高温的一端堆积了正电荷，而在低温的一端堆积了负电荷？



温度不均匀，有热扩散运动。非静电场 \vec{K} 与温度梯度成正比。

$$\vec{E}_k = \sigma(T) \frac{dT}{dl} \hat{K}$$



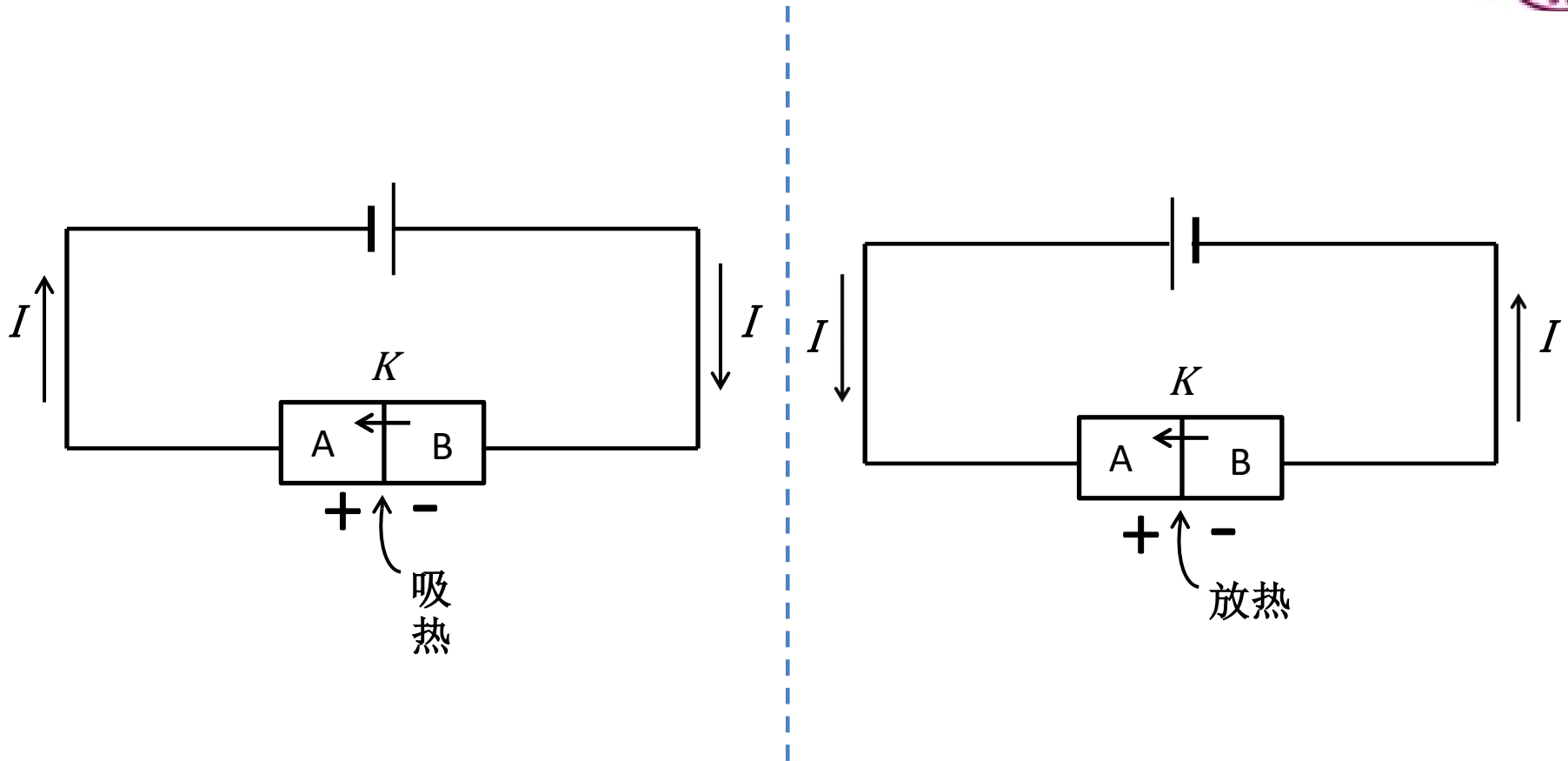
其中 $\sigma(T)$ 为汤姆逊系数，与材料、温度有关。

$$\varepsilon_T = \int_{L_1}^{L_2} \vec{E}_k \cdot d\vec{l} = \int_{L_1}^{L_2} \sigma(T) \frac{dT}{dl} \hat{K} \cdot d\vec{l} = \int_{T_1}^{T_2} \sigma(T) dT$$

ε_T 称为汤姆逊电动势。



2、珀尔贴电动势



珀尔贴电动势一般在0.01V到0.001 V之间

接触电位差:

意大利科学家伏打 (A. Volta), 1797 年发现, 两种不同金属相互接触, 表面两侧发现异号电荷, 由此形成电位差—接触电位差。

(摩擦起电也是一种, 摩擦可增加接触面积)。





(1) 自由电子数密度不同：相同时间内彼此进入对方的自由电子数不同；

(2) 具有不同的逸出电位：自由电子逸出的难易程度不同。

A	B
-----	-----

设自由电子密度: $n_A > n_B$, 则 A 带正电, B 带负电

此时有:
$$U'_{AB} = \frac{KT}{e} \ln \frac{n_A}{n_B}$$

如逸出功: $U_{0B} > U_{0A}$, 则 A 带正电, B 带负电

此时有:
$$U''_{AB} = U_{0B} - U_{0A}$$

$$\therefore U_{AB} = U'_{AB} + U''_{AB} = \frac{KT}{e} \ln \frac{n_A}{n_B} + (U_{0B} - U_{0A})$$



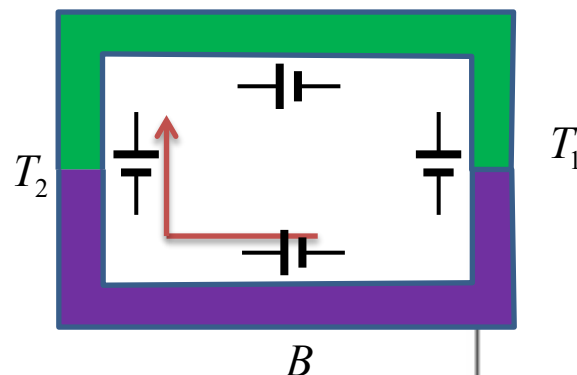
3、赛贝克电动势

南开大学

两种金属组成闭合回路，两接触面温度不同。

$\mathcal{E}_B + \mathcal{E}_T = \mathcal{E} \rightarrow$ 赛贝克电动势，
也就是温差电动势。

一般 $\mathcal{E}_B > \mathcal{E}_T$



$$\mathcal{E}_B = \frac{K (T_2 - T_1)}{e} \ln \frac{n_A}{n_B}$$

$$\mathcal{E}_T = \int_{T_1}^{T_2} (\sigma_B - \sigma_A) dT$$

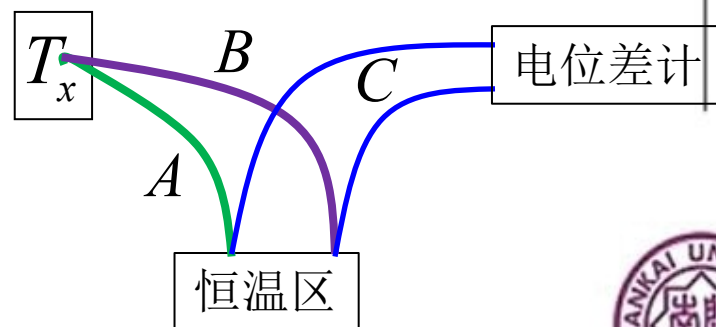
$$\mathcal{E} = \frac{K(T_2 - T_1)}{e} \ln \frac{n_A}{n_B} + \int_{T_1}^{T_2} (\sigma_B - \sigma_A) dT \text{ (温差电动势)}$$



4、温差电效应的应用

(1) 测量温度：

- 由两种金属组成闭合回路，两接触面温度不同，称为温差电偶。
- 可以证明，在A、B组成的回路中加入C，只要C两端温度相同，则总的温差电动势不变。
- 特点：
 灵敏、准确、待测体小、测量范围宽、可测真空系统中的温度。

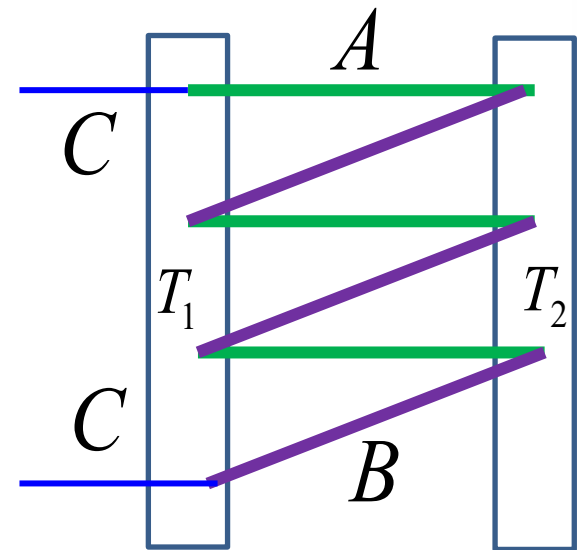




[https://haokan.baidu.com/v?vid=16099233281911271769
&pd=bjh&fr=bjhauthor&type=video](https://haokan.baidu.com/v?vid=16099233281911271769&pd=bjh&fr=bjhauthor&type=video)

(2) 小型电源:

- 温差电动势一般只有几毫伏，为了提高，可制成“温差电堆”。
- 半导体的温差电效应更加明显，可制作小型电源。

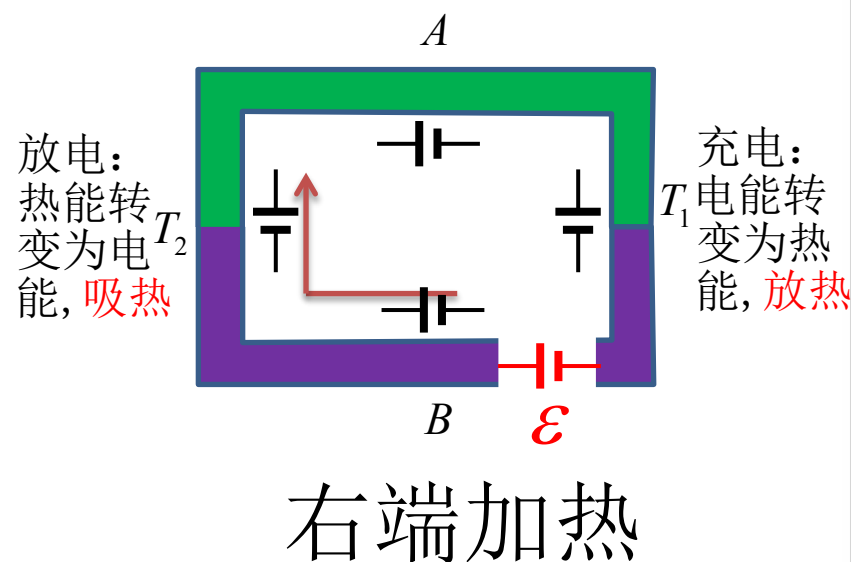
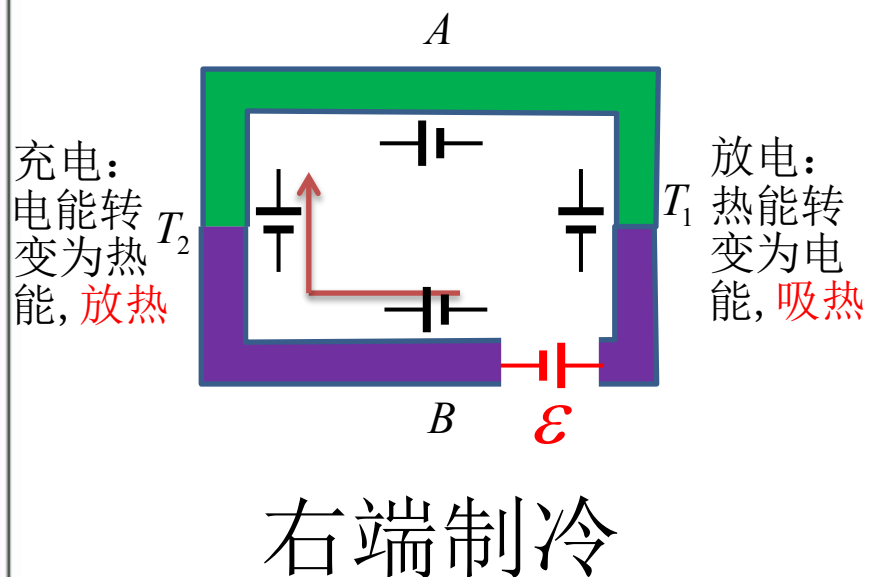




<http://tv.cctv.com/2018/09/08/VIDEXBJWxFkWixYVy9NSHV2g180908.shtml>

(3) 电子制冷:

- 可用半导体材料制成制冷器或加热器。





本次的学习目标，您掌握了吗？

- 您知道什么是电动势了吗？
- 进一步认识电动势：温差电动势和接触电动势



电流稳恒条件

$$\oint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = 0$$

欧姆定律的微分形式的矢量表达

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}$$

电源电动势

$$\varepsilon = \int_{-}^{+} \vec{E}_k \cdot d\vec{l}$$

$$\varepsilon = \oint \vec{E}_k \cdot d\vec{l}$$