

Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ
ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

Кафедра

Систем Управления и Информатики

Группа P3340

Лабораторная работа №10
“Исследование математической модели
электромеханического объекта управления”
Вариант - 3

Выполнила

Баранов Г.В. (подпись)
(фамилия, и.о.)

Проверил

_____ (подпись)
(фамилия, и.о.)

"__" _____ 20__г.

Санкт-Петербург,

20__г.

Работа выполнена с оценкой

Дата защиты "__" _____ 20__г.

Цель работы: Изучение математических моделей и исследование характеристик электро-механического объекта управления, построенного на основе электродвигателя постоянного тока независимого возбуждения.

Исходные данные. Функциональная схема типичного электро-механического объекта (ЭМО) представлена на рисунке 1. Она включает усилительно-преобразовательное устройство (УПУ), электродвигатель (ЭД), редуктор (Р) и исполнительный механизм (ИМ).

Усилительно-преобразовательное устройство служит для формирования напряжения, подаваемого на двигатель в соответствии с управляющим сигналом. Электродвигатель осуществляет преобразование электрической энергии в механическую. Редуктор снижает скорость вращения и повышает момент двигателя на валу ИМ. Для получения информации о состоянии объекта, используемой в устройстве управления, ЭМО снабжено измерительным устройством углового или линейного перемещения (измерители перемещения — ИП).

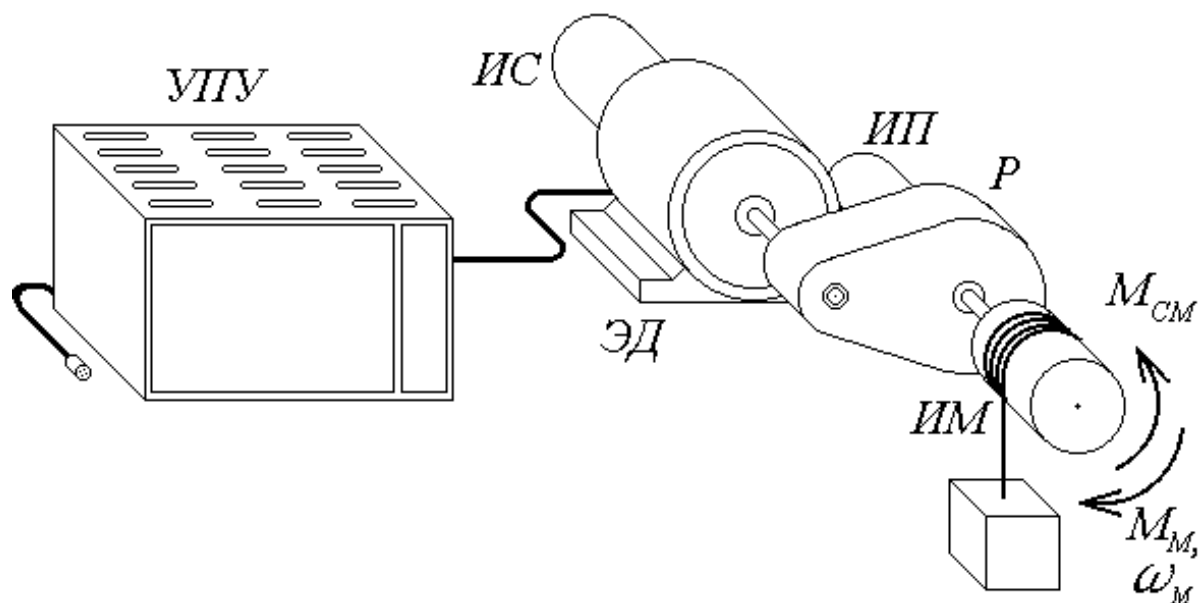


Рисунок 1 – Функциональная схема ЭМО

Исходные данные для выполнения работы приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Исходные данные

$U_H,$ В	$n_0,$ об/мин	$I_H,$ А	$M_H,$ Н·м	$R,$ Ом	$T_я,$ мс	$J_d,$ кг·м ²	$T_y,$ мс	i_p	$J_M,$ кг·м ²
36	4000	6.5	0.57	0.85	3	$2.2 \cdot 10^{-4}$	6	40	0.15

1 Расчёт параметров математической модели двигателя

Произведём расчет необходимых параметров для полной модели:

$$J_p = 0, 2J_d = 0.2 \cdot 2.2 \cdot 10^{-4} = 0.44 \cdot 10^{-4} [\text{кг} \cdot \text{м}^2] \quad (1)$$

$$J_\Sigma = J_d + J_p + \frac{J_M}{i_p^2} = 2.2 \cdot 10^{-4} + 0.44 \cdot 10^{-4} + \frac{0.15}{40^2} = 3.5775 \cdot 10^{-4} [\text{кг} \cdot \text{м}^2] \quad (2)$$

$$K_E = \frac{U_H}{\omega_0} = \frac{U_H \cdot 60}{2\pi \cdot n_0} = \frac{36 \cdot 60}{2\pi \cdot 4000} = 0.8482 [B \cdot c / \text{рад}] \quad (3)$$

$$K_m = \frac{M_H}{I_H} = \frac{0.57}{6.5} = 0.08769 [H \cdot \text{м} / A] \quad (4)$$

$$K_d = \frac{1}{R} = \frac{1}{0.85} = 1.17647 [\text{См}] \quad (5)$$

$$K_y = \frac{U_H}{U_m} = \frac{36}{10} = 3.6 [B] \quad (6)$$

Для упрощенной модели:

$$K = \frac{K_y}{K_E \cdot i_p} = \frac{3.6}{0.8482 \cdot 40} = 0.106107 [\text{рад} / c] \quad (7)$$

$$K_f = \frac{R}{K_m \cdot K_E \cdot i_p^2} = \frac{0.85}{0.08769 \cdot 0.8482 \cdot 40^2} = 0,0071425 [\text{Ом} \cdot \text{А} \cdot \text{рад} / (H \cdot \text{м} \cdot B \cdot c)] \quad (8)$$

$$T_M = \frac{R \cdot J_\Sigma}{K_m \cdot K_E} = \frac{0.85 \cdot 0.00035775}{0.08769 \cdot 0.8482} = 0.0041 [\text{Ом} \cdot \text{А} \cdot \text{рад} \cdot \text{кг} \cdot \text{м}^2 / (H \cdot B \cdot c)] \quad (9)$$

Коэффициенты передачи измерительных устройств $K_U, K_I, K_\omega, K_\alpha$ выбираются таким образом, чтобы обеспечить соответствие максимального значения измеряемого сигнала уровню 10 В на выходе измерительного устройства.

$$K_U = 0.5555555$$

$$K_I = 1.351351351351351$$

$$K_\omega = 0.471222445267512$$

$$K_\alpha = 269.5417789757412$$

2 Математическое моделирование полной модели электромеханического объекта

На основе структурной схемы, представленной на рисунке 2, составим схему моделирования ЭМО (рисунок 3).

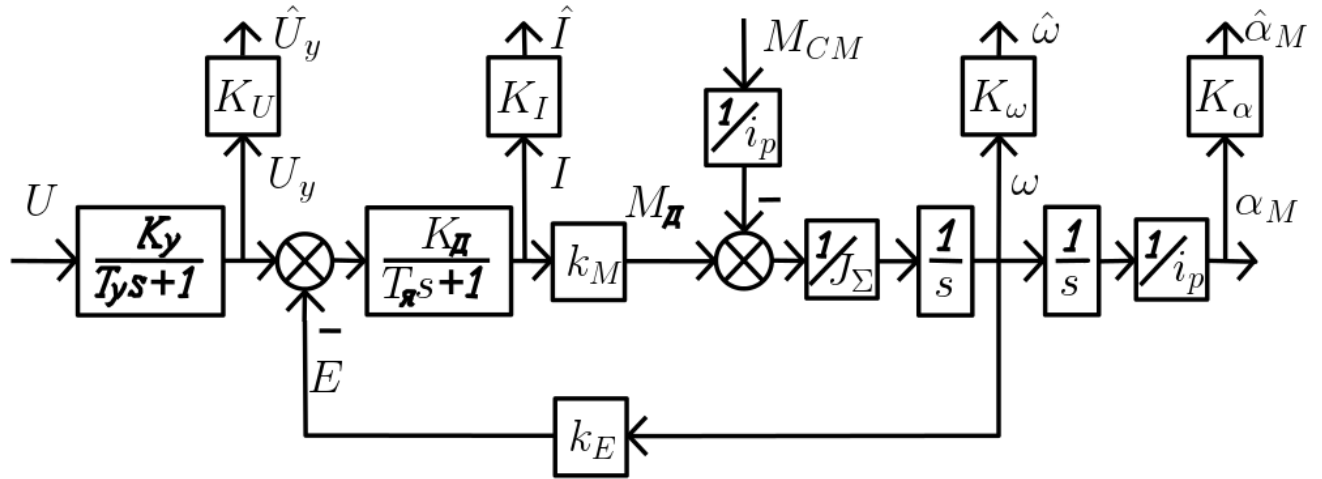


Рисунок 2 – Структурная схема ЭМО

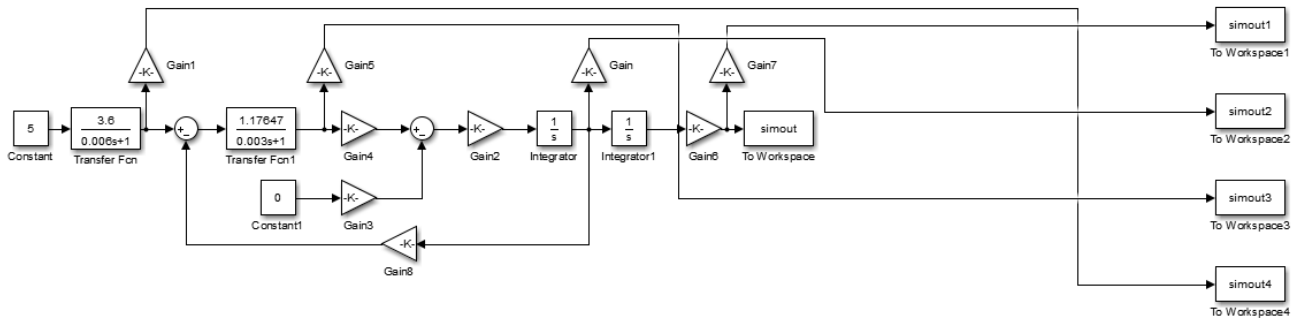


Рисунок 3 – Схема моделирования ЭМО

Построим графики переходных процессов при $M_{CM} = 0$ Н·м и $U=5$ В:

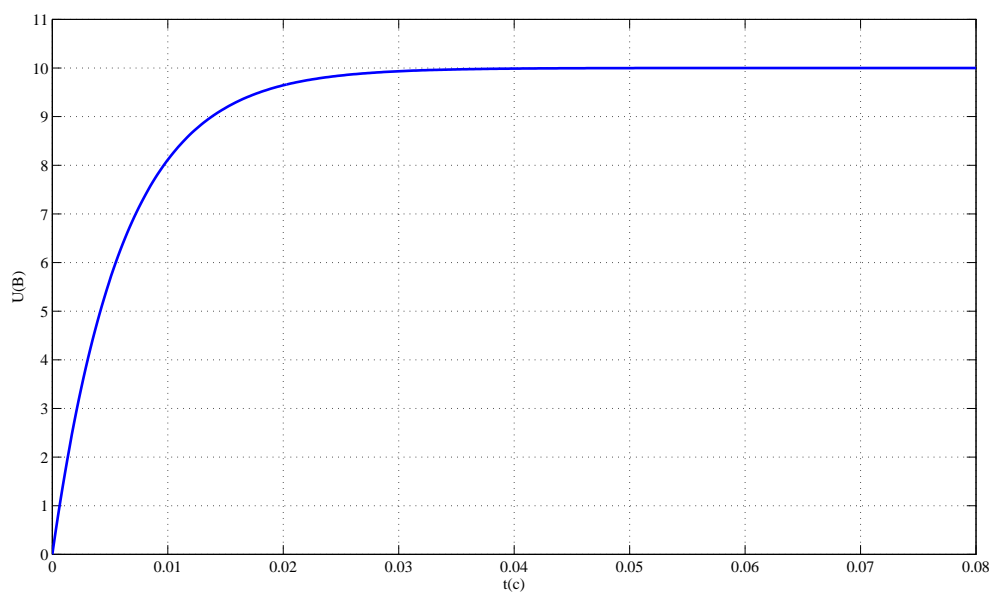


Рисунок 4 – Переходный процесс по напряжению

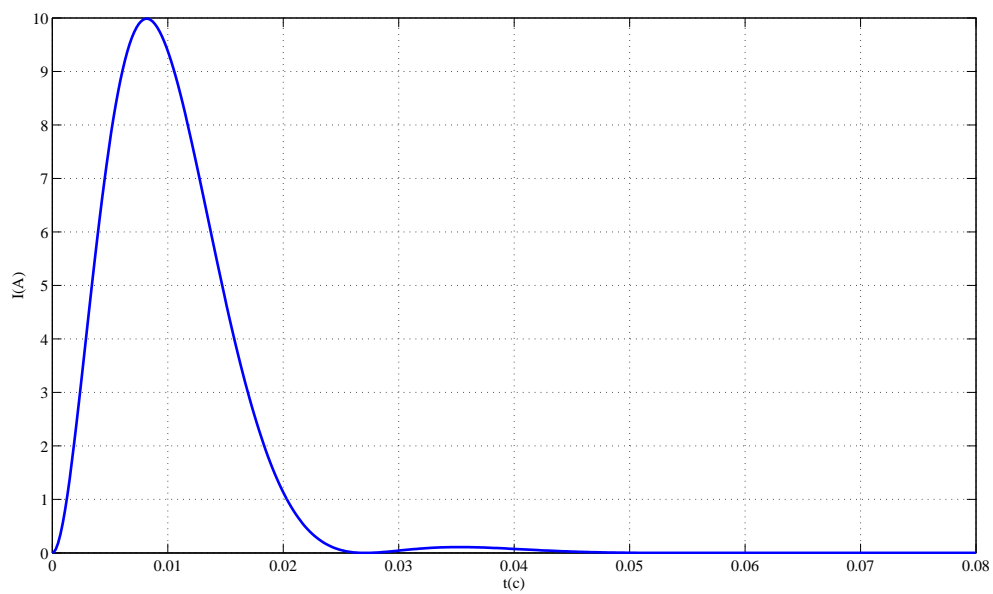


Рисунок 5 – Переходный процесс по току

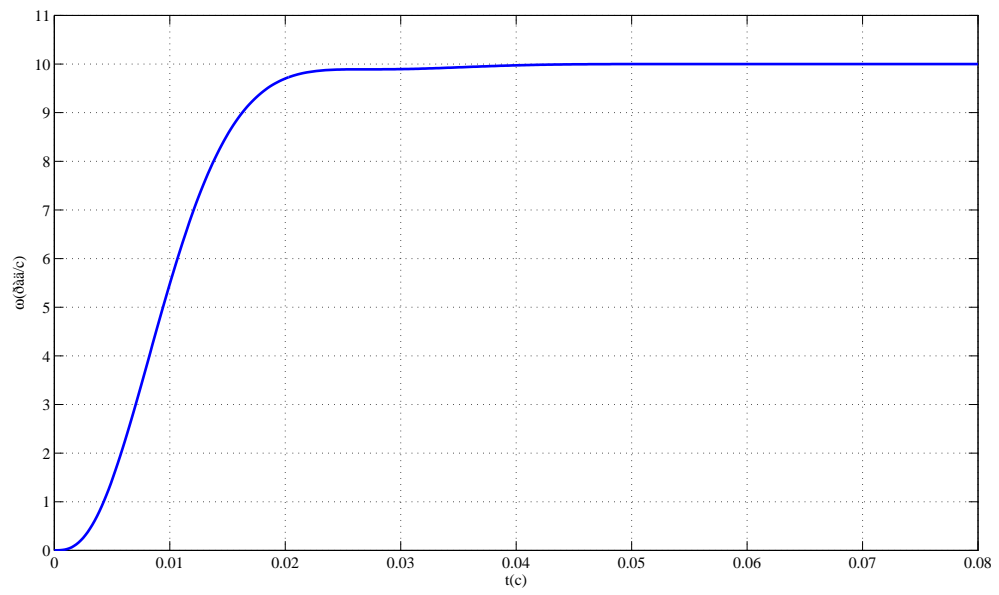


Рисунок 6 – Переходный процесс по угловой скорости

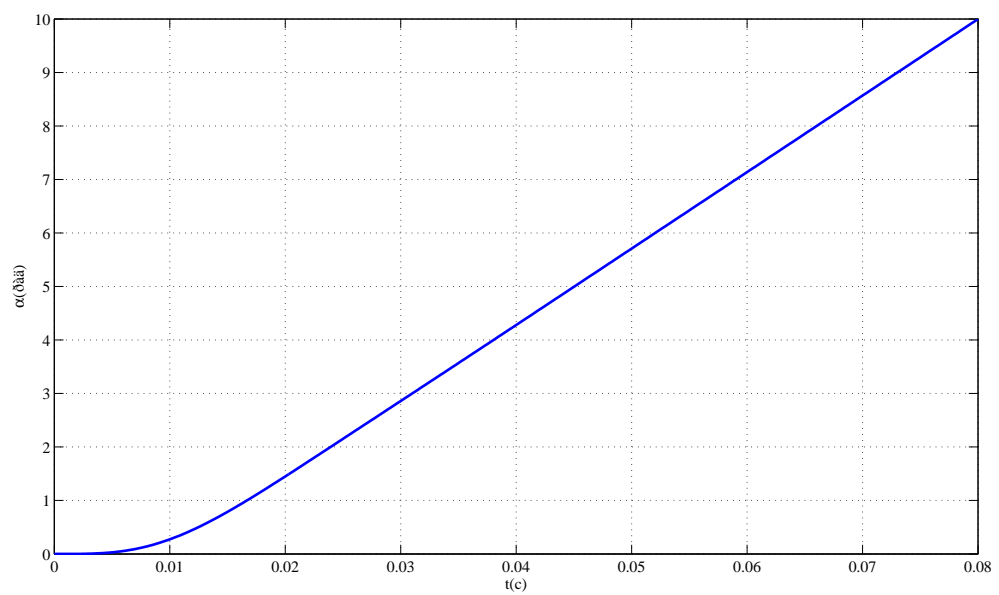


Рисунок 7 – Переходный процесс по углу поворота

3 Исследование влияния момента сопротивления M_{CM} на вид переходных процессов

Диапазон изменения M_{CM} : от 0 Н·м до величины, равной $i_p M_H = 22.8$. Графики переходных процессов представлены ниже.

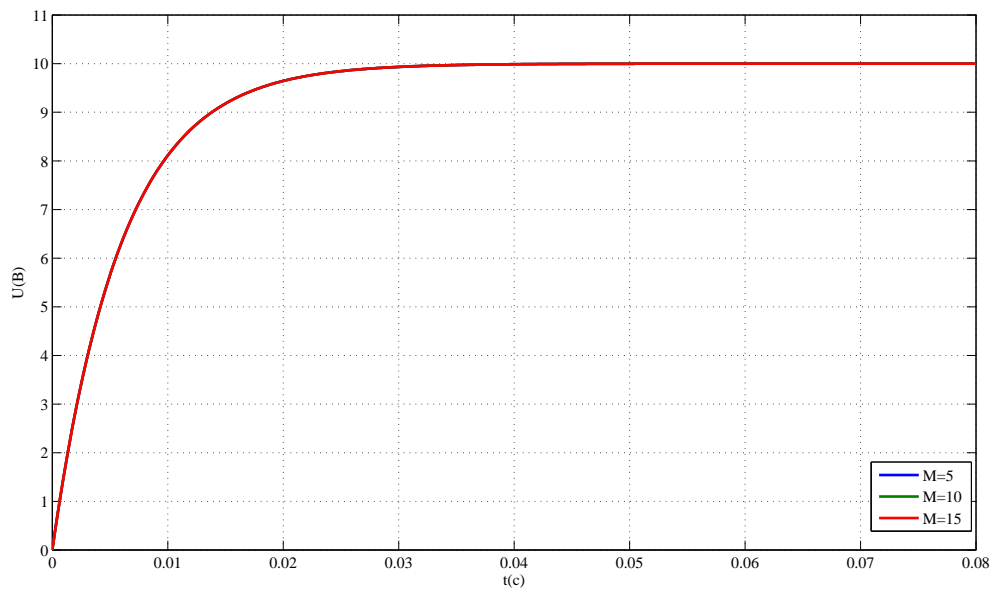


Рисунок 8 – Переходный процесс по напряжению

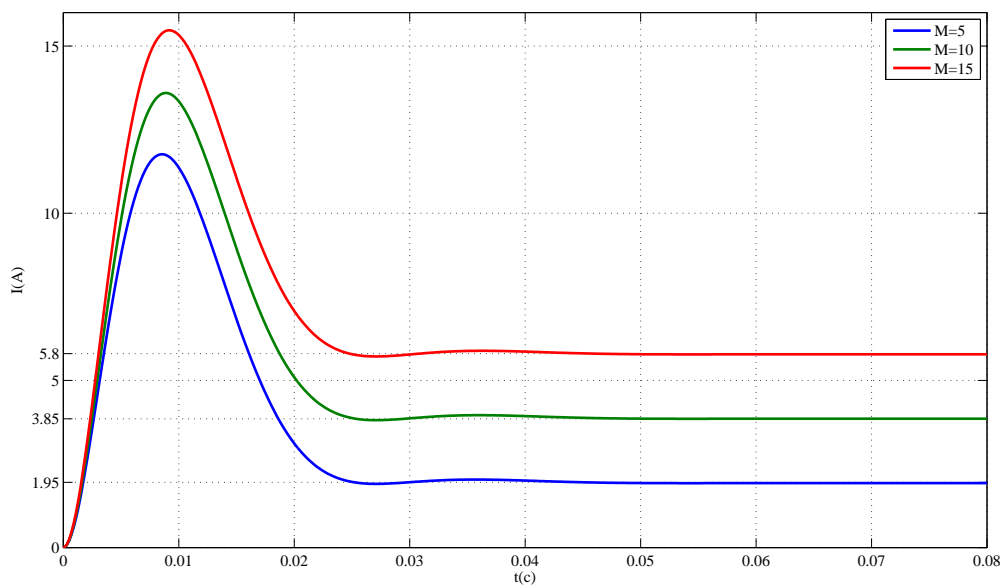


Рисунок 9 – Переходный процесс по току

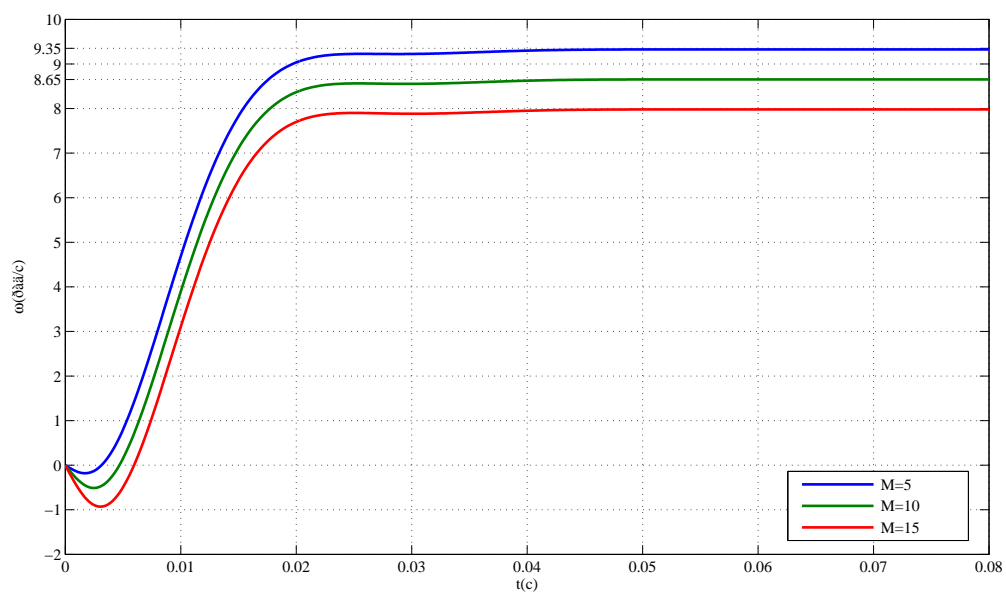


Рисунок 10 – Переходный процесс по угловой скорости

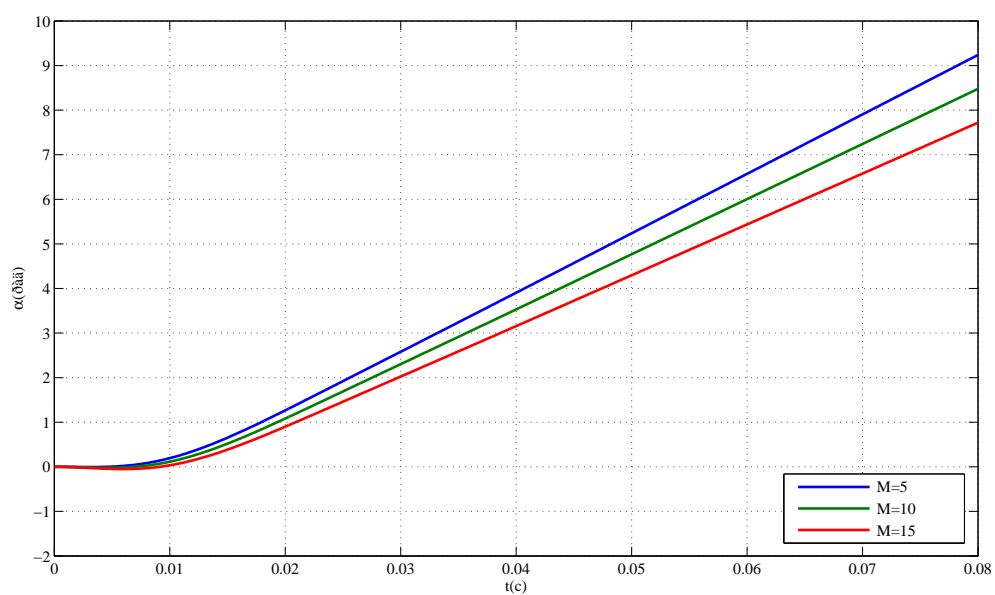


Рисунок 11 – Переходный процесс по углу поворота

4 Исследование влияния момента нагрузки J_M на вид переходных процессов

Диапазон изменения момента инерции: $\pm 50\%$ от заданного значения. Графики переходных процессов представлены на рисунках ниже.

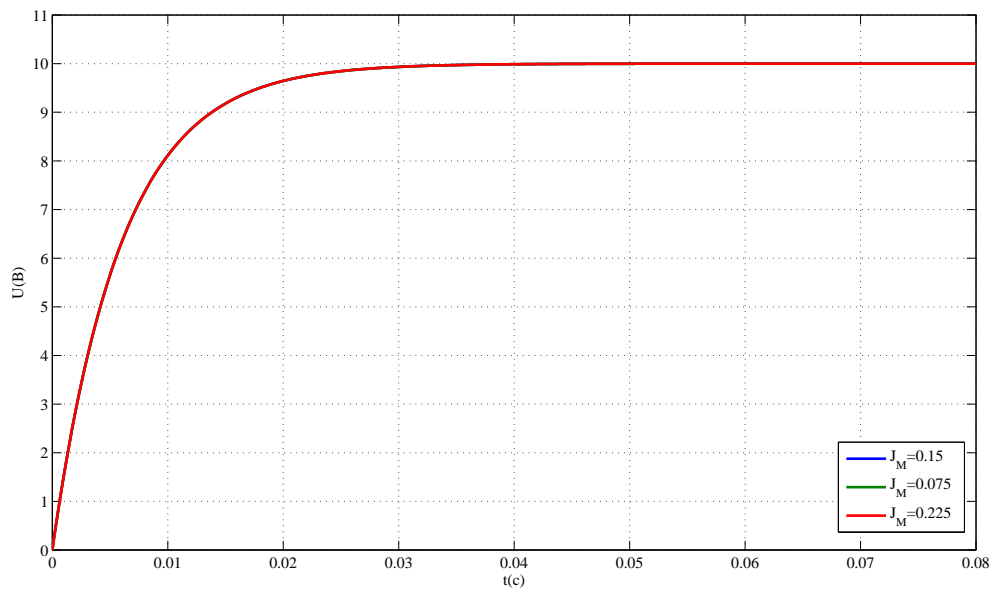


Рисунок 12 – Переходный процесс по напряжению

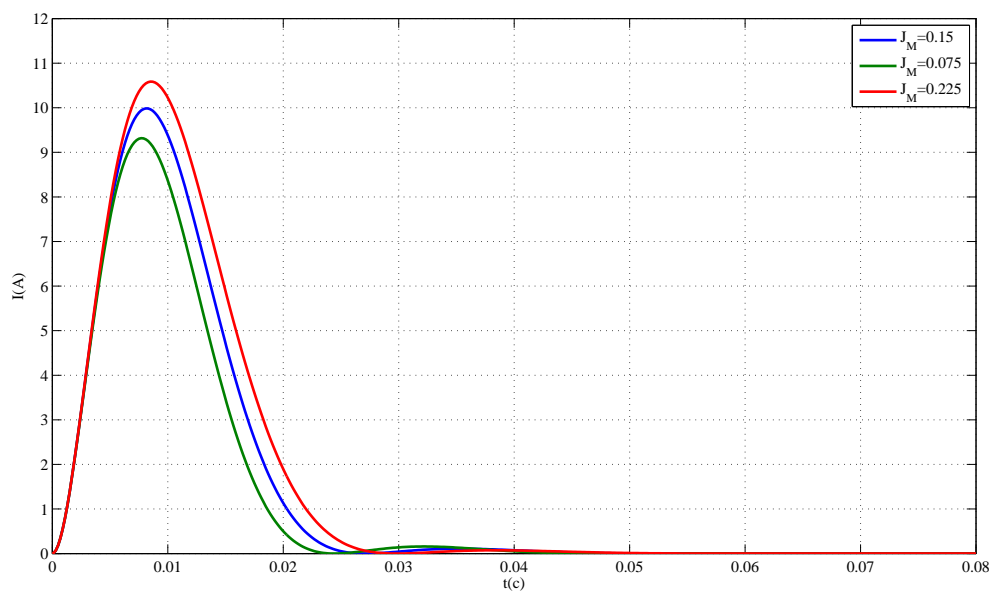


Рисунок 13 – Переходный процесс по току

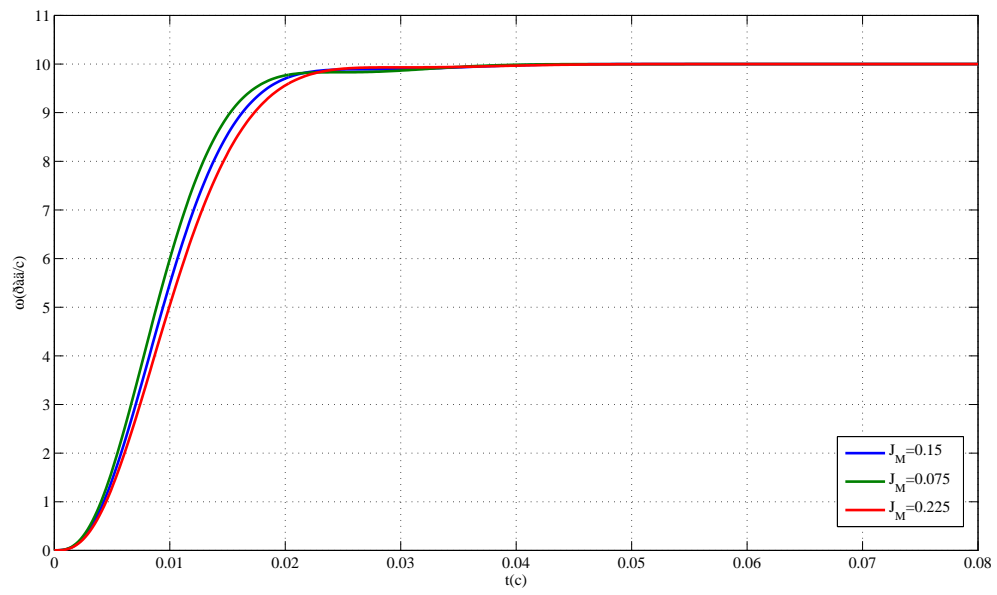


Рисунок 14 – Переходный процесс по угловой скорости

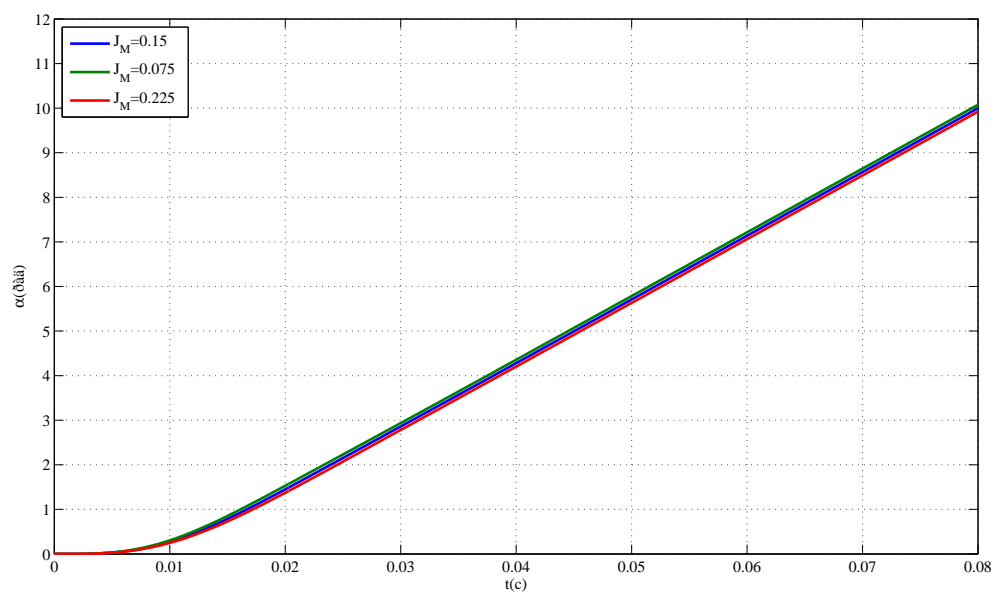


Рисунок 15 – Переходный процесс по углу поворота

5 Исследование передаточного отношения редуктора i_p на вид переходных процессов

Исследования проводились при величине момента сопротивления $M_{CM} = 0$ и при $M_{CM} = 11.4$. Диапазон изменения передаточного отношения: $\pm 75\%$ от заданного значения.

Графики переходных процессов, при $M_{CM} = 0$:

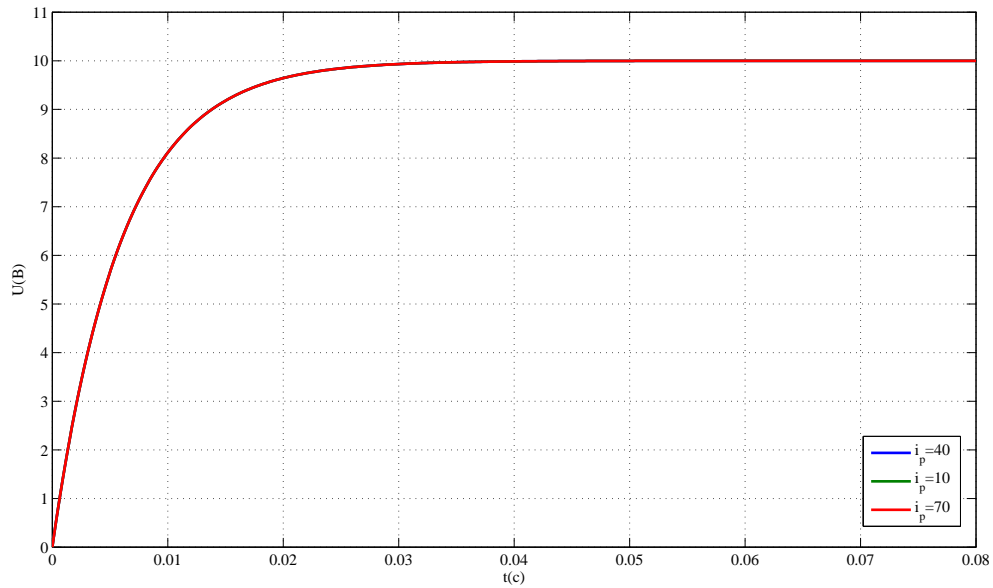


Рисунок 16 – Переходный процесс по напряжению

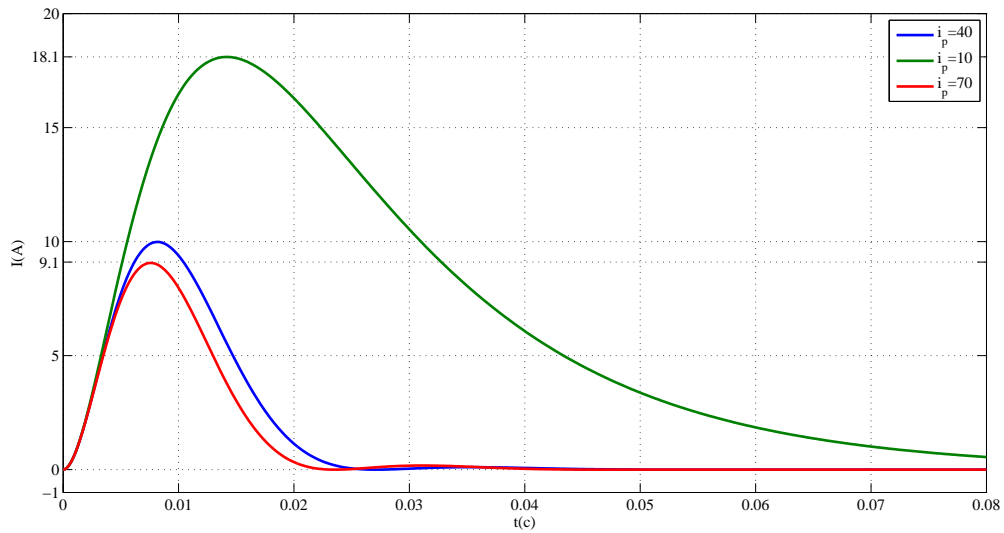


Рисунок 17 – Переходный процесс по току

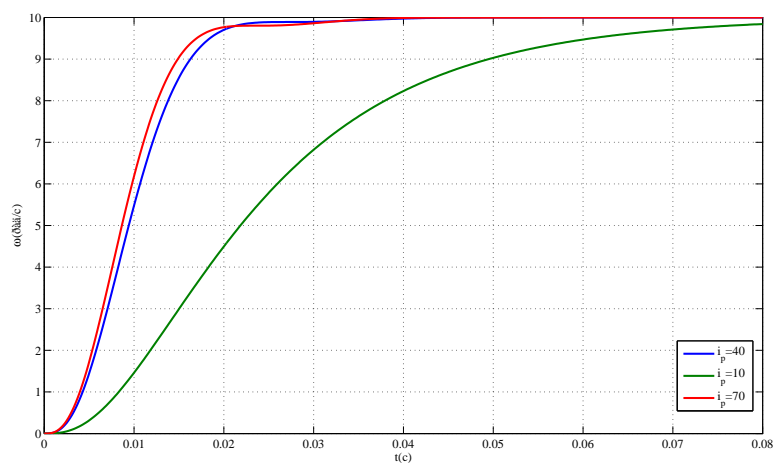


Рисунок 18 – Переходный процесс по угловой скорости

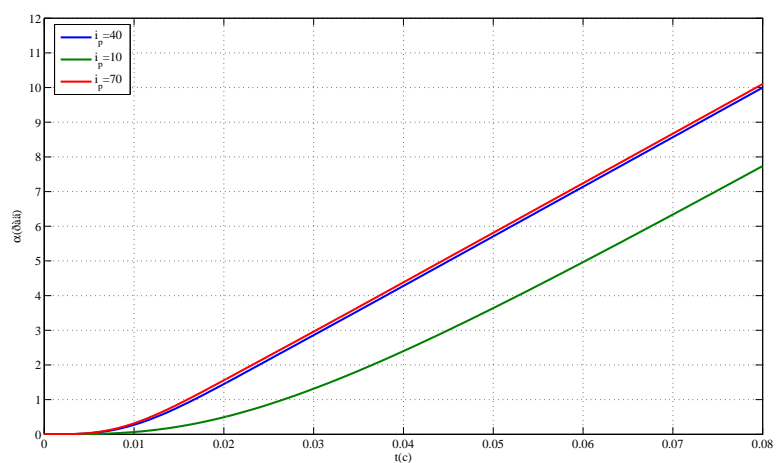


Рисунок 19 – Переходный процесс по углу поворота

Графики переходных процессов, при $M_{CM} = 11.4$:

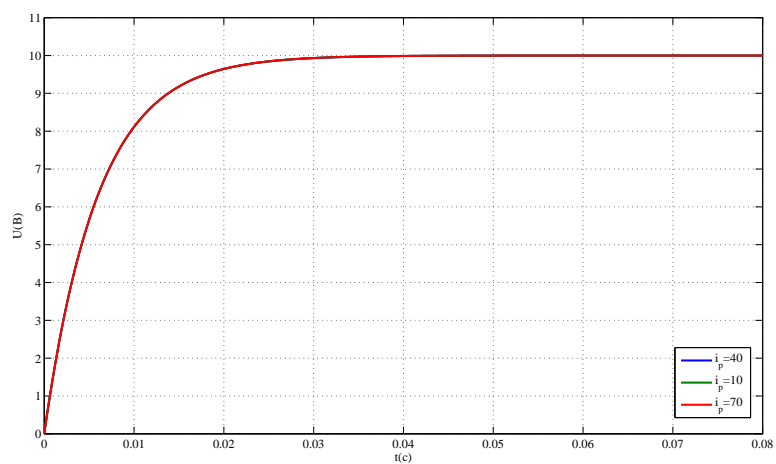


Рисунок 20 – Переходный процесс по напряжению

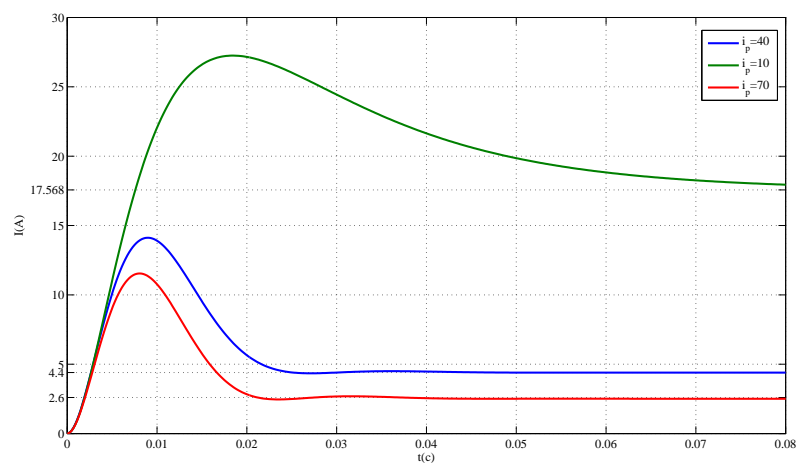


Рисунок 21 – Переходный процесс по току

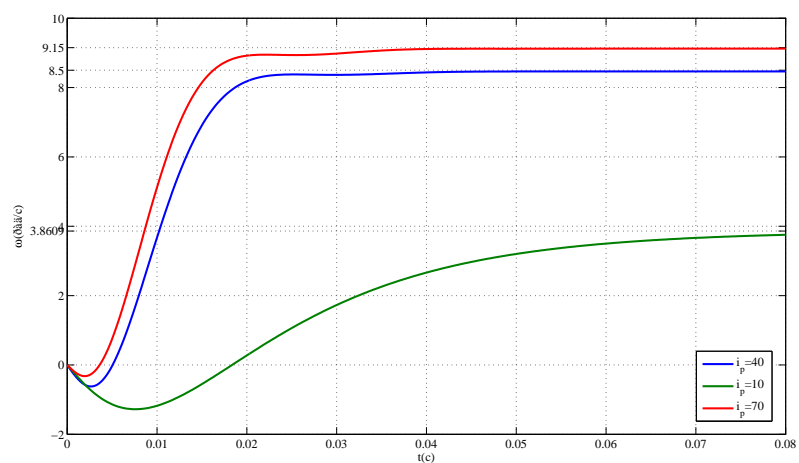


Рисунок 22 – Переходный процесс по угловой скорости

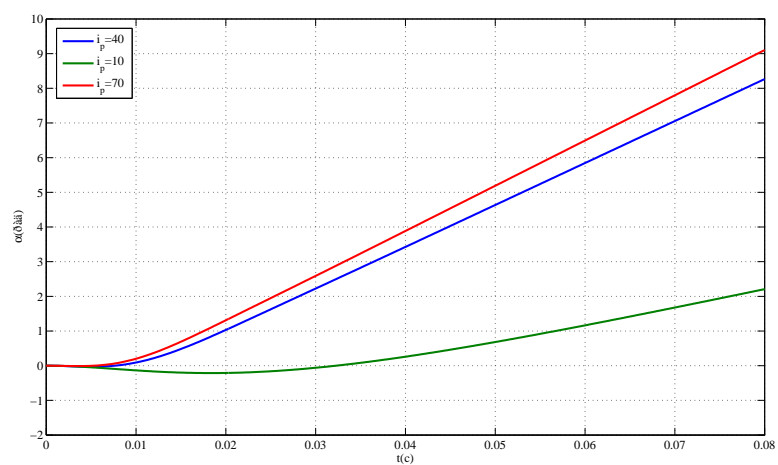


Рисунок 23 – Переходный процесс по углу поворота

6 Исследование влияния постоянных времени на вид переходных процессов

Исследования проводились при значениях постоянных времени $T_y = \frac{0.6}{10} \text{ мс} = 0.0006 \text{ с}$, $T_{\text{я}} = \frac{0.3}{10} \text{ мс} = 0.0003 \text{ с}$. Графики переходных процессов изображены на рисунках ниже.

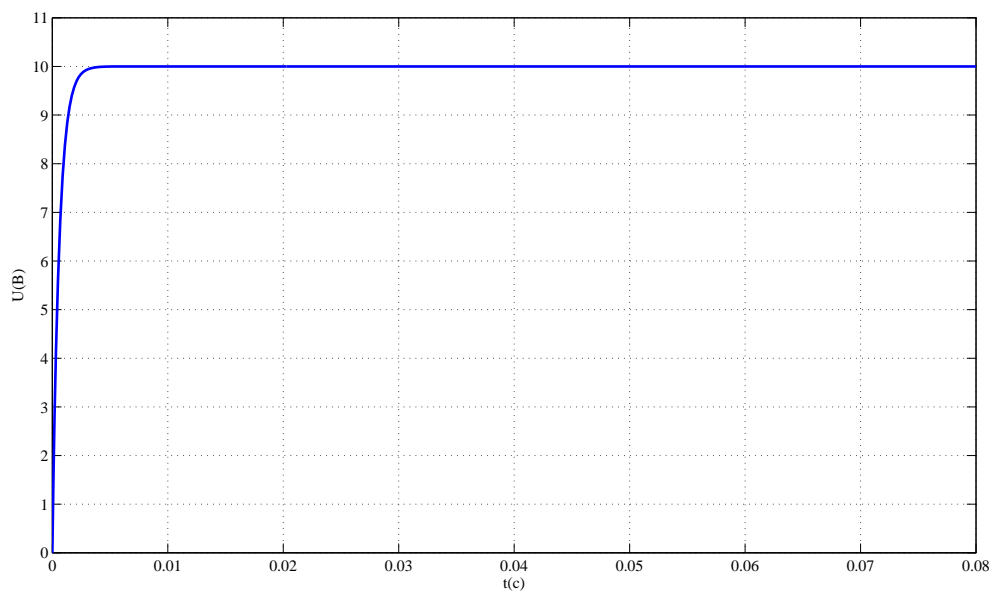


Рисунок 24 – Переходный процесс по напряжению

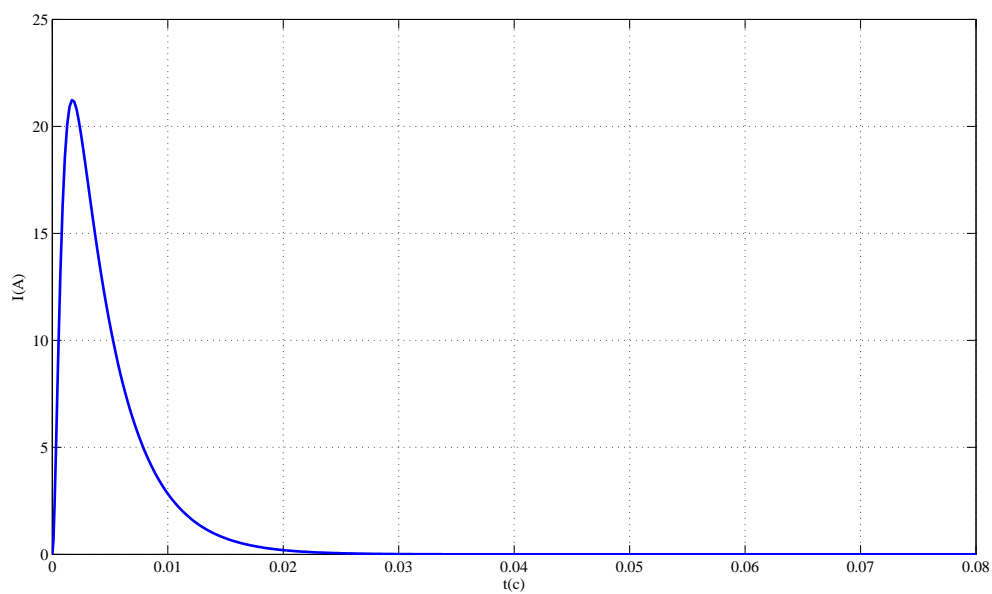


Рисунок 25 – Переходный процесс по току

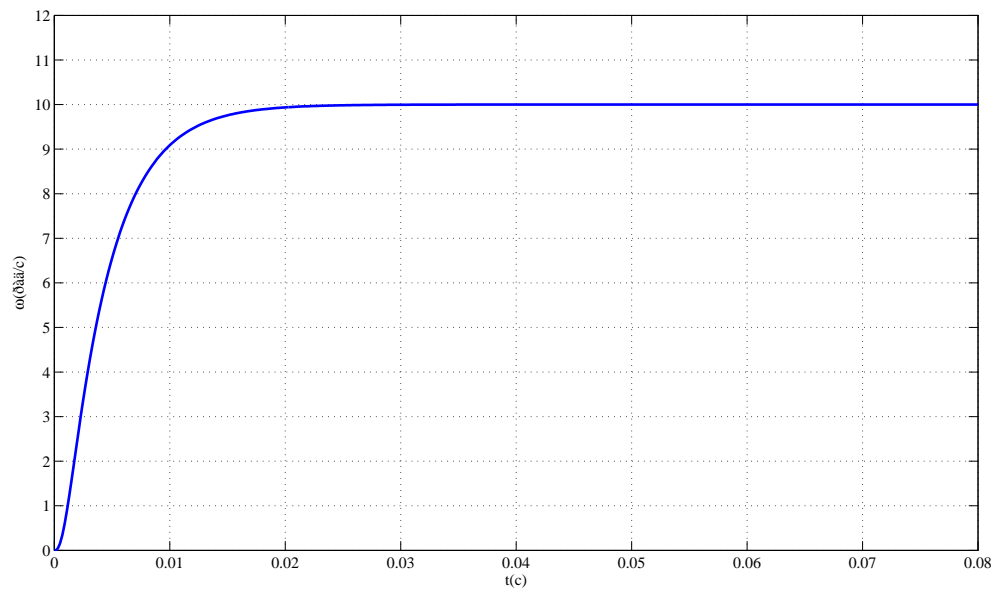


Рисунок 26 – Переходный процесс по угловой скорости

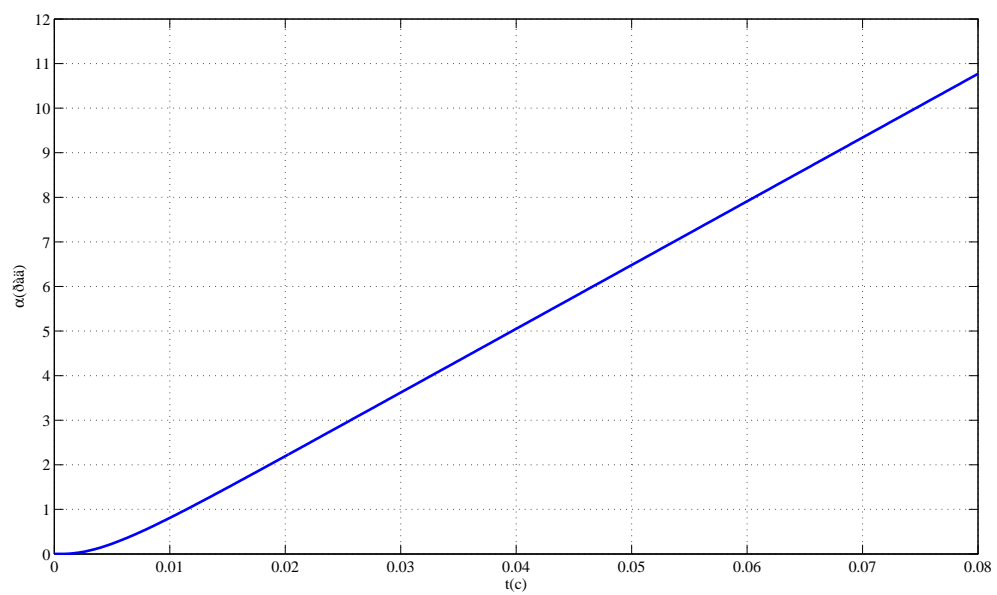


Рисунок 27 – Переходный процесс по углу поворота

Из этих графиков видно, что при уменьшении значений постоянных времени на порядок установившиеся значения тока и скорости, а также время переходного процесса этих величин не изменились, однако возросло максимальное значение тока.

7 Математическое моделирование упрощённой модели электромеханического объекта

На основе структурной схемы, представленной на рисунке 28, составим схему моделирования ЭМО (рисунок 29).

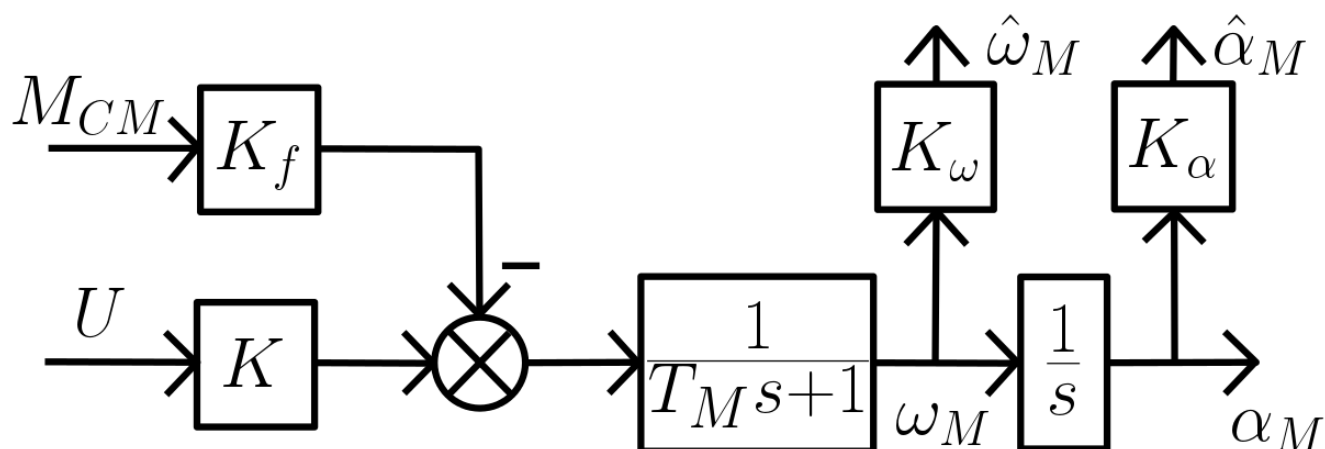


Рисунок 28 – Структурная схема ЭМО

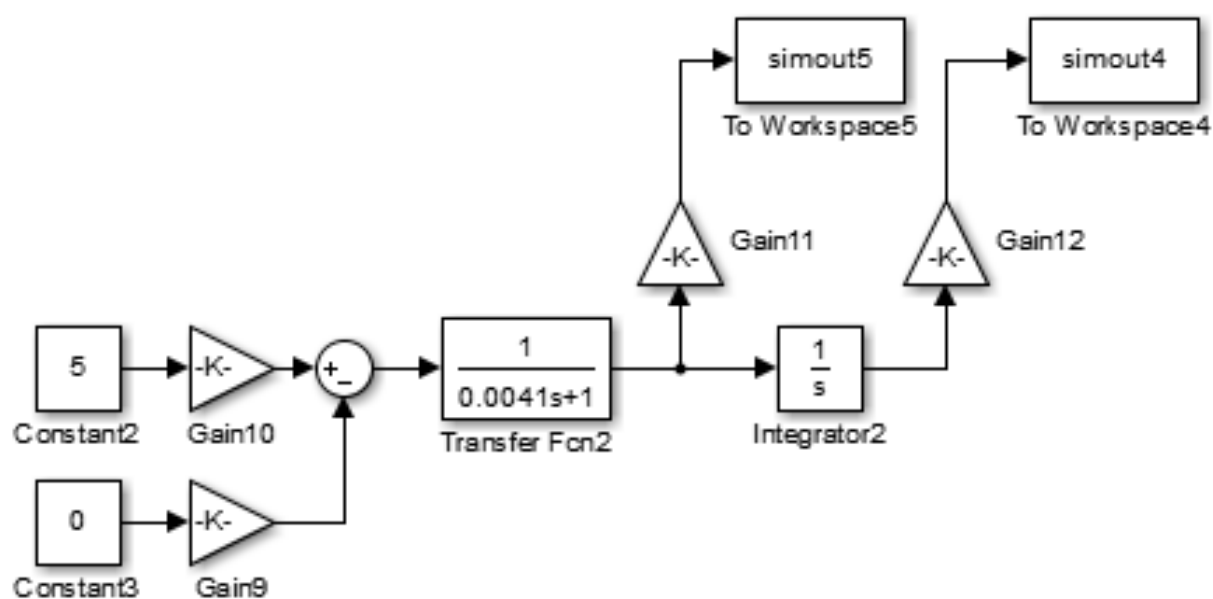


Рисунок 29 – Схема моделирования ЭМО

Для того, чтобы проанализировать погрешности проведём сравнение графиков переходных процессов по угловой скорости полной и упрощённой модели ЭМО, а также полной модели при меньших значениях постоянных времени и упрощённой модели (рисунок 31).

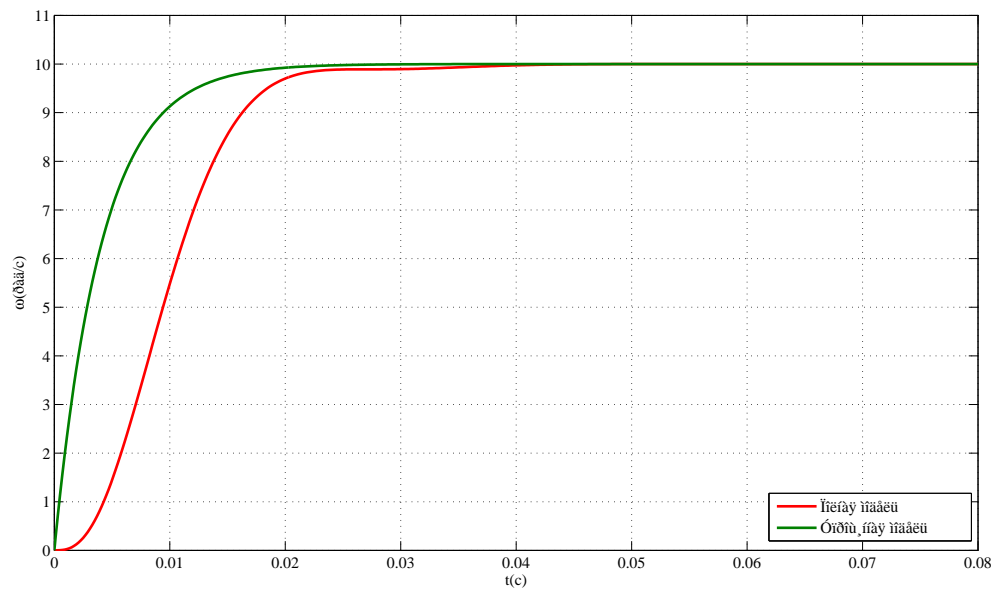


Рисунок 30 – Переходный процесс по угловой скорости

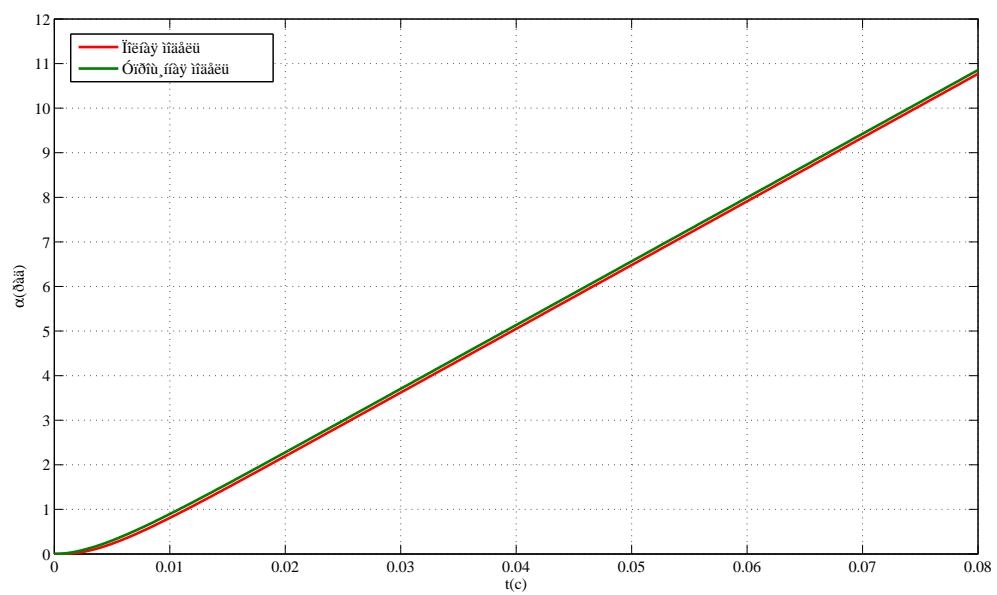


Рисунок 31 – Переходный процесс по углу поворота

8 Вывод математических моделей вход-состояние-выход для полной и упрощенной схем моделирования ЭМО

Полная модель ЭМО.

Для составления математической модели запишем формулы, характеризующие ЭМО, взятые из теории к данной лабораторной работе.

$$\begin{cases} T_{\text{Я}}\dot{I} + I = K_{\text{Д}}(U_{\text{Y}} - K_{\text{Е}}\omega) \\ M_{\text{Д}} - M_{\text{С}} = J_{\Sigma}\dot{\omega} \\ \dot{\alpha} = \omega \\ T_{\text{Y}}\dot{U}_{\text{Y}} + U_{\text{Y}} = K_{\text{Y}}U \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{I} = -\frac{1}{T_{\text{Я}}}I + \frac{K_{\text{Д}}}{T_{\text{Я}}}U_{\text{Y}} - \frac{K_{\text{Е}}}{T_{\text{Я}}}\omega \\ \dot{\omega} = \frac{K_{\text{м}}}{J_{\Sigma}}I - \frac{1}{J_{\Sigma}}M_{\text{С}} \\ \dot{\alpha} = \omega \\ \dot{U}_{\text{Y}} = -\frac{1}{T_{\text{Y}}}U_{\text{Y}} + \frac{K_{\text{Y}}}{T_{\text{Y}}}U \end{cases}, \quad (10)$$

где $M_{\text{Д}} = K_{\text{м}}I$.

Примем вектор состояния $X = [\alpha \ \omega \ I \ U_{\text{Y}}]^T$ и вектор входных воздействий $U = [U \ M_{\text{С}}]^T$, тогда исходя из (10) получим модель Вход-Состояние-Выход:

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + BU \\ y = CX \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\omega} \\ \dot{I} \\ \dot{U}_{\text{Y}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{K_{\text{м}}}{J_{\Sigma}} & 0 \\ 0 & -\frac{K_{\text{Е}}}{T_{\text{Я}}} & -\frac{1}{T_{\text{Я}}} & \frac{K_{\text{Д}}}{T_{\text{Я}}} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_{\text{Y}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \\ I \\ U_{\text{Y}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{J_{\Sigma}} \\ 0 & 0 \\ \frac{K_{\text{Y}}}{T_{\text{Y}}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ M_{\text{С}} \end{bmatrix} \\ \alpha = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \\ I \\ U_{\text{Y}} \end{bmatrix} \end{cases}. \quad (11)$$

Подставив рассчитанные ранее значения, получим следующие матрицы

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 36.33 & 0 \\ 0 & -92 & -200 & 266 \\ 0 & 0 & 0 & -166,67 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -78,99 \\ 0 & 0 \\ 800 & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Упрощенная модель.

Для составления упрощённой модели ЭМО постоянные времени T_{Y} и $T_{\text{Я}}$ приравняем к 0, так как их значение существенно меньше, чем значение механической постоянной времени $T_{\text{М}}$. Для получения упрощённой модели Вход-Состояние-Выход произведём соответствующие подстановки в уравнения для полной системы (10).

$$\begin{cases} \dot{\omega} = -\frac{K_{\text{М}}K_{\text{Д}}K_{\text{Е}}}{J_{\Sigma}}\omega + \frac{K_{\text{М}}K_{\text{Д}}K_{\text{Е}}}{J_{\Sigma}}U - \frac{1}{J_{\Sigma}}M_{\text{С}} \\ \dot{\alpha} = \omega \end{cases}, \quad (13)$$

и на основании полученной системы построим модель:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{K_M K_D K_E}{J_\Sigma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{K_M K_D K_E}{J_\Sigma} & -\frac{1}{J_\Sigma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ M_C \end{bmatrix} \\ \alpha = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \end{bmatrix} \end{cases} . \quad (14)$$

Подставив значения, получим матрицы:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -22,23 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 22,23 & -78,99 \end{bmatrix} \quad (15)$$

Вывод

В ходе лабораторной работы было проведено исследование математических моделей электромеханического объекта управления. Были выявлены изменения в переходных процессах системы путём изменения таких параметров как момент сопротивления, момент нагрузки, передаточное отношение редуктора.

Как видно из рисунков 8-11 при увеличении момента сопротивления установившееся значение тока якоря увеличивается, а значение угловой скорости уменьшается. Время переходного процесса по току уменьшается с 0.24с до 0.21с, а по скорости остается постоянным и равным 0.2с.

При исследовании момента инерции нагрузки было показано, что его увеличение ведёт к возрастанию времени переходного процесса по угловой скорости и по току, в то время как установившееся значение этих двух параметров остается неизменным, что можно увидеть на графиках, изображенных на рисунках 12-15.

Так же можно наблюдать, что в случае нулевого момента сопротивления при увеличении передаточного отношения редуктора максимальное значение тока и время переходного процесса уменьшаются. Установившиеся значения тока и угловой скорости при этом остаются постоянными.

В случае момента сопротивления равном половине максимального значения при увеличении i_p не только уменьшается время переходного процесса по току и скорости, а также установившееся значение тока, но и увеличивается установившееся значение скорости.

Как можно заметить по результатам математического моделирования при постоянных времени много меньших по сравнению с механической постоянной времени переходной процесс по скорости и углу поворота ротора не имеет значительных изменений, поэтому ими можно пренебречь и перейти к упрощенной модели.