



南开大学  
Nankai University

# 第一章

## 质点运动学



- ◆ 高等数学框架下描述质点的运动
- ◆ 曲线运动
- ◆ 相对运动



# 通过本次课的学习，您将学会：

- 运动学方程；
- 由运动学方程求速度、加速度；



# 研究对象

高中阶段研究运动，采用的物理模型是什么？



质点具有的特点有哪些？



# 物理模型

质点

没有大小

没有形状

具有物体的全部质量



# 我们如何描述质点的位置？



参照系



坐标系

参照系和坐标系的选取原则：便于分析问题。





# 运动学部分用到的坐标系：

直角坐标系

自然坐标系

极坐标系、柱坐标系、球坐标系



# 描述质点位置的参量

位置矢量

运动学方程



# 高中的运动学公式有哪些？



匀速运动:  $x = vt$

匀变速直线运动:

基本规律: 速度公式  $V_t = V_0 + at$  位移公式  $X = V_0t + \frac{1}{2}at^2$

$$V_t^2 - V_0^2 = 2aX$$

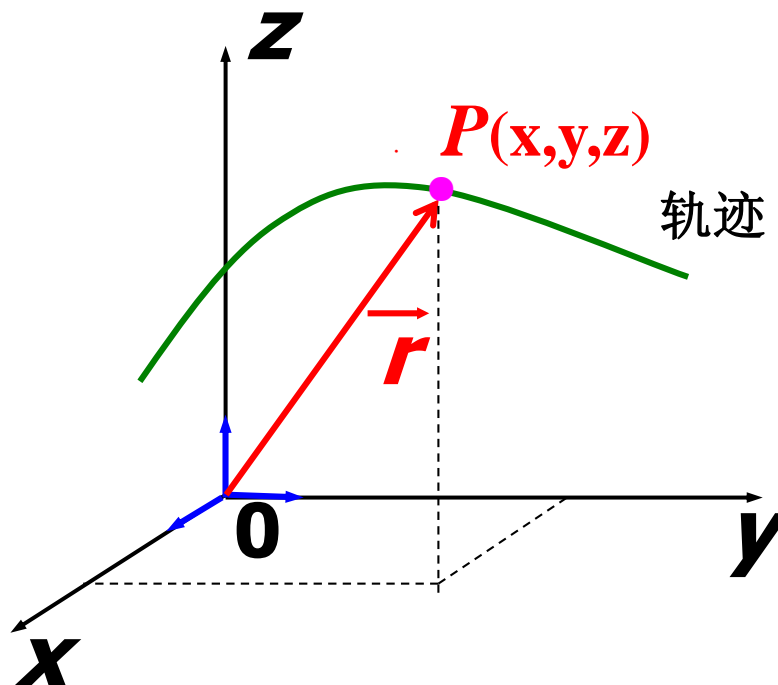
自由落体:  $h = \frac{1}{2}gt^2$   $2gh = V_t^2$   $V_t = gt$   $V_{\text{平均}} = \frac{V_t}{2}$

平抛运动: 水平方向为匀速直线运动:  $v_x = v_0$   $S_x = v_0t$

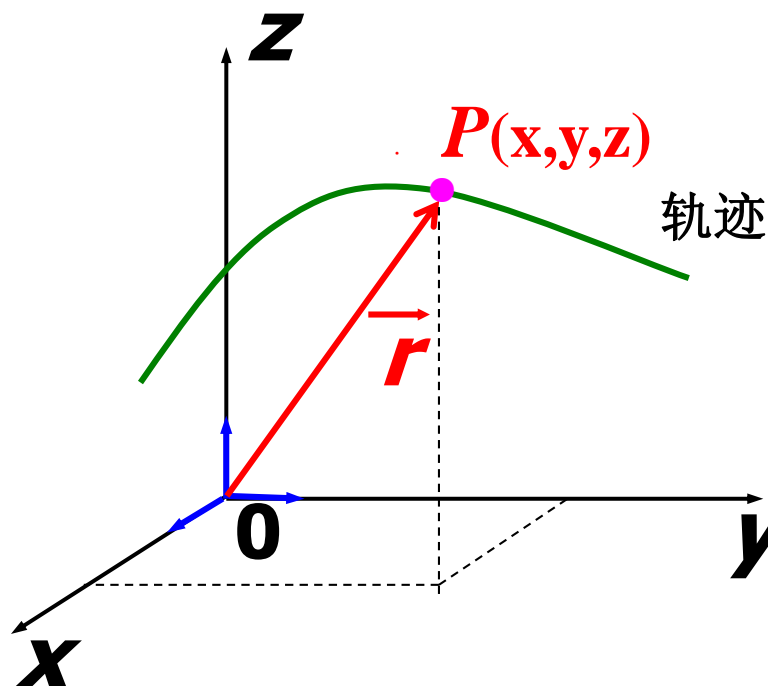
竖直方向为自由落体运动:  $v_y = gt$   $S_y = \frac{1}{2}gt^2$   $v_y^2 = 2gS$



## ■ 位置矢量：



由坐标原点引向质点所在的位置上的矢量，简称位矢。用  $\vec{r}$  表示



- 在直角坐标系中， $\vec{r}$  可以用三个坐标轴的分量表示：

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

(  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  为三坐标轴方向的单位矢量，是常矢量 )



联想高中知识，我们学过的哪些公式，其含义可以理解为位置矢量？



匀速运动:  $x = vt$

匀变速直线运动:

基本规律: 速度公式  $V_t = V_0 + at$  位移公式  $X = V_0t + \frac{1}{2}at^2$

$$V_t^2 - V_0^2 = 2aX$$

自由落体:  $h = \frac{1}{2}gt^2$   $2gh = V_t^2$   $V_t = gt$   $V_{\text{平均}} = \frac{V_t}{2}$

平抛运动: 水平方向为匀速直线运动:  $v_x = v_0$   $S_x = v_0t$

竖直方向为自由落体运动:  $v_y = gt$   $S_y = \frac{1}{2}gt^2$   $v_y^2 = 2gS$

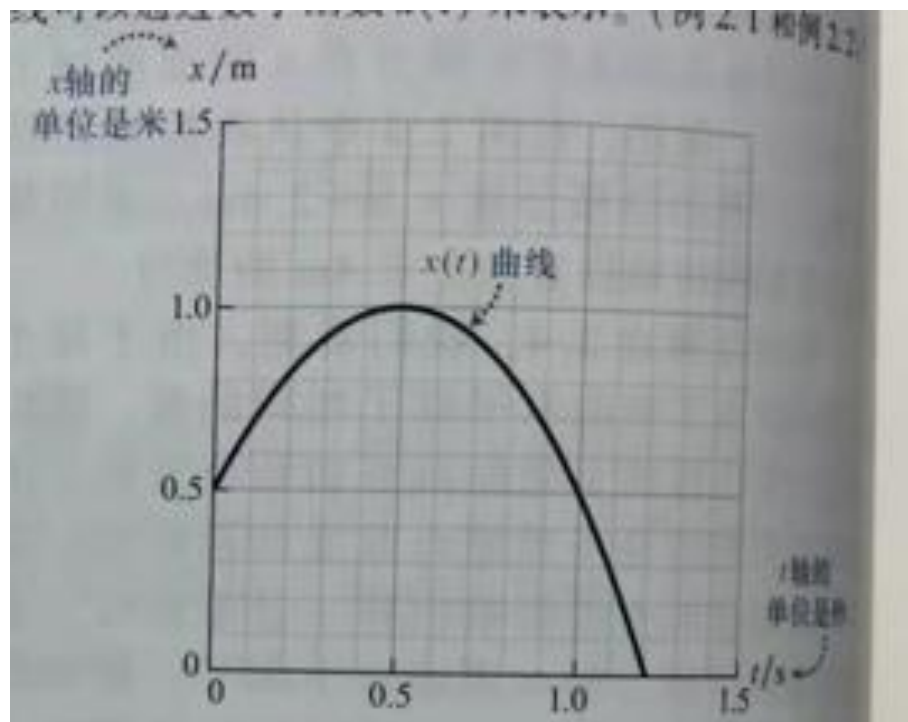




位置矢量是哪些参数的函数？

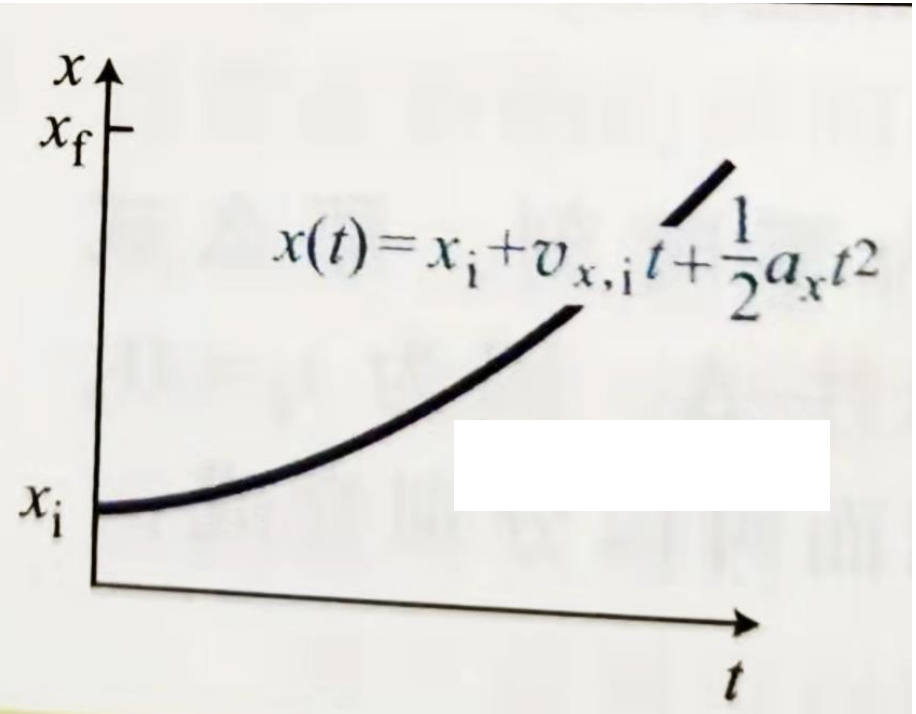
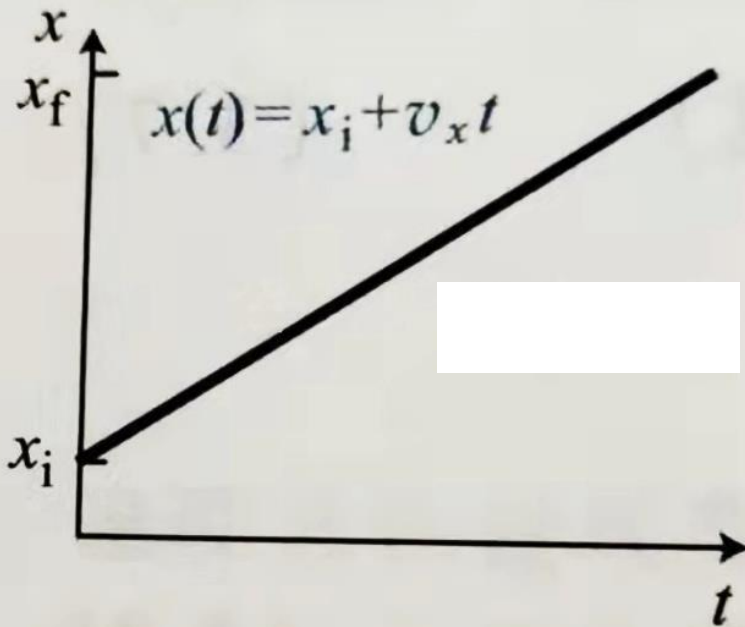


- 位置矢量是位置坐标的函数  $\vec{r}(x, y, z)$   
对应运动轨迹
- 位置矢量是时间的函数  $\vec{r}(t)$



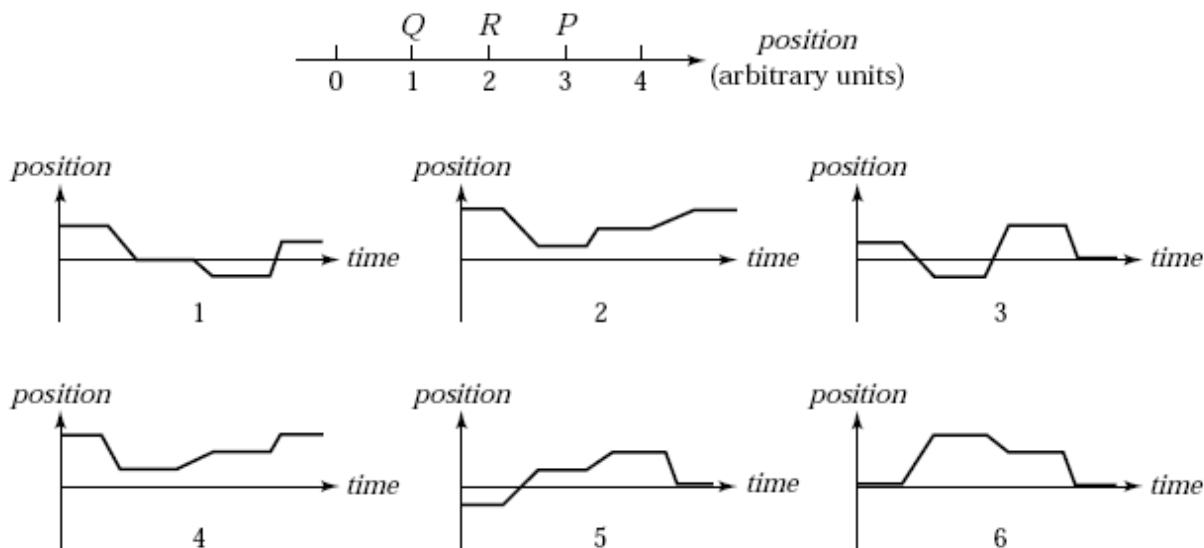


- 请偶数学号同学画出，质点匀速直线运动时，位移和时间的关系图
- 请奇数学号同学画出，匀加速直线运动时，位移和时间的关系图



一个人最初位于图中的P点，在该点停留一段时间后，沿着轴线移动到Q点并在此点停留一会儿。然后她快速的跑到R点，并在此停留一会儿；然后她慢慢的走回P点。下列“位置-时间”曲线哪一个能代表她的运动？

- ☐ A 1
- ☐ B 2
- ☐ C 3
- ☐ D 4
- ☐ E 5
- ☐ F 6
- ☒ G 空白



# 运动学方程

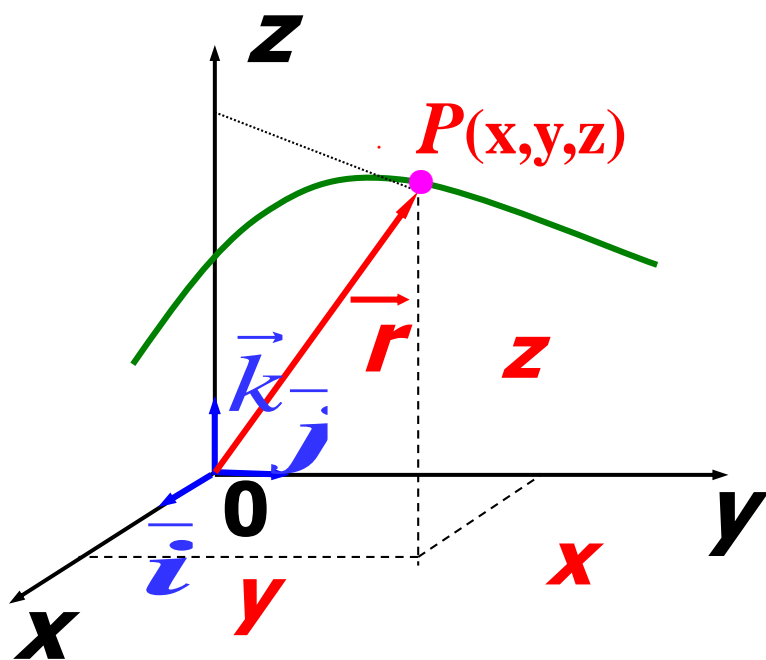
■位矢是时间的函数：

$$\vec{r} = \vec{r}(t)$$

■运动学方程：

给出了任一时刻质点位置的函数

$$\vec{r} = \vec{r}(t)$$



$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases}$$

坐标表示的运动方程，消去  $t$  就可得到  
轨迹方程。





# 高中时的运动学方程:

匀速直线运动:  $x = vt$

$$\vec{r}(t) = vt\vec{i}$$

匀加速直线运动:  $x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$

$$\vec{r}(t) = (x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2)\vec{i}$$

平抛运动:  $x = v_0t;$

$$y = \frac{1}{2}gt^2$$

$$\vec{r}(t) = (v_0t)\vec{i} + (\frac{1}{2}gt^2)\vec{j}$$



为什么提炼出运动学方程这个概念？  
它有什么特别之处吗？



知道了运动学方程，我们就可以得出关于质点运动的一切信息！

瞬时速度、瞬时加速度、运动轨迹



南开大学  
Nankai University



# 高等数学 --- 微分

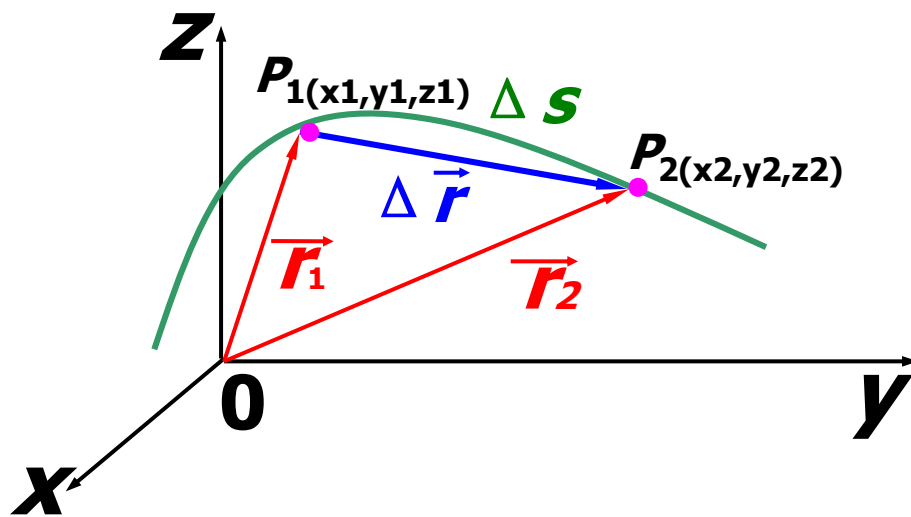


# 描述质点运动参量

## 速度、加速度

# 位移和路程

- 位移：由起点指向终点的矢量（位置的变化）。
- 路程：由起点到终点质点运动的实际路径长度。



$$\overrightarrow{P_1P_2} = \Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \text{ ——位移}$$

$$\Delta s = \widehat{P_1P_2} \text{ ——路程}$$

一个物体从空间中一点移动到另外一点，它的位移（）  
它的路程

- ☐ A 大于或等于
- ☐ B 总是大于
- ☐ C 总是等于
- ☐ D 小于或等于
- ☐ E 总是小于
- ☐ F 小于或大于

提交



## 位移和路程的关系:

一般而言:  $|\Delta \vec{r}| \neq \Delta s$

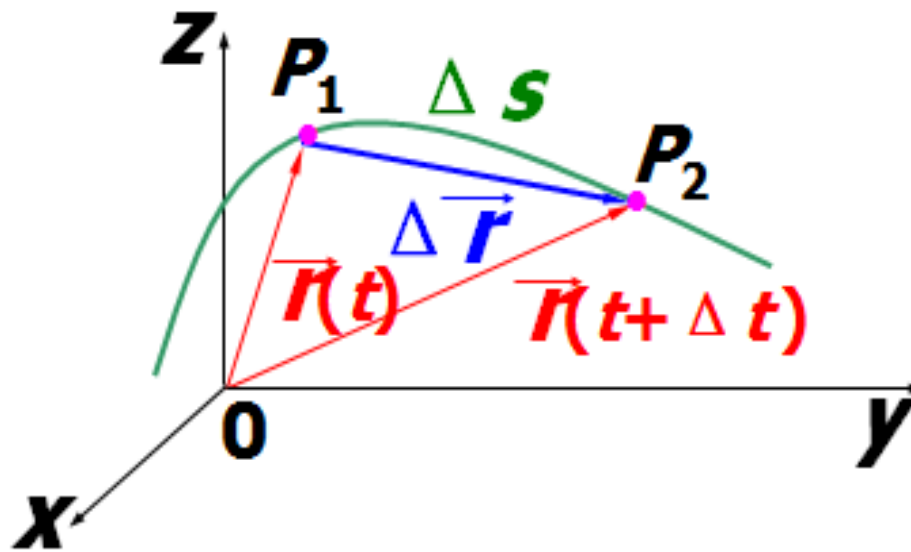
特殊条件:

■始终沿一个方向的直线运动:





■ 当  $\Delta t \rightarrow 0$  时,  $|\Delta \vec{r}| = \Delta s$       即:  $|d\vec{r}| = ds$





■ 位置矢量:  $\vec{r}_1 = x_1 \vec{i} + y_1 \vec{j} + z_1 \vec{k}$

$$\vec{r}_2 = x_2 \vec{i} + y_2 \vec{j} + z_2 \vec{k}$$

■ 位移:

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (x_2 - x_1) \vec{i} + (y_2 - y_1) \vec{j} + (z_2 - z_1) \vec{k}$$



# 速度

设  $t \rightarrow t + \Delta t$  时间间隔内，位移为  $\Delta \vec{r}$

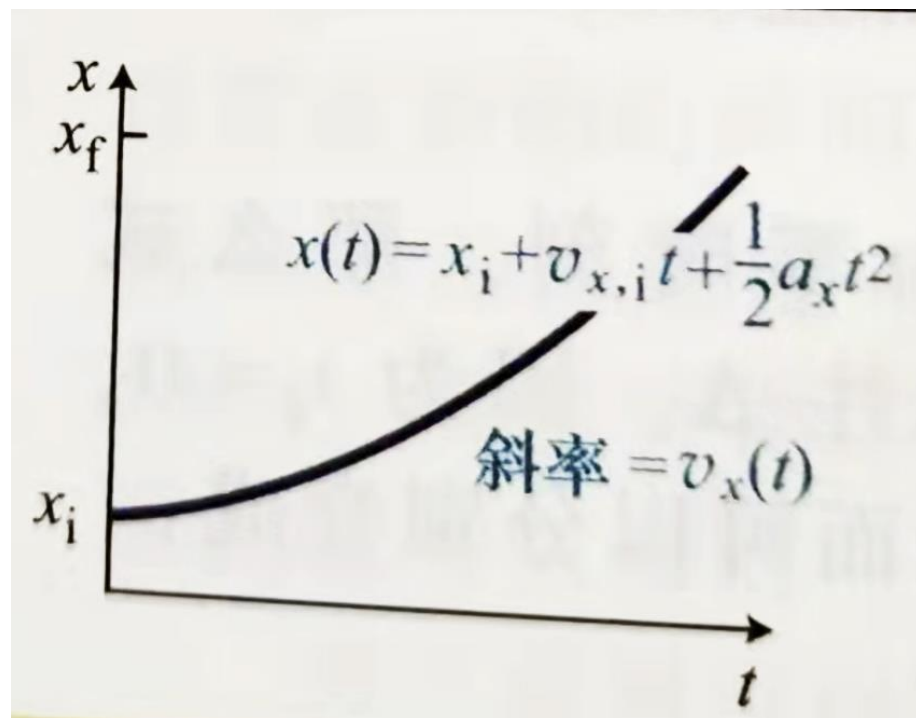
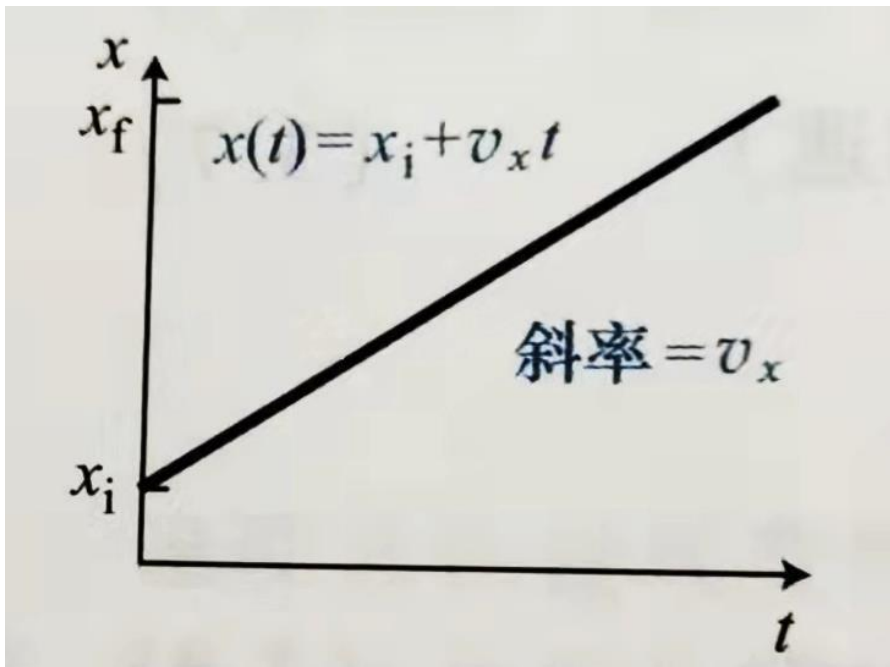
■ 平均速度：
$$\bar{\vec{v}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

■ 瞬时速度：
$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

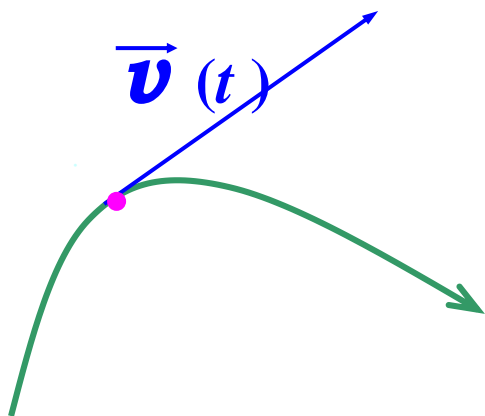
速度是位矢对时间的一阶微商，即位移随时间的变化率。



$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt}$$



□ 速度方向：沿**轨迹**切线方向。



□ 速度大小（速率）：

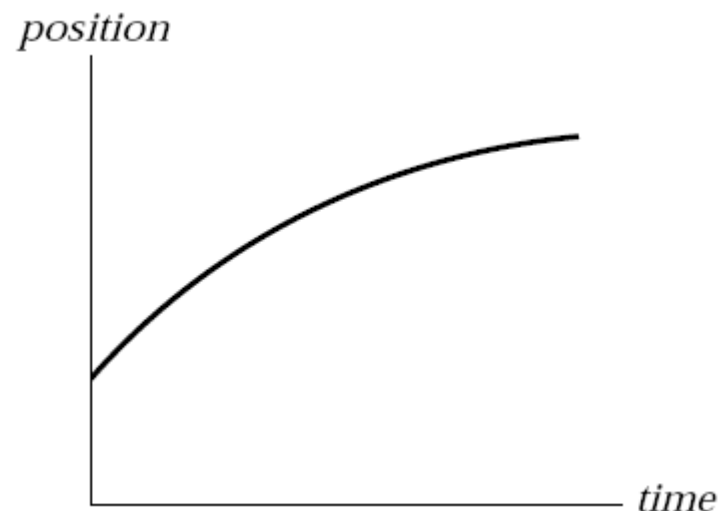
$$v = |\vec{v}| = \frac{|\mathrm{d}\vec{r}|}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$$

速度的大小（速率）是s-t切线的斜率。

1919

一列火车沿着直线轨道运动。下图给出了火车的位置和时间的关系图。这个图表明：

- ☐ A 火车一直在加速
- ☐ B 火车一直在减速
- ☐ C 火车有时加速有时减速
- ☐ D 火车以匀速运动





南开大学





## 关于速度的说明:

■ 速度是时间的函数  $\vec{v} = \vec{v}(t)$

■ 速度的矢量分解

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$$

$$v_x = \frac{dx}{dt}, v_y = \frac{dy}{dt}, v_z = \frac{dz}{dt}$$

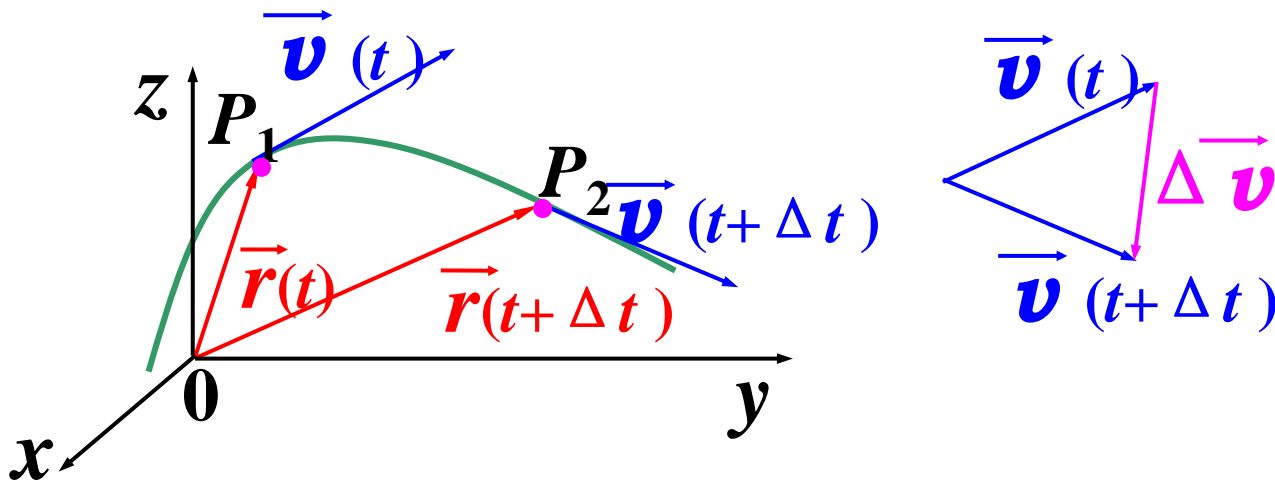
$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$



课本P16， 1.5例给出了采用直角坐标求解速度的大小和方向的例子，请同学们课后阅读。

# 加速度

加速度：质点速度对时间的变化率。



■ 平均加速度：  $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$

■ 瞬时加速度：  $\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$



加速度：

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

# 说明:

加速度的方向:  $\vec{v}$  变化的方向

加速度的大小:  $a = |\vec{a}| = \left| \frac{d\vec{v}}{dt} \right|$

$v$ - $t$ 曲线的切线方向是加速度方向, 斜率对应加速度的大小



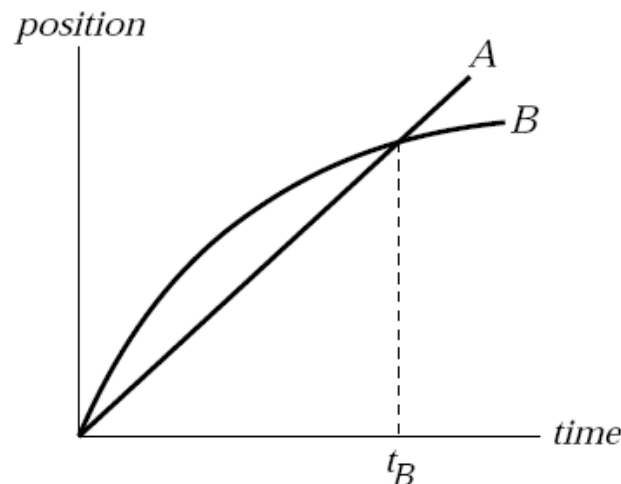
$$\left| \frac{d\vec{v}}{dt} \right| = 0$$

是什么运动？

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = 0$$

是什么运动？

两列火车在平行的轨道上运行。两列火车位置随时间的变化如图所示。下列说法哪个是正确的（）？



A

在  $t_B$  时刻，两列车具有相同的速度

B

两列火车一直都在加速；

C

在  $t_B$  时刻前，两列车在某一个时刻具有相同的速率

D

图上的某个位置，两列火车具有相同的加速度。

## 关于加速度的说明:

直线运动: 加速度的方向方向与速度的方向相同或相反;

曲线运动: 加速度的方向偏向轨道凹的一侧。

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2}, a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2 y}{dt^2}, a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2 z}{dt^2}$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$



# 质点运动学第一类基本问题

- 由质点的运动方程可以求得质点在任一时刻的位矢、速度和加速度；





物体在平面直角坐标系 $oxy$ 中运动，其运动学方程为

$$x = 2t, y = 4t^2 + 2t - 1$$

式中， $x, y$ 的单位为 $m$ ， $t$ 的单位为 $s$ . 求：

- 1) 以时间 $t$ 为变量，写出质点位矢的表达式；
- 2) 求质点的运动轨迹方程；
- 3) 求 $t=1s$ 时和 $t=2s$ 时的位矢，并计算这一秒内质点的位移；
- 4) 求 $t=4s$ 时质点的速度和加速度



解：

1)  $t$ 时刻位矢的表达式即为运动学方程的矢量形式；

$$\vec{r} = 2t\vec{i} + (4t^2 + 2t - 1)\vec{j}$$

2) 运动轨迹方程，只需消去参数方程中的 $t$ ；

$$y = x^2 + x - 1$$

3) 将 $t=1\text{s}$ 和 $t=2\text{s}$ 带入位矢的表达式：

$$\vec{r}_1 = 2\vec{i} + 5\vec{j}, \vec{r}_2 = 4\vec{i} + 19\vec{j}$$

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = 2\vec{i} + 14\vec{j}$$



4) 由速度的定义:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = 2m/s, v_y = \frac{dy}{dt} = (8t + 2)m/s$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0m/s^2, a_y = \frac{dv_y}{dt} = 8m/s^2$$

$t = 4s$ 时,

$$\vec{v} = (2\vec{i} + 34\vec{j})m/s$$

$$\vec{a} = 8\vec{j}m/s^2$$



课本P18， 1.7例给出了采用直角坐标求解速度的大小和方向的例子，请同学们课后阅读。



# 今天的学习目标，您掌握了吗？

- 运动学方程；
- 由运动学方程求速度、加速度。