

Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО  
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ  
ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

Кафедра Систем Управления и Информатики Группа P3340

Лабораторная работа №11  
“Исследование математической модели  
пьезоэлектрического исполнительного  
устройства”  
Вариант - 3

Выполнила Баранов Г.В. (подпись)  
(фамилия, и.о.)

Проверил \_\_\_\_\_ (подпись)  
(фамилия, и.о.)

"\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_г. Санкт-Петербург, 20\_\_г.

Работа выполнена с оценкой \_\_\_\_\_

Дата защиты "\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_г.

**Цель работы:** Изучение математических моделей и исследование характеристик исполнительного устройства, построенного на основе пьезоэлектрического двигателя микропереключений.

**Исходные данные.** Исходные данные для выполнения работы приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Исходные данные

$C_P$	м	$K_O$	$K_d$	$T_u$	$F_B$	$U_{Pm}$	$U_m$
Н/м	кг	Н/В	Нс/м	мс	Н	В	В
$0.8 \cdot 10^8$	0.5	9.3	$0.8 \cdot 10^3$	0.08	75	300	10

$$K_u = U_{Pm}/U_m = 300/10 = 30$$

Коэффициенты передачи  $K_u^{-1}$ ,  $K_F$ ,  $K_V$ ,  $K_X$  определяются так, чтобы обеспечить соответствие максимального значения измеряемого сигнала уровню 10 В на выходе измерительного устройства.

$$K_u^{-1} = 0.03333$$

$$K_F = 0.00769$$

$$K_V = 33.33333$$

$$K_X = 183486.238532$$

# 1 Математическое моделирование модели пьезоэлектрического исполнительного устройства

На основе структурной схемы, представленной на рисунке 1, составим схему моделирования ПД (рисунок 2).

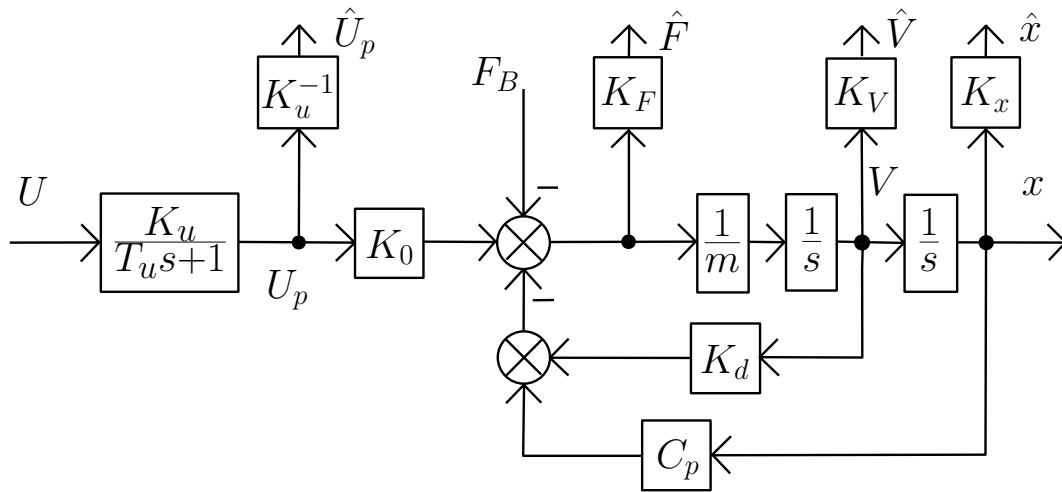


Рисунок 1 – Структурная схема пьезоэлектрического исполнительного устройства

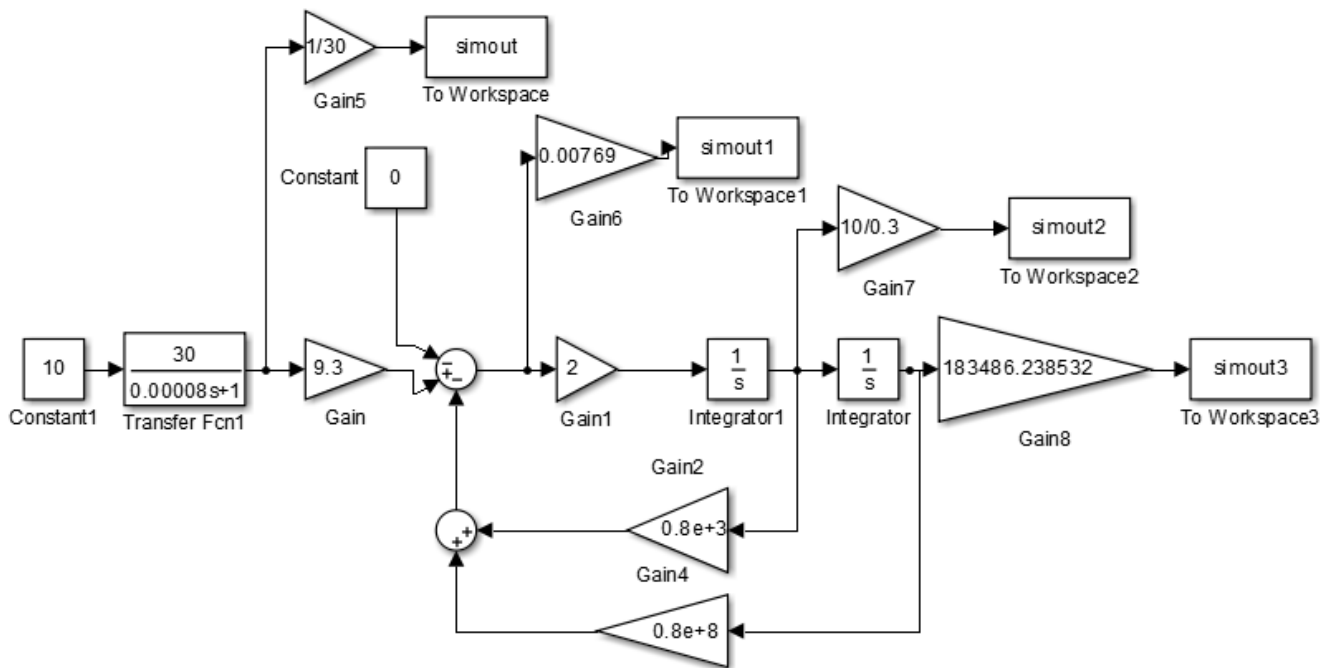


Рисунок 2 – Схема моделирования ПД

Построим графики переходных процессов при  $F_B = 0\text{Н}$  и  $U=10\text{В}$ :

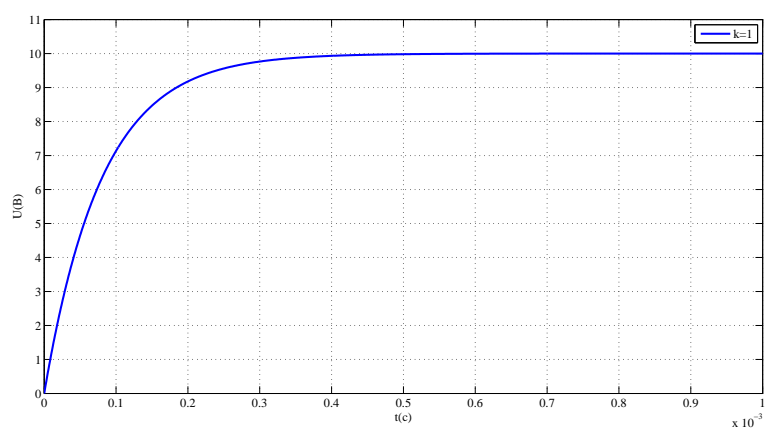


Рисунок 3 – График переходного процесса напряжения

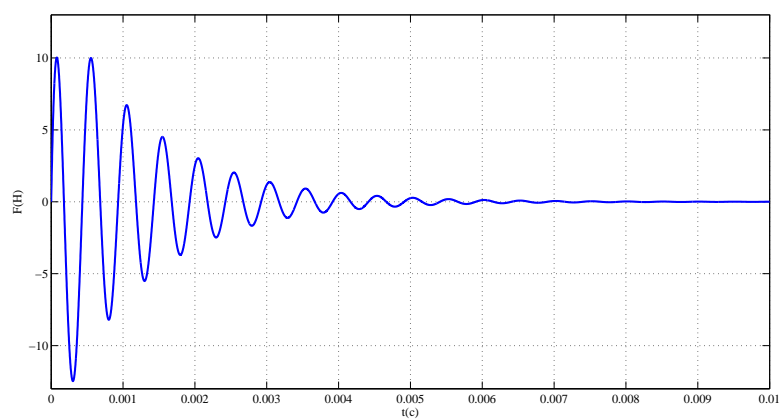


Рисунок 4 – График переходного процесса силы

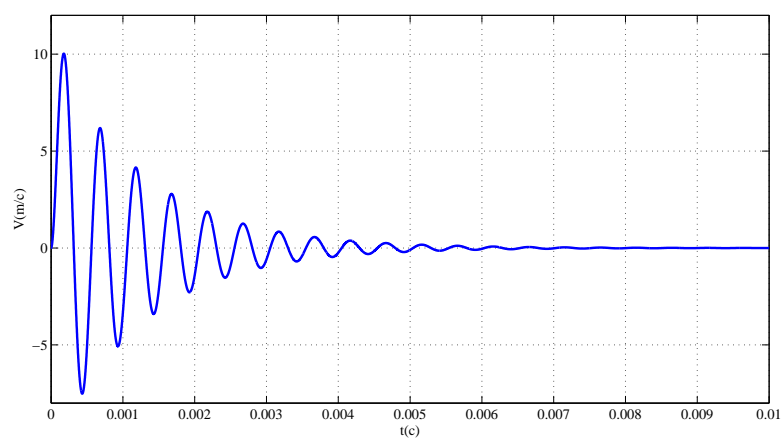


Рисунок 5 – График переходного процесса скорости

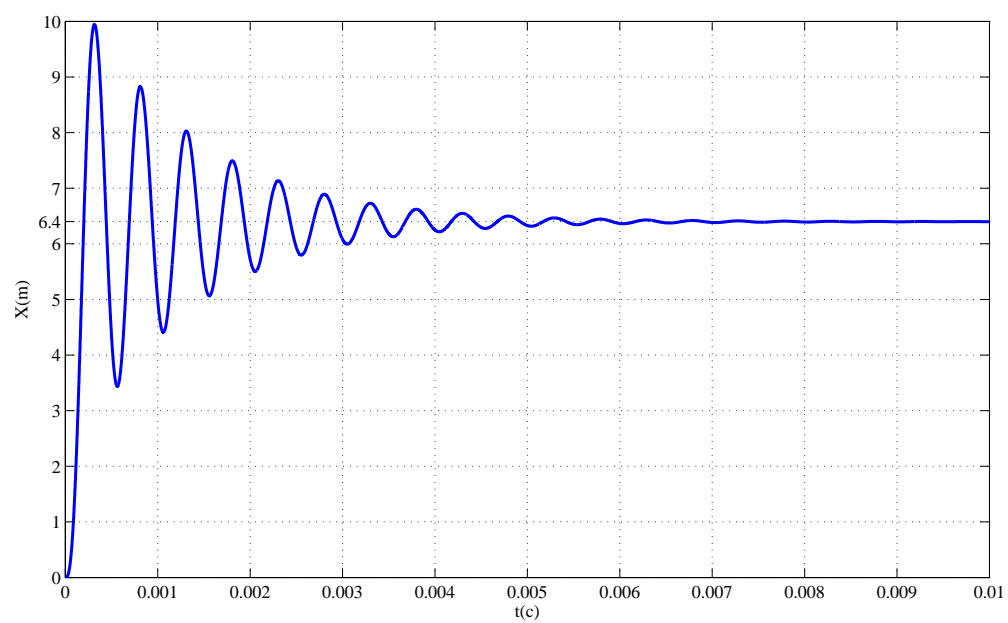


Рисунок 6 – График переходного процесса координаты

## 2 Исследование влияния массы нагрузки $m$ на вид переходных процессов

Диапазон изменения массы нагрузки  $m$ :  $\pm 50\%$  от заданного значения. Графики переходных процессов представлены на рисунке

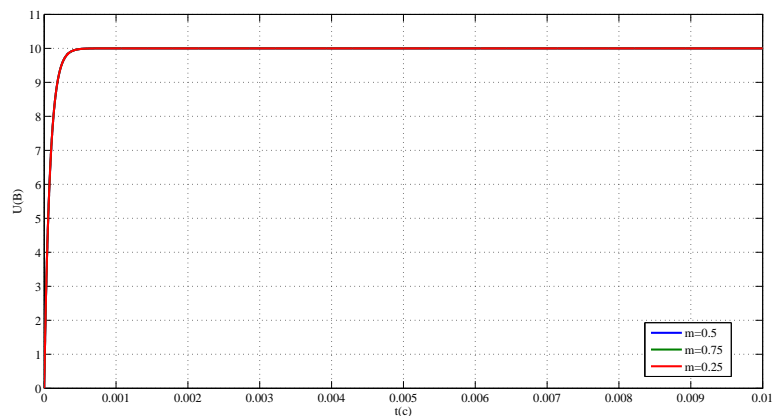


Рисунок 7 – Графики переходных процессов напряжения

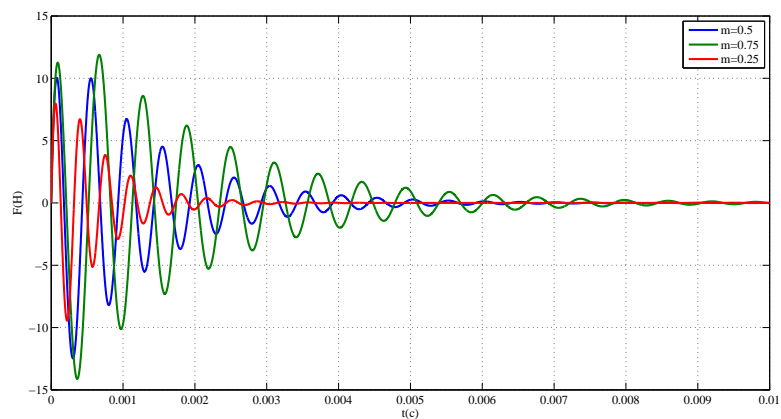


Рисунок 8 – Графики переходных процессов силы

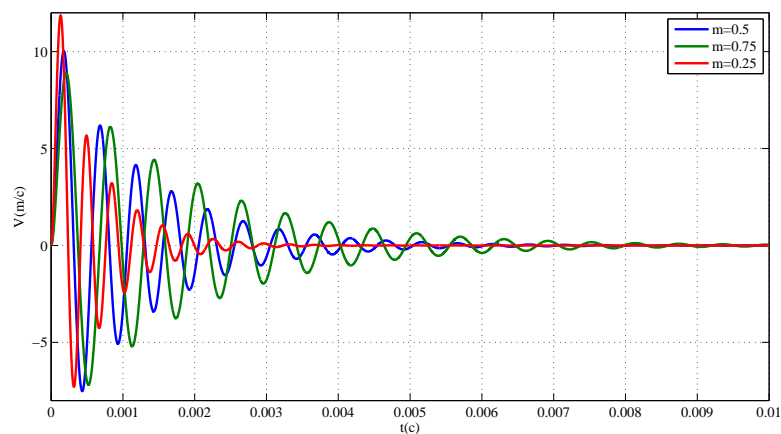


Рисунок 9 – Графики переходных процессов скорости

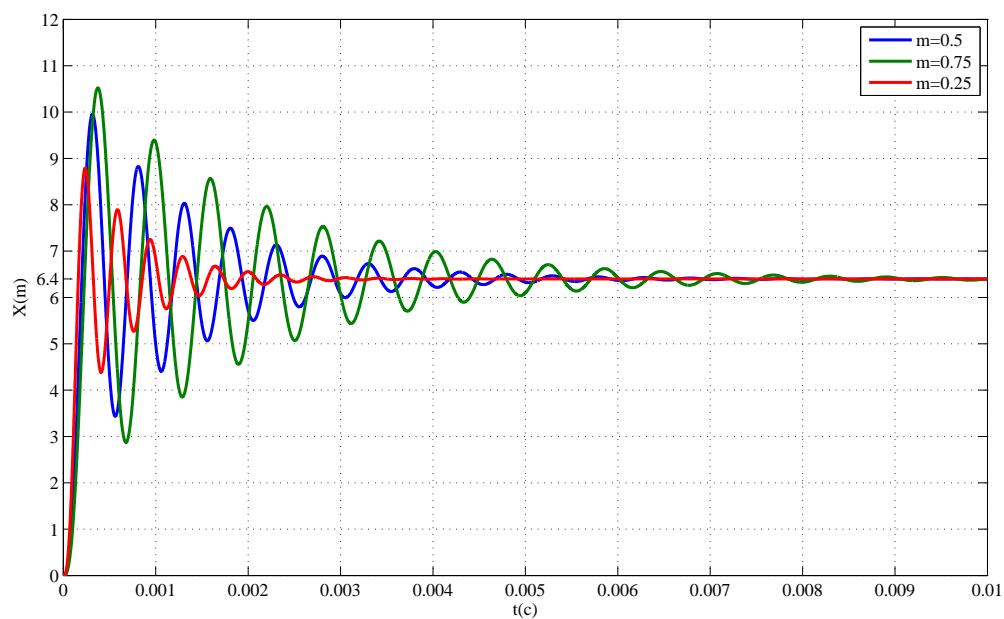


Рисунок 10 – Графики переходных процессов координаты

По временным диаграммам определим время переходного процесса  $t_{\Pi}$ , величину перерегулирования  $\sigma$  и установившееся значение  $X_y$ . Занесём результаты в таблицу 2.

Таблица 2 – Характеристики системы при меняющейся массе нагрузки

$m$ , кг	$t_{\Pi}$ , мс	$\sigma$ , %	$X_y$
0.75	4.7	64.4	6.4
0.50	3.3	56.3	6.4
0.25	1.6	37.5	6.4

### 3 Исследование влияния $T_u$ на вид переходных процессов

Изменение  $T_u$  в сторону увеличивая исходного значения постоянной времени в 2, 4 и 6 раз. Графики переходных процессов:

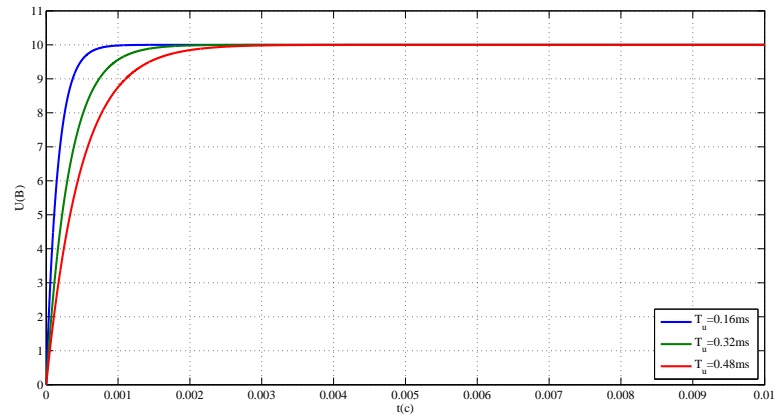


Рисунок 11 – Графики переходных процессов напряжения

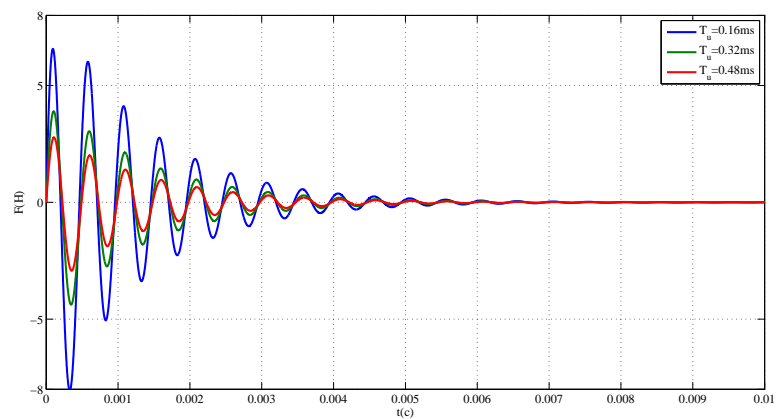


Рисунок 12 – Графики переходных процессов силы

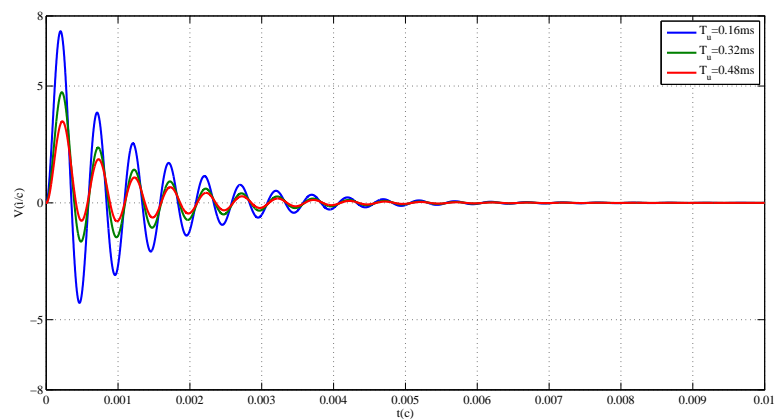


Рисунок 13 – Графики переходных процессов скорости



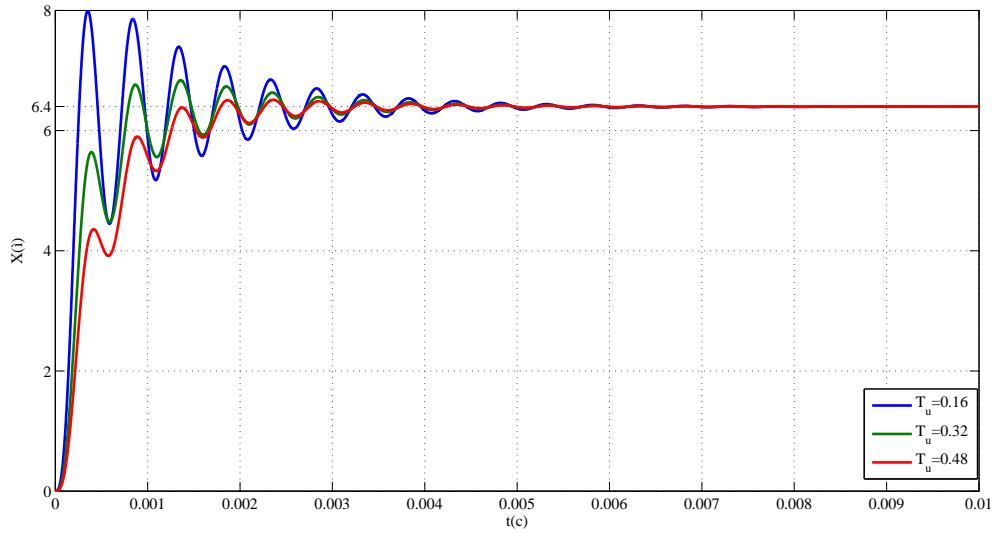


Рисунок 14 – Графики переходных процессов координаты

По результатам моделирования определим время переходных процессов  $t_{\Pi}$ , величину перерегулирования  $\sigma$  и установившееся значение  $X_y$ . Занесём результаты в таблицу 3.

Таблица 3 – Характеристики системы при меняющейся постоянной времени

$T_u$ , мс	$t_{\Pi}$ , мс	$\sigma$ , %	$X_y$	$s_1$	$s_2$	$s_3$
0.16	2.4	24.875	6.4	-6250	-800-12623.8i	-800+12623.8i
0.32	1.9	6.82	6.4	-3125	-800-12623.8i	-800+12623.8i
0.48	1.6	1.748	6.4	-2083.33	-800-12623.8i	-800+12623.8i

Чтобы рассчитать значения корней характеристического уравнения получим передаточную функцию. Для этого будем рассматривать исполнительное пьезоэлектрическое устройство как упругую механическую систему. В этом случае математическая модель может быть получена на основе уравнения баланса сил в пьезодвигателе:

$$F_y = F_O + F_{\text{д}} + F_d + F_B, \quad (1)$$

где  $F_y = C_p x$  — усилие упругой деформации ПД,  $F_O = K_O U_p$  — усилие, вызванное обратным пьезоэффектом,  $F_{\text{д}} = -m \frac{d^2 x}{dt^2}$  — динамическое усилие в ПД,  $F_d = -K_d \frac{dx}{dt}$  — демпфирующее усилие, обусловленное механическими потерями,  $F_B$  — внешнее воздействие,  $x$  — перемещение,  $C_p$  — коэффициент упругости,  $K_O$  — коэффициент обратного пьезоэффекта,  $U_p$  — напряжение на электродах ПД,  $m$  — масса перемещаемой нагрузки,  $K_d$  — коэффициент демпфирования.

Подставив перечисленные равенства в уравнение (1), получим:

$$m\ddot{x} + K_d \dot{x} + C_p x = K_O U_p + F_B \quad (2)$$

Составленная по уравнению (2) передаточная функция будет выглядеть следующим образом:

$$W_{\text{ВУ}}(s) = \frac{K_O U_p + F_B}{ms^2 + K_d s + C_p} \quad (3)$$

Управление ПД осуществляется от высоковольтного усилителя, который, в нашем случае, описывается апериодическим звеном первого порядка:

$$W(s) = \frac{K_u}{T_us + 1} \quad (4)$$

Исходя из того, что ВУ и ПД соединены последовательно, имеем передаточную следующую функцию:

$$W(s) = \frac{K_u(K_O U_p + F_B)}{(T_us + 1)(ms^2 + K_ds + C_p)} \quad (5)$$

Найдем корни характеристического уравнения для всех сочетаний параметров и запишем результат в таблицу 3.

## 4 Исследование влияния коэффициента упругости $C_p$ на вид переходных процессов

Исследования проводились при значениях коэффициента упругости  $0.5C_p$  и  $2C_p$  при  $F_B = 80\text{H}$  и  $U=0\text{В}$ . Графики переходных процессов:

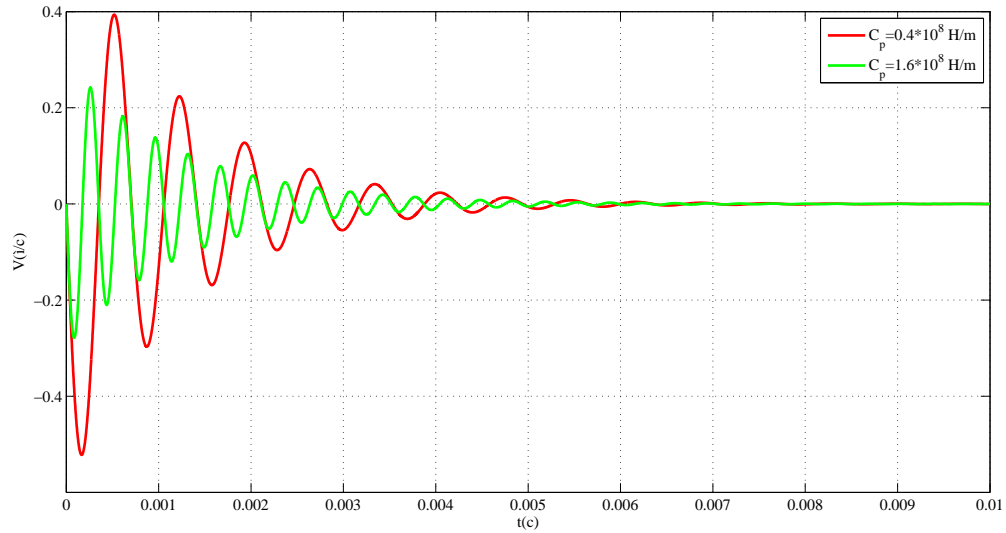


Рисунок 15 – Графики переходных процессов скорости

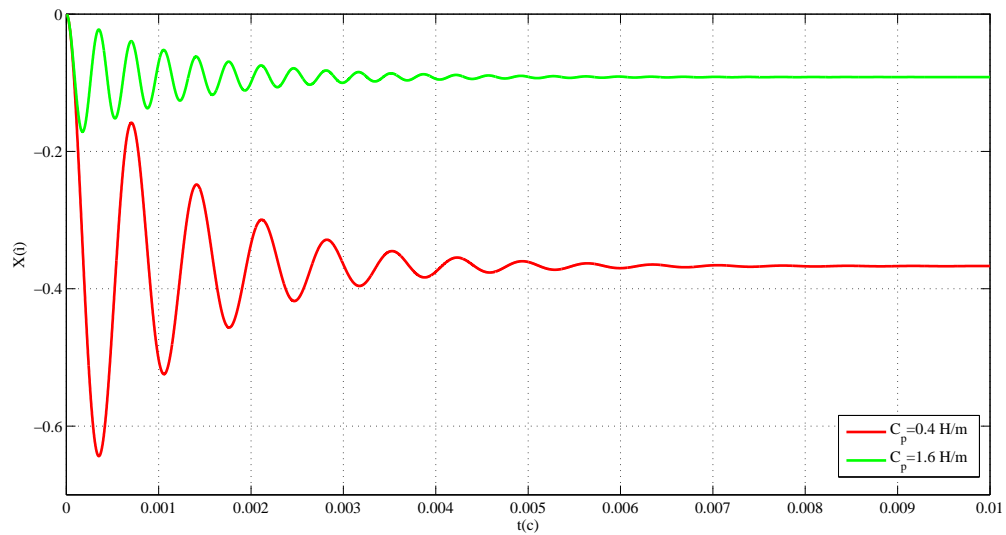


Рисунок 16 – Графики переходных процессов координаты

## 5 Построение асимптотической ЛАЧХ исполнительного устройства

Представим передаточную функцию (3) в виде колебательного звена:

$$W(s) = \frac{\frac{K_0}{C_p}}{\frac{m}{C_p}s^2 + \frac{K_d}{C_p}s + 1}. \quad (6)$$

Асимптотическая логарифмическая амплитудная характеристика будет иметь нулевой наклон на уровне

$$20 \lg \frac{K_0}{C_p} = 20 \lg \frac{9.3}{0.8 \cdot 10^8} = -138.692 \text{ дБ} \quad (7)$$

до сопрягающей частоты

$$\omega_c = \sqrt{\frac{C_p}{m}} = \sqrt{\frac{0.8 \cdot 10^8}{0.5}} = 12649.11 \text{ рад/с}. \quad (8)$$

После сопрягающей частоты график пойдёт под наклоном в -40 дБ/дек. Таким образом асимптотическая ЛАЧХ будет выглядеть так как показано на рисунке 17:

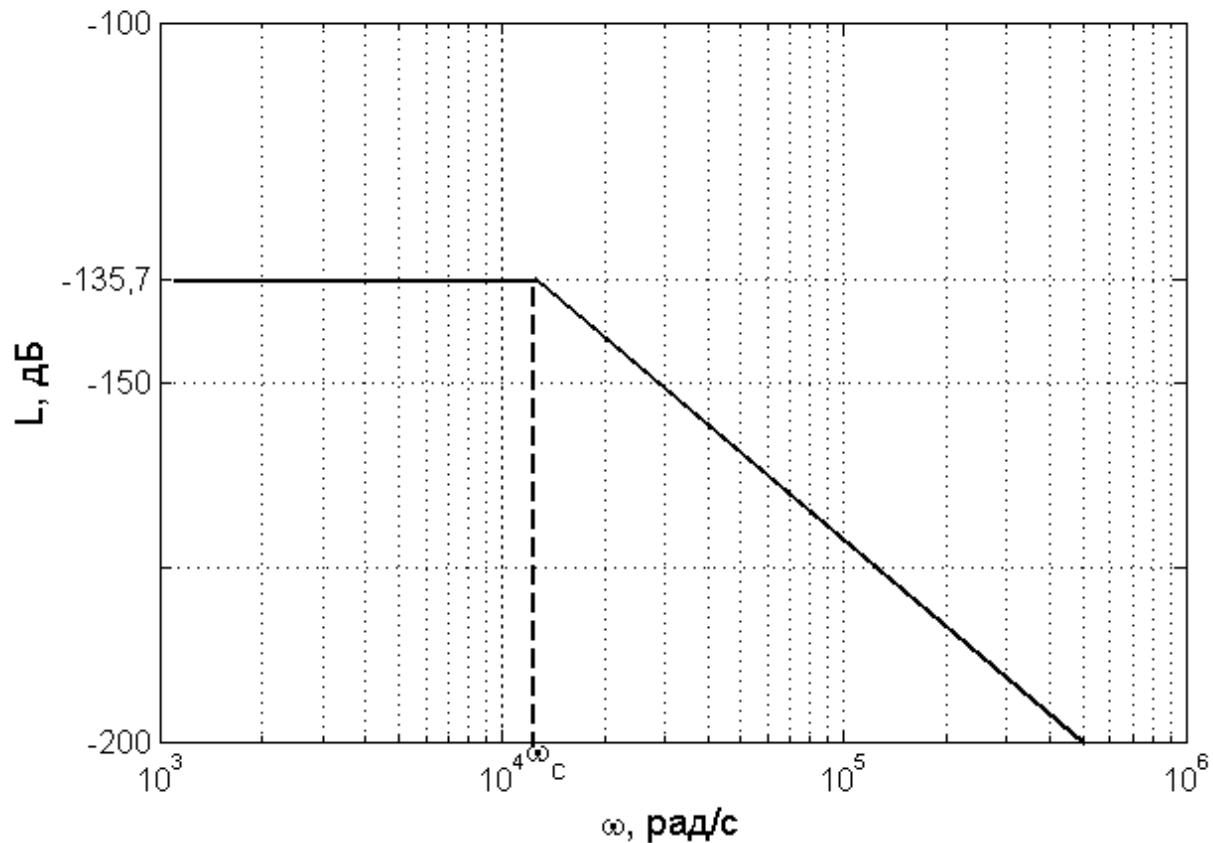


Рисунок 17 – Асимптотическая ЛАЧХ исполнительного устройства

## Вывод

В ходе лабораторной работы было проведено исследование пьезоэлектрического устройства. Были выявлены изменения в переходных процессах системы путём изменения таких параметров как масса нагрузки, постоянная времени, коэффициент упругости.

Как видно из таблицы 2 при уменьшении массы нагрузки установившееся значение перемещения остаётся постоянным, а значение времени переходного процесса и перерегулирования уменьшается.

При исследовании влияния постоянной времени вольтного усилителя было показано, что её увеличение ведёт к уменьшению перерегулирования, а также к уменьшению одного из корней характеристического уравнения, что можно увидеть в таблице 3.

Из графиков видно, что при увеличении значения коэффициента упругости пьезоэлемента увеличивается установившееся значение перемещения пьезокерамических пластин.