

# Глава 1

## Синтез управления

### 1.1 Идентификация

#### 1.1.1 Системы координат

Всего у нас будет 3 системы координат:

1. Связанная с основанием робота - базовая система координат. Центр системы координат выберем следующим образом: он будет находиться на пересечении оси вращения первого джоинта и горизонтальной плоскости, проходящей через ось вращения второго. Такое начало координат заложено производителем.
2. Связанная с центром фланца рабочего инструмента.
3. Связанная с силомоментным датчиком.

Датчик закреплён на фланце робота таким образом, что оси  $z$  у них совпадают, систему координат, связанную с датчиком можно получить, повернув систему координат, связанную с фланцем, на угол  $\frac{\pi}{2}$ . В итоге для реализации управления нам необходимо составить матрицы прехода из первой системы координат во вторую и из второй - в третью. Обозначим матрицу прехода из первой системы во вторую  $M_{p12}$ , из второй в третью -  $M_{p23}$ .

### 1.1.2 Нахождение матрицы перехода 1-2

Для нахождения матрицы перехода из первой системы во вторую можно воспользоваться одним из двух способов:

1. Углы Эйлера в  $zyz$  конвенции
2. Прямая задача кинематики

**Углы Эйлера** От контроллера Kawasaki мы можем в режиме реального времени мы получаем координаты  $X, Y, Z$  и углы Эйлера  $O, A, T$  в  $zyz$  конвенции (Рисунок 1.1). По этим координатам мы можем построить матрицу перехода из первой системы координат во вторую:

$$M_{p12} = \begin{bmatrix} cOcAcT - sOsT & -cOcAcT - sOcT & cOsA & X \\ sOcAcT + cOsT & -sOcAsT + cOcT & sOsA & Y \\ -sAsT & sAsT & cA & Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

**Прямая задача кинематики** Методом Денавита-Хартенберга определим кинематические параметры каждого звена манипулятора. Значения параметров представлены в Таблице 1.1, кинематическая схема на рисунке 1.2.

Обобщённую координату  $i$ -го джоинта обозначим как  $\theta_i$ . Т.к. ось вращения первого джоинта направлена вертикально вниз, а  $z$  в базовой системе координат направлена вертикально вверх, было введено дополнительное преобразование из базовой системы координат в систему отсчёта первого джоинта.

Для  $i$ -го кинематического звена матрица перехода имеет вид:

$$A_i = \begin{bmatrix} c\theta & -s\theta c\alpha & s\theta s\alpha & c\theta a \\ s\theta & c\theta c\alpha & -c\theta s\alpha & s\theta a \\ 0 & s\alpha & c\alpha & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Тогда  $M_{p12} = A_0 A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 A_6$

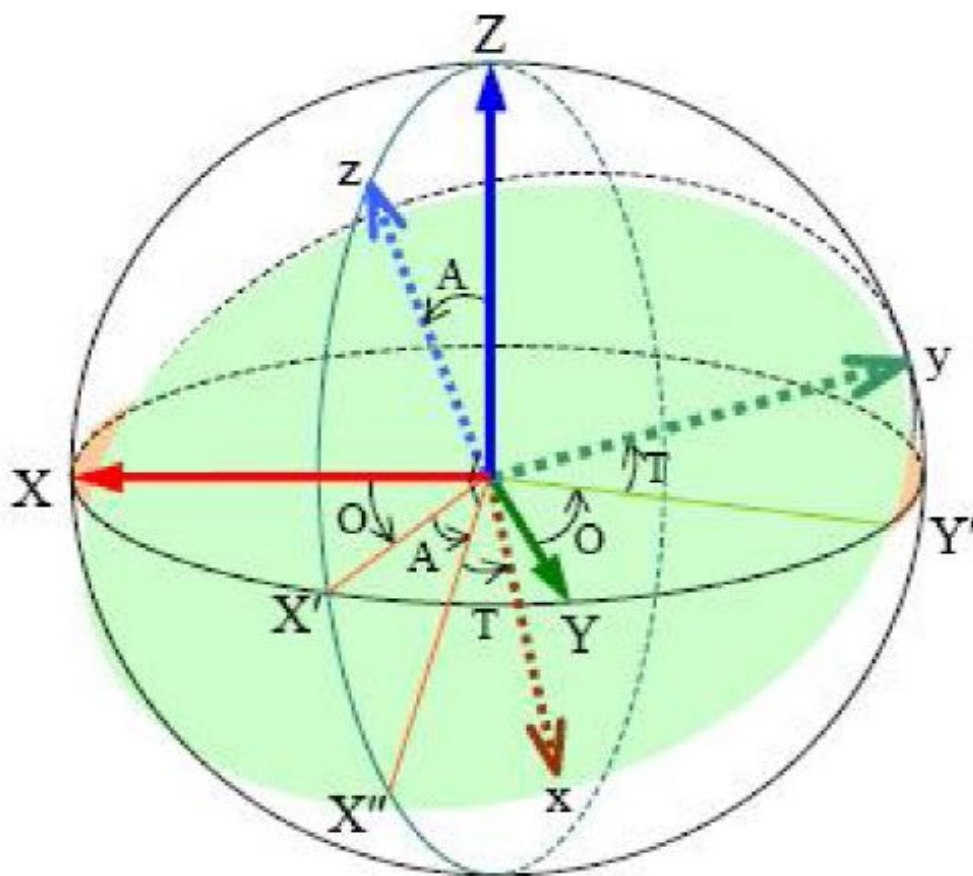


Рис. 1.1: *ZYZ* конвенция углов Эйлера

### 1.1.3 Нахождение матрицы перехода 2-3

Т.к. матрица перехода 2-3 постоянна и имеет тривиальную форму,

объявим её как константу:  $M_{p12} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

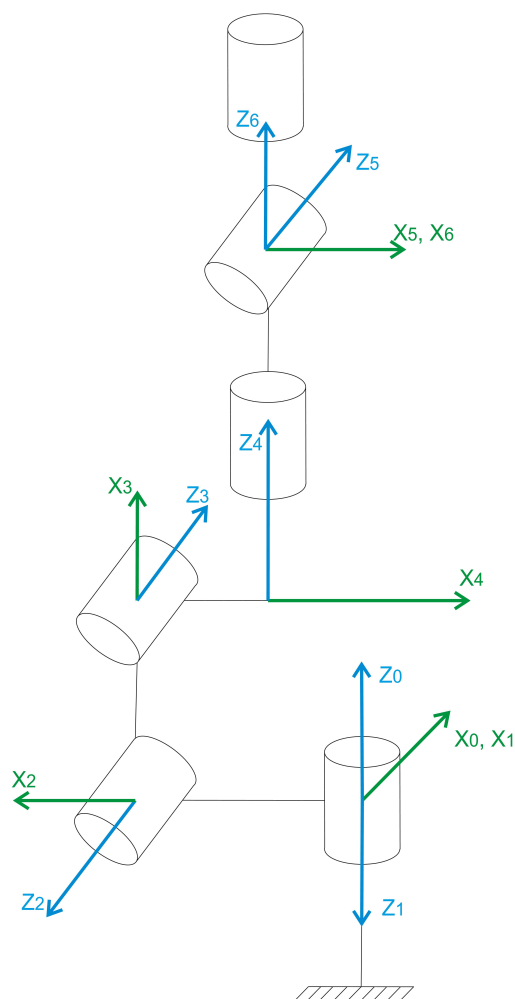


Рис. 1.2: **Кинематическая схема**

## 1.2 Обработка Сил

### 1.2.1 Компенсация внутренних силовых напряжений

Т.к. монтаж датчика на фланец осуществлён совместно со схватом за счёт жёсткой фиксации, то возникают внутренние напряжения, которые порождают паразитные показания силы. Для

Таблица 1.1: Кинематические звенья

№ Звена	$\theta_i$	$d_i$	$a_i$	$\alpha_i$
0	0	0	0	$\pi$
1	$\theta_1 - \pi/2$	0	0.1	$\pi/2$
2	$\theta_2 - \pi/2$	0	0.45	$\pi$
3	$\theta_3 + \pi/2$	0	0.04	$\pi/2$
4	$\theta_4$	0.45	0	$-\pi/2$
5	$\theta_5$	0	0	$\pi/2$
6	$\theta_6 + \pi/2$	0.1	0	0

определения паразитных сил зафиксируем фланец робота в двух положениях: вертикально вверх и вертикально вниз. Получены следующие значения:

$$\begin{pmatrix} -12.5 \\ 0 \\ -50 \end{pmatrix} - \text{для ориентации вертикально вверх}$$

$$\begin{pmatrix} -12.5 \\ 0 \\ 10 \end{pmatrix} - \text{для ориентации вертикально вниз.}$$

Отсюда получаем, что внутреннее напряжение равно по оси  $x$  12.5Н, а по оси  $z$  -20Н. Учитывая, что инструмент и монтажные элементы весят примерно 3кг, делаем вывод о правильных расчётах.

В результате получаем вектор внутренних напряжений:

$$F_v = \begin{pmatrix} -12.5 \\ 0 \\ -20 \end{pmatrix}$$

### 1.2.2 Компенсация силы тяжести

Обозначим матрицу перехода из системы координат датчика в базовую систему координат как  $M_{p13} = M_{p12}M_{p23}$ . Т.к. сила тяжести направлена всегда вертикально вниз, то мы знаем вектор силы тяжести в базовой системе координат. Т.о. нам необходимо

перевести вектор силы тяжести из базовой системы координат в систему координат датчика.  $F_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -30 \end{pmatrix}$ , тогда в системе координат датчика  $F_g = M_{13}^{-1} F_1$ .

### 1.2.3 Перевод измерений датчика в базовую систему координат

Пусть  $F_0$  - вектор сил, полученный с датчика. Тогда вектор показаний  $F_r$ , в котором уже скомпенсированы внутренние напряжения и сила тяжести:  $F_r = F_0 - F_v - F_g$ .

Тогда показания датчика в базовой системе координат будут следующими:  $F_r^* = M_{13} F_r$

## 1.3 Обработка Моментов

### 1.3.1 Компенсация внутренних напряжений

По причинам, описанным в п1.2.1 в системе при ориентации вертикально вверх (все моменты, порождённые внешними силами, должны быть равны 0) мы получаем ненулевые значения. Обозначим вектор внутренних моментов как  $M_v$ , тогда

$$M_v = \begin{pmatrix} -0.34 \\ -0.18 \\ 0.52 \end{pmatrix}$$

### 1.3.2 Компенсация момента силы тяжести

Для того, чтобы скомпенсировать момент силы тяжести, введём вектор, соединяющий центр фланца и центр тяжести инструмента при ориентированном вертикально вверх инструменте:

$$r_{c_0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.07 \end{pmatrix}$$

тогда вектор соединяющий центр фланца и центр тяжести в произвольной конфигурации робота  $r_c$  будет равен  $M_{13}r_{c_0}$ . Тогда момент силы тяжести в произвольном конфигурации в базовой системе координат равен в базовой системе координат

$$M_{g_0} = r_c \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -30 \end{pmatrix}$$

В системе координат датчика тогда момент будет:

$$M_g = M_{13}^{-1} M_{g_0}$$

### 1.3.3 Перевод измерений датчика в систему обобщённых координат

Пусть  $M_0$  - вектор моментов, полученный с датчика. Тогда вектор показаний  $M_r$ , в котором уже скомпенсированны внутренние напряжения и сила тяжести:  $M_r = M_0 - M_v - M_g$ .

Наше управление будет построено следующим образом: возьмём первые четыре джоинта, будем последовательно переходить от системы координат шестого джоинта к системе координат третьего джоинта.

Перед каждым переходом  $z$  координату вектора моментов будем сохранять в качестве приведённого момента  $m_i$ . После чего следует обнулить  $z$  - координату вектора моментов, после чего следует умножить полученный вектор на обратную матрицу поворота из  $(i - 1)$ -ой системы координат в  $i$ -ю.

$$\begin{pmatrix} x_{i-1} \\ y_{i-1} \\ z_{i-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ 0 \end{pmatrix} M_{i(i-1)3x3}^{-1}$$

## 1.4 Построение регуляторов

### 1.4.1 Определение формы задающих воздействий

Т.к. единственный способ управления роботом представляет из себя формирование задания по относительному смещению рабочего инструмента или относительному повороту джоинта, выход регулятора будет представлять собой вектор смещения

$\begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix}$  в случае управления по силе и вектор поворотов

$\begin{pmatrix} \Delta\theta_3 \\ \Delta\theta_4 \\ \Delta\theta_5 \\ \Delta\theta_6 \end{pmatrix}$  в случае управления по моментам

Для реализации управления используется трёх-канальный ПИ-регулятор в случае управления по силам, принимающий на вход вектор сил и четырёх-канальный в случае управления по моментам, принимающий на вход вектор приведённых моментов.

### 1.4.2 Вычисление интегральной ошибки

Т.к. у нас дискретная система, то для подсчёта интегральной компоненты реализована FIFO структура, иными словами, очередь фиксированной длины. Значение интегральной компоненты равно сумме всех элементов очереди.