

## TD/TP 2 : Suites $u_n = f(n)$

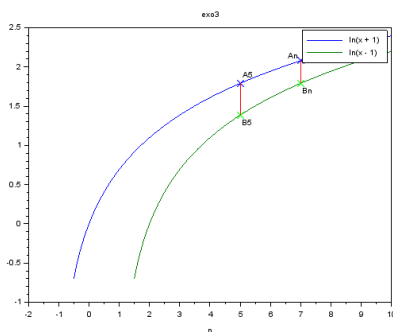
**Exo 1 :** Etudier la monotonie des suites suivantes et la constater ensuite à l'aide d'une représentation avec Scilab

1. Avec la différence «  $u_{n+1} - u_n$  »
  - a.  $u_n = 2n + \sin(n)$
  - b.  $u_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^n} - n$
2. Avec le quotient «  $\frac{u_{n+1}}{u_n}$  »
  - a.  $u_n = \frac{e^n}{n}$
  - b.  $u_n = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \dots \times \frac{2n-1}{2n}$
3. Avec la technique fonctionnelle
  - a.  $u_n = \sqrt{n} - \frac{3}{\sqrt{n}}$

**Exo 2 :** Soit  $u_n = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{4^n}$

- a) Montrer que  $(u_n)$  est majorée
- b) 1,33 est-il un majorant de  $(u_n)$ ?
- c) Vérifier avec Scilab vos affirmations

**Exo 3 :**  $u_n$  est la longueur du segment  $[A_n, B_n]$  défini sur la figure de l'exécution du code Scilab donné *exo3.sce*. Etudier la limite de  $(u_n)$  lorsque  $n \rightarrow +\infty$ .



**Exo 4 :** On pose pour  $n \geq 1$

$$u_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n}$$

- a) Montrer que la suite  $(u_n)$  converge en prouvant qu'elle est croissante et majorée.

Indication :  $u_n$  est la somme de ... termes dont le plus grand est ...

- b) Retrouver vos résultats avec Scilab

- c) (A la maison) Montrer que la suite  $v_n = \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \dots + \frac{1}{2n}$  est décroissante et minorée donc convergente aussi.

**Exo 5 :**

- a) En utilisant Scilab, conjecturez la limite de

$$u_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

- b) En utilisant la suite intermédiaire

$v_n = \ln(u_n)$  et sachant que  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$ , prouvez votre conjecture.