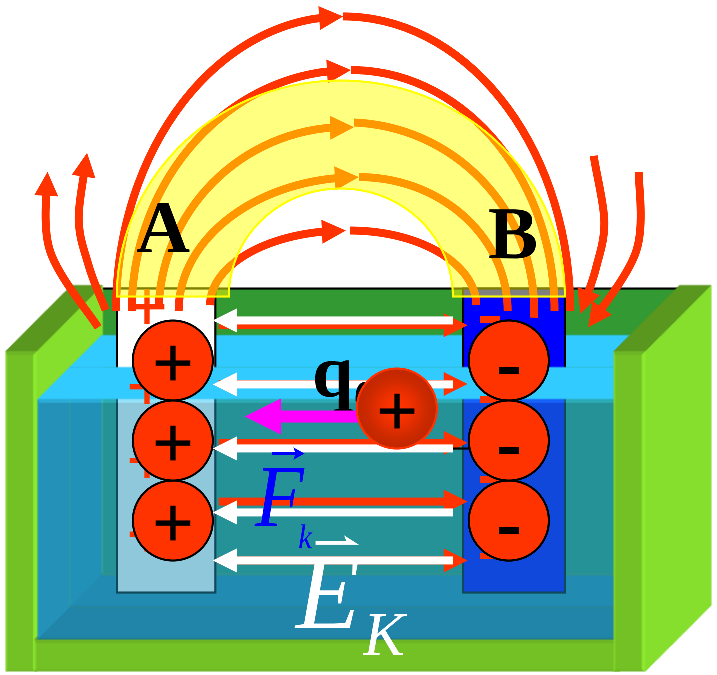
课前热身

- 法拉第电磁感应定律的内容是什么；
- 楞次定律说的是什么？
- 对于电源而言，非静电力的作用是什么？



电动势：　非静电力将单位正电荷从负极拉到正极，非静电力做的功。

$$\varepsilon = \oint \vec{E}_k \cdot d\vec{l}$$

感应电动势对应的非静电力/场是什么？

通过本次课的学习，您将：

- 动生电动势
- 涡旋（感生）电动势
- 会计算动生电动势和感生电动势

§10.2动生与涡旋电动势

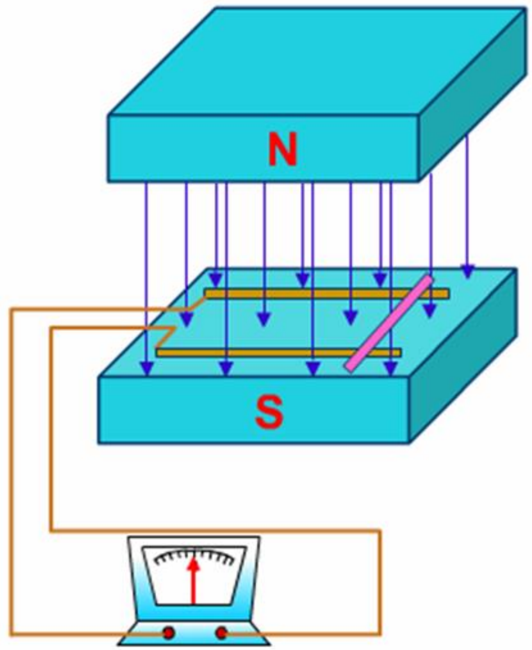
（1）感应电动势对应的非静电力/场是什么？

（2）如果没有闭合环路，是否有感应电动势？

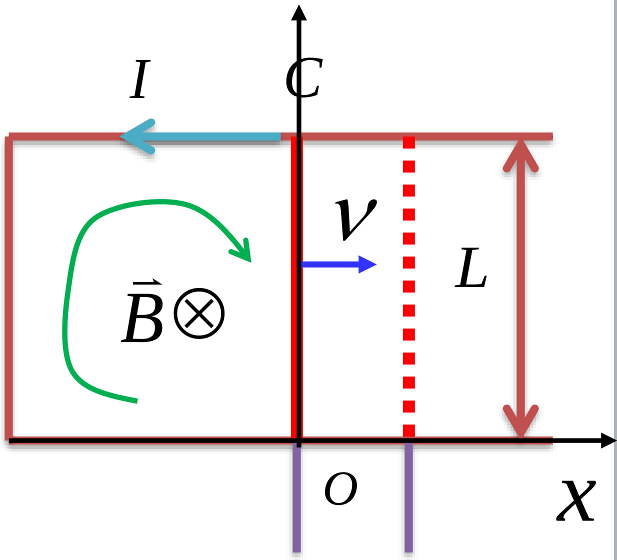
（3）如果没有导体，是否有感应电动势？

一、动生电动势

导体在磁场中运动产生的电动势



例：　导线在导体轨道上以速度V匀速向右侧运动，磁场如图所示，请求出闭合回路产生的电动势。



由法拉第电磁感应定律可得：

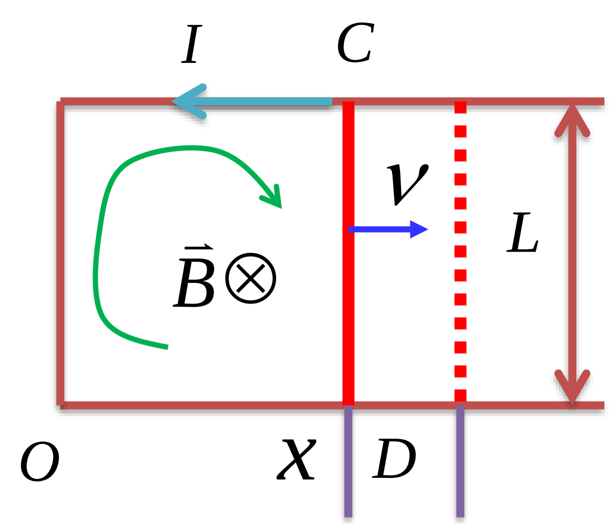
$$\phi = \iint \vec{B}\cdot d\vec{S} = B\iint dS = BLx$$

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -BL\frac{dx}{dt} = -BLv$$

$\because \varepsilon < 0,\quad \therefore \varepsilon$方向为逆时针。

问题：

- 这样的动生电动势从微观角度是如何产生的？
- 动生电动势对应的非静电力是什么力？



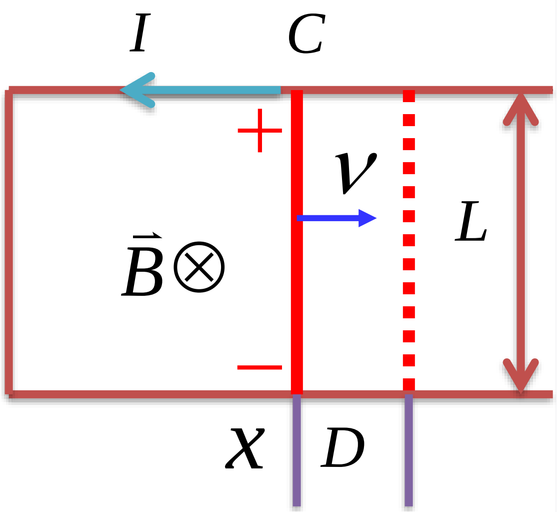
提出猜想：洛伦兹力为非静电力

定性分析

非稳态： CD中自由电子随CD运动，受到洛伦兹力的作用。电子在D端积累，C、D两端出现静电场。

稳态： 静电场阻碍这种运动，达到平衡时，静电力与洛伦兹力大小相同。

$$\vec{F}=-e(\vec{v}\times\vec{B})$$



若洛伦兹力为非静电力， C、D端存在稳定的电位差，及CD构成电源，C为正极，D为负极。

定量证明

非静电场：

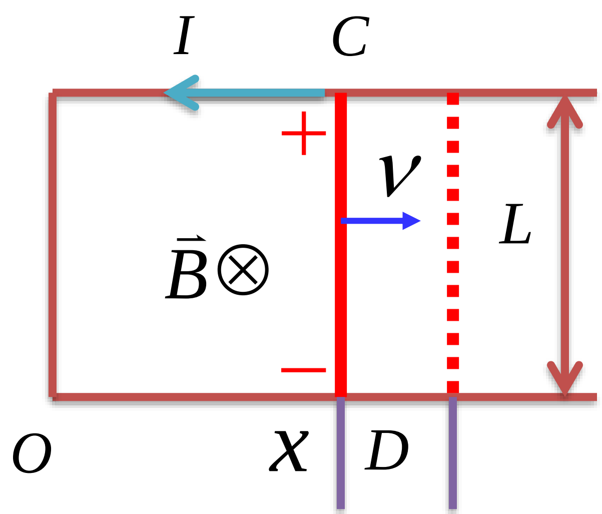
$$\vec{E}_k = \frac{\vec{F}_k}{q}$$

电源电动势

$$\varepsilon = \oint \vec{E}_k \cdot d\vec{l}$$

由于在外电路中 $\vec{E}_k = 0$

$$\varepsilon = \int_{-}^{+} \vec{E}_k \cdot d\vec{l}$$



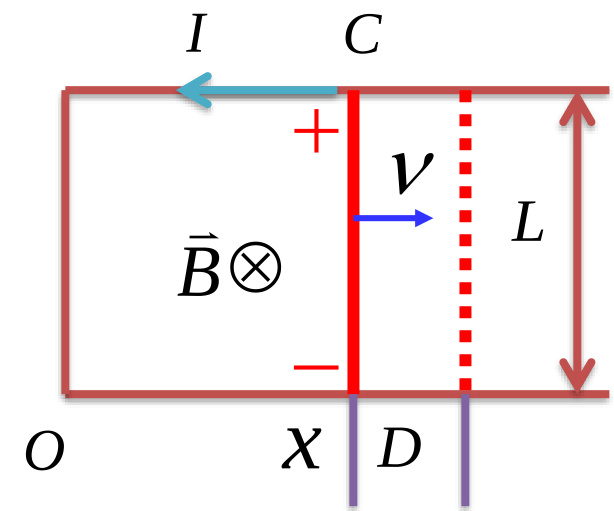
非静电力：　洛伦兹力

任务：根据电动势的原始定义，求解电动势。

预期目标：
与应用法拉第电磁感应定律求出的结果一致。

- 非静电场：

$$\vec{K}=\frac{\vec{F}}{-e}=\frac{-e(\vec{v}\times\vec{B})}{-e}=\vec{v}\times\vec{B}$$

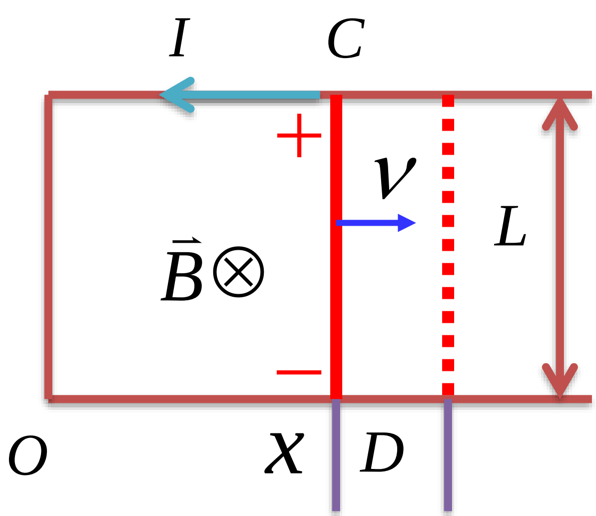


- 根据电源电动势定义：

$$\varepsilon=\int_{-}^{+}\vec{K}\cdot d\vec{l}=\int_{D}^{C}(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}=\int_{D}^{C}Bvdl=BLv$$

其结论与法拉第定律的结论相同，假设成立，即非静电力是洛伦兹力。

- 动生电动势只分布在运动的导体上，与回路中不运动的部分无关。
- 实际上，即使不存在回路，只要有运动的导体，电动势就存在，而且大小不变，相当于一个开路电源。



对于动生电动势

- 动生电动势的非静电力是洛伦兹力
- 电动势分布于运动的导体上
- 产生静电场。

动生电动势的计算公式

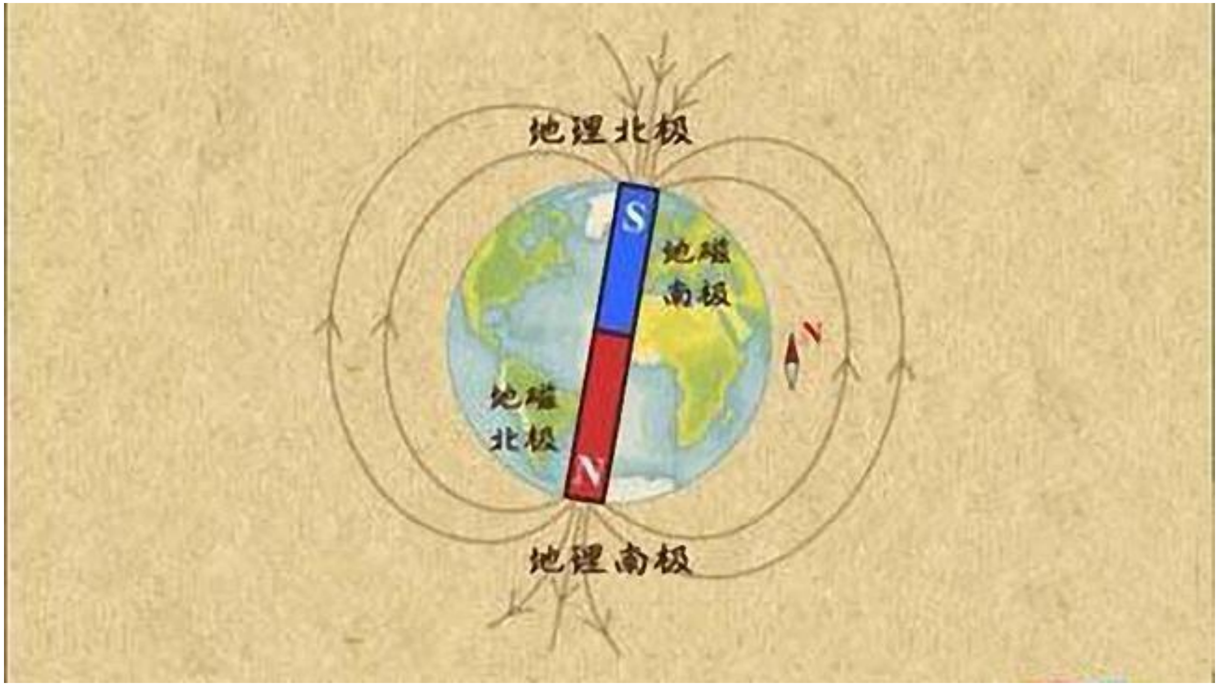
在磁场中任一运动导体L：

$$d\varepsilon = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

$$\varepsilon = \int_L (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$ （正负与$d\vec{l}$有关）

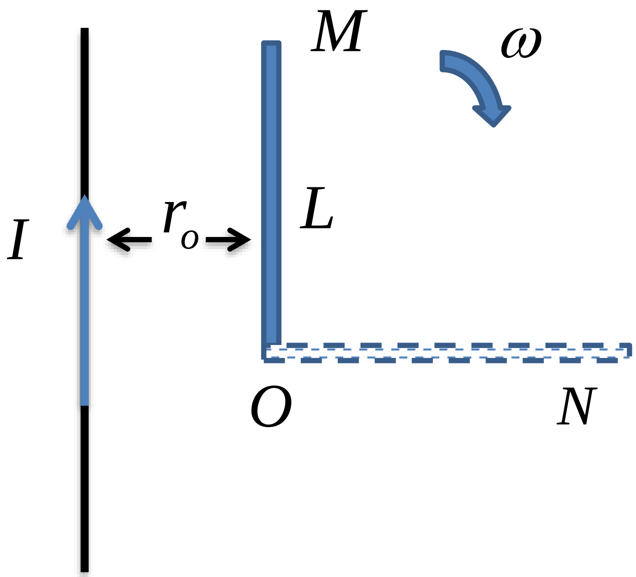
$\vec{v}$是导线线元$d\vec{l}$相对于磁场$\vec{B}$的速度。

$\vec{v}$、$\vec{B}$可以是不均匀的，L可以是任意形状的。



一架飞机由东向西垂直于磁力线飞行，飞机的机翼两端是否有电势差？

例1、长为L的金属棒，绕O点，以均角速度ω沿顺时针方向旋转。在同一平面内，有一载有稳恒电流I的无限长直导线，试分别求棒旋转到OM和ON位置时，金属棒两端的感应电动势。

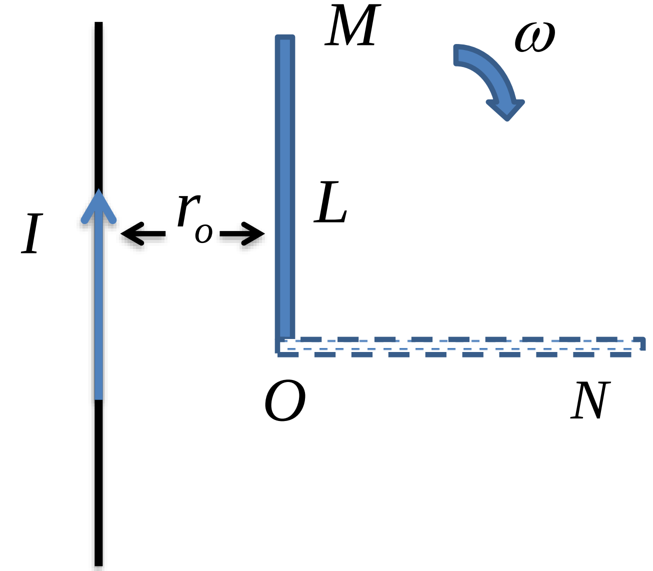


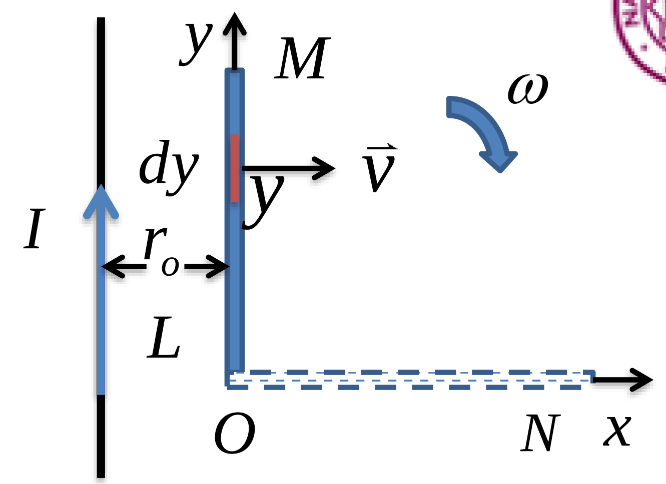
解：可用动生电动势特有方法：

载流直导线产生的磁感矢

量$\vec{B}$的数值为：$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

$$\varepsilon = \int_L (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$





OM位置：

$$\varepsilon = \int_O^M (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

$$= \int_O^L \omega y B dy = \frac{\omega B}{2} L^2 = \frac{\mu_o I}{4\pi r_o} \omega L^2$$

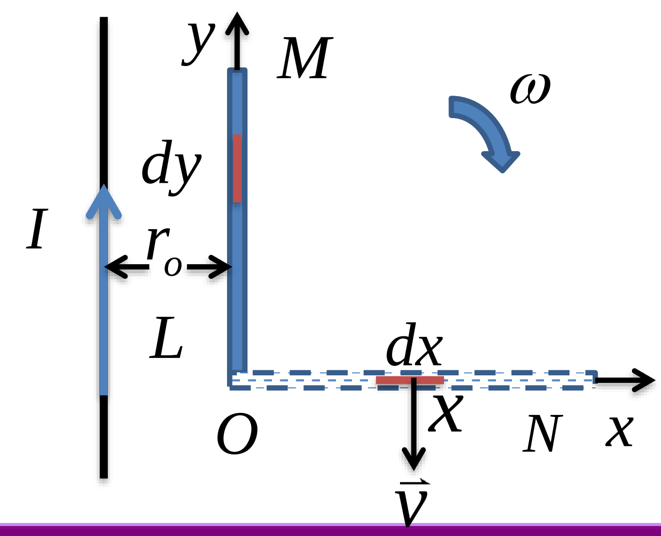
方向：O→M、

ON位置：

$$\varepsilon=\int_{O}^{N}(\vec{v}\times\overrightarrow{B'})\cdot d\vec{l}=\int_{O}^{L}\omega x\frac{\mu_0 I}{2\pi(r_0+x)}dx$$

$$=\frac{\mu_0\omega I}{2\pi}\int_{O}^{L}\frac{x}{r_0+x}dx=\frac{u_0\omega I}{2\pi}\left[L-r_0\ln(1+\frac{L}{r_0})\right]$$

方向：O→M、O→N



作业：

P484 10.9， 10.10， 10.11

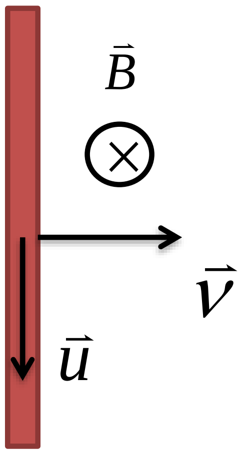
洛伦兹力是否做功？

◆ 对于电源，非静电力作功，将其他形式的能量转换为静电能。

◆ 对于动生电动势的电源来说，非静电力是洛伦兹力。而我们上一章介绍过，洛伦兹力永远不做功，为什么前后矛盾呢？

当导体以速度$\vec{v}$运动时，自由电子速度包含两个分量：$\vec{v}$（随同导体）、定向移动速度u：$\vec{u}$

$$\therefore \text{洛伦磁力：} \vec{F} = -e(\vec{v}+\vec{u})\times\vec{B} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$



$$\vec{F}_1 = -e\vec{v}\times\vec{B}, \qquad \vec{F}_2 = -e\vec{u}\times\vec{B}$$

- 分量 $\vec{F}_1$ 在dt时间内所做的功：

$$A_1 = \vec{F}_1 \cdot (\vec{v} + \vec{u})dt = -e(\vec{v} \times \vec{B}) \cdot (\vec{v} + \vec{u})dt$$
$$= -e(\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{u}dt$$

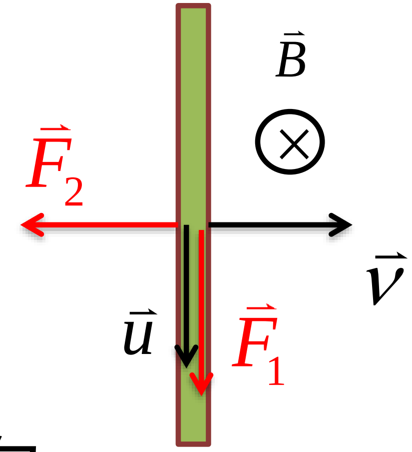
- 分量 $\vec{F}_2$ 在dt时间内所做的功：

$$A_2 = \vec{F}_2 \cdot (\vec{v} + \vec{u})dt = -e(\vec{u} \times \vec{B}) \cdot (\vec{v} + \vec{u})dt$$
$$= -e(\vec{u} \times \vec{B}) \cdot \vec{v}dt$$

$\because$ 由矢量运算公式： $(\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{u} = -(\vec{u} \times \vec{B}) \cdot \vec{v}$

$\therefore A_1 = -A_2$，即$A_1 + A_2 = 0$

即：洛伦兹力做功为0。

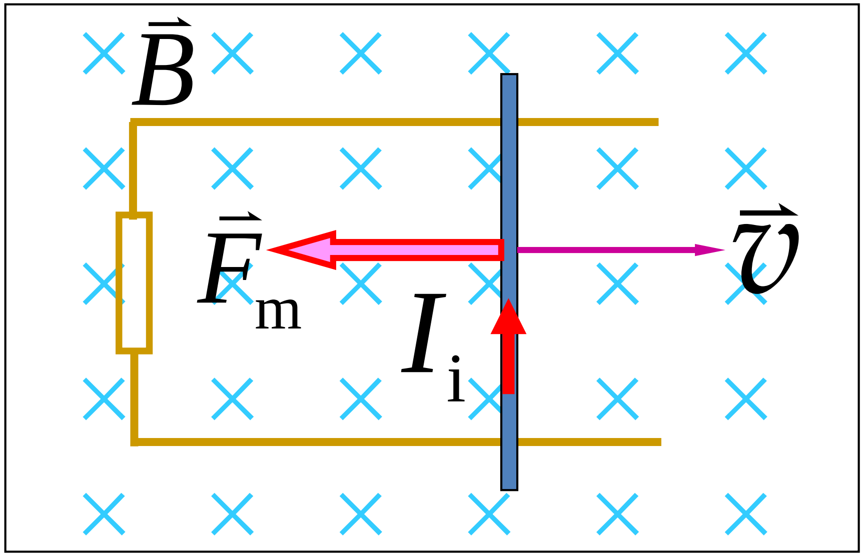


◆ 洛伦兹力的一个分量对自由电子做正功，产生动生电动势

◆洛伦兹力的另一分量与导体运动的方向相反，构成导体运动的阻力，做负功。

◆对于这样的电源，磁场本身不提供能量，只是起能量传递的作用。

机械能 ⇨ 电能



维持滑杆运动必须外加一力.

外界的能量 $\xrightarrow[\text{磁场（洛伦兹力）}]{}$ 静电能

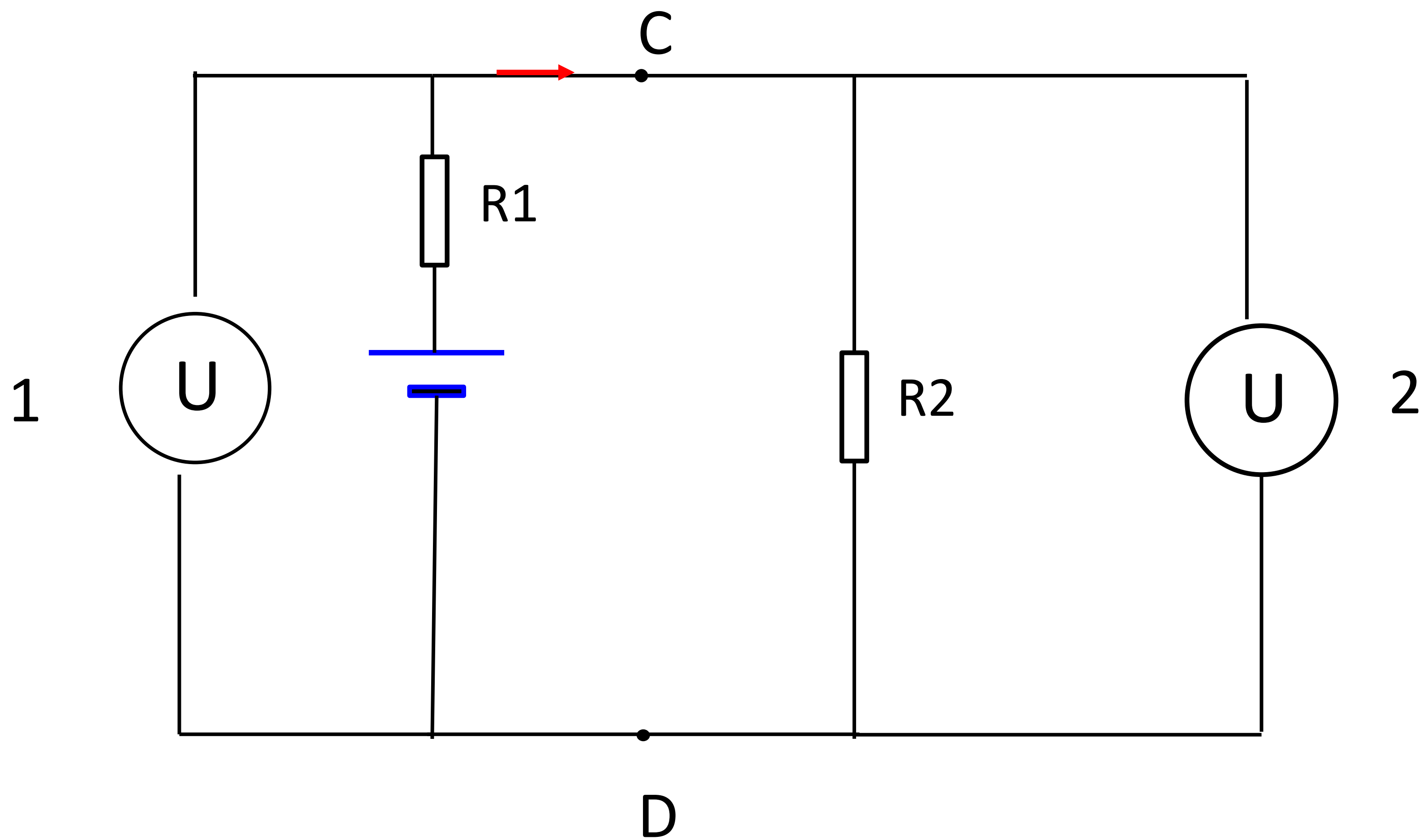
机械能转化为电能

http://open.163.com/movie/2002/5/D/B/M72UIB0K0_M72UN7NDB.html

24’30’’----27’20’’

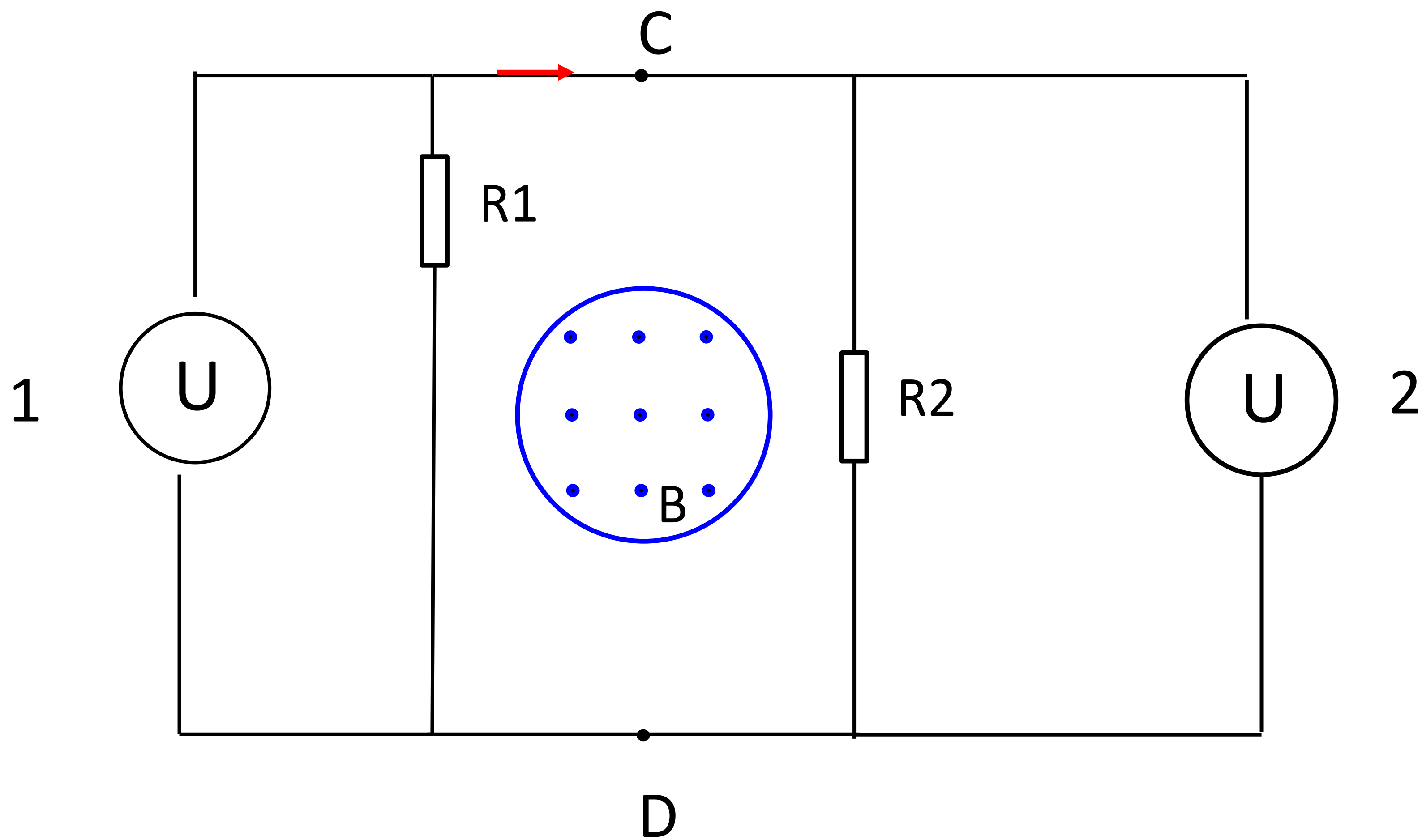
二、涡旋/感生电动势

磁场随时间变化产生的电动势，叫涡旋/感生电动势。

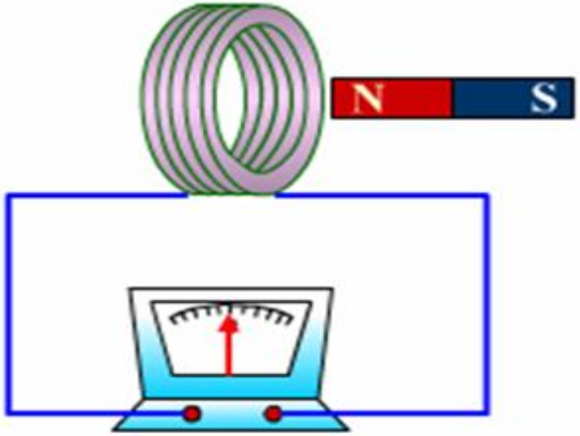


电压表1和2的读数相同

磁场增加



电压表1和2的读数不同！！！



磁场变化产生电动势

磁场变化产生电动势，其非静电场是什么？

实验研究表明：感生电动势完全与导体的种类和性质无关，仅由变化的磁场产生 。

麦克斯韦敏锐地感觉到：感生电动势现象预示着电磁场的新效应。

麦克斯韦的假设一：
变化的磁场在其周围激发会激发一种电场，这个电场是涡旋电场。

涡旋电场与静电场的共同点：

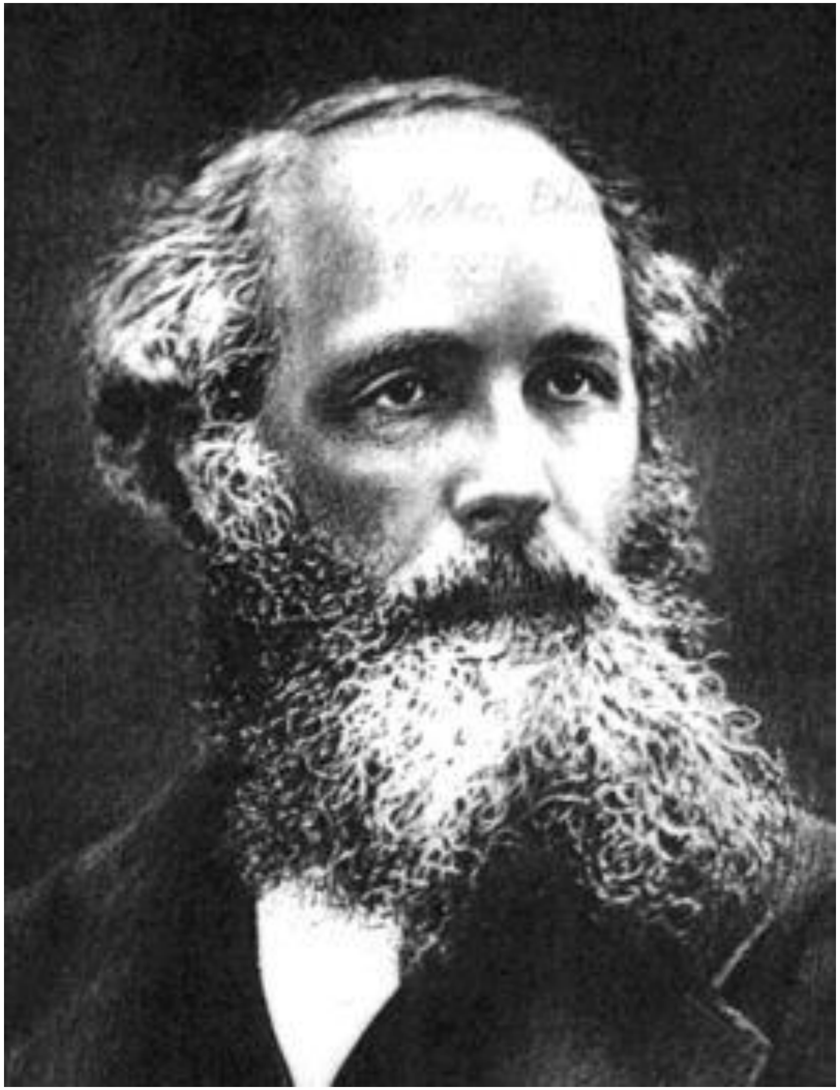
- 对电荷有力的作用

涡旋电场与静电场的不同点：

- 涡旋电场不是由电荷激发的，而是由变化的磁场激发。
- 涡旋电场的电场线闭合，不是保守场

物理学家，数学家。经典电动力学的创始人，统计物理学的奠基人之一。

1865年提出了麦克斯韦方程组



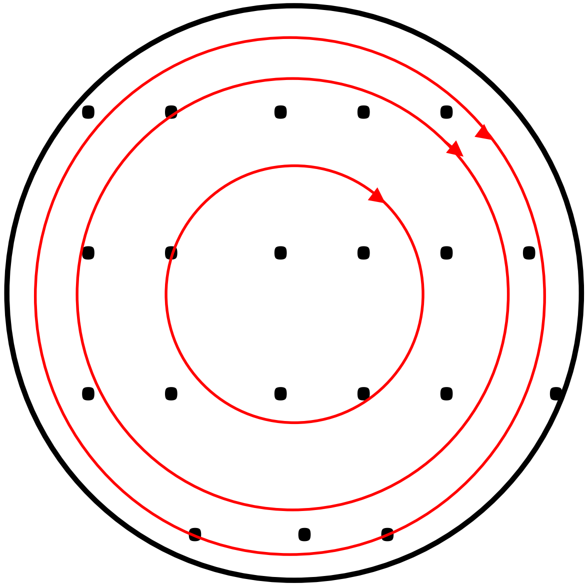
詹姆斯·克拉克·麦克斯韦
英国
1831～1879

根据麦克斯韦的理论

- 变化的磁场要产生涡旋电场 $\vec{E}_v$ ——是一种非静电场。
- 非静电场的线积分就是感应电动势；
- 这种电动势的存在，不依赖于导体的存在。

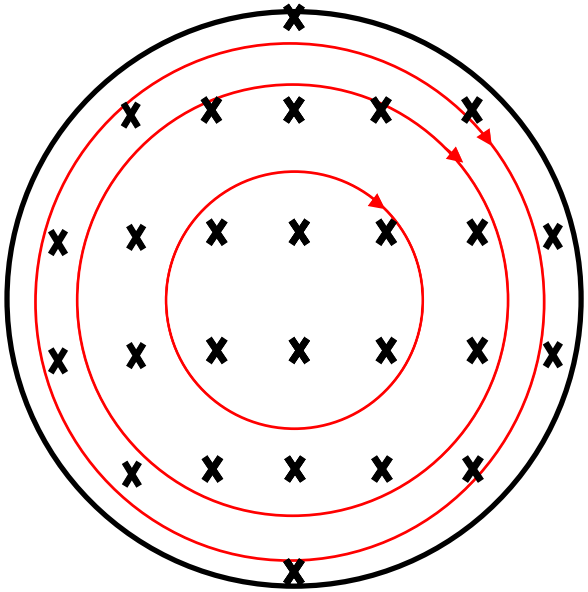
磁场增大

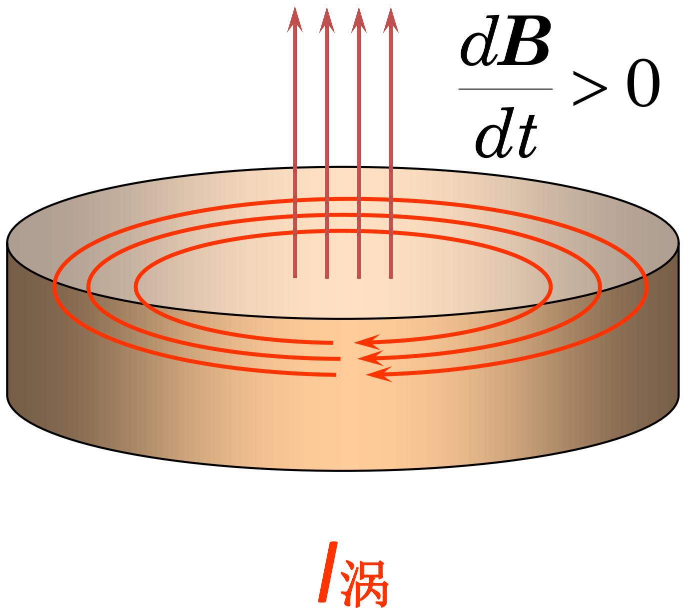
$$\frac{\partial B}{\partial t} > 0$$



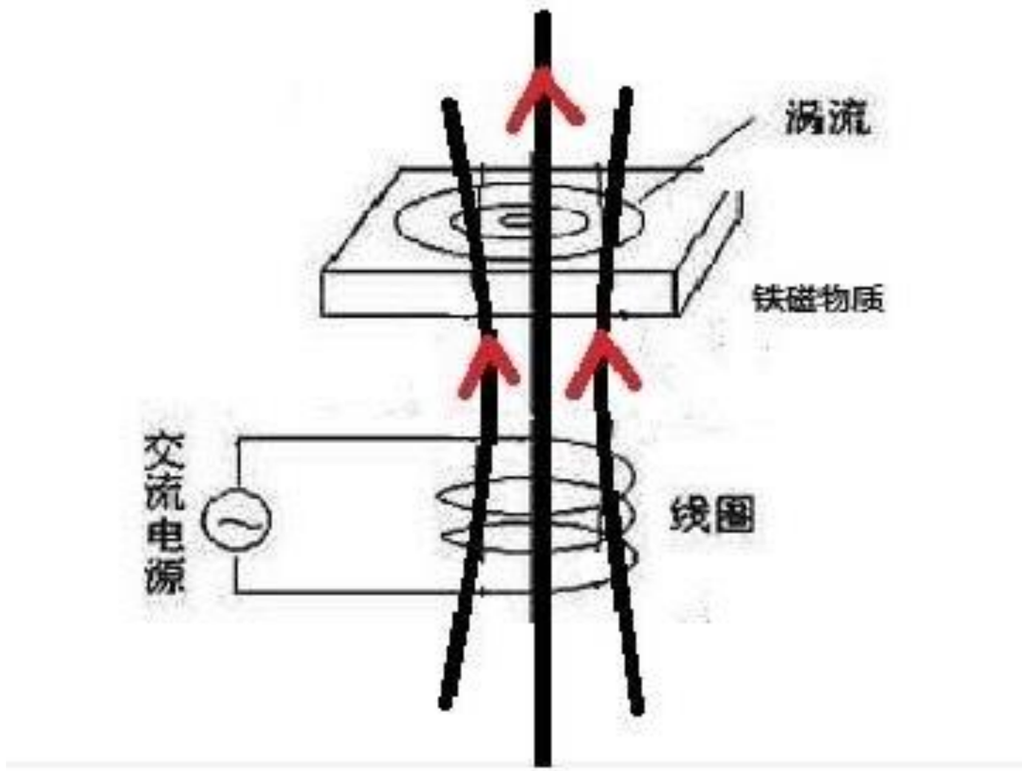
磁场减小

$$\frac{\partial B}{\partial t} < 0$$





将导体放入变化的磁场中时，由于在变化的磁场周围存在着涡旋的感生电场，感生电场作用在导体内的自由电荷上，使电荷运动，形成涡电流。



电磁炉

电源电动势定义

$$\varepsilon = \oint_L \vec{E}_v \cdot d\vec{l}$$

L:沿闭合回路的积分

法拉第电磁感应定律

$$\varepsilon_{\mathrm{i}} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B}\cdot d\vec{S}$$

以闭合回路L为边界的曲面

电场和磁场的关系

$$\oint_L \vec{E}_v \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B}\cdot d\vec{S}$$

电动势的方向：积分环路的方向

任意电场都可以看作是静电场与涡旋电场的叠加

$$\vec{E} = \vec{E}_{静} + \vec{E}_{涡旋}$$

$$\because \oint_L \vec{E}_{静} \cdot d\vec{l} = 0, \qquad \oint_L \vec{E}_{涡旋} \cdot d\vec{l} = \varepsilon$$

$\therefore$ 涡旋电动势可表示为： $\varepsilon = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$

由法拉第定律知： $\varepsilon = -\dfrac{d\phi}{dt} = -\dfrac{d}{dt}\iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$

电场和磁场的关系

的边界的曲面不变，则：

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

考虑涡旋电场后，电场的环路定理

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

涡旋电场是非静电场：

- 涡旋（感生）电场的电力线是闭合曲线；
- 涡旋电场沿闭合回路的线积分不等于零，实际上等于闭合回路的感应电动势，即涡旋（感生）电动势；
- 对与涡旋电场，闭合曲面的电通量恒等于零；
- 之所以称其为电场，是因为具有电场的基本性质：对处于其中的电荷具有力的作用。

产生涡旋电动势的能量从哪里来的呢？

磁场的能量转化为电能！！

我们对各种电源的电动势有了更为充分的理解：

电池：化学作用，化学能 → 电能；

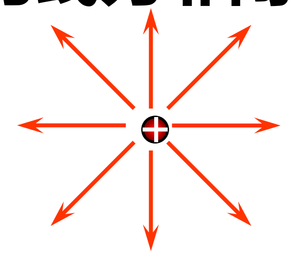
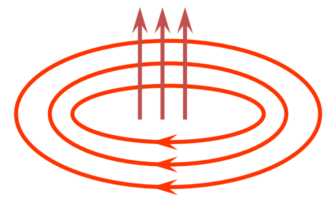
温差电效应：热扩散作用，热能 → 电能；

动生电动势：洛伦兹力，机械能 → 电能；

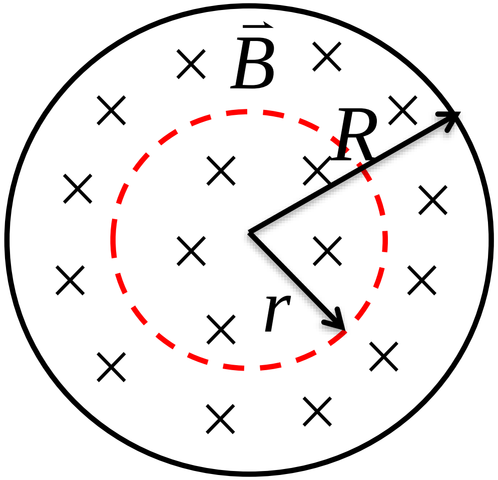
涡旋电动势：涡旋电场力，磁能 → 电能。

可见：各种形式的能量都可以转化为电能。

感生电场与静电场的区别

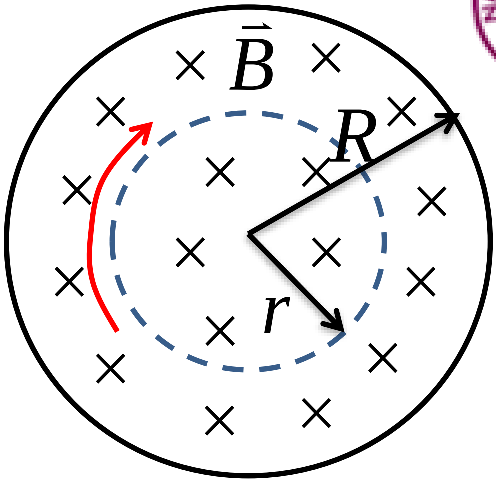
	静电场 $\vec{E}$	感生电场 $\vec{E}_{感}$
起源	由静止电荷激发	由变化的磁场激发
电力线形状	电力线为非闭合曲线  静电场为无旋场	电力线为闭合曲线 $\vec{E}_{感}$  $\frac{dB}{dt} > 0$ 感生电场为有旋场
电场的性质	为保守场作功与路径无关 $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$	为非保守场作功与路径有关 $\varepsilon_i = \oint \vec{E}_{感} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\phi_m}{dt}$
	静电场为有源场 $\oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum q}{\varepsilon_0}$	感生电场为无源场 $\oiint \vec{E}_{感} \cdot d\vec{S} = 0$

例1、如图，长直螺线管半径为R，管内均匀磁感矢量B垂直纸面向里，已知$\frac{\partial B}{\partial t}$是常数，求管内外的涡旋电场分布。



思路：由法拉第定律求ε，

由$\varepsilon = \oint_L \vec{E}_{涡旋} \cdot d\vec{l}$，则可求出$\vec{E}_{涡旋}$



选定绕行方向：顺时针

磁通量：

$$\phi = \pi r^2 B \quad (r < R)$$

$$\phi = \pi R^2 B \quad (r > R)$$

电动势：

$$\varepsilon_1 = -\frac{d\phi}{dt} = -\pi r^2 \frac{dB}{dt} \quad (r < R)$$

$$\varepsilon_2 = -\frac{d\phi}{dt} = -\pi R^2 \frac{dB}{dt} \quad (r > R)$$

$$\varepsilon = \oint \vec{E}_{涡旋} \cdot d\vec{l} = 2\pi r E_{涡旋}$$

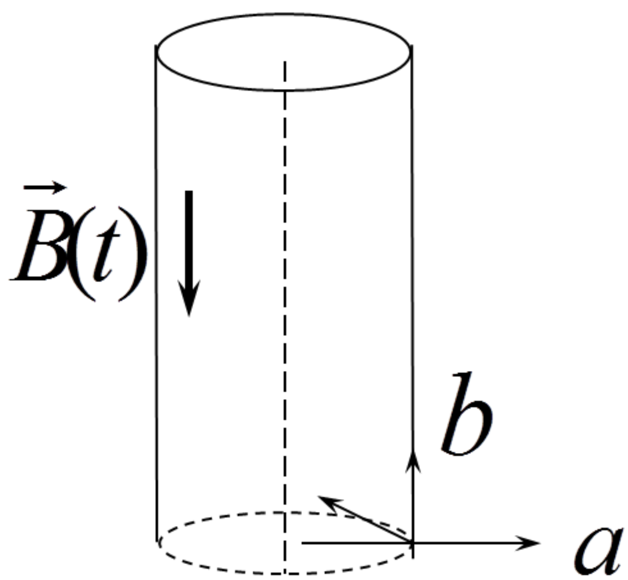
涡旋电场：

$$E_{涡旋} = \frac{\varepsilon_1}{2\pi r} = -\frac{r}{2}\frac{\partial B}{\partial t} \quad (r < R)$$

$$E_{涡旋} = \frac{\varepsilon_2}{2\pi r} = -\frac{R^2}{2r}\frac{\partial B}{\partial t} \quad (r > R)$$

方向： $\frac{\partial B}{\partial t} > 0$，逆时针； $\frac{\partial B}{\partial t} < 0$，顺时针。

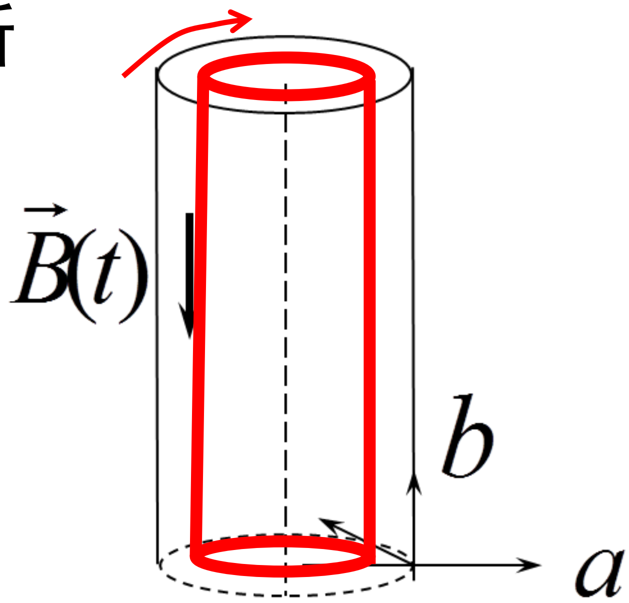
例2、半径为a、高为b的金属圆柱的电导率σ，今沿轴线方向施加均匀磁场，其方向竖直向下，已知$\frac{\partial B}{\partial t}=K$为大于零的常量，试求圆柱内总涡流I。



解：先考虑半径为r，厚度为dr，高度为b的同轴圆筒构成的导体回路。

选环绕方向为顺时针方向，则回路所围的磁通为：

$$\phi = B\pi r^2$$

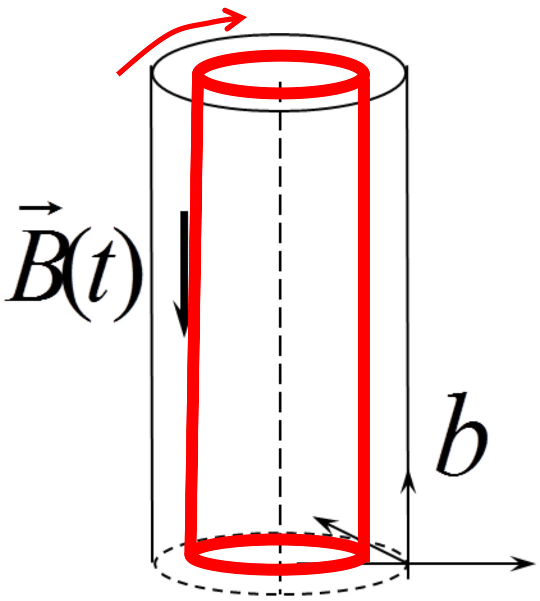


感应电动势 $\varepsilon=-\dfrac{d\varphi}{dt}=-\pi r^2\dfrac{dB}{dt}=-\pi r^2 K$

电动势小于零，因此感应电动势的方向为逆时针方向

方法一：

电阻： $dR=\dfrac{1}{\sigma}\dfrac{2\pi r}{bdr}$



圆筒内的电流：

$$di=\frac{\varepsilon}{dR}=-\pi r^2 K\sigma\frac{bdr}{2\pi r}=-\frac{1}{2}b\sigma Krdr$$

整个圆柱的涡旋电流：

$$I=\int_0^i di=-\frac{1}{2}b\sigma K\int_0^a rdr=-\frac{K}{4}\sigma ba^2$$

方法二：

感应电动势：
$$\varepsilon=-\frac{d\varphi}{dt}=-\pi r^2\frac{dB}{dt}=-\pi r^2 K$$

感应电动势：
$$\varepsilon=\oint \vec{E}_v\cdot d\vec{l}=2\pi r E_v$$

涡旋电场：
$$E_v=-\frac{1}{2}Kr$$

对于一个确定的面，其电流线密度为：
$$j=\sigma E_v=-\frac{1}{2}K\sigma r$$

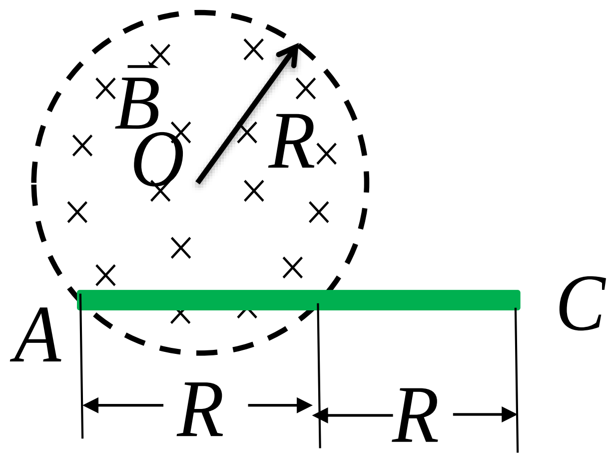
对于一个确定的圆面，其电流为：
$$dI_1=\vec{j}\cdot d\vec{r}=-\frac{1}{2}Krdr$$

$$I_1 = \int_0^a \vec{j} \cdot d\vec{r} = \int_0^a -\frac{1}{2} K\sigma r dr = -\frac{1}{4} K\sigma a^2$$

整个圆柱体的电流为：

$$I == \int_0^b I_1 dl = \int_0^b -\frac{1}{4} K\sigma a^2 dl = -\frac{1}{4} K\sigma a^2 b$$

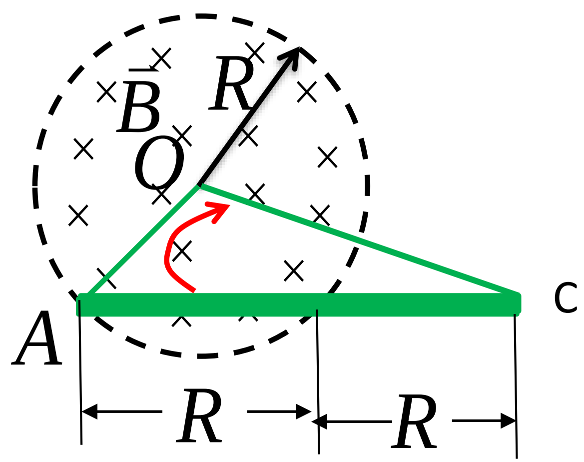
例2、均匀磁感矢量B被限定在半径为R的圆柱形空间中，且随时间变化，变化率为$\frac{dB}{dt}=k$，K为正常数，B的方向垂直纸面向里。在纸面内有一长为2R的金属棒，有一半在磁场区域内，另一半在磁场区域外，求：棒AC间的涡旋电动势的大小和方向。



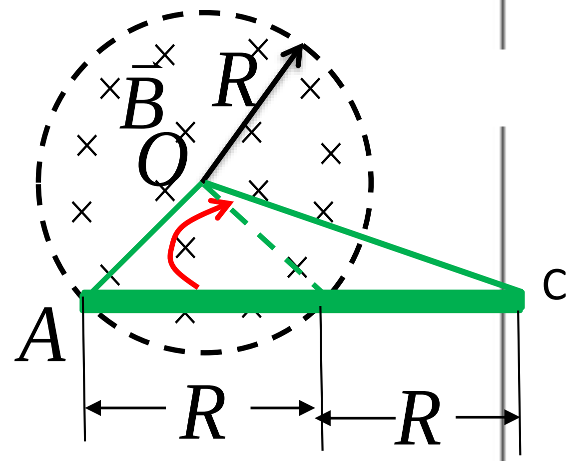
解：构建如图所示的闭合环路；

利用Faraday定律求环路电动势；

选定绕行方向：顺时针；



磁通量为等腰三角形与30度的扇形的磁通量，等腰三角形面积：$\frac{\sqrt{3}}{4}R^2$，扇形面积：$\frac{\pi}{12}R^2$

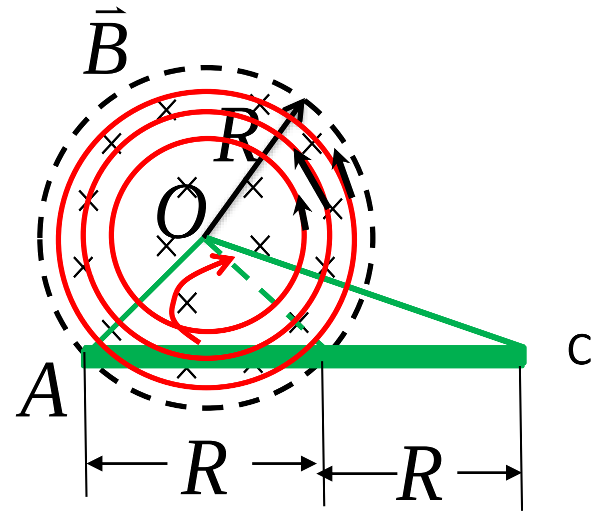


环路电动势：

$$\varepsilon=-\frac{d}{dt}\left[\left(\frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{\pi}{12}\right)R^2B\right]=-\left(\frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{\pi}{12}\right)R^2\frac{\partial B}{\partial t}=-\left(\frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{\pi}{12}\right)R^2K$$

AO段的电动势 $\varepsilon_{AO}=\int_A^O \vec{E}_v\cdot d\vec{l}=\int_A^O E_v\cdot dl\cos(\frac{\pi}{2})=0$

OD段的电动势 $\varepsilon_{OC}=\int_O^C \vec{E}_v\cdot d\vec{l}=\int_O^C E_v\cdot dl\cos(\frac{\pi}{2})=0$



DA段的电动势

$$\varepsilon_{CA}=\varepsilon-\varepsilon_{AO}-\varepsilon_{OC}=\varepsilon=-\left(\frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{\pi}{12}\right)R^2K$$

电动势的方向：A → C

这几个问题的答案是：

（1）感应电动势对应的非静电力/场是什么？

（2）如果没有闭合环路，是否有感应电动势？

（3）如果没有导体，是否有感应电动势？

- 作业： P484　T10.13　T10.14　T10.20（电感）

本次课的学习目标，您掌握了吗?

- 动生电动势
- 涡旋（感生）电动势
- 会计算动生电动势和感生电动势