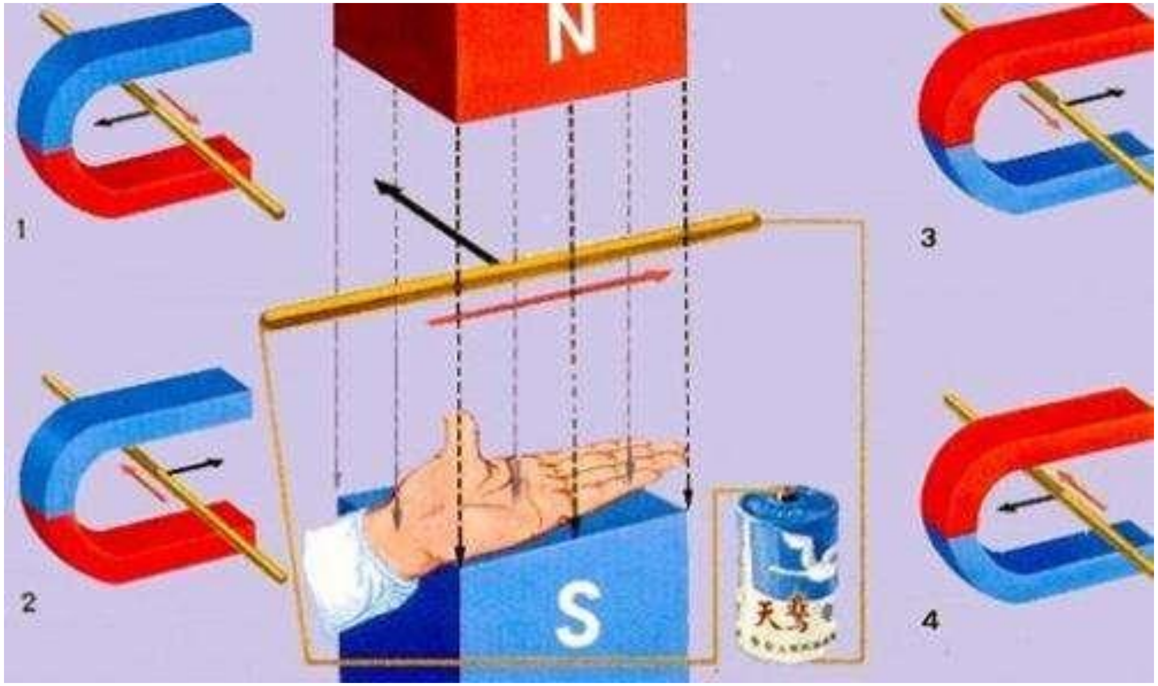
课前热身

- 稳恒磁场的基本规律是什么?
- 洛伦兹力的大小是多少？
- 带电粒子在洛伦兹力的作用下，会做怎样的运动?
- 回旋加速器中，电场和磁场的作用是什么？

通过本次课的学习，您将：

- 安培公式
- 磁力矩
- 磁场力做的功

§9.4 安培公式



1920年底，安培得到了电流元相互作用的公式

- 1820年7月，奥斯特发表了他的著名实验；
- 1820年9月，安培报道了平行载流直导线的作用；
- 1820年10月，毕奥-萨伐尔在拉普拉斯的帮助下，提出了毕奥-萨伐尔定律；
- 1820年12月，安培得到了电流元相互作用的公式。

载流直导线受力演示实验

https://v.youku.com/v_show/id_XMjg2NTM3NTY=.html?f=2168912&from=y1.7-3

安培力:电流元矢量在磁场中受到磁场的作用力称为安培力。

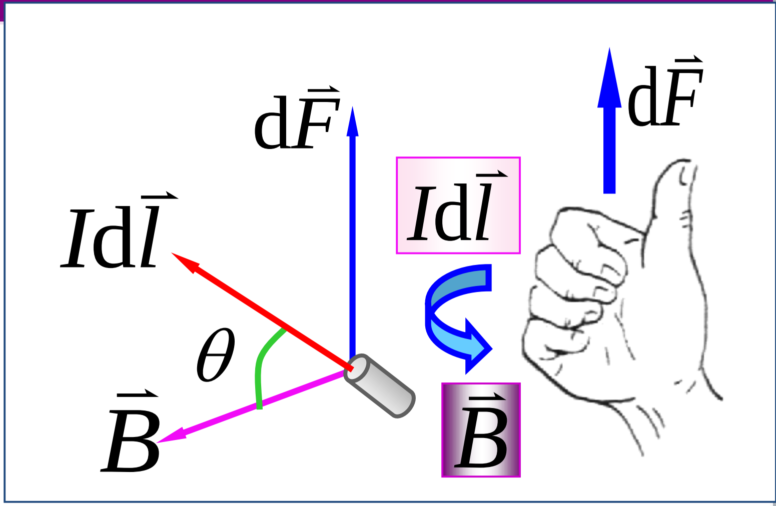
安培公式:计算安培力的公式称为安培公式。

洛伦兹力:在磁场中运动的电荷受到的磁场力

安培的实验结果

安培公式

安培公式：对于任意磁场$\vec{B}$，对电流元$I\mathrm{d}\vec{l}$都有力的作用，这种力叫做安培力，且有



$$\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}$$

◆ 标量形式为$F = I\mathrm{d}l\sin\theta$，其中$\theta$为$\vec{B}$与$\mathrm{d}\vec{l}$的夹角。

◆ 方向由$I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}$决定，它不但与$\mathrm{d}\vec{l}$垂直，而且也垂直于$\vec{B}$。

特例:

载有稳恒电流的直导线L在均匀磁场$\vec{B}$中所受到的安培力为:

$$\vec{F}=\int_L(Id\vec{l}\times\vec{B})=\left(\int_L Id\vec{l}\right)\times\vec{B}=I\vec{L}\times\vec{B}$$

$\vec{L}$的方向是电流的方向。

计算安培力的步骤

- 在载流导线上取电流元$I d\vec{l}$,
- 由安培定律得电流元所受的安培力

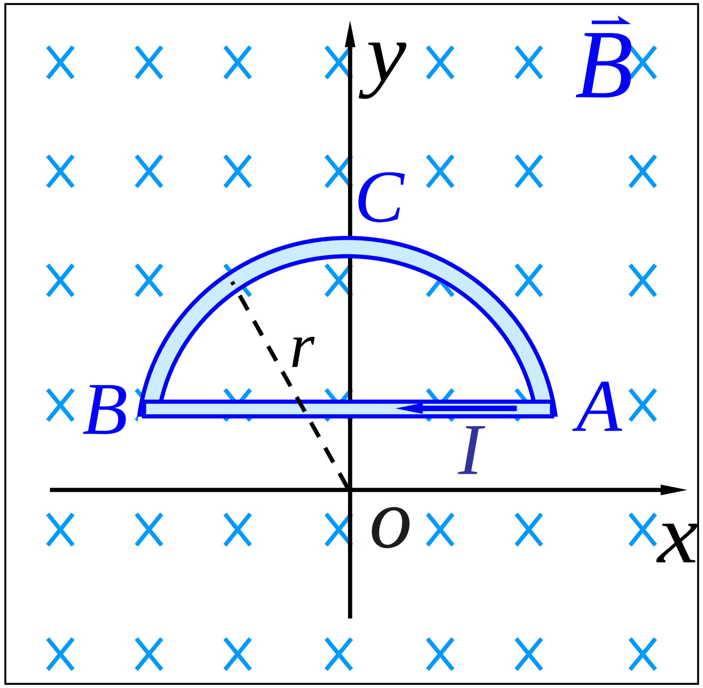
$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$$

- 对称性分析；

- 由叠加原理求载流导线所受的安培力

$$\vec{F} = \int d\vec{F} = \int I d\vec{l} \times \vec{B} \qquad F_x = \int dF_x, F_y = \int dF_y, F_z = \int dF_z$$

例 1 如图一通有电流 I 的闭合回路放在磁感应强度为 $\vec{B}$ 的均匀磁场中，回路平面与磁感强度 $\vec{B}$ 垂直．回路由直导线 AB 和半径为 r 的圆弧导线 BCA 组成，电流为顺时针方向，求磁场作用于闭合导线的力.



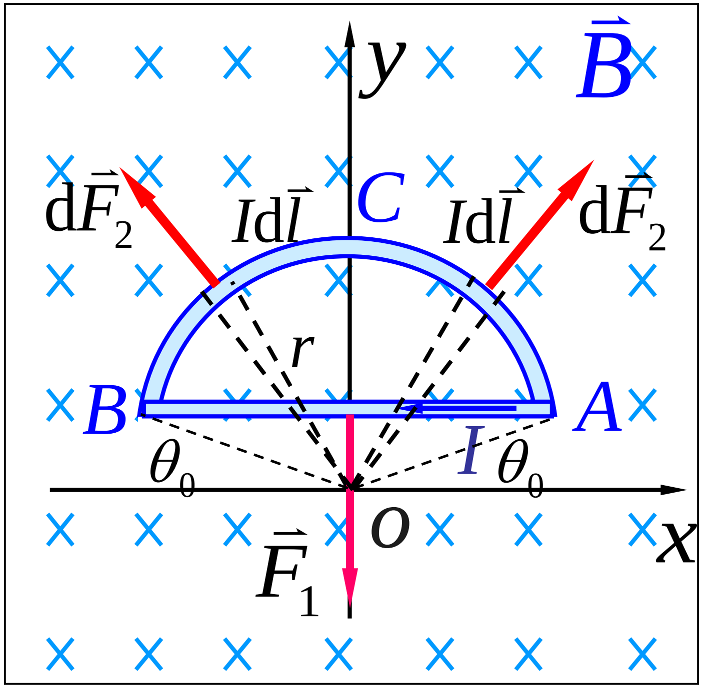
解 $\vec{F}_1 = -I\,\overline{AB}B\vec{j}$

根据对称性分析 $F_{2x} = 0$

$$\vec{F}_2 = F_{2y}\vec{j}$$

$$F_2 = \int \mathrm{d}F_{2y} = \int \mathrm{d}F_2 \sin\theta$$

$$= \int BI\mathrm{d}l \sin\theta$$

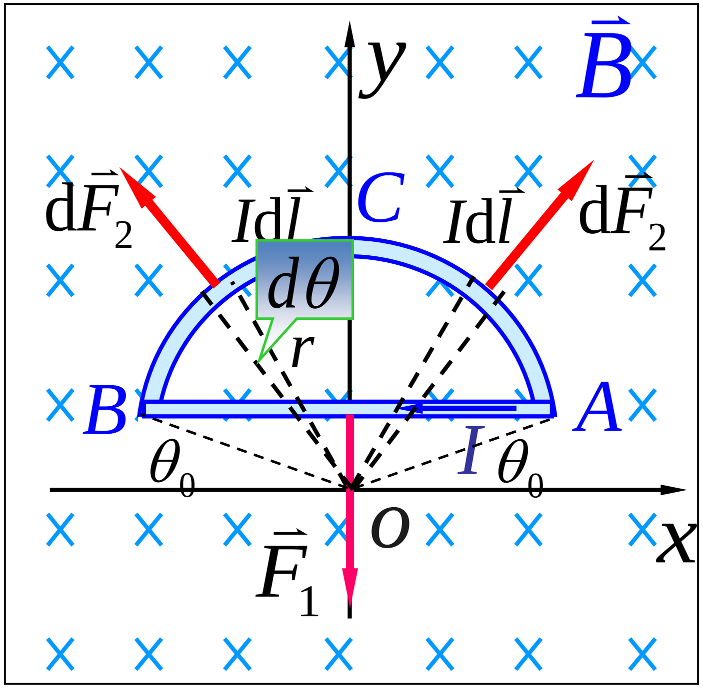


因 $\mathrm{d}l = r\mathrm{d}\theta$

$$F_2 = BIr\int_{\theta_0}^{\pi-\theta_0} \sin\theta\,\mathrm{d}\theta$$

$$\vec{F}_2 = BI(2r\cos\theta_0)\vec{j}$$

$$= BI\,\overline{AB}\,\vec{j}$$



由于 $\vec{F}_1 = -BI\,\overline{AB}\,\vec{j}$

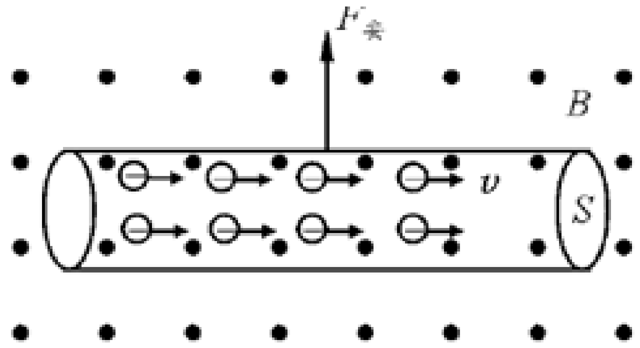
故 $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$

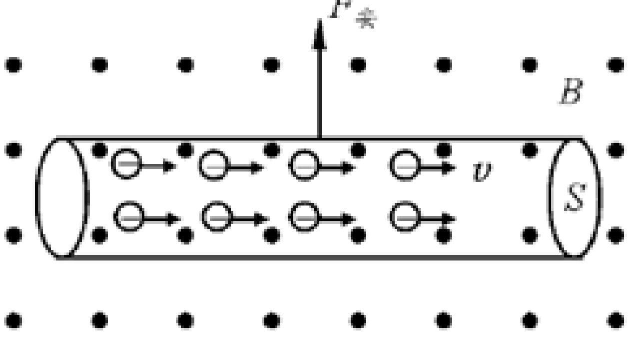
根据洛伦兹力推导出

安培公式

洛伦兹力得出安培力

在一段金属导体中，设电子的定向运动速度为$\vec{v}$，导体中自由电子密度为n，则Δt时间内，位移为vΔt，设导体截面积为S。



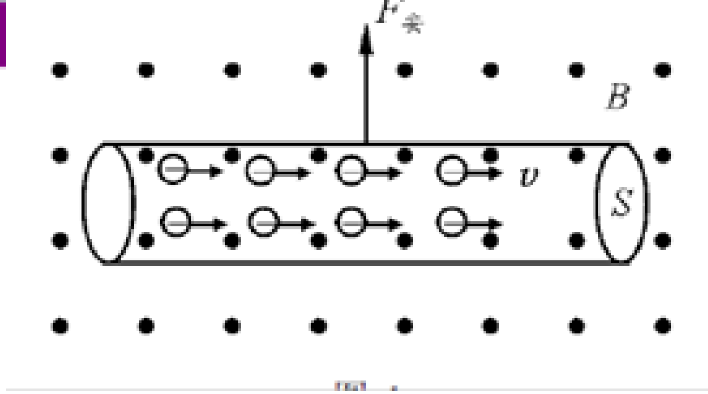


■ 单个电子在磁场中所受的洛伦兹力：

$$\vec{F}_1 = -e\vec{v} \times \vec{B}$$

■ 长为dL，截面积为S的一段导体内电子所受的总的洛伦兹力：

$$\vec{F}_L = nsdL\vec{F}_1 = nsdL(-e\vec{v} \times \vec{B}) = -ensdL\vec{v} \times \vec{B} = -ensvd\vec{L} \times \vec{B}$$



$$\vec{F}_L = -ensvd\vec{L} \times \vec{B}$$

■ 电流强度

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{-env\Delta ts}{\Delta t} = -ensv$$

■ 若把矢量$d\vec{L}$，方向与电流方向相同，则：

$$\vec{F}_L = Id\vec{L} \times \vec{B}$$

与安培公式的结果一致！！

安培力的应用

刚体知识回顾

刚体的力矩是什么？

$$\vec{M}=\sum_{j}\vec{M}_{\mathrm{e}j}=\sum_{j}\vec{r}_{j}\times\vec{F}_{ej}$$

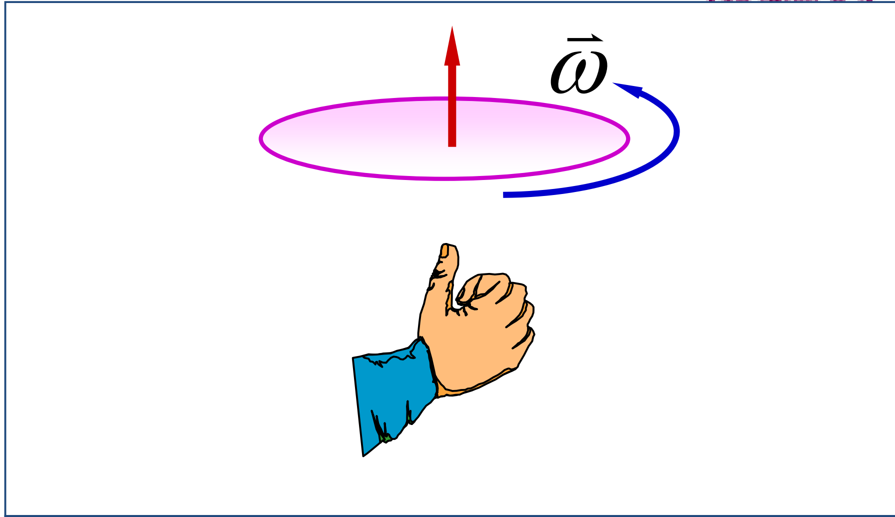
刚体所受的总力矩就是各质点所受外力矩的矢量和。

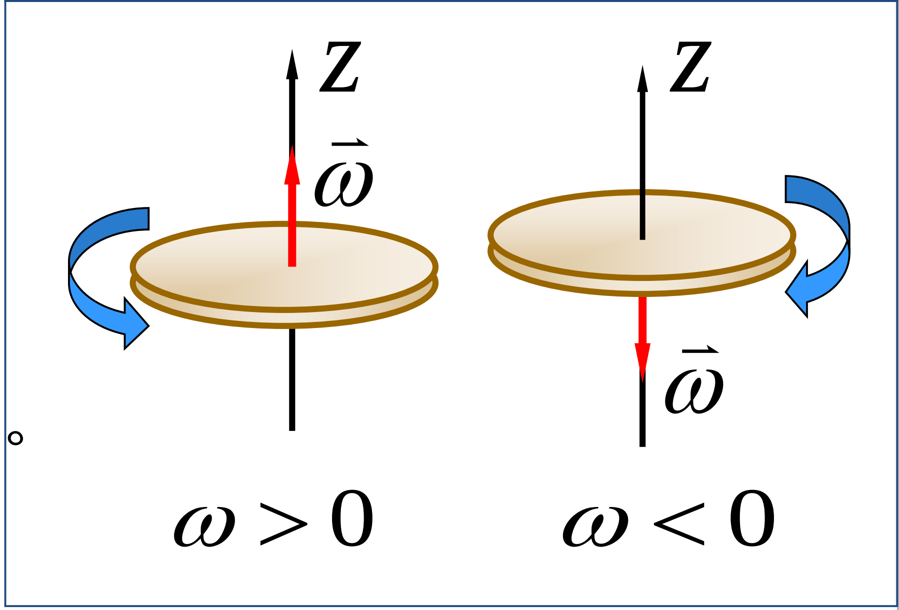
力矩方向和角速度方向的关系？

如果：　　$\vec{\omega}$方向↑,

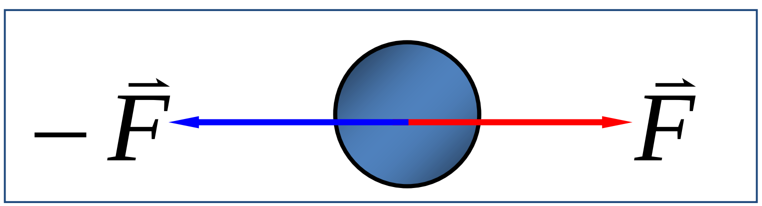
$\vec{M}$ ↑,(同向)加速转动。

$\vec{M}$ ↓,(反向）减速—阻力矩。

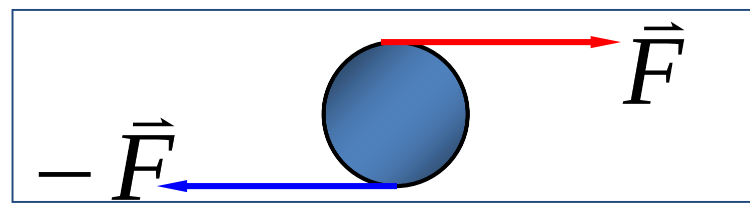




如果一个刚体受到的合外力为零，刚体可能的运动状态是什么？



$$\sum_i \vec{F}_i = 0, \quad \sum_i \vec{M}_i = 0$$



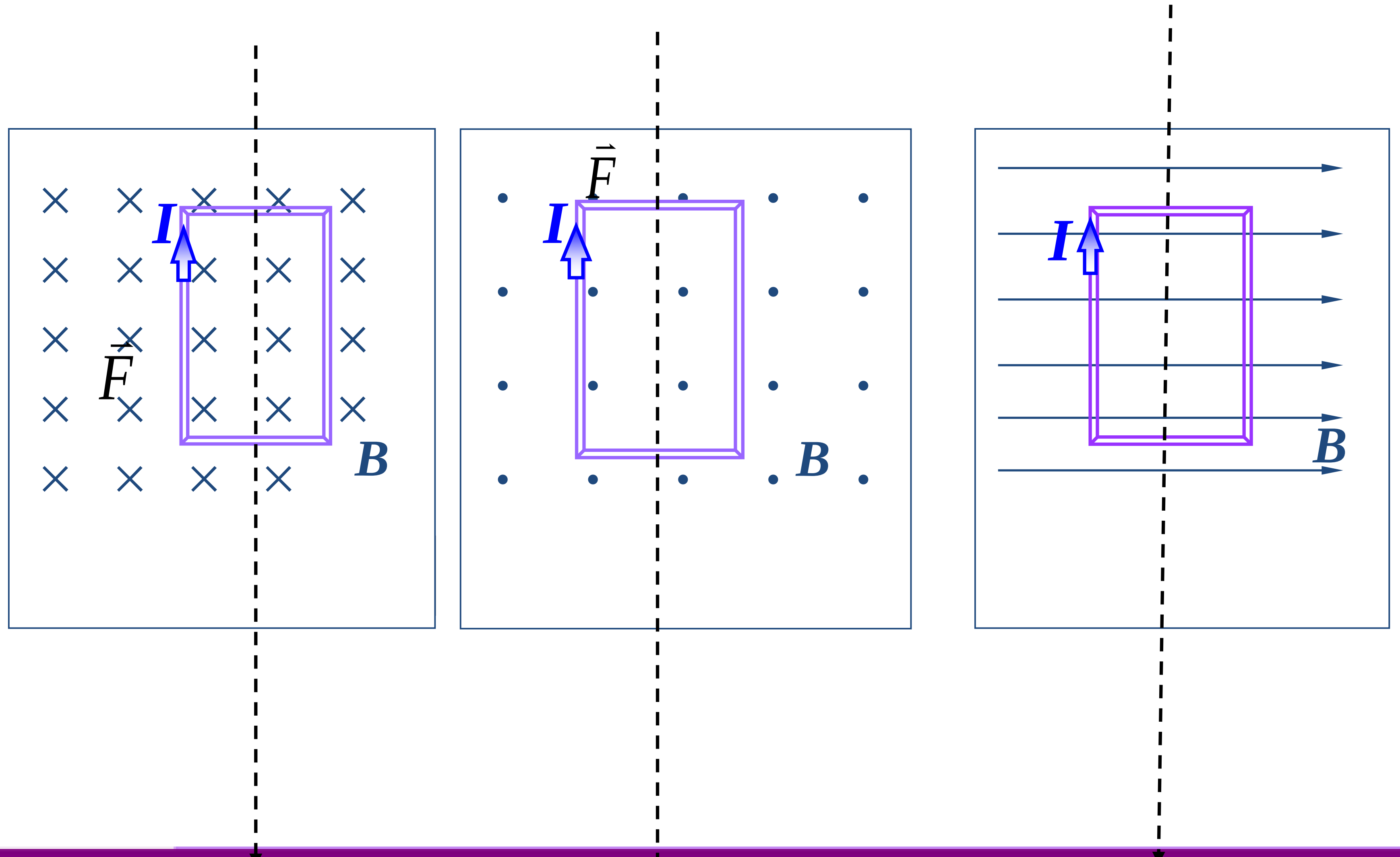
$$\sum_i \vec{F}_i = 0, \quad \sum_i \vec{M}_i \neq 0$$

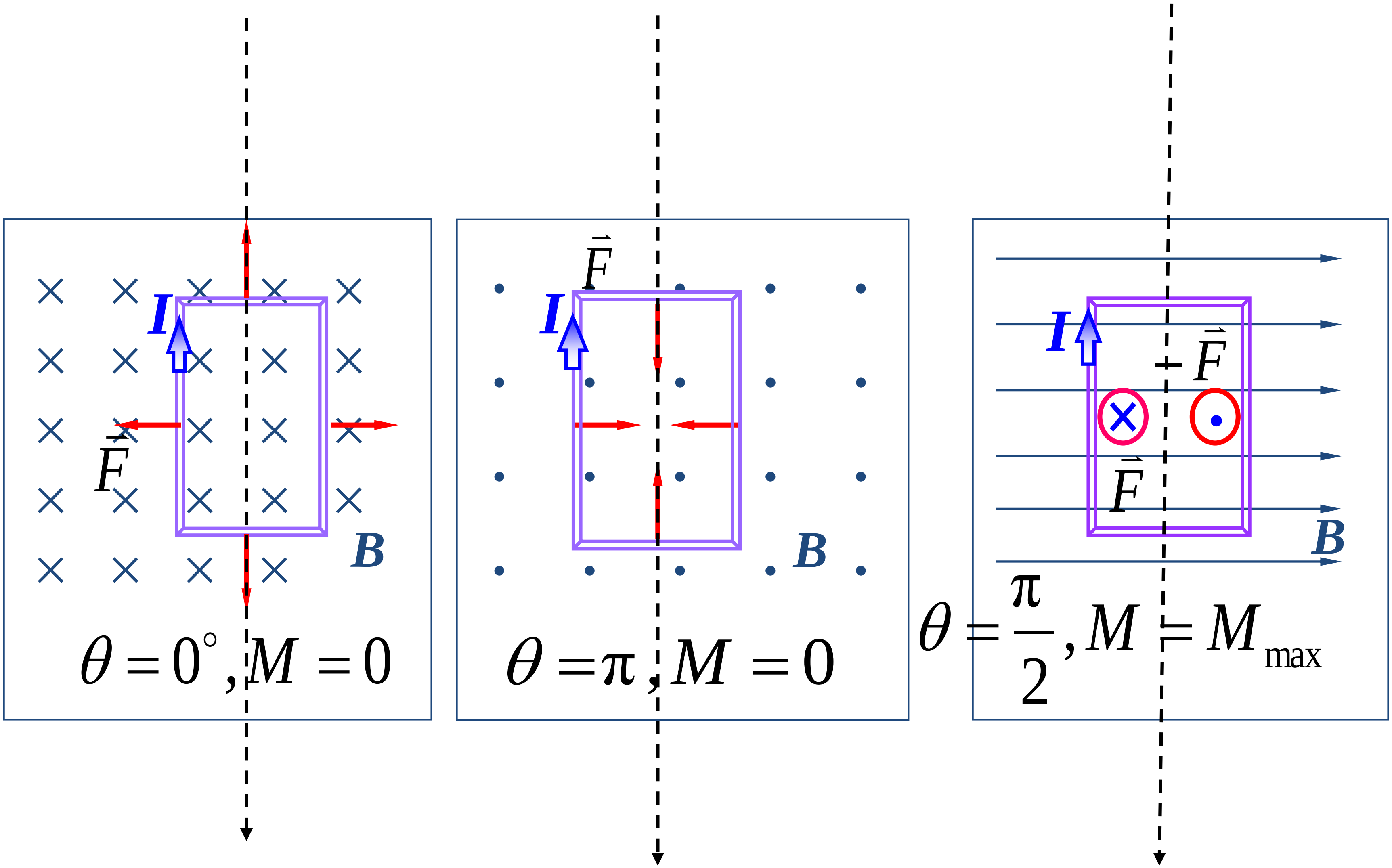
安培力的应用1——磁力矩

磁力矩：　磁场对载流线圈产生的力矩

载流线圈空间方向的规定：右手四指弯曲指向电流的方向，拇指的方向为线圈平面的法线方向

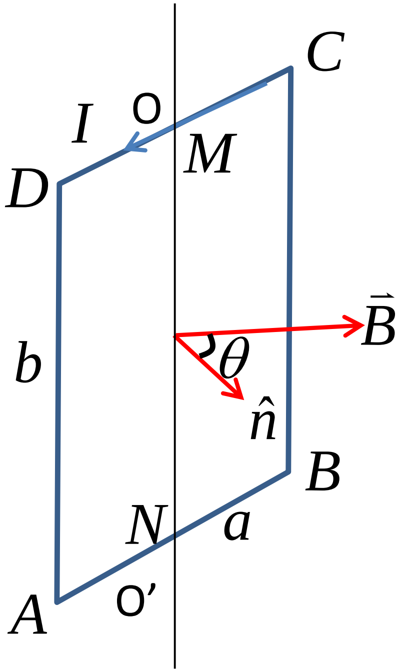
请分析以下三种情况中，载流线圈的受力情况和绕如图所示虚线轴线的合力矩情况





I
$\vec{F}$
B
$\theta = 0^\circ, M = 0$
I
$\vec{F}$
B
$\theta = \pi, M = 0$
I
$\vec{F}$
$\vec{F}$
B
$\theta = \frac{\pi}{2}, M = M_{max}$

讨论：　矩形线圈在均匀磁场中所受的力矩。设，矩形线圈的边长分别为a和b。它可绕垂直于磁感应强度 B 的中心轴OO’自由转动。求其磁力矩

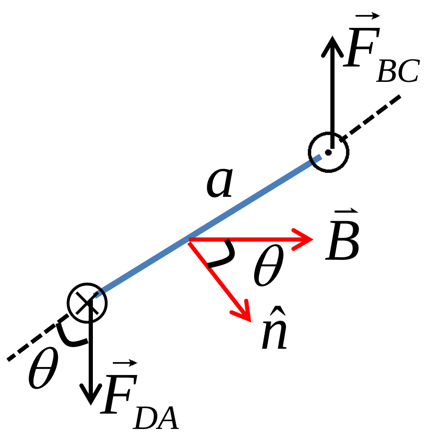


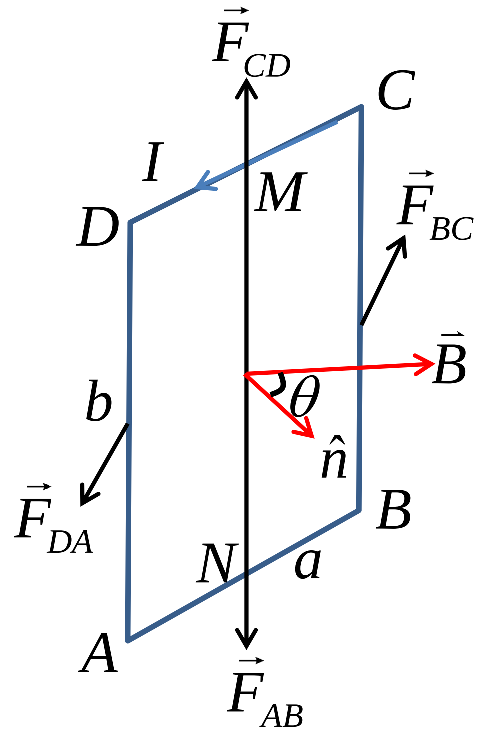
$\vec{F}_{BC}$与$\vec{F}_{DA}$大小相等，方向相反，作用线不同，对线圈不构成加速度，但构成了力矩。

$F_{Bc} = IbB$　方向垂直向里

$F_{DA} = IbB$　方向垂直向外

线圈所受力矩：





$$M = F_{BC} \cdot \frac{a}{2}\sin\theta$$

$$+F_{DA} \cdot \frac{a}{2}\sin\theta = IabB\sin\theta = ISB\sin\theta$$

磁偶极矩矢量： $\vec{m} = SI\hat{n}$

平面线圈所受磁力矩： $\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$

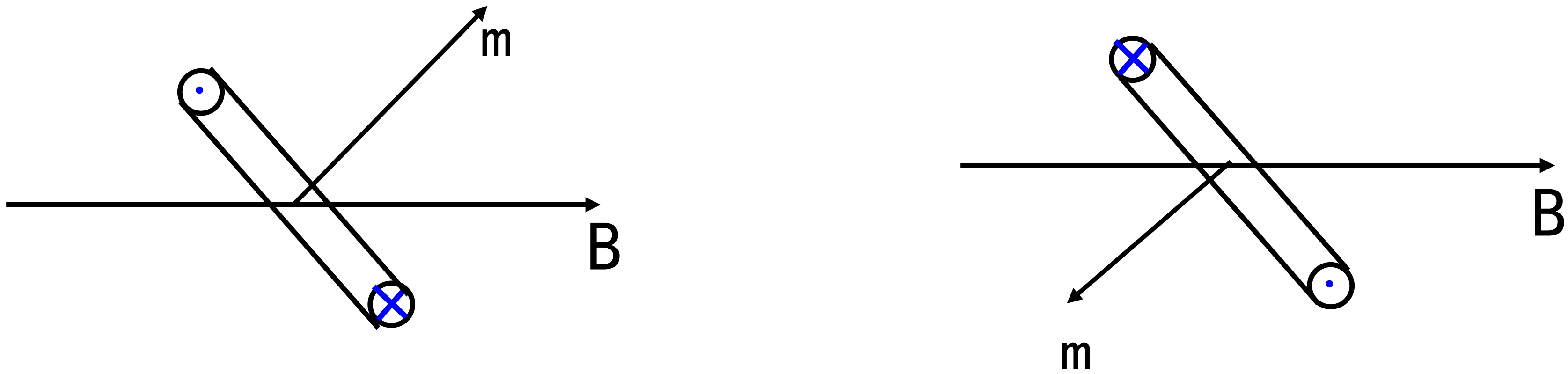
N匝载流平面线圈的磁偶极矩矢量 $\vec{m} = NSI\hat{n}$

◆处于均匀磁场中，适用于任意平面线圈

◆ 非均匀磁场，如果线圈平面很小，在线圈所处范围内，磁场可看作均匀的，故上述结论也是成立的。

讨 论

请定性分析载流线圈在磁力矩的作用下，会发生怎样的运动，最后会到一个什么状态？



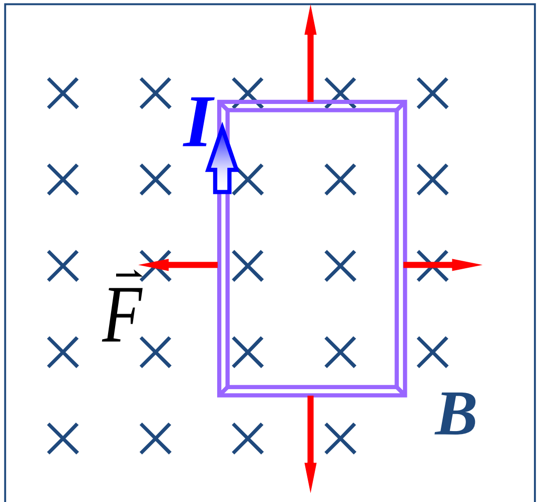
结论：在磁力矩的作用下，线圈会发生旋转，使磁矩的方向与外磁场的方向一致。

（1）$\vec{n}$ 与 $\vec{B}$ 同向　（2）方向相反　（3）方向垂直

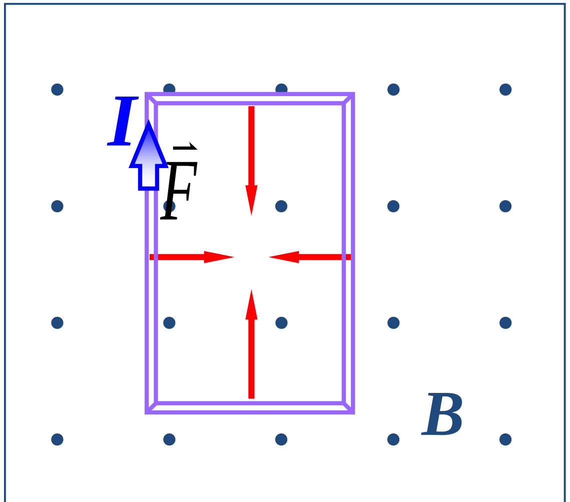
稳定平衡

不稳定平衡

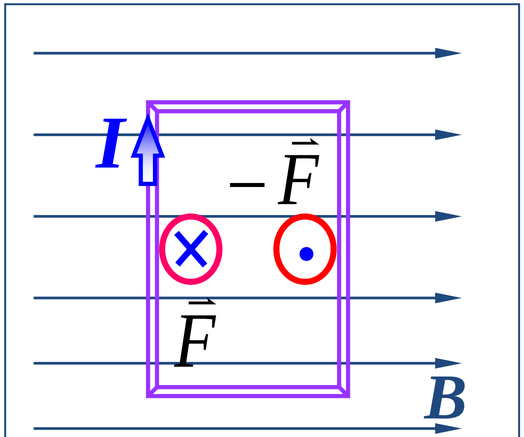
力矩最大



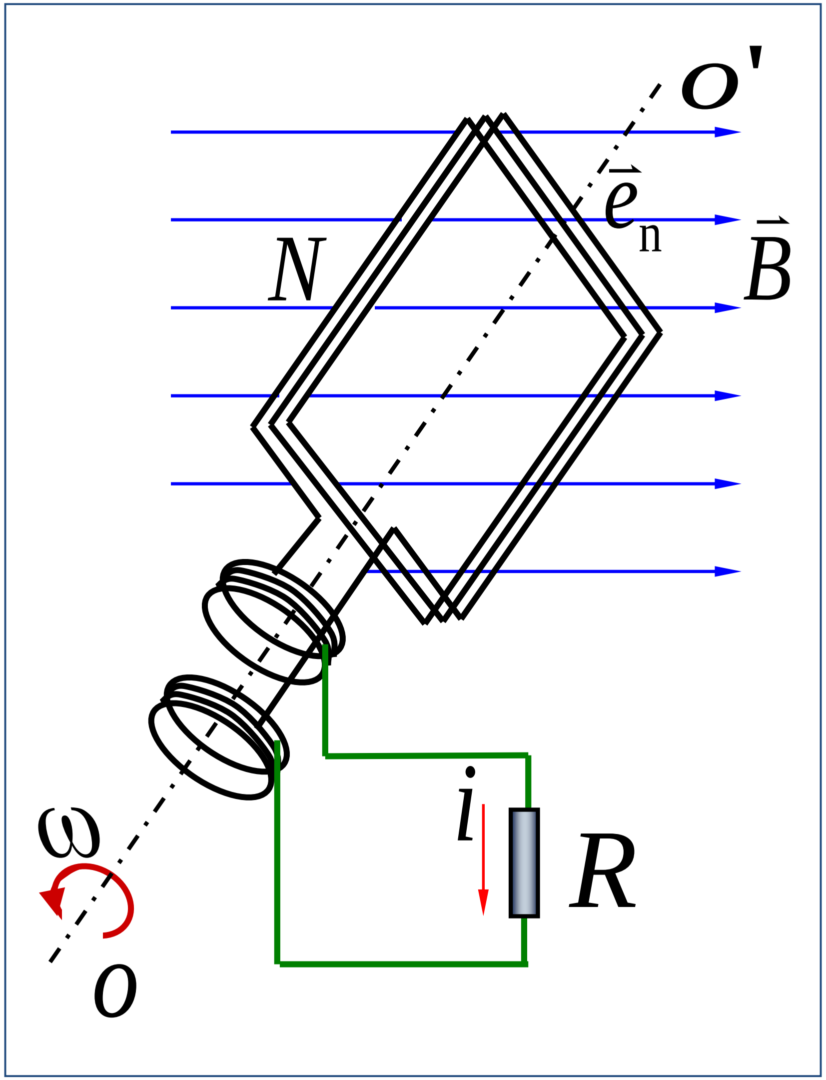
$\theta = 0^\circ, M = 0$



$\theta = \pi, M = 0$



$\theta = \dfrac{\pi}{2}, M = M_{max}$

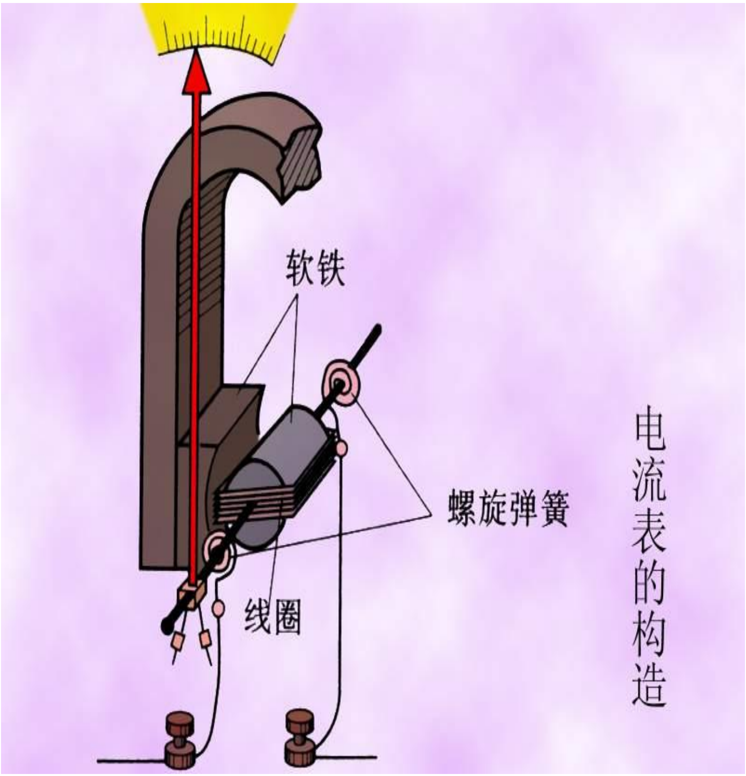


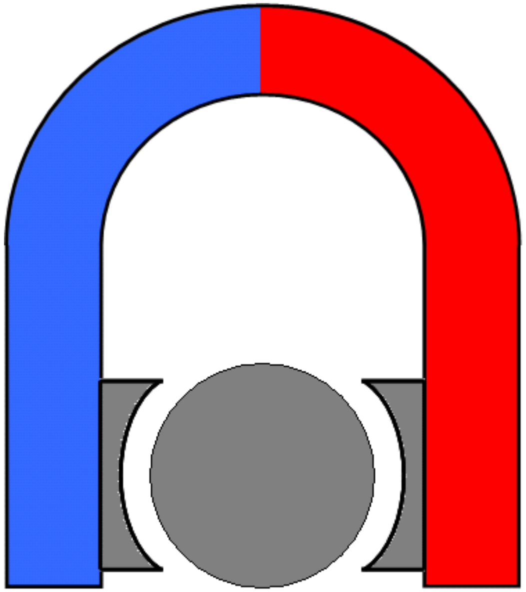
发电机

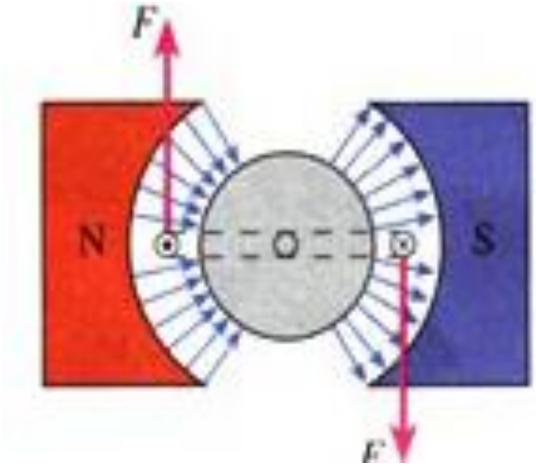
安培力的应用2——表头原理

磁电式电流计俗称表头，

它的构造如图：







工作原理：

(1)力矩，线圈匝数为N，面积为S，磁感应强度为B，通过线圈的电流为I，线圈所受磁力矩：

$$\tau = NSIB$$

(2)线圈在磁力矩作用下转动，使弹簧圈扭转，产生阻碍线圈转动的力矩，这两个力矩平衡时，线圈停止转动，此时指针偏转一个角度θ，弹簧圈的力矩跟θ成正比：$\tau' = k\theta$

$$\Rightarrow I = \frac{k}{NBS} \cdot \theta$$-----显然：$I \propto \theta$

所以：电流计表头的刻度盘是均匀的。

磁场力做的功

功的表达式:　$A=\int \vec{F}\cdot d\vec{l}$

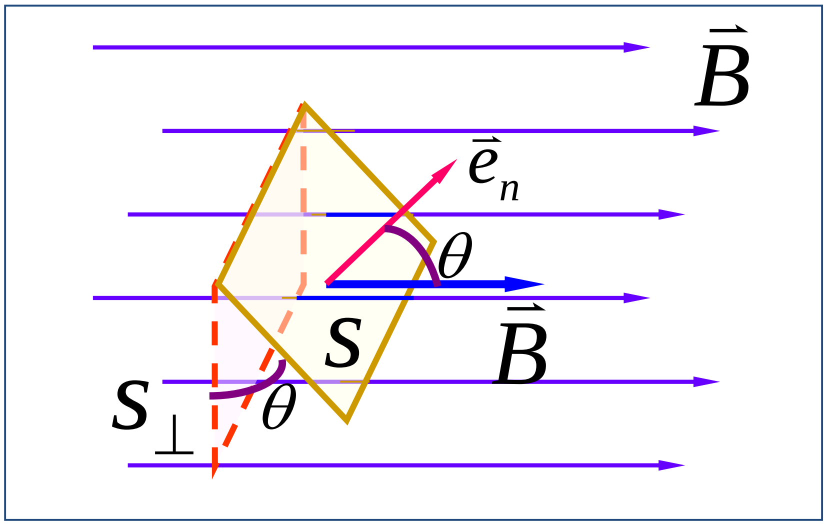
刚体定轴转动:　$A=\int_L \vec{F}\cdot d\vec{l}=\int_\theta Md\theta$

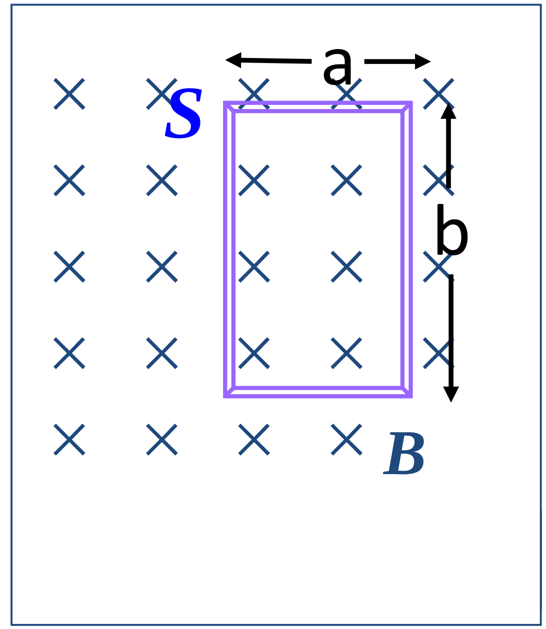
电场力做的功:　$A=\int_a^b \vec{F}_{电}\cdot d\vec{l}=\int_a^b \mathrm{q}\vec{\mathrm{E}}\cdot d\vec{l}=\mathrm{qU}_{\mathrm{ab}}$

磁场力做的功:　$A=\int_a^b \vec{F}_{磁}\cdot d\vec{l}=?$

磁通量是怎么定义的？

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$



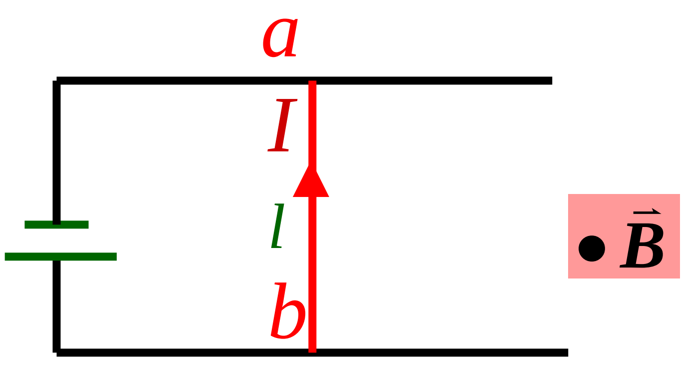


$$\Phi = BS\cos\theta = BS_\perp$$

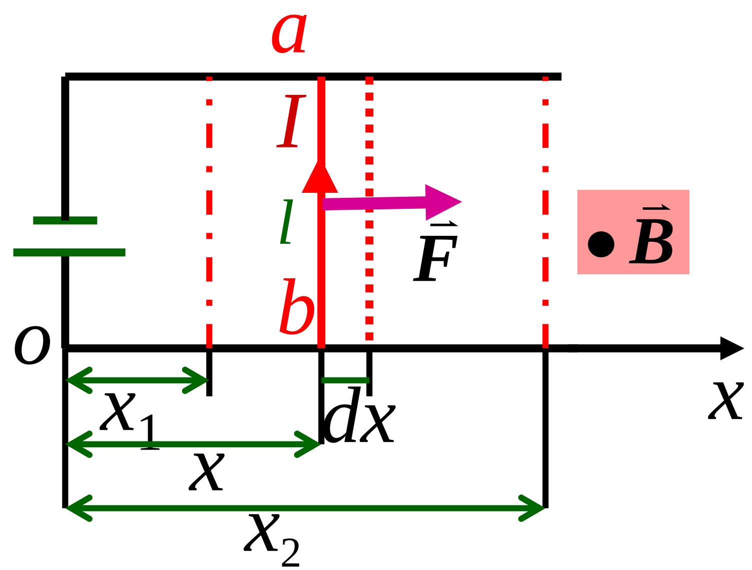
磁通量：　BS=Bab

1 载流导线*平动*过程中磁场力做的功

例：均匀磁场中，放置一闭合线框，*ab*内电流 *I* 不变，长为 *l*，可沿框架滑动，求滑动过程中磁场力作功。



解：建坐标如图



$$A=\int_L \vec{F}_{磁}\cdot d\vec{l}=\int_L F_{磁}\cdot|dl|\cdot\cos\theta$$

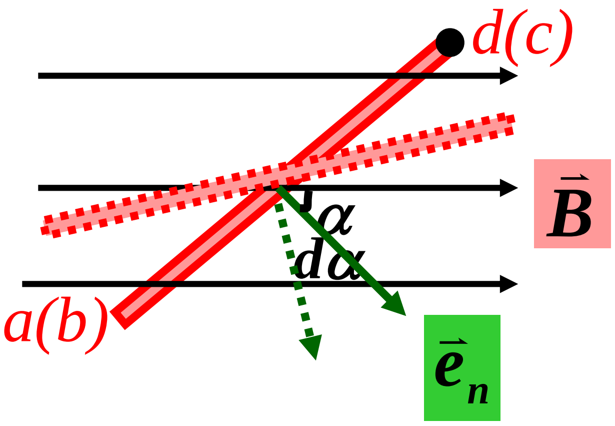
$$=\int_{x_1}^{x_2}(IlB)\cdot dx$$

$$=IlB(x_2-x_1)=I(Blx_2-Blx_1)=I(\Phi_2-\Phi_1)$$

电流不变下，磁场力做功等于电流与磁通量的增量的乘积。

2. 载流线圈*转动*过程中磁力矩做的功

例： 设一载流线圈在磁场中转动，线圈中电流 I 不变，求转动过程中磁力矩作功。



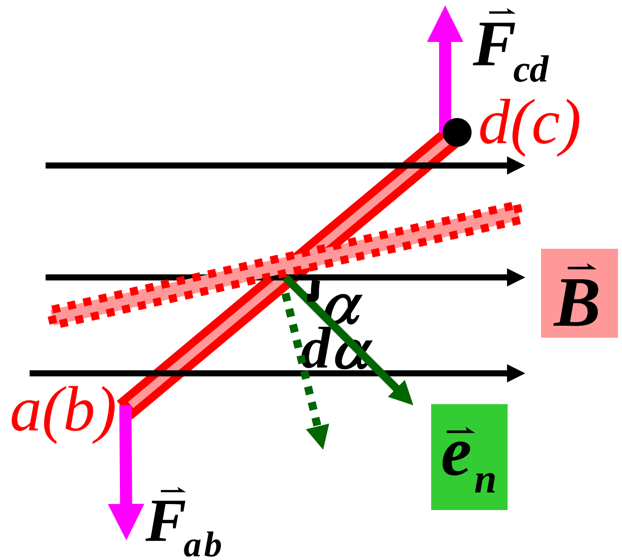
解：

解： $M = ISB\sin\alpha$

$$A = \int_L \vec{F}_{磁} \cdot d\vec{l} = \int_\theta M d\theta$$

$$= -\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} (ISB\sin\alpha) d\alpha$$

$$= ISB(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1) \boxed{= I(\Phi_2 - \Phi_1)}$$



电流不变下，磁场力做功等于电流与磁通量的增量的乘积。

磁场力作功:

$$A_{ab}=\int_a^b \vec{F}_{磁}\cdot d\vec{l} = I(\Phi_2-\Phi_1)$$

普遍成立

电流不变下，磁场力做功等于电流与磁通量的增量的乘积。

本次课的学习目标，您掌握了吗？

- 安培公式
- 磁力矩
- 磁场力做的功

一、稳恒磁场的基本特性

1、环路定理：$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_o \sum I$

稳恒磁场不是保守场，不可能像电场那样引入位函数。

2、高斯定理：$\oiint_S \vec{B}\cdot d\vec{s} = 0$

说明磁力线总是闭合的，或者说，磁荷（磁单极）是不存在的。

二、重要公式

1、毕-萨定律：

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l}\times\vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l}\times\hat{\vec{r}}}{r^2}$$

叠加原理：

导线L产生的磁场：

$$\vec{B} = \int_L d\vec{B} = \int_L k\frac{Id\vec{l}\times\hat{r}}{r^2}$$

2、安培定律

$$d\vec{F}_{12} = I_2 d\vec{l}_2 \times d\vec{B}_{12}$$

$$d\vec{B}_{12} = \frac{I_1 d\vec{l}_1 \times \hat{r}_{12}}{r_{12}^{\ 2}}$$

$$d\vec{F}_{21} = I_1 d\vec{l}_1 \times d\vec{B}_{21}$$

$$d\vec{B}_{21} = \frac{I_2 d\vec{l}_2 \times \hat{r}_{21}}{r_{21}^{\ 2}}$$

$d\vec{F}_{12}$不一定等于$d\vec{F}_{21}$。

3、安培公式

$$d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$$

载流直导线在均匀磁场中受力：$\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}$

安培力是洛伦兹力的宏观效应。

4、磁力矩

平面线圈在均匀磁场中所受磁力矩：

$$\vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{B}$$

平面载流线圈磁矩矢量：

$$\vec{m} = IS\hat{n}(\text{方向})$$

5、洛伦兹力

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

（1）只作用于运动电荷

（2）力与速度垂直，只改变方向，不改变速率。

（3）$\vec{F}$与$\vec{B}$垂直。

6、霍尔效应

$$U_H = k_H \frac{IB}{h}$$

霍尔系数：$k_H = \frac{1}{ne}$

三、主要问题

1、已知电流分布，求磁感应强度矢量分布

（1）毕-萨定律、磁场叠加原理

（2）安培环路定理（有时结合磁场叠加原理）

2、磁场力

载流导线所受安培力——安培公式

运动电荷所受磁力——洛伦兹力公式

四、重要结论：

无限长载流直导线产生的磁场：$B_{\infty}=\dfrac{\mu_o I}{2\pi r}$

无限大载流平面产生的磁场：$B=\dfrac{\mu_o}{2}i$

无限长载流螺线管内部磁场：$B=\mu_o nI$

长直载流螺线管中部磁场：$B=\mu_o nI$

长直载流螺线管两端磁场：$B=\dfrac{1}{2}\mu_o nI$

螺绕环（$R\gg r$）管内磁场：$B=\mu_o nI$