电 磁 学

（Electromagnetism）
（Electromagnetics）

绪论

一、研究对象：

主要研究：电、磁现象的实验规律；

电、磁之间的相互关系；

以及电磁与物质之间的相互作用。

二、简史：

电磁现象被人类认识是在公元前六百年。那时人们就发现一些物件经过摩擦能够吸引轻小物件，同时发现一些天然矿石吸引铁的现象，这可以说是人类最早发现的电磁现象。

在此之后，经过无数科学家的努力，使得人类对电磁现象的认识得到了深入发展。到19世纪，麦克斯韦—洛伦兹电磁场理论的成功，使得电磁学发展成为经典物理学中相当完美的一个分支。

三、参考书目：

- 电磁学 ． 赵凯华 ．高等教育出版社
- 有兴趣的同学可以借阅一本外文原版书阅读，可以掌握一些词汇，提高阅读外文资料的能力。
- 希望能找一本习题书。
- 与课本比较，组织形式不同，内容相近，以讲授内容为准。

四、课程特点：

- 原理较为简单，内容较多（公式、定律）。
- 历届的同学成绩一般。因此课程还是有点难度，所以在课堂上尽可能多讲一些习题。

第 8 章 真空中的静电场

通过本部分的学习，您将学会：

- 库仑定律
- 理解电场的概念
- 求解电场

静电场：

相对于观测者是静止的，数量不随时间变化的电荷在自身周围空间中产生的电场。

真空：

除了静止的电荷及静电场以外，无其他物质的空间，并非一无所有。

§1 库仑定律

该定理给出了两个点电荷之间的相互作用的规律，为定量研究电现象奠定了基础。

关于电荷你们都知道哪些知识？

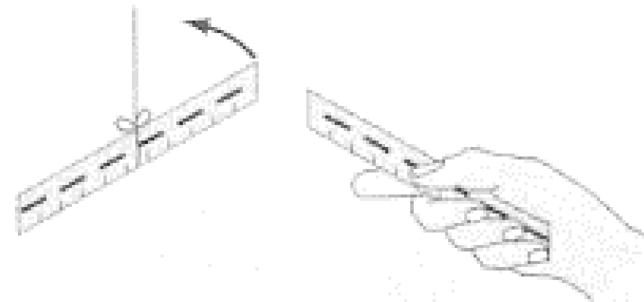
一、电荷概念

电荷： 物体有了吸引轻小物体的性质，我们说它带了电或有了电荷

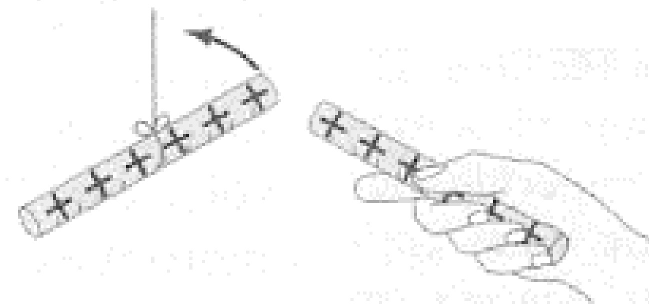
带电体： 带了电的物体叫带电体

1　电荷的特性

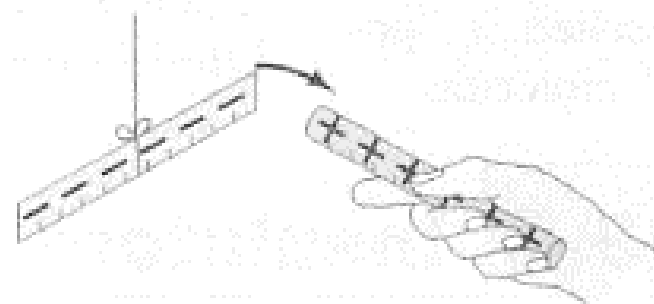
1） 电荷分为正电荷和负电荷两类



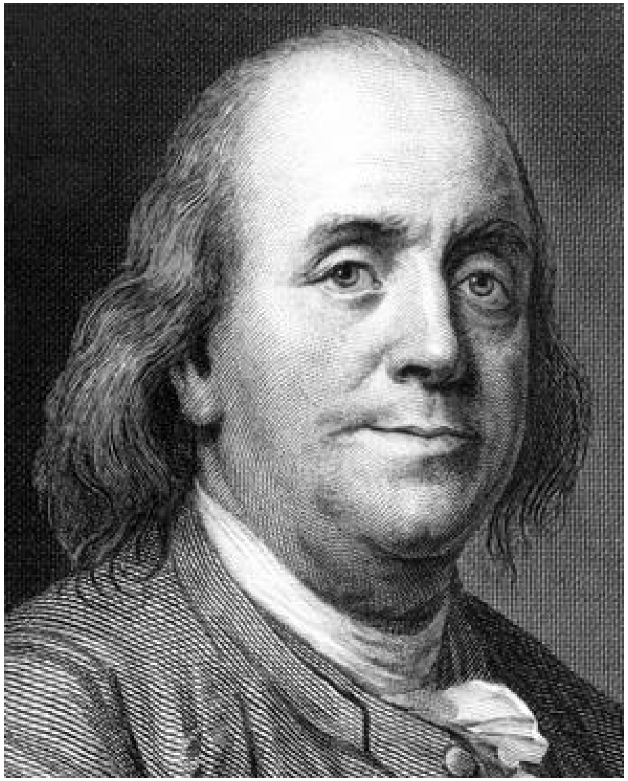
(a) Two charged plastic rulers repel



(b) Two charged glass rods repel



(c) Charged glass rod attracts charged plastic ruler



富兰克林 美国
1706-1790

正电荷：丝绸摩擦过的玻璃棒带的电荷为正电荷

负电荷：毛皮摩擦过的橡胶棒所带的电荷为负电荷

2）电荷的守恒性：

电荷既不能被创造，也不能被消灭，只能从一个物体转移到另一个物体，或者从物体的一部分转移到另一部分；在转移的过程中，电荷的总量保存不变。 也就是说在任何物理过程中，系统的电荷代数和始终保持不变，这就是电荷守恒定律。

3）电荷的量子性：

- 电荷量子化：目前电荷的最小单位为夸克 $e = 1.602 \times 10^{-19}\,\mathrm{c}$

- 在宏观条件下忽略量子化

电量 带电体所带电荷数量的多少叫做电量

3 物理模型

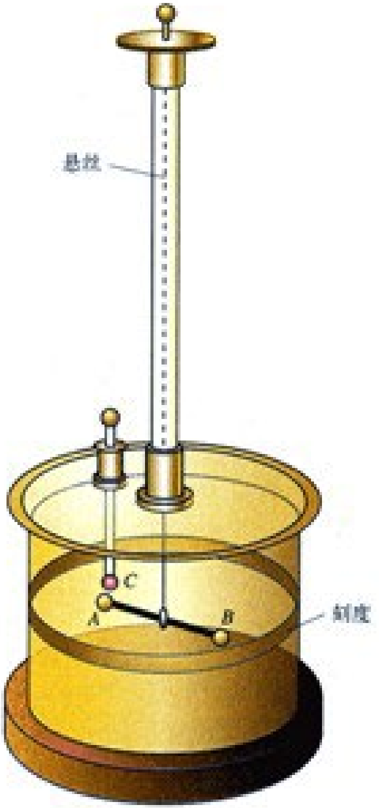
点电荷

- 没有大小
- 没有形状
- 集中了带电体的所有电量

线电荷（线元）；面电荷（面积元）；体电荷（体积元）

二、库仑定律

库伦



扭秤

库伦 法国

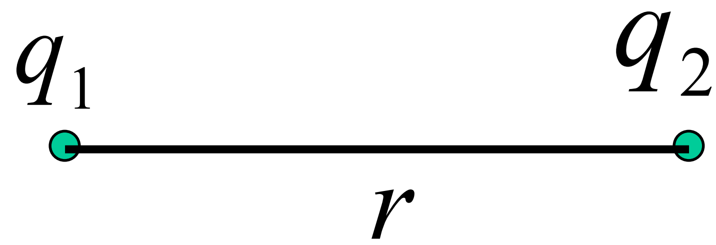
1736-1806

1 真空中库仑定律的表述:

在真空中， 两个静止点电荷之间的相互作用力，大小与它们的电量的乘积成正比，与它们之间距离的平方成反比；作用力的方向沿着它们的联线，同号电荷相斥，异号电荷相吸。

1785年，库仑通过扭称实验得到

$$\boxed{f = k\frac{q_1 q_2}{r^2}}$$



$$\boxed{\vec{f}_{12} = k\frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{r}_{12}}$$

$\vec{f}_{12}$ ：电荷1对电荷2的作用力。

$\hat{r}_{12}$ ：从电荷1指向电荷2的单位矢量。

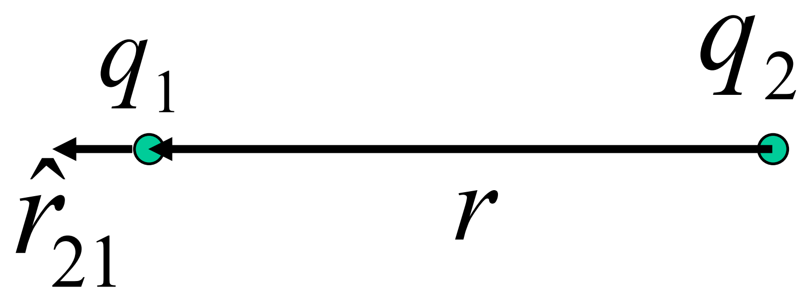
K为比例系数，它的取值与采用的单位制有关。

在国际单位制中，力为牛顿，电量单位为库仑，长度单位为米。K由实验确定：

$$\boxed{k = 8.99 \times 10^9 m^2 N / c^2}$$

同理：

$$\vec{f}_{21} = k\frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{r}_{21}$$



由上式可知：点电荷的相互作用力满足牛顿第三定律：

$$\vec{f}_{12} = -\vec{f}_{21}$$

2 库伦定律的常用形式：

令：$k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

其中：$\varepsilon_0 = 8.85\times10^{-12}\,\mathrm{c^2/Nm^2}$ ——真空电容率

库仑定律：

$$\boxed{\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{r}_{12}}$$

说明：只适用于真空中**静止点电荷**的相互作用。

库仑是一个非常大的单位！！！

两个带有1库伦电量的电荷，相距1m时，
产生的库伦力为：

$$(8.99\times10^{9}N\cdot m^{2}/C^{2})(1.0\,\mathrm{C})(1.0\,\mathrm{C})/(1.0)^{2}=8.99\times10^{9}N$$

摩擦起电带的电量约为： $\sim 10^{-6}C(\sim \mu\mathrm{C})$

1个电子带电量的大小为： $\boldsymbol{e=1.602\times10^{-19}\mathrm{c}}$

$1\mu C$里约含10^{13}个电子的电量

电量是量子化的，但通常我们认为是连续的。

单选题 1分

Setting

氢原子由一个电子和一个质子组成。两者之间所受的力约 $2.3\times10^{9}N$,且远大于重力，问能否调整两者之间的距离使它们之间的电场力和万有引力相等

A 可以，增大两者之间的距离。

B 可以，减小两者之间的距离

C 不可以，找不到合适的位置

Submit

单选题 1分

如图所示，两个均匀带电球体被牢牢地固定在位于气垫导轨的支架上，支架与导轨间的摩擦可以忽略不计。如果球2的电荷量是球1电荷量的3倍，问下面哪个图正确地表示了这两个球之间库仑力的大小和方向?

A 1

B 2

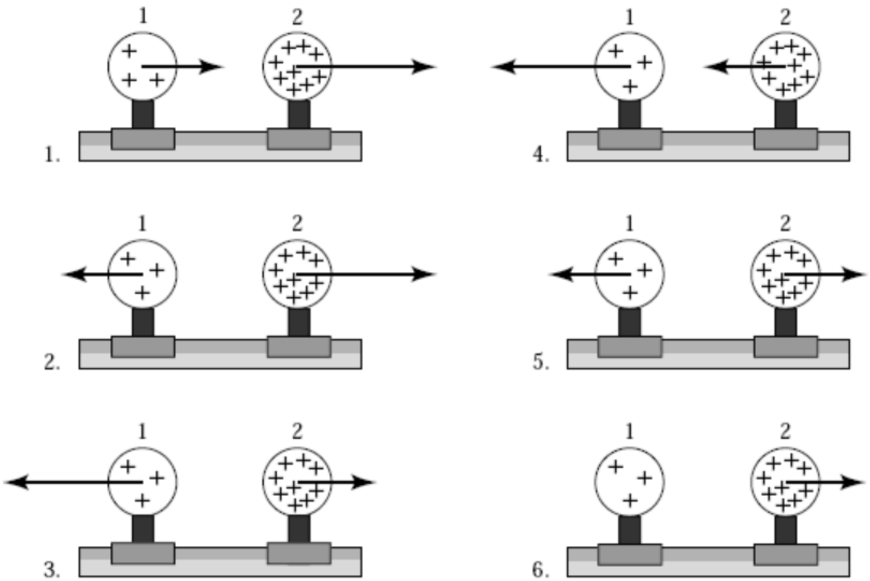
C 3

D 4

E 5

F 6

G 以上都不是



Submit

三、静电力叠加原理

- 静电力的叠加原理

实验表明，不管一个体系中存在多少个点电荷，每一对点电荷之间的作用力都不会因其他电荷的存在而改变，都服从库仑定律。任一点电荷所受到的力等于所有其他点电荷单独作用于该点电荷的库仑力的矢量和。这称为静电力的叠加原理。

（1）点电荷体系之间的库仑力

当多个点电荷$q_1, q_2, q_3, \ldots, q_n$同时存在时，它施加于某个点电荷 q_0 的静电力 $\vec{f}$ 等于各个点电荷单独存在时，施加于该点电荷的静电力$\vec{f}_i$ 的矢量和。

$$\boxed{\vec{f} = \sum_{i=1}^{n} \vec{f}_i = \sum_{i=1}^{n} k \frac{q_i q_0}{r_i^2} \hat{r}_{i0}}$$

（2）各种带电体系对静止点电荷的作用力

- 把带电体分割为许多“电荷元”部分，对静止点电荷作用时均可将“电荷元”当作点电荷处理，这样，整个带电体就与点电荷系统等效。

- “电荷元”的物理意义

宏观无穷小的带有一定电荷量的元（点）即点电荷这种抽象模型在带电体的具体体现。

从微观角度看，电荷数量是不连续的，空间分布也是不连续的。但从宏观角度来考虑，电荷的空间分布和数量变化可以看成是连续的

体密度：$\rho=\lim\limits_{\Delta V\to 0}\dfrac{\Delta q}{\Delta V}$

面密度：$\sigma=\lim\limits_{\Delta S\to 0}\dfrac{\Delta q}{\Delta S}$

线密度：$\lambda=\lim\limits_{\Delta L\to 0}\dfrac{\Delta q}{\Delta L}$

电荷连续分布的带电体对点电荷 q_0 的作用力为：

$$\vec{f} = \int d\vec{f}$$

$d\vec{f}$ 是电荷元 dq 对点电荷 q_0 的作用力：

$$\boxed{\vec{f} = \int k \frac{q_0 dq}{r^2} \hat{r}}$$

可选取合适的坐标系，把矢量积分转化为标量积分，例如

$$f_x = \int df_x, f_y = \int df_y, f_z = \int df_z,$$

四、解题方法

利用库仑定律解题时，应注意以下几点：

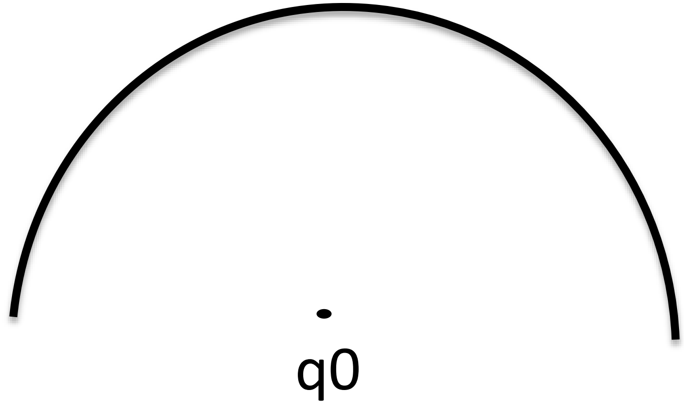
1、真空中两个静止点电荷的作用可直接用利用库仑定律。

2、当不是点电荷时，应先把连续分布的电荷分割成电荷元，把每个电荷元看作是点电荷。利用库仑定律及叠加原理求解。

3、真空条件，ε_0是真空中的介电常数，如不是真空，$\varepsilon_0 \rightarrow \varepsilon$ 。

4、静止：如有运动，运动电荷会产生磁场，除了考虑静电力外，还应考虑磁场力。

例：均匀带电细棒弯成半圆环，半径为R。带电总量为Q，求圆心处点电荷q0受半圆环的静电力。

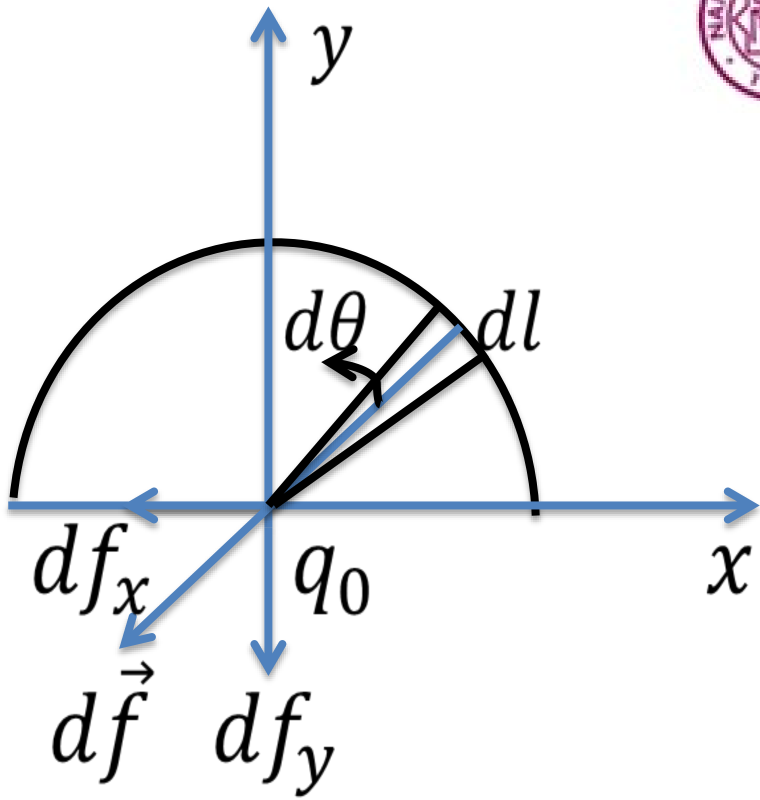


解：

$$线密为\lambda = \frac{Q}{\pi R}$$

$$dq = \lambda dl$$

$$dl = k\frac{q_0 dq}{R^2}$$



$$df = k\frac{q_0 dq}{R^2} = k\frac{q_0 \lambda R d\theta}{R^2} = k\frac{q_0 Q}{\pi R^2} d\theta$$

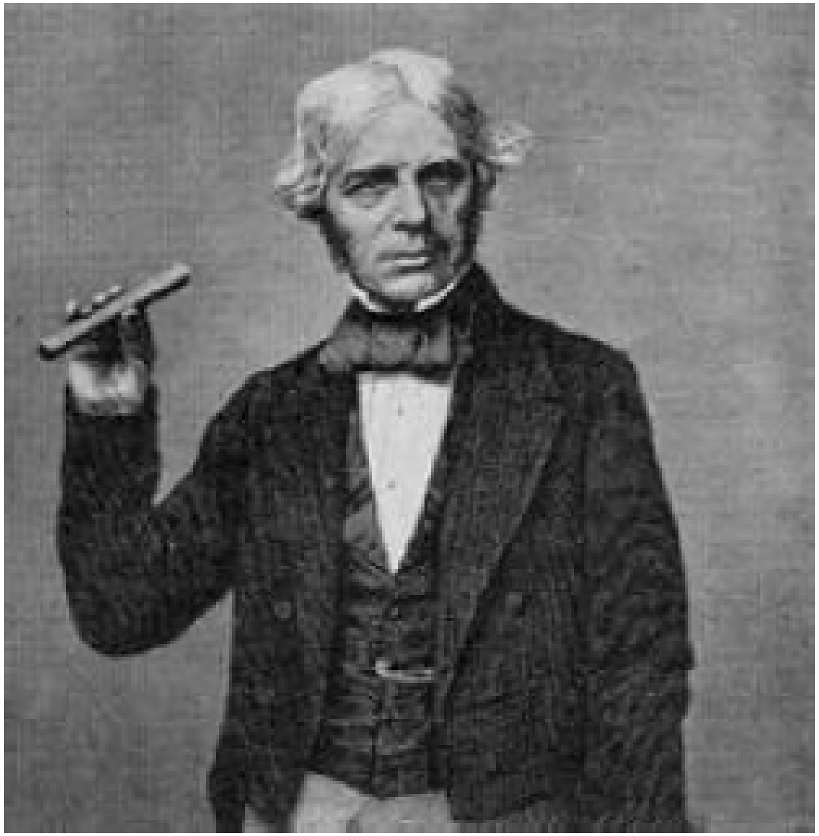
因圆环关于y轴对称，环心点电荷在对称轴y上，故$\vec{f}$沿x轴的分量为0。

$$df_y = -df\sin\theta$$

$$f = f_y = \int df_y = -k\frac{q_0 Q}{\pi R^2}\int_0^{\pi}\sin\theta d\theta = -\frac{q_0 Q}{2\varepsilon_0\pi^2 R^2}$$

所以，$\vec{f} = -\dfrac{q_0 Q}{2\varepsilon_0\pi^2 R^2}\hat{y}$

五、电场概念(electric field)



迈克尔·法拉第 英国
1791-1867

为什么电荷不接触就能产生力的作用？

1 电场 静电场

电场：是一种物质（只不过不是由原子、分子等组成），具有能量、动量等属性，并且可以脱离电荷而存在，是物质的一种形态。

电荷间的相互作用是靠电场实现的。

静电场： 由静止电荷在其周围空间激发的电场。

电场力：电场对处于其中的其他电荷的作用力。

电场的主要对外表现：

(1) 电场对处于其中的任意带电体有力的作用。

$\longrightarrow$ 以$\vec{E}$描述

(2) 电场具有能量，带电体在其中运动时，电场力将对其做功。

$\longrightarrow$ 以U_a描述

(3) 位于电场中的导体和电介质要受其影响。

（相互作用）

2、电场强度矢量

静止电荷可以在周围激发电场，同样，任何带电体都会在其周围激发电场。产生电场的带电体称作**场源**，其所在位置叫做**场源位置**。

电场所在空间中其它各点称为**场点**，当场源为点电荷时，场源位置称为**源点**。场源产生的电场是由场源本身的特性决定的，与其它电荷无关。

1). 试验电荷q_0：

同时满足
- q_0的几何线度很小，可看作点电荷。 为简单，指+ q_0
- q_0的电量很少，对原电场几乎不产生影响。

2). 电场强度：

(1) 操作性定义：

将试验电荷q_0放入电场中某点，测得在该点处其所受的电场力为 $\vec{F}$，则定义该点的电场强度：$\vec{E} = \dfrac{\vec{F}}{q_0}$

(2) 物理意义： $q_0 = 1\text{c}$时， $\vec{E} = \vec{F}$

(3) 单位： N/C

即：电场中任意点的电场强度等于单位正电荷在该点所受电场力。

说明：

- 电场强度反映了电场的性质，与试验电荷的存在与否无关。而只由场源电荷的分布和多少决定。$\vec{E}=\vec{F}/q_0$

- 电场强度是电场空间的点函数。

◆ 不均匀电场（非均匀电场）：

不同的场点有不同的电场强度。

◆ 均匀电场（匀强电场）：

空间各点电场强度均相同。

3. 电场对其中电荷的力的作用：

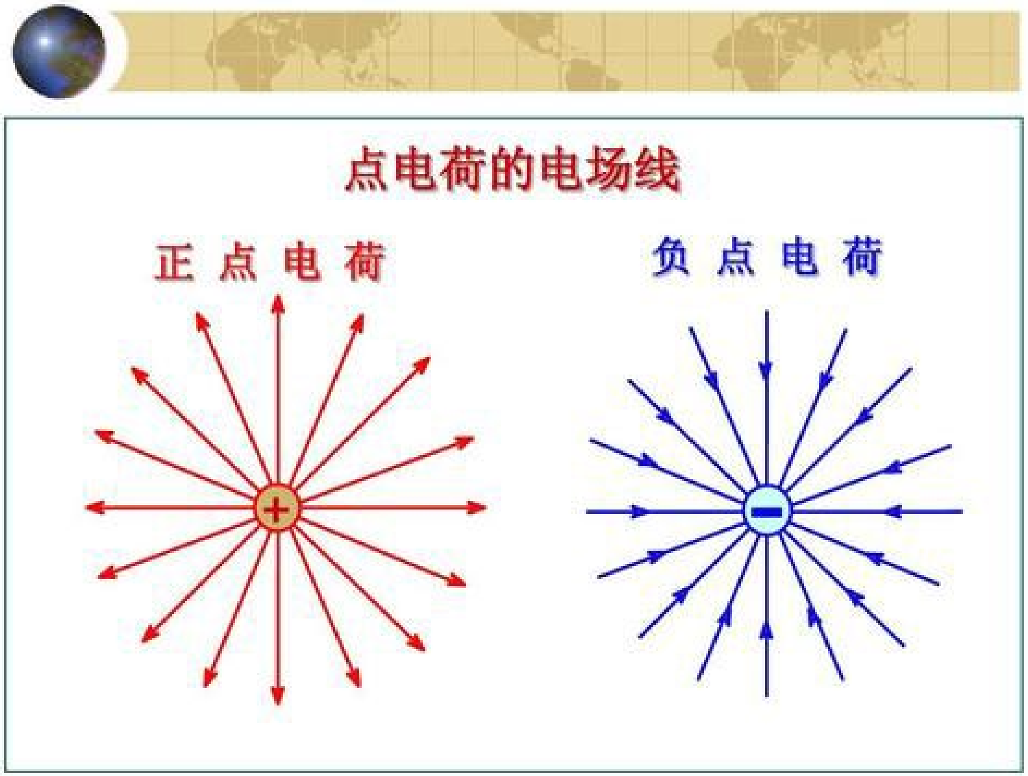
若电荷q 放入电场中某点，该点的场强为 $\vec{E}$ ，则此电荷所受电场力为：

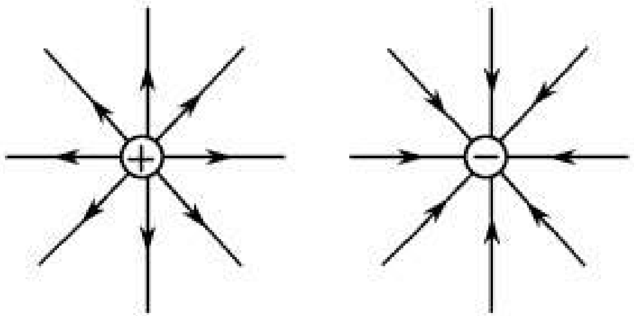
$$\vec{F} = q\vec{E} \quad \begin{cases} q > 0, & \vec{F} \uparrow\uparrow \vec{E} \\ q < 0, & \vec{F} \uparrow\downarrow \vec{E} \end{cases}$$

电场线

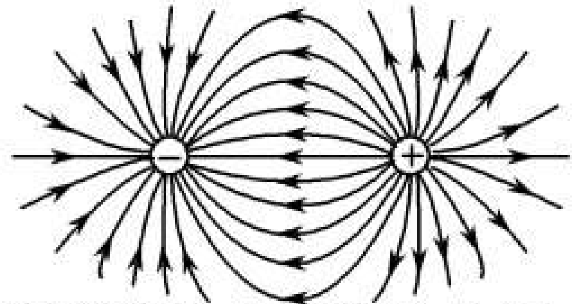
(1) 线上每一点的切线方向与该点电场强度方向一致。

(2) 电场线的密度反映了电场强度的大小。

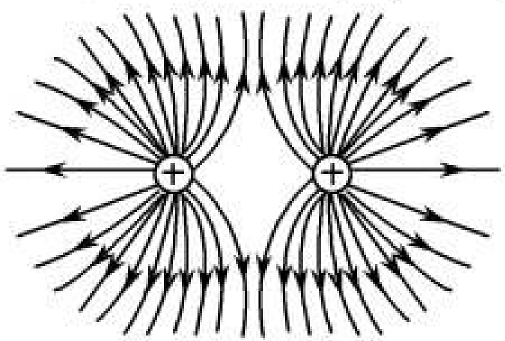




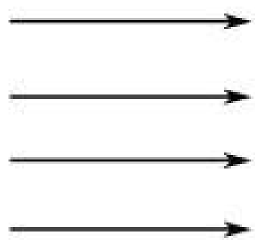
孤立点电荷的电场



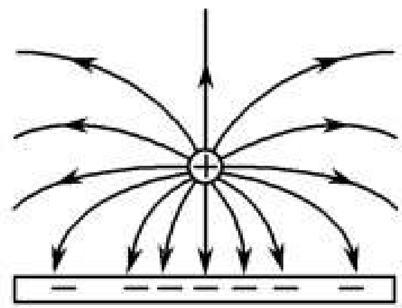
等量异种点电荷的电场



等量同种点电荷的电场



匀强电场



点电荷与金属板间的电场

3 场强叠加原理：

1). 点电荷系情况：

场源电荷：q_1、q_2、$\cdots q_n$。

试验电荷q_0置于此场源电荷的电场

试验电荷q_0所受电场力为 $\vec{F}$.

电场力叠加原理： $\vec{F}=\sum\vec{F}_i$

此试验电荷q_0所在位置的场强为：

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q_0}=\frac{\sum\vec{F}_i}{q_0}\qquad=\frac{\vec{F}_1}{q_0}+\frac{\vec{F}_2}{q_0}+\cdots+\frac{\vec{F}_n}{q_0}$$

$$=\vec{E}_1+\vec{E}_2+\cdots+\vec{E}_n$$

$$=\sum\vec{E}_i$$

——点电荷系场强叠加原理

2). 带电体情况：

无限多个点电荷组成的电荷连续分布的带电体在空间某点的场强为：

$$\vec{E}=\int_{Q}\mathrm{d}\vec{E}$$

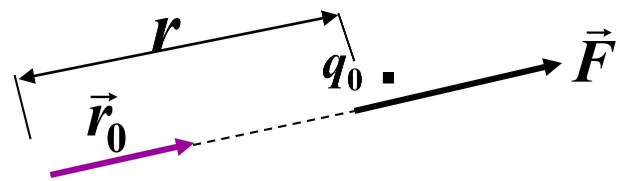
式中：Q表示积分遍及全部带电体

4 场强的计算:

1. 点电荷电场的强度:

q_0点处的场强为:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$



库仑定律: $$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q\,q_0}{r^2}\hat{r}$$

且:$\begin{cases} q > 0, \vec{E} \uparrow\uparrow \vec{r}^{\,0} \\ q < 0, \vec{E} \uparrow\downarrow \vec{r}^{\,0} \end{cases}$

点电荷电场的强度

$$\boxed{\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}}$$

$$且: \begin{cases} q > 0, \vec{E} \uparrow\uparrow \hat{r} \\ q < 0, \vec{E} \uparrow\downarrow \hat{r} \end{cases}$$

点电荷电场非均匀 $(E \propto \frac{1}{r^2})$（球对称），

2. 点电荷系电场的强度：

根据电场叠加原理：

$$\boxed{\vec{E}=\sum\vec{E}_i}\boxed{=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum\frac{q_i}{r_i^2}\hat{r}_i}$$

3. 电荷连续分布带电体电场的强度：

带电体上任取一元电荷dq，

dq产生的电场在P的场强为：

$$\mathrm{d}\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}q}{r^2}\hat{r}$$

$$\boxed{\vec{E}=\int_Q\mathrm{d}\vec{E}}\boxed{=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_Q\frac{\mathrm{d}q}{r^2}\hat{r}}$$

$$\boxed{\vec{E}=\int_Q \mathrm{d}\vec{E}}\boxed{=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_Q \frac{\mathrm{d}q}{r^2}\vec{r}^{\,0}}$$

其中： ① Q 指对全部带电体的积分；

②

带电体为体电荷分布： $\mathrm{d}q=\rho\,\mathrm{d}V$

ρ 为电荷体密度

带电体为面电荷分布： $\mathrm{d}q=\sigma\,\mathrm{d}s$

σ 为电荷面密度

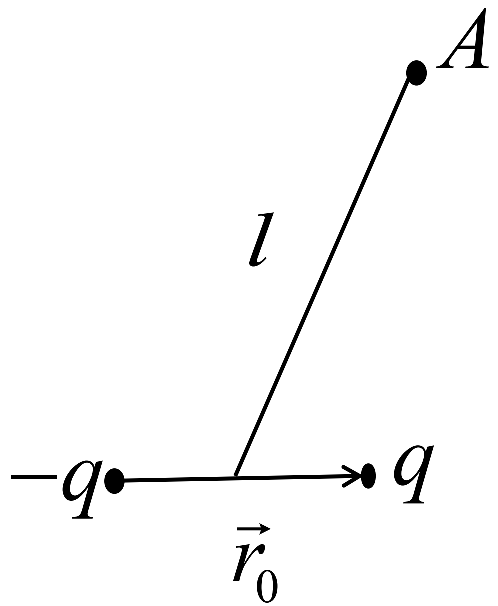
带电体为线电荷分布： $\mathrm{d}q=\lambda\,\mathrm{d}l$

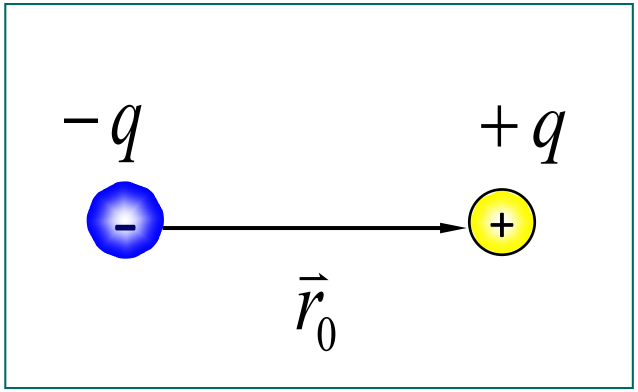
λ 为电荷线密度

物理模型--电偶极子

electric dipole

带电量相等而符号相反的两个点电荷，当它们的连线中点到场点A的距离 l 远大于它们之间的距离 r_0 时，称这一带电体为电偶极子。





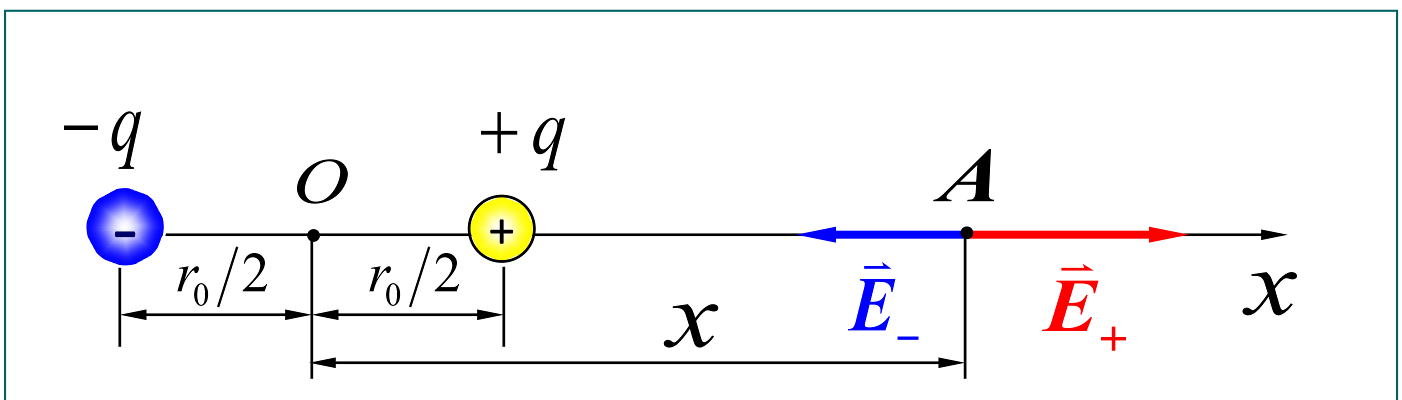
电偶极子的轴 $\vec{r}_0$

电偶极矩（电矩） $\vec{p} = q\vec{r}_0$

1 电偶极子轴线延长线上任一点的电场强度

$$\vec{E}_{+} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{(x - r_0/2)^2}\vec{i} \qquad \vec{E}_{-} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{(x + r_0/2)^2}\vec{i}$$

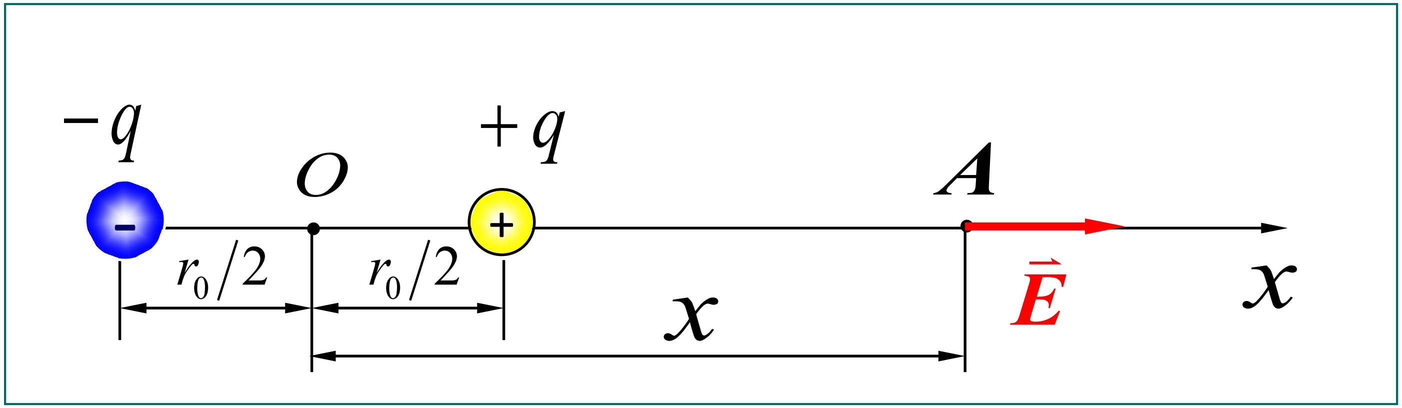
$$\vec{E} = \vec{E}_{+} + \vec{E}_{-} = \frac{q}{4\,\pi\varepsilon_0}\left[\frac{2xr_0}{(x^2 - r_0^2/4)^2}\right]\vec{i}$$



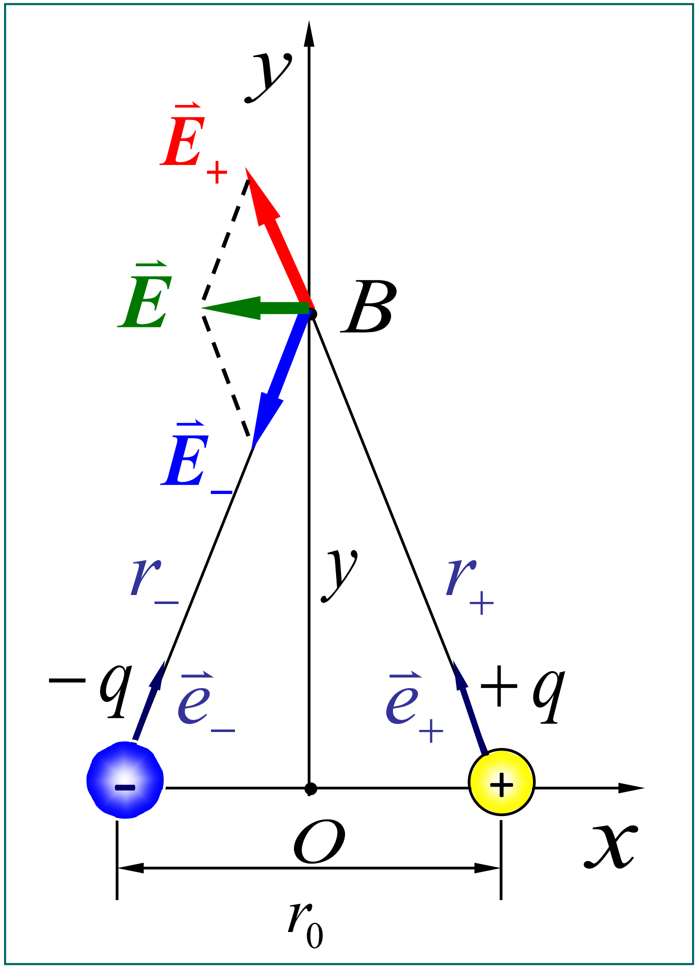
$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{2xr_0}{(x^2 - r_0^2/4)^2}\right]\vec{i}$$

$x >> r_0$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2r_0 q}{x^3}\vec{i} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2\vec{p}}{x^3}$$



2 轴线中垂线上一点的电场强度

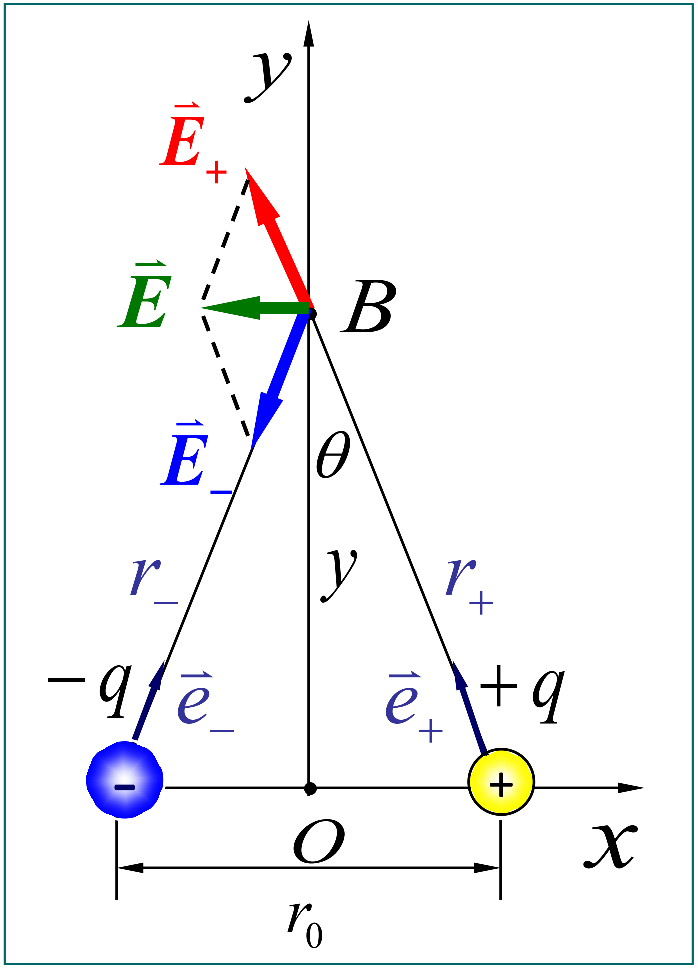


$$\vec{E}_+ = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r_+^2}\vec{e}_+$$

$$\vec{E}_- = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r_-^2}\vec{e}_-$$

$$r_+ = r_- = r = \sqrt{y^2 + (\frac{r_0}{2})^2}$$

$$\Rightarrow \vec{E}_B = 2\vec{E}_{+x}$$

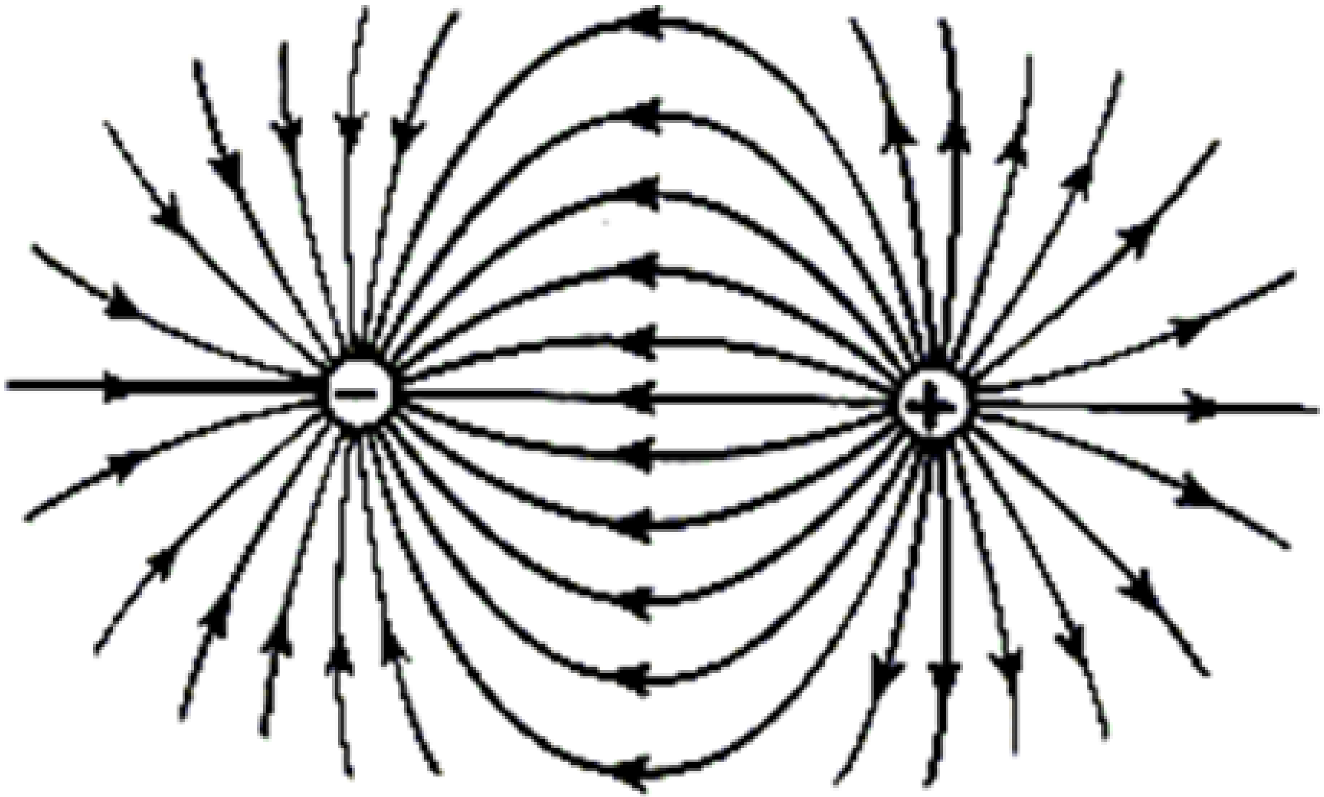


$$\vec{E}_B = 2\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{y^2+(r_0/2)^2}\sin\theta(-\vec{i})$$

$$= -2\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{y^2+(r_0/2)^2}\frac{r_0/2}{\sqrt{y^2+r_0^{\,2}/4}}\vec{i}$$

$$y >> r_0$$

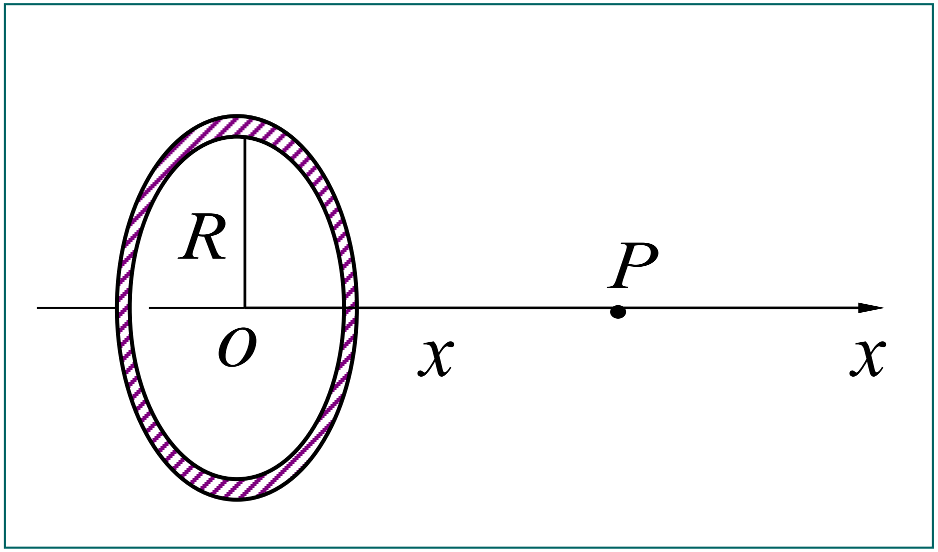
$$\vec{E} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{p}}{|y|^3}$$



电偶极子的电场线

几个典型例题

例1 正电荷q 均匀分布在半径为R 的圆环上. 计算通过环心点O 并垂直圆环平面的轴线上任一点P 处的电场强度.



解 $\lambda = \dfrac{q}{2\pi R}$ $\mathrm{d}q = \lambda \mathrm{d}l$ $\mathrm{d}E = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{\lambda \mathrm{d}l}{r^2}$

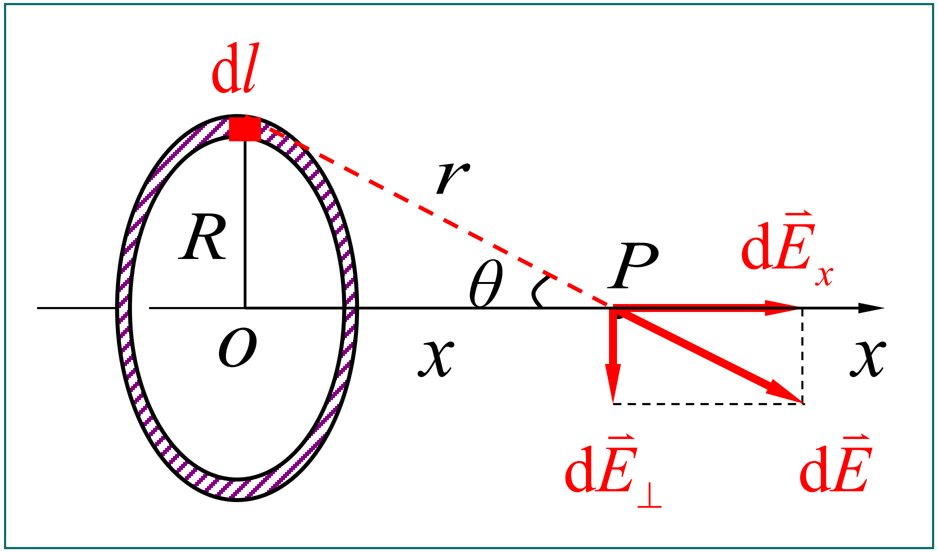
$\mathrm{d}\vec{E} = \mathrm{d}\vec{E}_x + \mathrm{d}\vec{E}_\perp$ 由于 $E_\perp = \int_l \mathrm{d}E_\perp = 0$

故 $E = \int_l \mathrm{d}E_x = \int_l \mathrm{d}E\cos\theta$

$$= \int \frac{\lambda \mathrm{d}l}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cdot\frac{x}{r}$$

$$= \frac{\lambda x}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\int_0^{2\pi R}\mathrm{d}l$$

$$= \frac{qx}{4\pi\varepsilon_0 (x^2+R^2)^{3/2}}$$



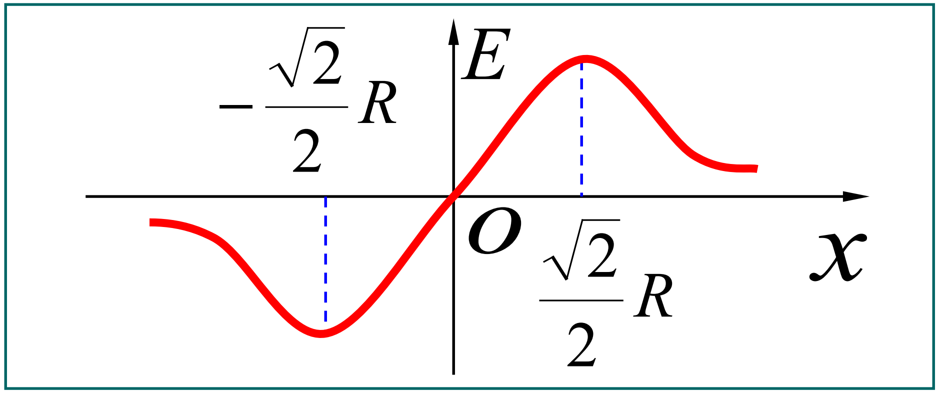
讨论

$$E=\frac{qx}{4\pi\varepsilon_0(x^2+R^2)^{3/2}}$$

（1） $x>>R$ $\qquad E\approx\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 x^2}$ 点电荷

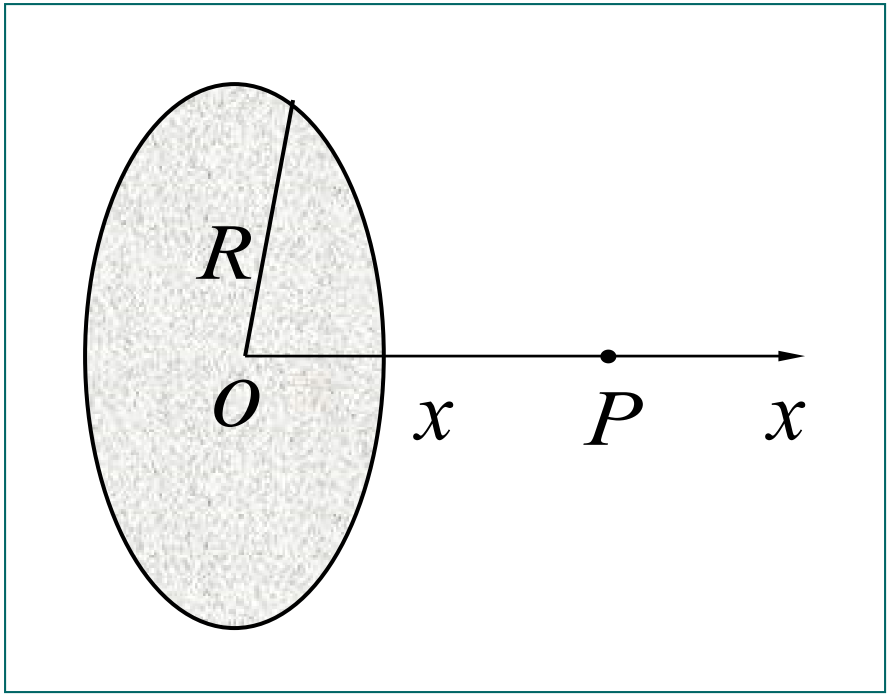
（2） $x=0$ $\qquad E_o=0$

（3） $\dfrac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}=0$ $\qquad x=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}R$ 二阶导数可以判断极大和极小



例2 有一半径为R，电荷均匀分布的薄圆盘，其电荷面密度为σ．求通过盘心且垂直盘面的轴线上任意一点处的电场强度.

$$=\frac{qx}{4\pi\varepsilon_0(x^2+R^2)^{3/2}}$$

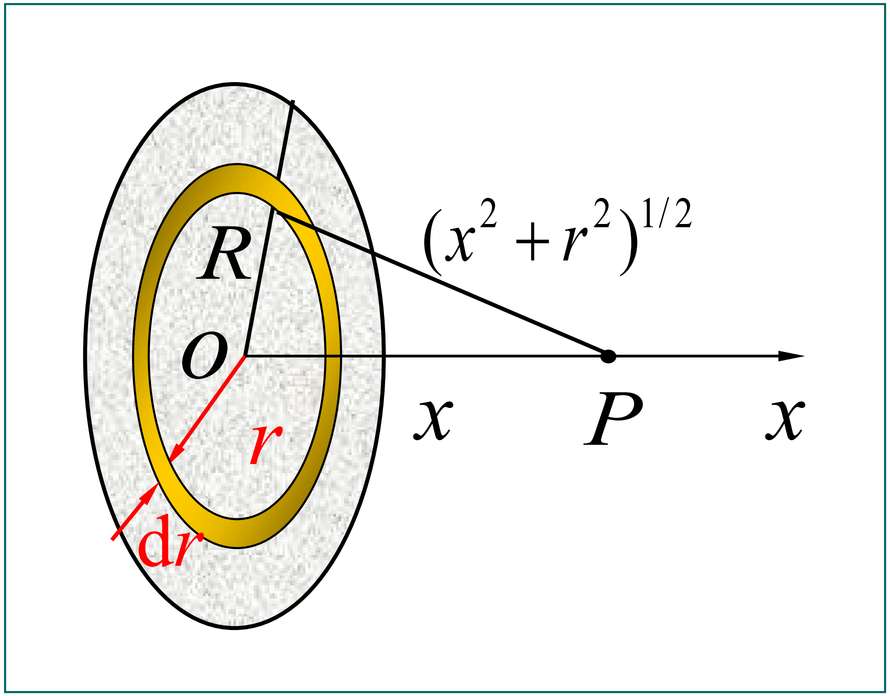


解 $\sigma = q/\pi R^2$ $\mathrm{d}q = \sigma 2\pi r\mathrm{d}r$

$$\mathrm{d}E_x = \frac{x\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 (x^2+r^2)^{3/2}} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{xr\mathrm{d}r}{(x^2+r^2)^{3/2}}$$

$$E = \int_0^R dE_x$$

$$= \frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\left(\frac{1}{\sqrt{x^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2+R^2}}\right)$$



P点处E的方向沿x轴正向

讨论

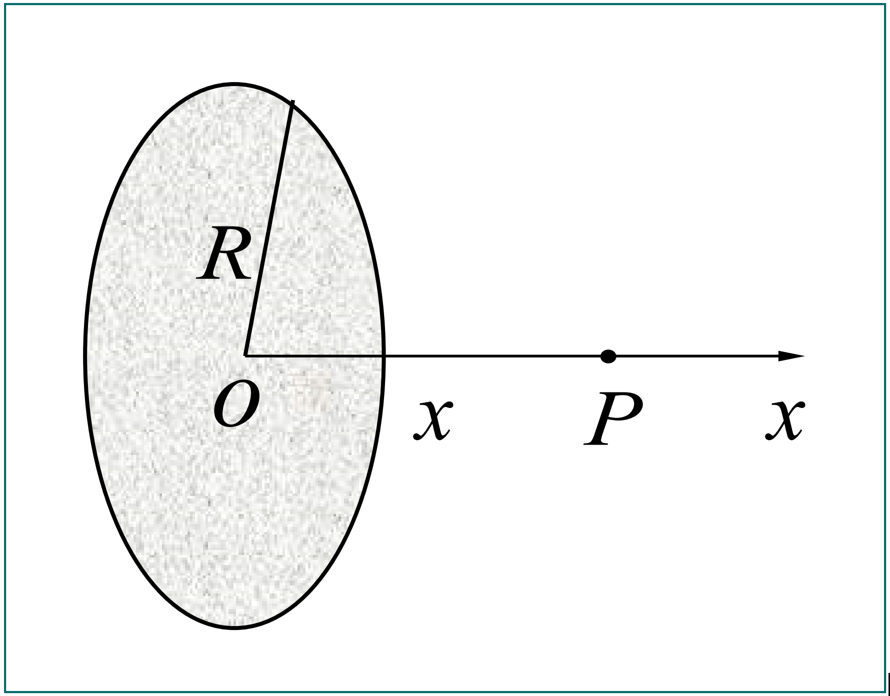
$$E=\frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\left(\frac{1}{\sqrt{x^2}}-\frac{1}{\sqrt{x^2+R^2}}\right)$$

$x << R$

$$E\approx\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

$x >> R$

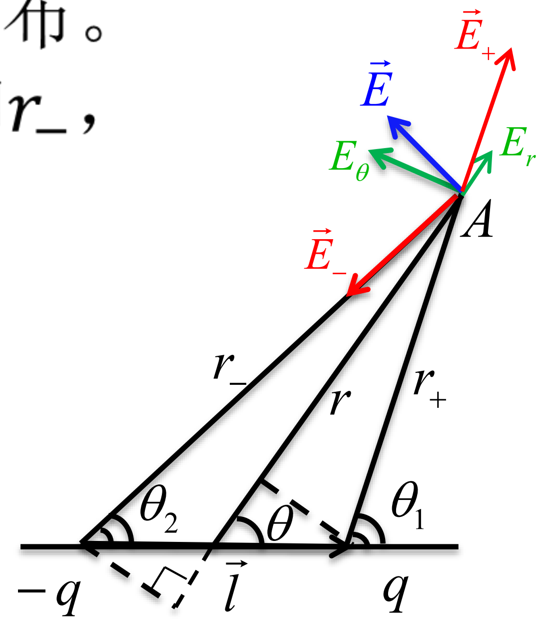
$$E\approx\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x^2}$$



例1 求电偶极子在远区产生的电场矢量分布。

解：设正、负电荷至A的距离分别为r_+ 和r_-，正负电荷在A点产生电场分别为：

$$E_+=k\frac{q}{{r_+}^2}, \quad E_-=k\frac{q}{{r_-}^2}$$



选取球坐标系较为方便。球坐标系变量θ, r, φ中，由于对称性，$\vec{E}$与φ无关，取$\vec{l}$ 为极轴。

$\vec{E}$可分解为两个分量：

$$E_r = E_+\cos(\theta_1-\theta) - E_-\cos(\theta-\theta_2)$$

$$E_\theta = E_+\sin(\theta_1-\theta) + E_-\sin(\theta-\theta_2)$$

可得$\left[\frac{1}{\left(1-\frac{l}{2r}\cos\theta\right)^2}-\frac{1}{\left(1+\frac{l}{2r}\cos\theta\right)^2}\right]=\frac{2l}{r}\cos\theta$

所以，$E_r=\mathrm{kq}\frac{2l}{r^3}\cos\theta=\mathrm{k}\frac{2p}{r^3}\cos\theta$

同样求得：$E_\theta=\mathrm{k}\frac{p}{r^3}\sin\theta$

可以推出$\vec{E}=E_r\hat{r}+E_\theta\hat{\theta}=\mathrm{k}\frac{2p}{r^3}\cos\theta\,\hat{r}+\mathrm{k}\frac{p}{r^3}\sin\theta\,\hat{\theta}$

$\vec{E}$与φ无关，说明电偶极子产生的电场关于极轴对称。

E$\propto\frac{1}{r^3}$说明在远区，电偶极子的场强比点电荷下降的更快（因正负电荷有抵消作用）

特例：

中垂线上：$\theta=\frac{\pi}{2}$，$\frac{3\pi}{2}$，E_r=0， E_θ=$\pm$ k$\frac{p}{r^3}$， $\vec{E}$=-k$\frac{\vec{p}}{r^3}$

在延长线上：$\theta=0$，π， E_θ=0， E_r=$\pm$k$\frac{2p}{r^3}$，

$$\vec{E}=k\frac{2\vec{p}}{r^3}$$

非常典型的例题，必看！！

P292 例 8.6

P293 例 8.7

无限长带电直线的电场分布

$$E_x = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

$$E_y = 0$$

半限长带电直线的电场分布

$$E_x = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

$$E_y = -\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

本次课的学习目标，您掌握了吗?

- 库仑定律
- 电场的概念您理解了吗?
- 求解电场的方法您掌握了吗?