1 HF-Zeitbereich 3: Streuparameter

Dieser Versuch schließt direkt an den letzten Versuch an. Es soll dieselbe Problemstellung sowie das im letzten Versuch bestimmte Zeitsignal verwendet werden, um dann mithilfe der DFT Analysen im Frequenzbereich durchzuführen. Insbesondere werden die Anregung I_0 sowie die Abschlusswiderstände wieder über die jeweilige Stirnfläche verteilt. Beachten Sie aber, dass im Gegensatz zum letzten Versuch hier nun für die homogene Leitung eine relative Permittivität von $\varepsilon_\mathrm{r} = 0.9$ verwendet wird. Dieser Wert ist zwar unphysikalisch, stellt aber sicher, dass der Leitungswellenwiderstand 50 Ω beträgt. Für die inhomogene Leitung gilt weiterhin $\varepsilon_\mathrm{r} = 1.3$, während für beide Leitungen weiterhin $\mu_\mathrm{r} = 1$ gewählt wurde.

1.1 Vorbereitungsaufgaben

1. Zeichnen Sie für die hier behandelte Leitung das entsprechende Zweitor mit Zählpfeilen orientiert wie in Abb. 7.7. Fügen Sie auch die hier verwendete äußere Beschaltung an den Leitungsenden hinzu.

Fügen Sie hier Ihre Lösung ein

2. Bestimmen Sie den Eingangsstrom I_1 in Abhängigkeit von der Eingangsspannung U_1, dem Abschlusswiderstand R und der Anregung I_0.

Fügen Sie hier Ihre Lösung ein

3. Bestimmen Sie die Ausgangsspannung $\underline{U}_2$ und den Ausgangsstrom $\underline{I}_2$ in Abhängigkeit von der Eingangsspannung U_1, der Länge der Leitung ℓ und der Phasenkonstante β. Sie können dabei annehmen, dass die Leitung mit ihrem Wellenwiderstand abgeschlossen ist.

Fügen Sie hier Ihre Lösung ein

4. Mit welcher Geschwindigkeit bewegt sich die Welle auf der gegebenen Leitung? Berechnen Sie die Zeit, die die Welle benötigt, um die Länge der Leitung einmal zu passieren.

Für die Ausbreitungsgeschwindigkeit c eines Elektrischen Impulses in einem Material gilt

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} \tag{1.1}$$

.
Damit ergibt sich für den homogenen Leiter mit $\mu_r = 1$ und $\varepsilon_r = 0.9$ eine Ausbreitungsgeschwindigkeit von $3.16 \cdot 10^8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ womit die Leitung in $4.75 \cdot 10^{-9}$ s $= 4.75$ ns passiert wird.
Für die inhomogene Leitung mit $\varepsilon_r = 1.3$ für den Anfang und das Ende und $\varepsilon_r = 10$ für die Inhomogenität, ergibt sich durch aufspalten eine Ausbreitungsgeschwindigkeit von $2.63 \cdot 10^8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ im Anfang und Ende und $9.48 \cdot 10^7\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ in der Inhomogenität. Hiermit ergibt sich eine Passierdauer von $1.58 \cdot 10^{-8}$ s $= 15.8$ ns.

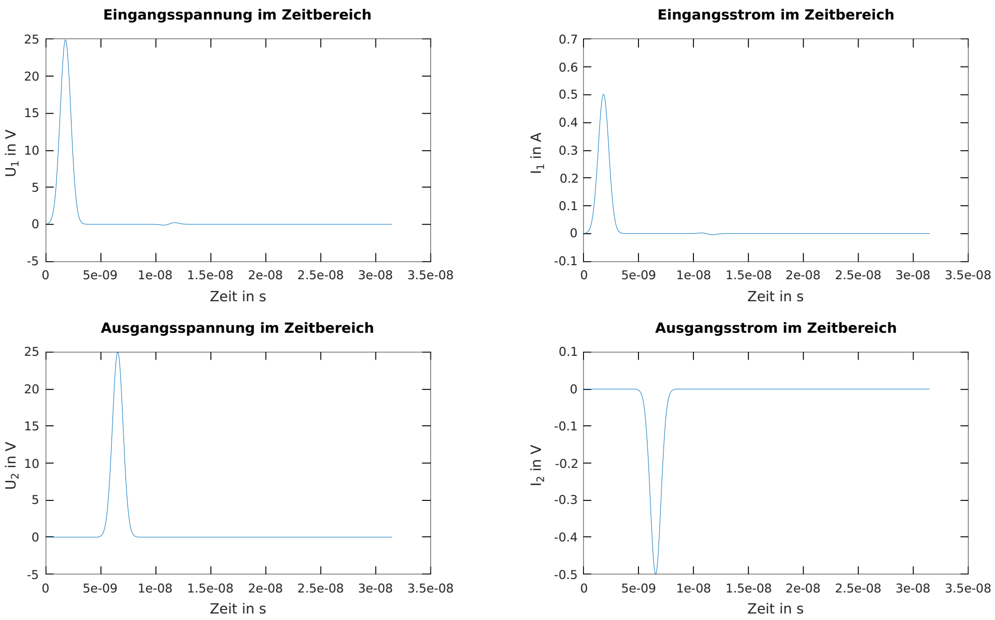

Abbildung 1.1: Ein- und Ausgangsspannungen und Ströme der homogenen Koaxialleitung im Zeitbereich

> **5.** Wie kann man aus den im Allgemeinen komplexen Rückgabewerten der DFT (MATLAB®-Befehl `fft`) auf das Frequenzspektrum schließen?

Um aus den Rückgabewerten der DFT ein Frequenzspektrum zu erstellen müssen die Frequenzpunkte gleichmäßig aufgetragen werden und anschließend darüber die, durch die Anzahl der Sampels geteilten, Rückgabewerte der DFT aufgetragen werden.

1.2 Aufgaben während der Praktikumssitzung

1.2.1 Streuparameter

Im Folgenden soll das Übertragungsverhalten der beiden Leitungen im Frequenzbereich von 0 bis 200 MHz bestimmt werden. Zu diesem Zweck sollen nur noch Gaußpulse verwendet werden.

> **1.** Regen Sie die homogene Leitung mit dem in Versuch 7 beschriebenen Gauß-Puls an.

> **2.** Bestimmen Sie die Spannungen und Ströme an Ein- und Ausgang der Leitung im Zeitbereich und stellen Sie diese in entsprechenden Plots dar.

Wie in Abb. 1.1 zu erkennen wird ein Gaussimpuls in die Leitung eingespeist, der mit einer geringen Verzögerung von ca. $0.5 \cdot 10^-8$ s am Ende ankommt. Die Der Ausgangsstrom ist aufgrund der Wahl der Flussrichtungen dem Eingangstrom mathematisch entgegen gerichtet.

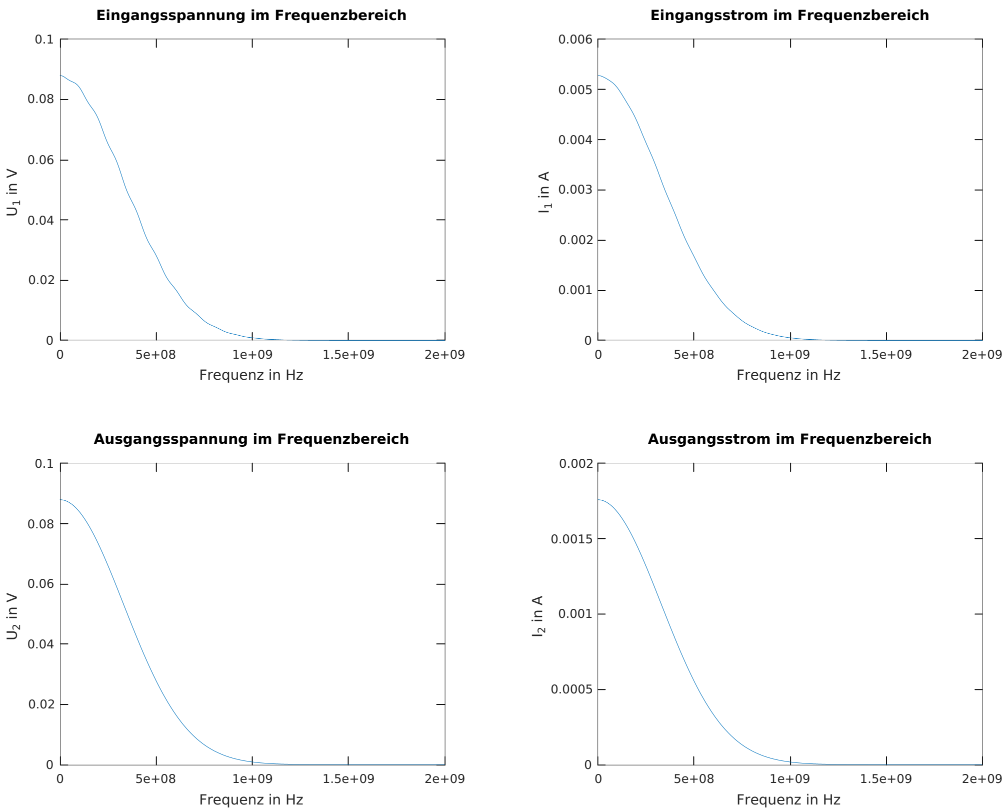

Abbildung 1.2: Ein- und Ausgangsspannungen und Ströme der homogenen Koaxialleitung im Frequenzbereich

3. Schreiben Sie eine Routine, die das Spektrum eines Zeitsignals berechnet und eine zugehörige Frequenzachse erzeugt. Experimentieren Sie mit dem zero-padding, um im interessierenden Frequenzbereich eine genügend gute Auflösung zu bekommen.

4. Bestimmen Sie die Spannungen und Ströme an Ein- und Ausgang der Leitung im Frequenzbereich und stellen Sie diese in entsprechenden Plots dar. Überprüfen Sie, ob der Gauß-Puls im Frequenzbereich die Bedingungen erfüllt, die an diesen in Versuch 7 gestellt wurden.

Wie in Abb. 1.2 zu sehen nehmen Ein- und Ausgangsspannung sowie Strom mit zunehmender Frequenz ab.
Der Grußimpuls erfüllt im Frequenzbereich die Anforderung ein Begrenztes Signal zu haben, da er mit zunehmender Frequenz zu Null hin abfällt.

5. Berechnen Sie die Ein- und Ausgangsimpedanz im Frequenzbereich und stellen Sie diese in Abhängigkeit der Frequenz dar.

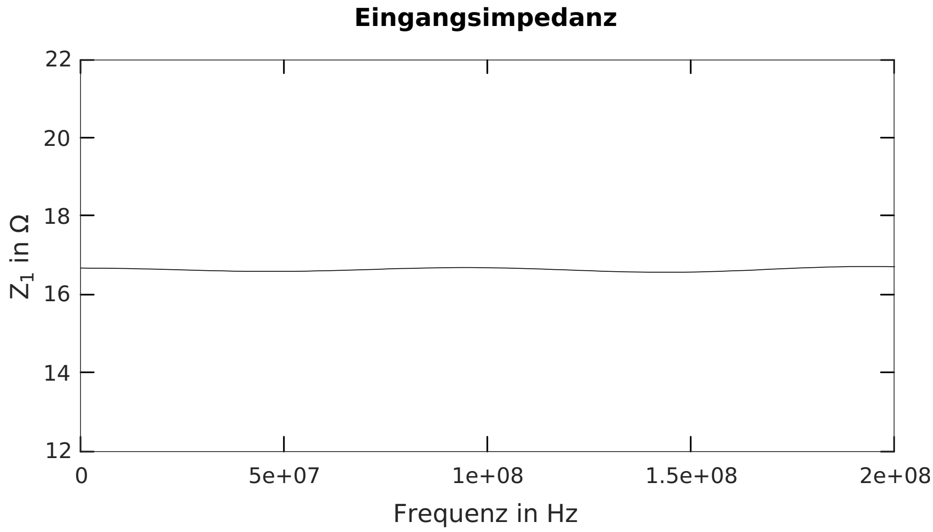

Abbildung 1.3: Eingangsimpedanz im Frequenzbereich für die homogene Koaxialleitung

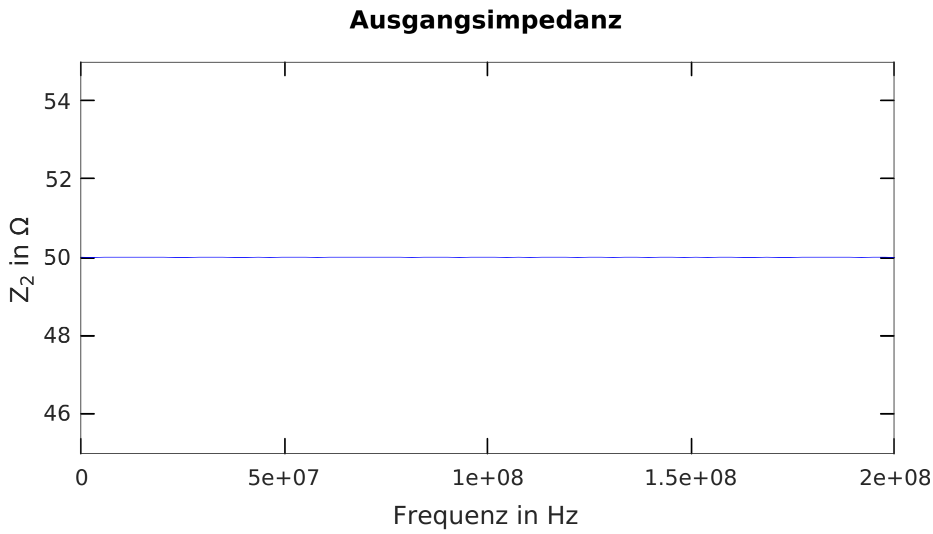

Abbildung 1.4: Ausgangsimpedanz im Frequenzbereich für die homogene Koaxialleitung

Im Frequenzbereich verhalten sich die Ein- und Ausgangsimpedanzen wie in den Abb. 1.3 und 1.4 dargestellt. Es ist deutlich zu erkennen, dass die Ausgangsimpedanz, wie angesetzt dauerhaft bei 50 Ohm liegt

6. Berechnen Sie aus den Spektren der Strom- und Spannungsgrößen die Spektren der zugehörigen Wellengrößen a_1, b_1 und b_2 und daraus die Streuparameter S_{11} und S_{21}. Interpretieren Sie das Ergebnis für Reflexion und Transmission.

Die Streuparameter beschreiben verschiedene Reflexions und Transmissionseigenschaften. S_{11} beschreibt den Eingangs-Reflexionsfaktor, S_{21} den Vorwärts-Transmissionsfaktor. Sie sind ein Maß dafür, wie stark am Eingang auftreffende reflektierte Wellen reflektiert oder transmittiert werden. Aus Abbildung 1.5 ist zu entnehmen, dass diese Parameter nicht stark von der Frequenz abhängig sind.

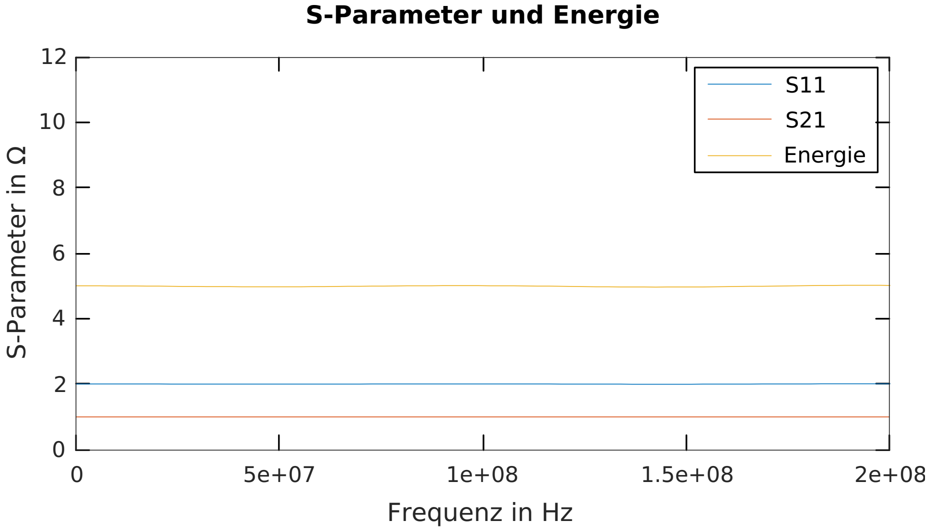

Abbildung 1.5: Spektren der Streuparameter S_{11} und S_{21} sowie die Energiebilanz $|S_{11}|^2 + |S_{21}|^2$ im homogenen Fall

> **7.** Überprüfen Sie die Energiebilanz nach (8.8).

Bei unserer Untersuchung der Energiebilanz kommen wir auf eine Energiebilanz von 5 was auf einen Fehler in der Implementierung oder Rechenvorschrift hindeutet, den wir aber nicht zu finden in der Lage waren. Diese Annahme ist vor allem dadurch begründet, das die anderen Ergebnisse der Berechnungen sich im erwarteten Ergebnisbereich befinden, was bei dieser Energiebilanz so nicht sein könnte.

> **8.** Wiederholen Sie die Berechnungen für die inhomogene Leitung.

Aus 1.6 ist zu erkennen, dass im inhomogenen Fall Reflexionen auftreten. Diese sind sowohl am Eingang, aber auch am Ausgang messbar. Die Reflexionen entstehen durch die Inhomogenität der Leitung und den damit verbundenen Reflexions- und Transmissionsparametern.

In Abbildung 1.7 ist nun ein anderes Frequenzspektrum, als im homogenen Fall. Dies liegt an den gerade beschriebenen Reflexionen, die andere Frequenzanteile enthalten, als der Ausgangspuls. Die Anforderung eines begrenzten Signals im Frequenzbereich ist aber weiterhin erfüllt.

Bei der Eingangsimpedanz, die in Abbildung 1.8 dargestellt ist, ist nun eine deutlich höhere Frequenzabhängigkeit erkennbar, als im homogenen Fall. Die Ausgangsimpedanz aus Abbildung 1.9 liegt weiterhin bei den festgesetzten 50 Ohm.

Auch die Streuparameter und die damit verbundene Energiebilanz aus Abbildung 1.10 zeigen nun eine deutlich höhere Frequenzabhängigkeit als vorher. Dies bedeutet, dass sowohl die Reflexion, als auch die Transmission am Eingang stärker von der Frequenz abhängig sind, als im homogenen Fall.

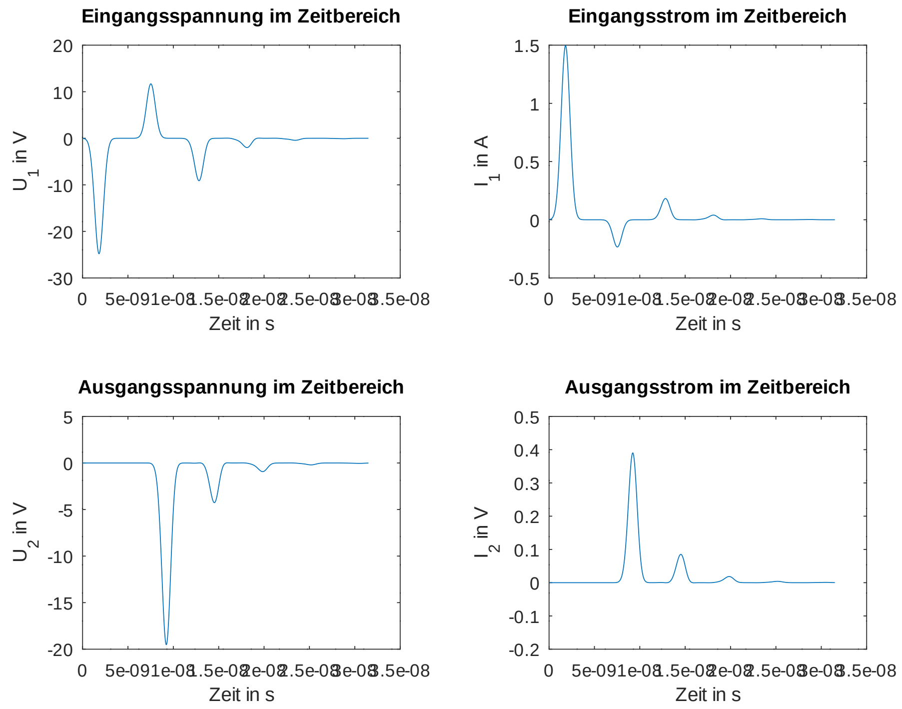

Abbildung 1.6: Ein- und Ausgangsspannungen und Ströme der inhomogenen Koaxialleitung im Zeitbereich

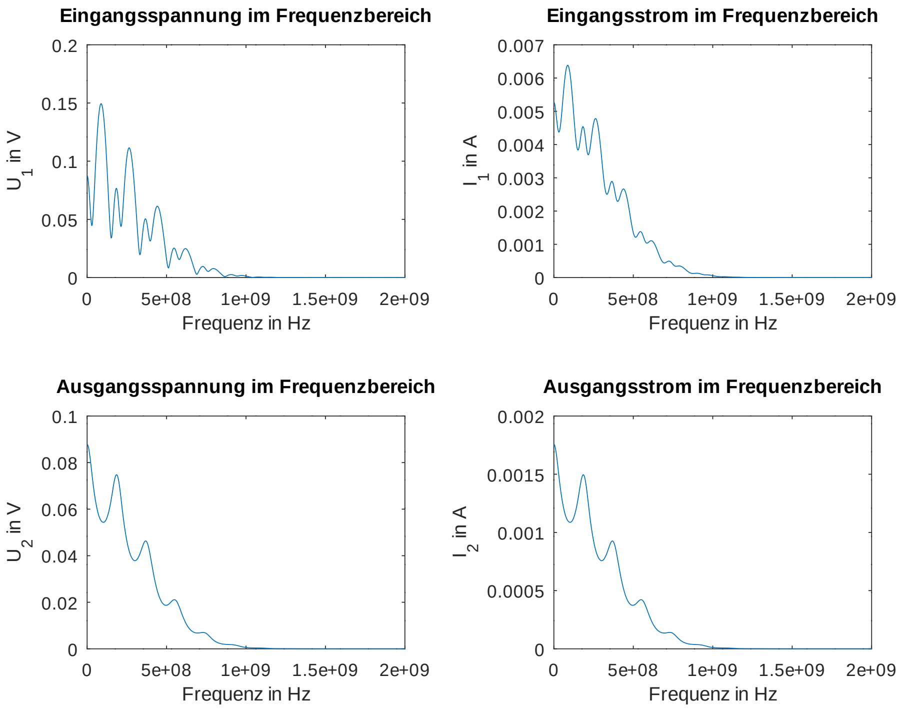

Abbildung 1.7: Ein- und Ausgangsspannungen und Ströme der inhomogenen Koaxialleitung im Frequenzbereich

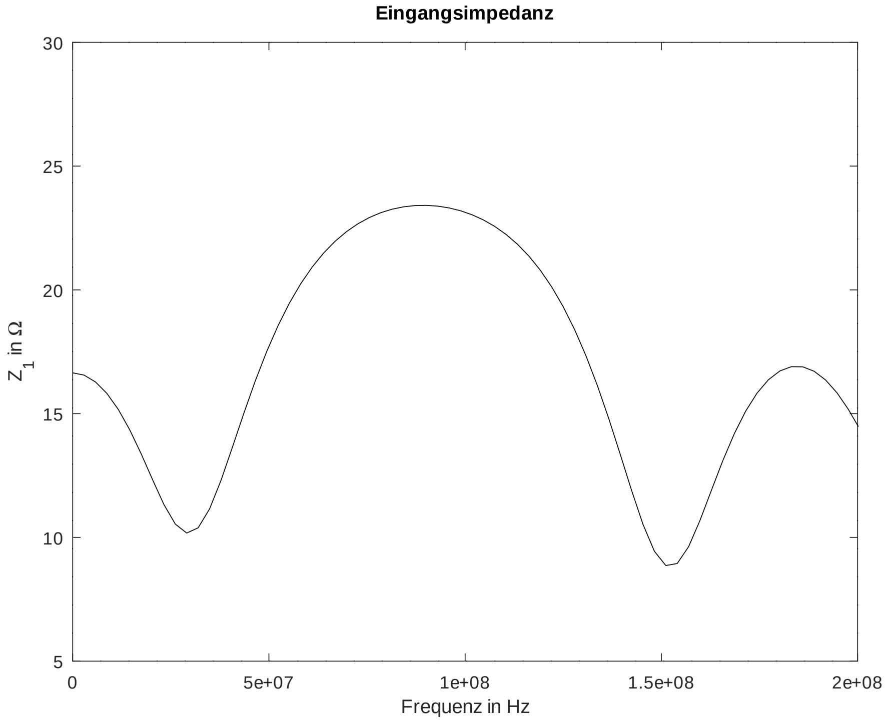

Abbildung 1.8: Eingangsimpedanz im Frequenzbereich für die inhomogene Koaxialleitung

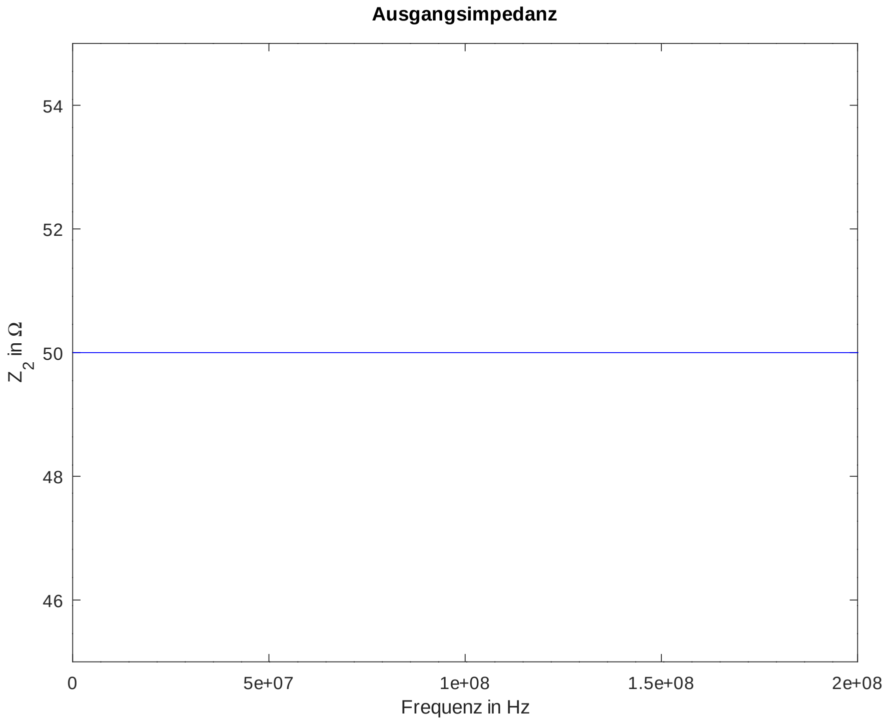

Abbildung 1.9: Ausgangsimpedanz im Frequenzbereich für die inhomogene Koaxialleitung

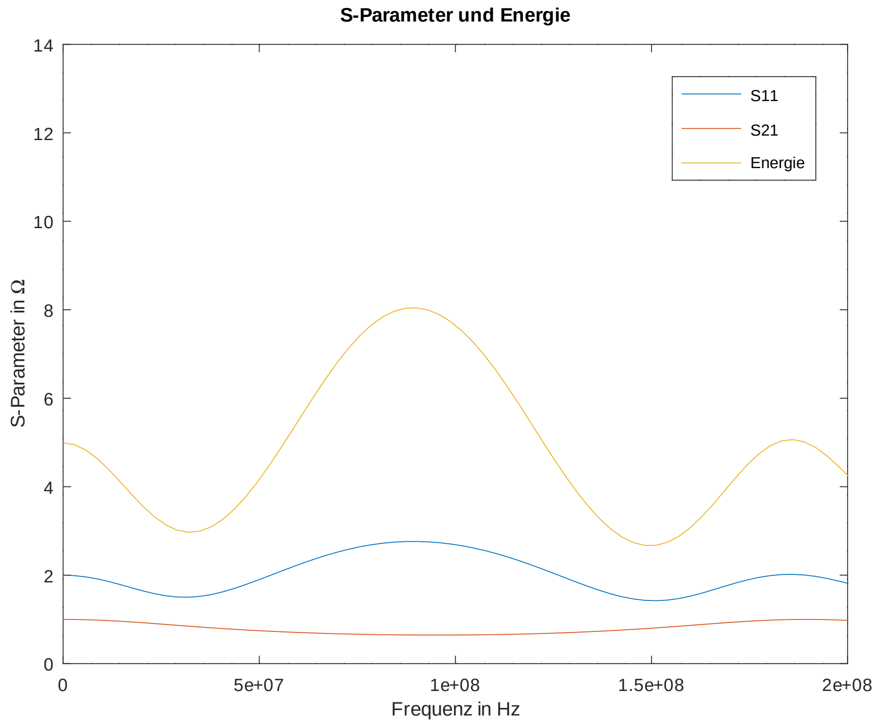

Abbildung 1.10: Spektren der Streuparameter S_{11} und S_{21} sowie die Energiebilanz $|S_{11}|^2 + |S_{21}|^2$ im inhomogenen Fall

1.2.2 Lösung im Frequenzbereich

9. Berechnen Sie das System für einen Frequenzpunkt im Frequenzbereich, wie in Versuch 5 beschrieben. Die zugehörige Gleichung für den verlustlosen Fall mit konzentrierten Elementen lautet

$$\underbrace{(\widetilde{\mathbf{C}}\mathbf{M}_{\mu^{-1}}\mathbf{C} - \omega^2\mathbf{M}_{\varepsilon} + j\omega\mathbf{R}^{-1})}_{\mathbf{A}}\,\underline{\widehat{\mathbf{e}}} = -j\omega\underline{\widehat{\widehat{\mathbf{j}}}}_{\mathrm{e}}. \tag{1.2}$$

Vergleichen Sie die Rechenzeit dieses einen Punktes mit einem kompletten Leapfrog-Durchlauf.

1.3 Fazit

Durch die durchgeführten Simulationen ist es nun möglich das Frequenzspektrum eines Signals zu analysieren, sowie Ein- und Ausgangsimpedanz abhängig von der Frequenz zu bestimmen.