

3. Mathe SA Prep 30.3.2025

Integrale

B602)

a)

1)

$$A := \int_1^8 w(x) \, dx + \int_8^{16} f(x) \, dx - \int_4^{12} p(x) \, dx$$

2)

$$f(x) := k \cdot x + d$$

$$\begin{bmatrix} k & d \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} f(16) = 8 \\ f(8) = 6 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{solve}, k, d} \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & 4 \end{bmatrix}$$

$$f(x) := k \cdot x + d \rightarrow \frac{x}{4} + 4$$

$$w(x) := 3 \cdot \sqrt[3]{x}$$

$$w'(8) = f'(8) \rightarrow 1$$

3)

$$l := \int_1^8 \sqrt{1 + (w'(x))^2} \, dx + \int_8^{16} \sqrt{1 + (f'(x))^2} \, dx = 15.938$$

B577)

d)

1)

$$f(x) := -0.02 \cdot x^2 + 0.31 \cdot x + 2.44$$

$$EX := f'(x) = 0 \xrightarrow{\text{solve}, x} 7.75$$

$$f''(EX) \rightarrow -0.04$$

$$d := 2 \cdot f(EX) \rightarrow 7.2825$$

2)

clear (a, b)

$$V_f := \pi \cdot \int_0^b g(x)^2 dx$$

B554)

b)

1)

Die Reset :)

2)

$$s_x := 35 \quad s_y := 30$$

$$f(x) := \frac{-6}{245} \cdot (x - s_x)^2 + s_y$$

c)

1)

$$q(x) := \frac{7}{2} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{7} \cdot x\right)$$

B523)

a)

4)

$$g(x) := \frac{13}{17} x$$

$$200000 = \pi \cdot \int_0^h g(x)^2 dx \xrightarrow{\text{solve, h, float, assume, h = real}} 68.86589117465508777$$

B587)

c)

1)

Linie zwischen Start und Endpunkt ziehen, verschieben auf den Graphen v und dann den Schnittpunkt t2 damit einzeichnen

B564)

clear (g, f, x, a)

a)

1)

$$g(x) := f(x-2)$$

2)

$$s_x := 0 \quad s_y := 3$$

$$f(x) := a \cdot (x - s_x)^2 + s_y \rightarrow a \cdot x^2 + 3$$

$$a := [f(1) = 0] \xrightarrow{\text{solve}, a} -3$$

$$f(x) := a \cdot (x - s_x)^2 + s_y \rightarrow -(3 \cdot x^2) + 3$$

3)

$$\frac{\text{atan}(f'(-1))}{\pi} \cdot 180 = 80.538$$

$$\text{atan}(f'(-1)) = 80.538^\circ$$

B561) **clear** (f, g, a, b, c)

c)

1)

$$A := \int_{-150}^{15} f(x) - g(x) \, dx$$

2)

$$f(x) := a \cdot x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x^2$$

$$[a \ b \ c] := \begin{bmatrix} f(-92.2) = -17.6 \\ f'(-92.2) = 0 \\ f(-133.5) = 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{solve}, a, b, c, \text{float}} [0.12638369091827433272 \cdot 10^{-6} \ -0.00002160555526183507 \ 0.00002160555526183507]$$

$$f(x) := a \cdot x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x^2 \rightarrow 0.12638369091827433272 \cdot 10^{-6} \cdot x^4 - 0.00002160555526183507 \cdot x^3 + 0.00002160555526183507 \cdot x^2$$

B640)

d)

1. Ableitung: C, 2. Ableitung: D

B635)

b)

1)

Länge der Schanze zwischen A und C

2)

$$f(x) := 102.5 - \sqrt{100^2 - (x - 12.3)^2}$$

3)

$$\alpha := 10.75^\circ$$

$$\sin(\alpha) \cdot 6.5 = 1.212$$

B611)

a)

1)

$$0.2 + 0.6 + 1.2 + 1.6 + 1.9 \rightarrow 5.5$$

2)

14 Jahre

B622)

a)

1)

$$v_2 := \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

2)

Wir landen bei Punkt (8, 2)

3)

$$s := 1 + \sqrt{2^2 + (-1)^2} + \sqrt{5^2 + (-1)^2} = 8.335$$

$$v_1 := \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad v_3 := \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\alpha := \arccos\left(\frac{v_2 \cdot v_3}{|v_2| \cdot |v_3|}\right) = 15.255^\circ$$

B588)

a)

1)

Pfeil von P nach Q einzeichnen.

2)

$$\alpha := \arccos\left(\frac{b \cdot c}{|b| \cdot |c|}\right) + 180$$

3)

$$\vec{a} := \begin{bmatrix} 10 \\ 47 \end{bmatrix} \quad \vec{b} := \begin{bmatrix} 25 \\ -10 \end{bmatrix} \quad \vec{c} := \begin{bmatrix} 13 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$PQ := a + b + c \rightarrow \begin{bmatrix} 48 \\ 40 \end{bmatrix}$$

$$|PQ| = 62.482$$

8.134)

a)

$$A := \begin{bmatrix} 1 \\ 13 \\ 7 \end{bmatrix} \quad B := \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \\ 4 \end{bmatrix} \quad C := \begin{bmatrix} 15 \\ 3 \\ -4 \end{bmatrix} \quad E := \begin{bmatrix} 12 \\ 9 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$AB := B - A \rightarrow \begin{bmatrix} 4 \\ -7 \\ -3 \end{bmatrix} \quad BC := C - B \rightarrow \begin{bmatrix} 10 \\ -3 \\ -8 \end{bmatrix} \quad EA := A - E \rightarrow \begin{bmatrix} -11 \\ 4 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$V := |(AB \times BC) \cdot EA| \rightarrow 567$$

8.135)

$$\boxed{A} := \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \boxed{B} := \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix} \quad \boxed{C} := \begin{bmatrix} 6 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix} \quad h := 12$$

1)

$$\boxed{AB} := A - B = \begin{bmatrix} -4 \\ 4 \\ -2 \end{bmatrix} \quad \boxed{BC} := C - B = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \\ -2 \end{bmatrix} \quad CA := A - C = \begin{bmatrix} -8 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$|AB| = |BC| = |CA| \rightarrow 0$$

8.125)

a)

$$-3x + y + 2z = 2 \quad P := \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$NV := \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad t := -3(1 - 3t) + (-4 + t) + 2(8 + 2t) = 2 \xrightarrow{\text{solve}, t} -\frac{1}{2}$$

$$S := P + t \cdot NV = \begin{bmatrix} 2.5 \\ -4.5 \\ 7 \end{bmatrix} \quad P' := P + 2t \cdot NV \rightarrow \begin{bmatrix} 4 \\ -5 \\ 6 \end{bmatrix}$$

b)

clear (t)

$$-4x - 7y + 2z = -12 \quad \boxed{P} := \begin{bmatrix} -7 \\ 12 \\ 7 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{NV} := \begin{bmatrix} -4 \\ -7 \\ 2 \end{bmatrix} \quad t := -4(-7 - 4t) - 7(12 - 7t) + 2(7 + 2t) = -12 \xrightarrow{\text{solve}, t} \frac{10}{23}$$

$$\boxed{S} := P + t \cdot NV = \begin{bmatrix} -8.739 \\ 8.957 \\ 7.87 \end{bmatrix} \quad \boxed{P'} := P + 2t \cdot NV = \begin{bmatrix} -10.478 \\ 5.913 \\ 8.739 \end{bmatrix}$$

d)

clear (t)

$$3x + 8y = 29 \quad \boxed{P} := \begin{bmatrix} 0 \\ 31 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{NV} := \begin{bmatrix} 3 \\ 8 \\ 0 \end{bmatrix} \quad t := 3 (0 + 3 t) + 8 (31 + 8 t) + 0 (4 + 0 t) = 29 \xrightarrow{\text{solve}, t, \text{float}} -3.0$$

$$\boxed{S} := P + t \cdot NV = \begin{bmatrix} -9 \\ 7 \\ 4 \end{bmatrix} \quad \boxed{P} := P + 2 t \cdot NV = \begin{bmatrix} -18 \\ -17 \\ 4 \end{bmatrix}$$

8.126)

2)

$$\varphi := \text{acos} \left(\frac{\boxed{NV_1} \cdot NV_2}{|NV_1| \cdot |NV_2|} \right)$$

8.127)

clear (s, t)

1)

$$G(s) := \begin{bmatrix} -1 \\ 5 \\ -10 \end{bmatrix} + s \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ 6 \end{bmatrix} \quad H(t) := \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ 5 \end{bmatrix} + t \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$G(s) = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{solve}, s} 2 \quad H(t) = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{solve}, t} -3$$

2)

$$GA := \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ 6 \end{bmatrix} \quad HA := \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \boxed{A} := \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$R := GA \times HA \rightarrow \begin{bmatrix} -15 \\ -2 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$R \cdot A \rightarrow -35$$

clear (s, t)

$$-15 x - 2 y + 4 z = -35$$

$$\varepsilon(s, t) := A + s \cdot GA + t \cdot HA$$

3)

$$\varepsilon(s, t) = \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \\ 8 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{solve}, s, t} [1 \ 0] \quad \varepsilon(s, t) = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{solve}, s, t} [0 \ 1]$$

$$\boxed{B} := \varepsilon(1, 0) \rightarrow \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{C} := \varepsilon(0, 1) \rightarrow \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

4)

$$\boxed{AB} := B - A \rightarrow \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$AC := C - A \rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$AB \cdot AC \rightarrow 0$ Stehen normal aufeinander :D

5)

$$\boxed{BC} := C - B \rightarrow \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \\ -5 \end{bmatrix}$$

$$D := A + BC \rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$AD := D - A \rightarrow \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \\ -5 \end{bmatrix}$$

$$M := A + \frac{1}{2} AC = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 2.5 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{NV} := AB \times AD \rightarrow \begin{bmatrix} -15 \\ -2 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{NV} := \frac{NV}{|NV|} = \begin{bmatrix} -0.958 \\ -0.128 \\ 0.256 \end{bmatrix}$$

$$S_1 := M + 7 \cdot \sqrt{5} \cdot NV = \begin{bmatrix} -12 \\ -2 \\ 6.5 \end{bmatrix}$$

$$S_2 := M + 7 \cdot \sqrt{5} \cdot (-NV) = \begin{bmatrix} 18 \\ 2 \\ -1.5 \end{bmatrix}$$

B537) **clear** (k)

a)

1)

$$\boxed{B} := \begin{bmatrix} 12 \\ 6 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{C} := \begin{bmatrix} 2 \\ 26 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{D} := \begin{bmatrix} -10 \\ 20 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{E} := \begin{bmatrix} -1.5 \\ 5.5 \\ 15.5 \end{bmatrix}$$

$$F := \begin{bmatrix} 4.5 \\ 8.5 \\ 16.5 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{G} := \begin{bmatrix} -0.5 \\ 18.5 \\ 16.5 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{BC} := C - B \rightarrow \begin{bmatrix} -10 \\ 20 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$FG := G - F \rightarrow \begin{bmatrix} -5.0 \\ 10.0 \\ 0.0 \end{bmatrix}$$

$$BC \cdot k \xrightarrow{\text{solve, } k} 0.5$$

2)

$$FE := E - F \rightarrow \begin{bmatrix} -6.0 \\ -3.0 \\ -1.0 \end{bmatrix} \quad FG := G - F \rightarrow \begin{bmatrix} -5.0 \\ 10.0 \\ 0.0 \end{bmatrix}$$

$$FE \cdot FG \rightarrow 0.0 \quad \text{Ja ist rechtwinklig :D}$$

3)

$$BF := F - B \rightarrow \begin{bmatrix} -7.5 \\ 2.5 \\ 14.5 \end{bmatrix} \quad BD := D - B \rightarrow \begin{bmatrix} -22 \\ 14 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$\omega := \arccos \left(\frac{BF \cdot BD}{|BF| \cdot |BD|} \right) = 66.678^\circ$$

B508)

b)

1)

$$x := |v_M| \cdot \cos(\alpha)$$

$$y := |v_M| \cdot \sin(\alpha)$$

2)

Der Tangenz eines Steigungswinkels α gibt die Steigung im Moment an, bzw. in diesem Fall b

$$\text{clear}(h, a, b, c, x)$$

$$h(x) := a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

$$h'(x) \rightarrow 2 \cdot a \cdot x + b$$

$$h'(0) = b$$

$$\tan(\alpha) = h'(0) = b = ?$$

B497)

c)

1)

$$\overline{AB} := \begin{bmatrix} -4 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \overline{AC} := \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\alpha := \arccos\left(\frac{\overline{AB} \cdot \overline{AC}}{|\overline{AB}| \cdot |\overline{AC}|}\right) = 26.565^\circ$$

3)

$$FG_L := 900$$

$$FH_L := FG_L \cdot \sin(\alpha) = 402.492$$