

# Indice

<b>1. Introducción</b>	<b>3</b>
<b>2. Efecto Hall cuántico entero</b>	<b>7</b>
2.1. Gas bidimensional de electrones . . . . .	12
2.2. Niveles de Landau . . . . .	14
2.3. Desorden . . . . .	15
2.4. Gauge y origen de los plateaux . . . . .	18
2.5. Sistemas Mesoscópicos . . . . .	20
2.6. Transporte - Modelos de canales de borde y distribución de corriente . . . . .	22
<b>3. Sistemas de medición</b>	<b>27</b>
3.1. Sistema Hall . . . . .	27
3.2. CCC . . . . .	27
3.3. Sistema potenciométrico . . . . .	32
3.4. Breve descripción del enfriado de la muestra . . . . .	34
<b>4. Caracterización de las muestras</b>	<b>37</b>
4.1. Resistencia de contactos y cables . . . . .	38
4.2. Dependencia con la corriente, corriente crítica . . . . .	46
4.3. Movilidad y densidad de portadores . . . . .	50
4.4. Y si la temperatura no es el cero absoluto? . . . . .	56
4.5. Efecto de variaciones de corriente $I_{SD}$ . . . . .	63
4.6. Relación entre plateaux . . . . .	65
4.7. Calibración de resistores patrón . . . . .	67
<b>5. Aplicación. Divisor de tensión resistivo: transferencia JVS - 10 V</b>	<b>69</b>
5.1. Divisor de tensión resistivo . . . . .	75
5.2. Estudio y diseño del divisor . . . . .	76
5.3. Uso del divisor . . . . .	83

<b>6. Conclusiones</b>	<b>95</b>
6.1. Líneas de trabajo futuras . . . . .	97
<b>A. Geometría de las muestras</b>	<b>99</b>
<b>B. Fuente de corriente</b>	<b>105</b>
<b>C. Esquemas y fotos del sistema</b>	<b>107</b>
<b>D. Esquemas del Divisor Resistivo JVS</b>	<b>109</b>
<b>E. Desarrollos</b>	<b>113</b>
Bibliografía	115

# 1. Introducción

El sistema internacional de unidades (SI) se compone de unidades de medida internacionalmente consensuadas. Está formado por siete unidades base, complementadas con unidades derivadas y constantes fundamentales [1]. Uno de los principales objetivos de la metrología es realizar dichas unidades con la menor incertidumbre posible. En particular cada país posee algún organismo, usualmente los denominados NMI (laboratorios nacionales de metrología) donde se mantienen los patrones nacionales, trazables a la definición de las unidades del SI.

La trazabilidad es el sistema por el cual a partir de la realización de las unidades fundamentales o derivadas se transfiere el valor de dichas unidades a sistemas secundarios y de trabajo. La cadena de trazabilidad es fundamental en el trabajo diario en la industria y asegura la normalización y el correcto funcionamiento de diferentes sistemas de calidad.

En el caso de las unidades eléctricas la unidad definida en el SI es el ampere, definido como

*“El ampere es la corriente constante que, si es mantenida en dos conductores rectos paralelos de longitud infinita, de sección circular despreciable y ubicados a un metro de distancia en el vacío, produciría una fuerza entre dichos conductores de  $2 \times 10^{-7}$  newton por metro de longitud.”*

Esta realización es muy compleja y requiere desde su definición recurrir a aproximaciones.

Por esta razón para establecer el ampere se utilizan el ohm, el volt y el watt y combinando dos cualquiera de estas unidades derivadas se establece la unidad base ampere. Actualmente el error al realizar el ampere es de partes en  $10^7$ . Este tipo de experimentos es muy complejo, volviéndose inviable para el trabajo diario en un laboratorio nacional. Es por esto que hasta la década del sesenta se volvía necesario conservar el volt y el ohm por medio de artefactos, tales como pilas y resistores patrón, hasta hoy utilizados.

El problema fundamental del uso de artefactos como realización de las unidades reside en que éstos sufren cambios en el tiempo. Además deben

ser comparados periódicamente, por ejemplo en el caso de las resistencias patrón de Argentina se enviaban uno o dos resistores de  $1 \Omega$  a otros institutos a fin de calibrarlos y referenciarlos a la unidad base. Durante estos viajes el patrón puede y suele sufrir procesos de histéresis debido a cambios de temperatura, presión y otros factores. Por esto la realización de las unidades por medio de experimentos que las refieren a constantes fundamentales es ideal a fines metrológicos.

El primer gran salto en la metrología eléctrica devino a partir del efecto Josephson [2]. En nuestro caso se busca producirlo en un arreglo de junturas superconductoras irradiadas con microondas y polarizadas (efecto Josephson AC). El efecto Josephson relaciona tensión y frecuencia a partir de constantes fundamentales:

$$V(n, \nu) = n \frac{h}{2e} \nu \quad (1)$$

donde  $\nu$  es la frecuencia de la radiación de microondas utilizada,  $e$  y  $h$  son la carga del electrón y constante de Planck respectivamente y  $n$  es un número entero. La ventaja fundamental de este efecto es que permite independizar la unidad de medida eléctrica de cualquier artefacto que la represente. Así, cualquier laboratorio puede realizar el volt siempre que tenga la capacidad de armar su propio sistema Josephson. Como se mencionó esto permite independizar a los laboratorios nacionales de la necesidad de transportar sus patrones. Este fue un salto cualitativo fundamental en metrología, actualmente estos sistemas se encuentran muy diseminados por el mundo y no son exclusivos de los organismos nacionales de calibración, varias empresas de desarrollo, implementación y venta de instrumental eléctrico poseen el suyo e incluso realizan intercomparaciones periódicamente.

El efecto Josephson en tensión y el reloj de Cesio para la realización de la unidad fundamental de tiempo impulsaron en poco tiempo la búsqueda de nuevos fenómenos físicos que realizaron otras unidades. En febrero de 1980 Klaus von Klitzing encontró, mientras investigaba las propiedades de transporte de Si-MOSFET a temperatura del He líquido y altos campos magnéticos, lo que se conoce como efecto Hall cuántico entero (IQHE, de

sus siglas en inglés) [3]. El descubrimiento no devino de la búsqueda de un fenómeno predicho, y a diferencia del efecto Josephson las consecuencias en metrología fueron inmediatamente entendidas. Como el efecto Josephson, el QHE es un fenómeno cuántico que determina una resistencia dependiente de constantes fundamentales y un número entero únicamente y por lo tanto reproducible en cualquier lugar. Estos dos efectos desplazaron a los bancos de resistores y pilas patrón al estatus de patrones secundarios y son base del actual sistema de calibración argentino en magnitudes eléctricas.

El sistema argentino utiliza estos dos efectos para periódicamente calibrar patrones secundarios de trabajo, los cuales son utilizados posteriormente para realizar las tareas de rutina de varios laboratorios de calibración. Por esto el conocimiento y caracterización de los sistemas utilizados para generar estos efectos cuánticos es fundamental, pues los errores sistemáticos de cada sistema se dispersan al resto de los patrones y por lo tanto deben estar bien acotados.

Los errores en las mediciones realizadas con el sistema pueden dividirse en dos:

1. Aquellos que son propios de la realización de las referencias, como la tensión Josephson o la resistencia Hall cuántica, que provienen por ejemplo de un mal enfriado, flujos magnéticos enlazados durante la etapa de enfriado, fluctuaciones del campo magnético, etc.
2. Del sistema de medición, por ejemplo la resistencia Hall debe ser transferida a un patrón secundario por medio de un sistema de medición que compare ambos patrones. Dicho sistema introducirá errores propios.

El primer ítem implica que se deben caracterizar los sistemas físicos utilizados en la realización de la unidad, este trabajo es el resultado de dichos estudios.

Se caracterizaron muestras metrológicas basadas en heteroestructura de GaAs/AlGaAs utilizadas para realizar el ohm por medio del efecto Hall cuántico entero. Se midió la corriente crítica de cada muestra. Se estudió también la resistencia de contacto utilizando un método de tres terminales, para esto

se requirió realizar mediciones de la resistencia de los cables de interconexión de la muestra bajo las condiciones de medición de la resistencia Hall cuántica (QHR). Se estudió asimismo la movilidad y densidad de portadores de las muestras por medio de dos métodos. Además, se estudió el efecto de la temperatura y la corriente sobre la resistencia Hall cuántica, en particular se estudió la relación entre la resistencia de los dos primeros plateaux pares ( $\nu = 2, 4$ ) y la dependencia del ancho de los plateaux.

Durante el desarrollo del trabajo surgió la necesidad de construir un sistema alternativo de calibración de patrones secundarios de 10 V por medio del sistema Josephson de 1 V con que cuenta el laboratorio. Se diseñó, construyó y caracterizó un divisor resistivo de alta exactitud con este fin. El diseño se basó en cajas de transferencia tipo Hamon, donde se hace uso de tetrajunturas para realizar un conexionado permanente en serie de elementos resistivos y que permite que cada elemento sea un resistor de cuatro terminales, y además, realizar su conexión serie y paralelo con gran precisión. Se estudió la relación y los elementos resistivos de este divisor por medio de la referencia Hall. Se realizó una comparación bilateral con el BIPM (Bureau International des Poids et Mesures) que comprobó su correcto funcionamiento.

## 2. Efecto Hall cuántico entero

La primera referencia al efecto Hall clásico se remite al tratado de Maxwell sobre electricidad y magnetismo [4]. Maxwell allí afirma que la fuerza eléctrica se ejerce sobre el conductor y no sobre la corriente. En 1878 cursando sus estudios Edwin Hall se vio inquieto al leer esta aseveración y así se lo hizo saber a su profesor H. Rowland quien le comentó que tampoco estaba convencido y había intentado algún experimento sin éxito. Finalmente Hall venció el reto repitiendo el experimento de Rowland pero esta vez midiendo la magnetoresistencia sobre una fina hoja de oro y no sobre un barra conductora. Encontró así que la aplicación de un campo magnético  $\mathbf{B}$  perpendicular a un conductor por el que circula una densidad de corriente  $\mathbf{j}$  genera un desplazamiento de carga lateral que conlleva una diferencia de potencial proporcional al módulo del campo y la corriente aplicada, hoy conocido como efecto Hall. A partir de este efecto se define la resistencia transversal o de Hall ( $R_H$ ) como

$$R_H = \frac{B}{q n c} \quad (2)$$

donde  $c$  es la velocidad de la luz  $q$  es la carga eléctrica y  $n$  la densidad de portadores.

Sea un sistema electrónico bidimensional, semiclásico, en aproximación de electrón independiente, sometido a un campo magnético  $B$  perpendicular al sistema. A partir de la fuerza de Lorentz,  $\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + (1/c)\mathbf{v} \times \mathbf{B})$ , sabemos que la densidad de corriente  $\mathbf{j}$  se puede escribir como

$$\mathbf{j} = \sigma_0 \mathbf{E} - \frac{\sigma_0}{n e c} \mathbf{j} \times \mathbf{B} \quad (3)$$

$$\sigma_0 = \frac{n e^2 \tau_0}{m} \quad (4)$$

donde  $\sigma_0$  es la conductividad de Drude,  $\tau_0$  el tiempo libre medio,  $m$  la masa efectiva del electrón,  $\mathbf{E}$  el campo eléctrico y supondremos que el magnético está en la dirección  $z$ , perpendicular al plano del sistema electrónico. Esta ecuación nos permite obtener la resistividad  $\rho_{3D}$  y definir una resistividad para el sistema bidimensional,  $\rho$  que se puede relacionar directamente con su

inversa, la conductividad:

$$\rho_{3D} = \begin{bmatrix} \rho_0 & B/nec & 0 \\ -B/nec & \rho_0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho_0 \end{bmatrix} \quad \rho = \frac{1}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ -\sigma_{xy} & \sigma_{xx} \end{bmatrix} \quad (5)$$

donde el tensor de conductividad es simétrico y sus componentes en este caso vienen dadas por

$$\sigma_{xx} = \frac{\sigma_0}{1 + (\omega_c \tau_0)^2} \quad (6)$$

$$\sigma_{xy} = \frac{nec}{B} + \frac{1}{\omega_c \tau_0} \sigma_0 \quad (7)$$

$\omega_c = eB/mc$  es la frecuencia de ciclotrón.

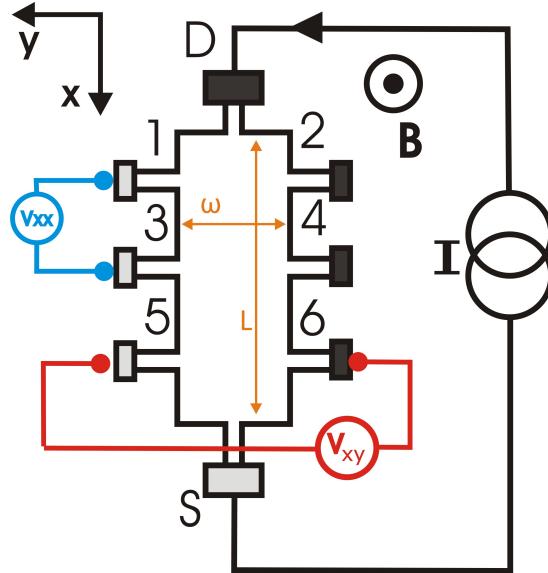
Un siglo después del trabajo de Hall fue descubierto el IQHE por Klaus von Klitzing, Dorda y Pepper (1980) mientras estudiaban la respuesta de Si-MOSFETs a muy bajas temperaturas y altos campos magnéticos en el laboratorio de altos campos magnéticos de Grenoble, Francia. Ellos encontraron que si se varía la tensión de compuerta ( $V_g$ ) mientras se mide la resistencia longitudinal ( $R_{xx}$ ) y transversal ( $R_{xy} \equiv R_H$ ), figura 1, en vez de obtener el efecto esperado clásicamente, se observan oscilaciones de Shubnikov-de Haas (SdH) en la resistividad longitudinal [5, 6? ], presentándose intervalos para los cuales ésta se anula y la resistencia transversal permanece constante, este intervalo es denominado *plateau*<sup>1</sup>. En estos intervalos se observa una cuantificación de la resistencia transversal con valores que son fracciones muy precisas de  $h/e^2$ . Esta relación permite definir la resistencia cuántica Hall como

$$R_H(\nu) = \frac{h}{e^2} \frac{1}{\nu} \quad (8)$$

donde  $\nu \in \mathbb{N}$ ,  $h$  es la constante de Planck y  $e$  la carga del electrón. El número cuántico  $\nu$  se conoce como factor de llenado, éste equivale al número de niveles de Landau llenos (ver §2.2).

---

<sup>1</sup>Es usual el uso de esta palabra francesa como denominación, de la meseta de resistencia transversal. Su plural es *plateaux*



**Figura 1:** Nomenclatura y esquema de una muestra. Se miden la tensión longitudinal y transversal, conocida la corriente se obtienen las resistencias correspondientes. Se indica la nomenclatura utilizada de aquí en adelante para los terminales, las dimensiones y el sistema de referencia utilizado. Los terminales en gris claro y negro indican que están al mismo potencial. Los terminales D y S se denominan “drain” y “source” respectivamente.

Cada plateau es enumerado según el factor de llenado  $\nu$ . Así, por ejemplo, la relación de resistencias entre los plateaus  $\nu = 2$  y  $\nu = 4$  es 2 ya que a partir de la ecuación (8) se obtiene

$$\frac{R_H(2)}{R_H(4)} = \frac{h}{2e^2} / \frac{h}{4e^2} \quad (9)$$

Se ha comprobado que la relación (8) es correcta al nivel de  $0,05 \mu\Omega/\Omega$ , además está íntimamente relacionada con la constante de estructura fina,  $\alpha = \mu_o e^2 / \hbar c$ , donde  $\mu_o$  es la permitividad del vacío.

La aparición de oscilaciones es un sello típico de sistemas donde el modelo semicásico falla, ver por ejemplo Ashcroft [6, cap. 14].

Posteriormente se comenzaron a utilizar heteroestructuras de GaAs<sup>2</sup> en

---

<sup>2</sup>Heteroestructuras de otros materiales también se han estudiado para desarrollar el efecto, sin embargo las de GaAs son las de mejores características metrológicas.

los laboratorios nacionales de metroología (NMI), en éstas las SdH se dan al variar el campo magnético.

Al someter cualquiera de estos sistemas (MOSFETs, heteroestructuras de GaAs u otras heteroestructuras similares) a bajas temperaturas se obtiene un gas bidimensional de electrones (2DEG) en la interfaz de las junturas semiconductoras. La aparición del plateau responde a una cuantificación muy precisa de la conductividad transversal del 2DEG cuando se aplica un campo magnético perpendicular a la interfaz. La otra condición para la obtención de un plateau son las impurezas, que dan lugar a dos tipos de estados electrónicos, localizados y extendidos, sin los cuales la presencia los plateaux no sería posible.

En general en una medición usual, se mide la resistencia y no la resistividad. En principio esto implica la inserción de factores geométricos de corrección que degradarían la precisión y exactitud de la medición. Sin embargo en el caso de sistemas bidimensionales se da un hecho fundamental desde el punto de vista metrológico, y es que los factores geométricos se cancelan y desaparecen.

Utilizando la nomenclatura de la figura 1 supóngase que se mide la caída de tensión  $V_{xy}$  y la corriente, supóngase que el sistema es homogéneo. A partir de estas medidas es posible determinar la resistencia transversal  $R_{xy} = V_{xy}/I = \rho_{xy}(w/w) = \rho_{xy}$ , que resulta independiente de la geometría del sistema<sup>3</sup>, o sea la resistencia y resistividad transversal coinciden en un sistema bidimensional.

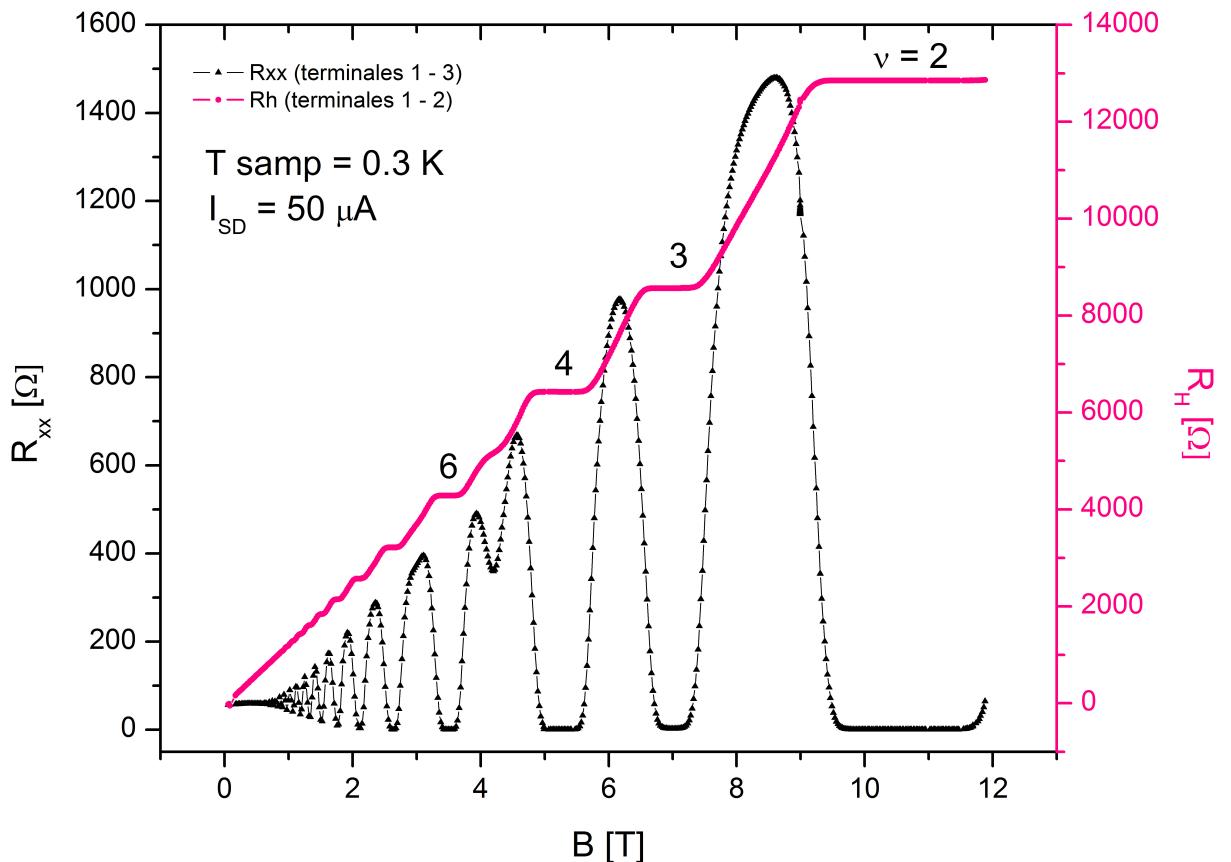
No es así para la resistencia longitudinal  $R_{xx}$ , ésta si depende de longitudes propias del sistema

$$R_{xx} = \rho_{xx}(w/L) \quad (10)$$

sin embargo nos interesa realizar mediciones en los plateaux, por lo cual sabemos que allí la resistencia transversal permanecerá constante mientras

---

<sup>3</sup>La posición y dimensiones de los contactos y otros factores no implicarían correcciones, pues se puede esperar que estos efectos sean correcciones de segundo orden para una muestra de características metrológica.



que la longitudinal debería ser idealmente cero. Es por esto que el tensor de resistividad dado por la ecuación (5) se vuelve diagonal e independiente de las longitudes del sistema:

$$\rho(\text{en plateau}) = \begin{bmatrix} 0 & R_H \\ -R_H & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Si se miden las resistencias longitudinales y transversales a medida que se aumenta el campo magnético se observa una dependencia como la de la figura 2.

## 2.1. Gas bidimensional de electrones

Para obtener el gas bidimensional de electrones (2DEG) se tienen dos posibilidades, utilizar un material “bidimensional” como puede ser el grafeno<sup>4</sup> o confinar los electrones de forma tal que éstos formen el gas bidimensional. Este último caso se da en sistemas que presentan *inversión de capas*.

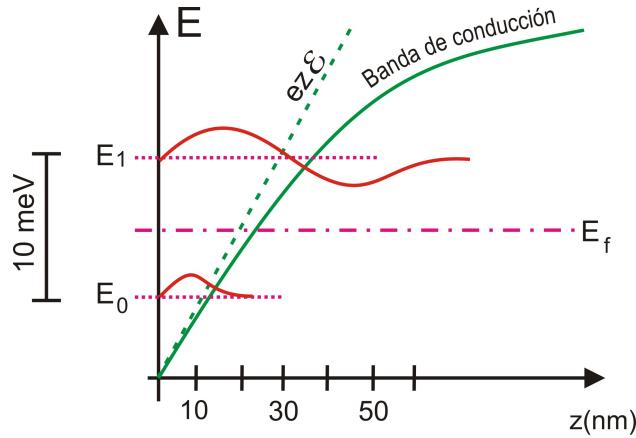
La inversión de capas se da en la interfaz de un semiconductor y un aislante (MOSFETs) o entre dos semiconductores donde uno de ellos actúe como aislante (heteroestructuras de GaAs/AlGaAs). Los electrones son confinados en una barrera de potencial, dada por la interfaz y un campo eléctrico perpendicular a esta última. Así el movimiento electrónico perpendicular a la interfaz es cuantificado y se obtiene el 2DEG, ver la figura 3. El origen del campo eléctrico que confina los electrones es de distinta naturaleza para MOSFETs y heteroestructuras, ver sección § 2.5. Cabe notar que la temperatura equivalente a la diferencia de energía entre el primer estado excitado y el fundamental del gas de electrones ( $10\text{ meV} \approx 100\text{ K}$ ) es mucho mayor que la de trabajo ( $\approx 0,3\text{ K}$ ) [9].

Trabajando en la aproximación de electrón independiente, con un potencial eléctrico de la forma  $e\varepsilon z$  la ecuación de Schrödinger es separable y entonces

$$\phi_{(x,y,z)} = \phi_{(x,y)}\xi_{(z)}$$

---

<sup>4</sup>Recientemente se ha podido medir el QHE en grafeno con muy buenos resultados metrológicos, ver por ejemplo Ref. [7, 8].



**Figura 3:** Esquema de los niveles de energía para el 2DEG. Los electrones quedan confinados al estado fundamental, imposibilitados, a bajas temperaturas, de ser promovidos al primer nivel térmicamente. Obsérvese que de esta forma la longitud característica en  $\hat{z}$  es del orden de 10 nm.  $\varepsilon$  es el campo eléctrico promedio.

resolviendo en el eje  $z$

$$E_\nu = \left( \frac{\hbar^2}{2m_z} \right)^{1/3} \left[ \frac{3\pi\varepsilon}{2} \left( \nu + \frac{3}{4} \right)^{2/3} \right] \quad (12)$$

donde  $m_z$  es la masa efectiva transversal del electrón. La energía total electrónica viene dada por

$$E = E_\nu + E_\perp = E_\nu + \frac{\hbar^2 k_\perp^2}{2m} \quad (13)$$

el segundo término da cuenta del movimiento en el plano perpendicular a  $z$  (dirección perpendicular al campo, plano del 2DEG).

Hay que destacar que:

- La diferencia entre el estado base y el primer excitado es  $E_1 - E_0 \sim 10$  meV  $\sim 100$  K  $\gg T_{Hall}$  siendo  $T_{Hall}$  la temperatura típica de medición, aproximadamente 0,3 K.
- La extensión espacial de la función de onda de la primera subbanda es  $\sim 5$  nm que es menor a la longitud de De Broglie. Luego podemos

considerar que el gas de electrones es bidimensional. Esta distancia es la típica del problema, es la longitud magnética o de ciclotrón, definida como

$$\ell = \sqrt{\frac{c\hbar}{eB}} \sim 50 - 100 \text{ \AA} \quad (14)$$

## 2.2. Niveles de Landau

Calculemos los niveles de energía para el 2DEG en presencia de un campo magnético. Planteamos el caso de un gas de electrones bidimensional no interactuante, en este caso la ecuación de Schrödinger para un electrón en presencia de un campo magnético está dada por:

$$\frac{\hbar^2}{2m} \left\{ \left[ -i\partial_x - \ell^{-2}y \right]^2 - \partial_y^2 \right\} \psi = H_o\psi = E\psi \quad (15)$$

donde se usó aquí la definición de longitud magnética  $\ell \equiv \sqrt{\hbar c/eB}$ , ver § 2.1 y el gauge de Landau donde el potencial vector se define como

$$A_x = -yB \quad A_y = 0$$

tomando como función de prueba una función  $\psi$  de la forma  $\psi \propto \phi(y)e^{ikx}$ , ver Ref. [10, 11], se obtiene

$$\frac{\hbar\omega_c}{2} \left[ \left( \frac{y}{\ell} - \ell k \right)^2 - \ell^2 \partial_y^2 \right] \phi(y) = E \phi(y) \quad (16)$$

que es la ecuación de un oscilador armónico desplazado en el término que está entre corchetes. Las energías, denominadas niveles de Landau, serán entonces

$$E_\nu = \frac{\hbar e B}{m_\perp} (\nu + 1/2) = \hbar\omega_c(\nu + 1/2) \quad \nu \in \mathbb{N}_0 \quad (17)$$

mientras que la función de onda es proporcional a los polinomios de Hermite,  $H_\nu$  y una gaussiana

$$\phi_{\nu k}(y) \propto H_\nu \left( \frac{y}{\ell} - \ell k \right) \exp \left[ \frac{-(y - k\ell^2)^2}{2\ell^2} \right] \quad (18)$$

Si se imponen condiciones de contorno periódicas a esta solución, y usando que  $L$  y  $w$  son las dimensiones del 2DEG como en la figura 1, la degeneración

será  $N = Lw/(2\pi\ell^2)$ , ya que cada electrón ocupa un área de  $\pi\ell^2$ . Y por la definición de la longitud magnética se tiene que la densidad de estados es

$$n_B = \frac{1}{2\pi\ell^2} = \frac{eB}{hc} \quad (19)$$

Suele definirse el factor de llenado  $\tilde{\nu}$  como la proporción densidad de portadores-densidad de estados

$$\tilde{\nu} = \frac{n_s}{n_B} \quad (20)$$

Así a partir de (2) en el caso 2D aparece cuantificación cada vez que se tienen  $\nu$  niveles de Landau completamente ocupados (la energía de Fermi está en un gap de movilidad,  $\tilde{\nu}$  es un número natural). Y entonces se obtiene la relación (8)

$$R_H = \frac{B}{n_s e c} = \frac{h}{\nu e^2} = \frac{R_K}{\nu} \quad \nu = 1, 2, 3, \dots \quad (21)$$

Esta relación es la que determina la resistencia Hall utilizada como reproducción del ohm.

Cada nivel de Landau está íntimamente relacionado con el valor de campo del centro de cada plateau. Sin embargo este modelo no explica aún la procedencia del plateau, para ésto es necesario romper la invarianza translacional (impurezas).

### 2.3. Desorden

Hasta aquí no se ha explicado la aparición de los plateaux, éstos son consecuencia del desorden en el sistema debido a la presencia de centros dispersores (impurezas e imperfecciones). Gracias a éstos se rompe la simetría translacional del sistema y así aparecen los estados extendidos y localizados que conllevan la aparición de los plateaux.

La presencia de imperfecciones en el cristal dada por las impurezas actúa como centros dispersores (scattering).

De los dos tipos de scattering que podemos esperar, de fonones o de impurezas, el último es el que domina. La contribución fonónica puede des-

preciarse ya que la temperatura de trabajo de Hall es del orden de la décima de kelvin.

En la figura 4 se esquematizan los efectos esperados a medida que se van introduciendo los factores involucrados. A campo cero la densidad de estados del gas bidimensional es constante. La introducción del campo magnético induce la aparición de los niveles de Landau, cuantificando la energía. Recién al introducir los centros dispersores (scattering) estos niveles se ensanchan. Aparecen entonces niveles extendidos y localizados, originando los plateaux: la variación del campo hará que la energía de Fermi pase eventualmente por un gap de movilidad en la densidad de estados.

Si se toma  $\mathbf{r}_j$  como la posición de una impureza en la vecindad del 2DEG, se puede pensar en un potencial aleatorio promedio  $V(\mathbf{r})$  que sea la suma de los potenciales de impureza

$$V(\mathbf{r}) = \sum_j v_j(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j). \quad (22)$$

Este potencial es el que hace que aparezcan subbandas degeneradas en los niveles de Landau, de forma gaussiana. Experimentalmente se observa que el ancho de las subbandas ( $\Gamma$ ) puede aproximarse por

$$\Gamma = p\sqrt{B/\mu}$$

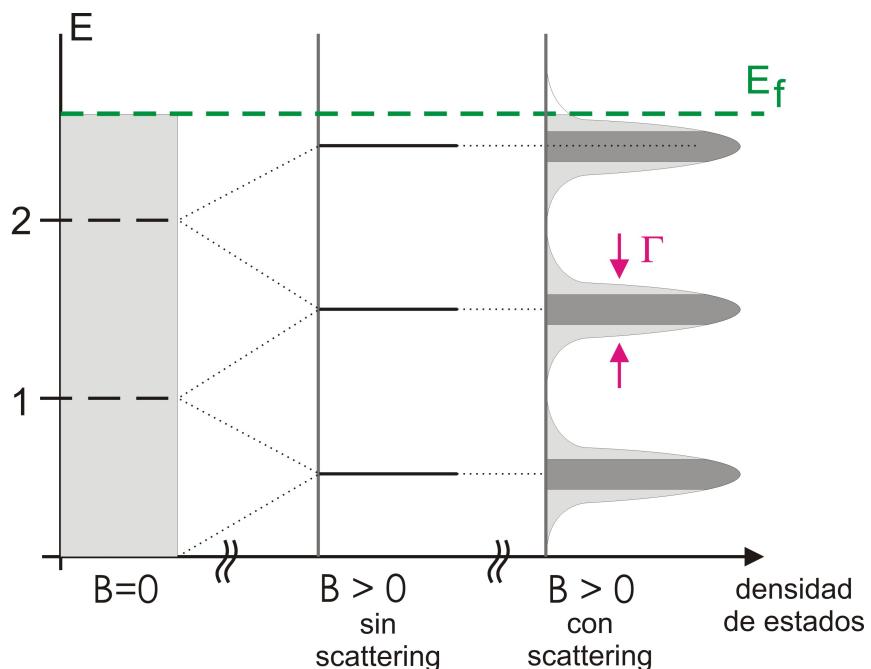
donde  $p \simeq 2,3$  meV/T. En general para una buena muestra podemos esperar que  $\Gamma \ll \hbar\omega_c$ .

Si se resuelve la ecuación de Schrödinger proponiendo un potencial de impurezas de la forma

$$V(r) = \lambda\delta(r - r_o) + eEr \quad (23)$$

se pueden encontrar los dos tipos de soluciones antes mencionados:

- *Estados localizados* la energía estará corrida en  $\pm\lambda$  respecto a los niveles de Landau originales. Suponiendo temperatura nula o despreciable no hay transporte de carga y por tanto la corriente no dependerá si están llenos o no.



**Figura 4:** Esquema del efecto producido sobre los niveles de energía al ir “encendiendo” los diferentes efectos que contribuyen al QHE. Inicialmente no hay campo y tenemos un continuo de estados. Luego, al introducir el campo aparecen niveles cuantificados, niveles de Landau. Finalmente la inclusión de desorden ensancha los niveles de Landau, podemos entonces hablar de un ancho típico de campana. Las regiones de niveles localizados se conocen como gaps de movilidad. Ver [12].

- *Estados extendidos* son los N-1 estados cercanos al  $n\hbar\omega_c$  no perturbado de Landau. Éstos son los que llevan la corriente. La presencia de la impureza reduce el número de estados pero ésto se compensa con un aumento de velocidad electrónica al pasar por la misma, de esta forma la corriente permanece constante.

En el momento en que  $E_f$  está en un gap de movilidad (región entre estados extendidos) la ocupación de estados extendidos no cambia, y como son éstos los que transportan corriente  $R_H$  será constante y tendremos un plateau. Podemos decir así que el IQHE es una sucesión de transiciones entre estados de localización y delocalización.

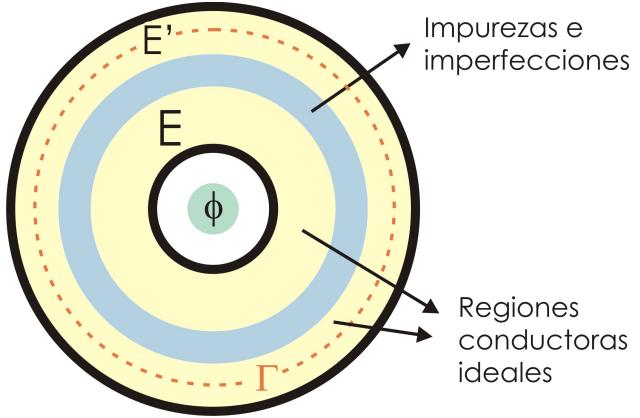
## 2.4. Gauge y origen de los plateaux

Se vio que el origen de los plateaux se basa en una ruptura de la simetría translacional del sistema, ie. el gap de movilidad es una condición sine qua non para obtener el IQHE. Cabe preguntar cómo es posible que la cuantificación sea tan transparente a las características del sistema, léase densidad de impurezas, diferentes geometrías, tamaños, corrientes (menores a la crítica) o efectos de borde.

Un bello gedankenexperiment de Laughlin [13, 14] da luz al problema, se basa en argumentos de gauge:

Si se tiene un gas bidimensional lo suficientemente frío, tal que la coherencia cuántica se mantenga en todo el sistema, tiene sentido hablar de una función de onda que describa el sistema y de la evolución de su Hamiltoniano.

El experimento ideal de Laughlin hace uso de la invarianza ante las características del sistema antes mencionadas, suponiendo que la cuantificación es una propiedad bulk. Gracias a esto es posible seleccionar una simetría conveniente para el 2DEG, en particular un disco de Corbino, figura 5. En la figura 5 se detalla el arreglo experimental, los bordes se toman como un conductor ideal, en la región central residen las impurezas y defectos. Se in-



**Figura 5:** Disco de Corbino, es el arreglo seleccionado en el gedankenexperiment de Laughlin. El disco representa el 2DEG, las zonas  $E$  y  $E'$  (en tono amarillo) representan conductores perfectos. La zona en celeste contiene todas las impurezas y defectos. En el centro del disco pasa un flujo perpendicular  $\phi$ . Se indica además la curva de integración utilizada.

introduce además un flujo ideal que pase por el centro del disco (adicional al campo magnético necesario para el efecto Hall).

Si se supone que se tiene un número de electrones tal que exactamente  $\nu$  niveles de Landau están llenos en las regiones  $E$  y  $E'$ , entonces el nivel de Fermi deberá estar en el gap entre dos niveles de Landau necesariamente. Las dos regiones ideales permiten relacionar las propiedades de conducción del sistema real con el ideal.

Se hace ahora un cambio adiabático del flujo  $\phi$  que circula por el centro del disco, se generará un campo eléctrico  $\mathbf{E}$  tal que se satisfaga Faraday

$$\partial_t \phi = \int_{S(\Gamma)} \partial_t \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = \oint_{\Gamma} \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} d\ell = \oint_{\Gamma} \rho \mathbf{j} \cdot \mathbf{n} d\ell$$

donde  $\Gamma$  es cualquier contorno sobre el disco y  $\mathbf{n}$  la normal asociada a la superficie determinada por dicho contorno. Como la corriente de Hall es perpendicular al campo habrá una transferencia de carga a través de la curva  $\Gamma$ . Si hacemos ahora un cambio de flujo  $\Delta\phi = \Phi_o = hc/e$  (fluxón<sup>5</sup>) la carga total

---

<sup>5</sup>El fluxón, o vórtice de Abrikosov, es la unidad de cuanto de flujo magnético, está

transferida a través de la curva será  $\nu e$ ,  $\nu \in \mathbb{N}$ . Por el principio de Aharonov-Bohm el Hamiltoniano del sistema debe ser invariante ante cambios de flujo múltiples del fluxón (se está realizando un ciclo, volviendo al estado inicial). Si se elige  $\Gamma$  en la región E, como es una de las regiones conductoras perfectas, vale  $\rho_H = h/\nu e^2$  ya que se había pedido  $\nu$  niveles de Landau llenos.

Se va transfiriendo así carga de un borde al otro, la cual debe pasar necesariamente por la región de impurezas. Se ve así que se tiene una cuantificación de la conductividad Hall más allá de la región de impurezas introducida<sup>6</sup>.

## 2.5. Sistemas Mesoscópicos

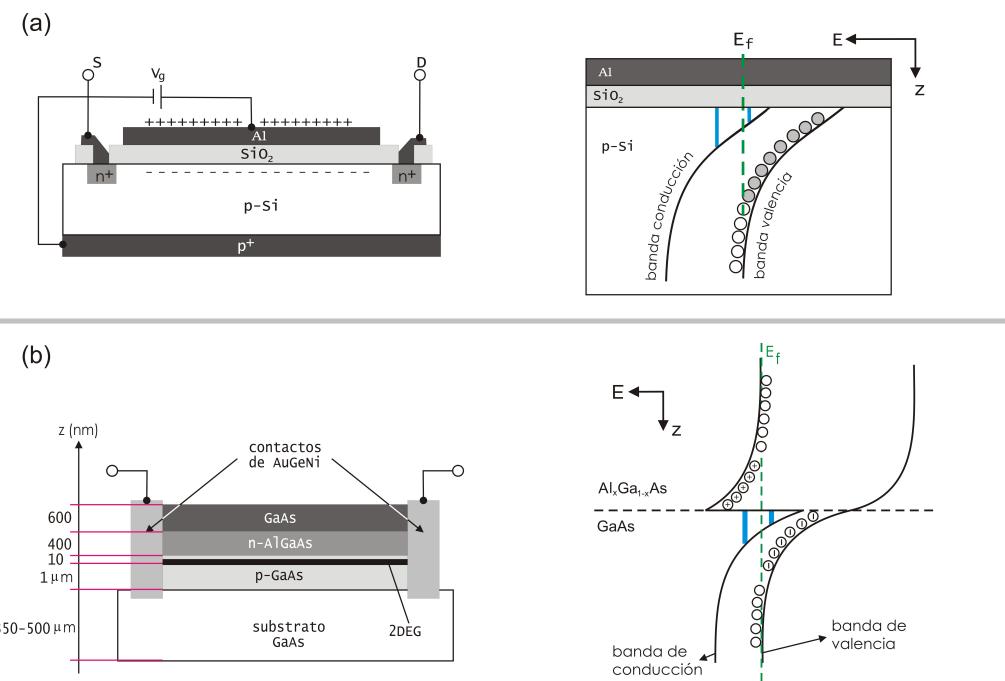
Dentro de los dispositivos clásicos utilizados para estudiar el efecto están los MOSFETs y las heteroestructuras de GaAs/AlGaAs, sin embargo puede utilizarse cualquier sistema que presente inversión de capas, en general se dará en la interfaz semiconductor-aislante (MOSFETs) o en una interfaz donde uno de los semiconductores actúe como aislante frente al otro (heteroestructuras)

*MOSFET* En éstos se induce una tensión de compuerta  $+V_g$  que atrae los electrones a la interfaz  $SiO_2 - Si$  e induce una curvatura de la banda de conducción y valencia. Como el substrato tiene un dopaje tipo p los electrones pueblan el nivel de aceptores desde la banda de valencia. Los agujeros generados en dicha banda aceptarían electrones de la interfaz, pero si  $V_g$  es lo suficientemente grande la base de la banda de conducción puede poblararse con electrones por debajo de  $E_f$ . Se genera así lo que se conoce como *capa*

---

asociada a superconductores de tipo II. Estos a diferencia de los de tipo I presentan una fase donde el flujo magnético puede penetrar en su interior, pero lo hacen de a cuantos, cada uno conocido como fluxón [15]

<sup>6</sup>Queda un punto sin tratar aquí en el que no se profundizará, se asume que la cantidad de carga transferida en un número entero de ciclos es un entero, sin embargo podría no ser así. Este problema conlleva al estudio de fases de Berry, argumentos topológico-geométricos y números de Chern. En [16] se da una introducción muy sencilla pero abarcativa a todo este enfoque.



**Figura 6:** En ambos casos, a la izquierda corte transversal del sistema en estudio. A la derecha esquema cualitativo de energía. Las figuras están tomadas de [12].

(a) MOSFET. (b) Heteroestructura de arseniuro de galio, sistema utilizado en este trabajo. Se indican dimensiones típicas de cada capa. Los terminales indicados son los de “source y drain” indistintamente. El campo magnético se aplica paralelo a la dirección z.

*de inversión* (se invierte el orden, la capa de conducción queda por debajo de la de valencia), figura 6. El 2DEG se establece en la capa de inversión con un ancho de 2 a 5 nm, como esta longitud es menor a la longitud de onda de de Broglie podemos decir que se tiene un gas bidimensional de electrones. La densidad de cargas que transportan la corriente en el 2DEG se regula con la tensión de compuerta  $V_g$ .

*Heteroestructura GaAs* Ese tipo de sistema, figura 6-b, se producen por crecimiento epitaxial con sistemas MBE (molecular beam epitaxy).

En el caso de las heteroestructuras se varía el campo magnético y no hay tensión de compuerta. Tenemos varias capas de un material con diferentes dopajes, el gap de cada uno determina el aislante:

$$\epsilon_{gap}(GaAs) \simeq 1,5 \text{ eV}$$

$$\epsilon_{gap}(Al_xGa_{1-x}As) \simeq 2,2 \text{ eV} \text{ para } x \sim 0,3$$

como el  $Al_xGa_{1-x}As$  tiene mayor gap en este caso juega el rol de aislante. La idea es que  $Al_xGa_{1-x}As$  tenga dopaje n, así se puebla la base de su banda de conducción. De ahí los electrones migran para ocupar los huecos de la parte superior de la banda de valencia del GaAs (dopaje p), sin embargo, muchos llenan la base de la banda de conducción del GaAs. Las cargas positivas dejadas en los dadores genera un campo eléctrico que atrae electrones a la interfaz y así se doblan la banda de valencia y conducción. La transferencia electrónica continúa hasta que se compensa el campo por medio de esta capa bipolar. Finalmente dicha capa termina por alinear la  $E_f$  de los materiales. La densidad electrónica en la capa de inversión estará determinada de antemano por el dopaje utilizado y no puede ser variada.

## 2.6. Transporte - Modelos de canales de borde y distribución de corriente

Los modelos anteriores describen un sistema ideal, ya que no incluyen las condiciones de contorno determinadas por la finitud del sistema y la existencia de contactos no ideales. Cabe preguntar entonces si las condiciones

experimentales son correctamente descritas y cómo se distribuye la corriente en la muestra.

Landauer desarrolló un formalismo [17, 18], posteriormente aplicado por Büttiker [19, 20], que permite tener en cuenta la no idealidad de los contactos de la muestra. Considera que la corriente incide en la interfaz del contacto y asigna una probabilidad de reflexión y otra de transmisión. Así la corriente queda determinada por los potenciales electro-químicos de cada contacto. Si se considera que la corriente circula por un estado de borde  $k$  entre dos reservorios de electrones con potenciales electro-químicos  $\mu_1 \mu_2$  la corriente será

$$I = e v_k D_{(E)} (\mu_1 - \mu_2) = \frac{e}{h} \Delta\mu \quad (24)$$

suponiendo que no hay scattering y donde  $v_k$  es la velocidad de deriva y  $D_{(E)}$  es la densidad de estados dada por  $D_{(E)} = 2\pi\hbar v_k$  (canal unidimensional).

Además si se consideran  $N$  canales cada uno con resistencia  $R = h/e^2$  y permitiendo que ahora se de scattering elástico con una probabilidad de transmisión a través de la zona de impurezas  $T$ , queda

$$R = \frac{h}{e^2} \frac{1}{NT} \quad (25)$$

Para dos contactos no ideales con coeficientes de transmisión y reflexión  $T_{1,2} \neq 1$   $R_{1,2} \neq 0$  la corriente entre ellos queda dada por

$$I = \frac{NT_1T_2}{N^2 - R_1R_2} \Delta\mu \Rightarrow R = \frac{h}{e^2} \frac{N^2 - R_1R_2}{NT_1T_2} \quad (26)$$

mientras que la tensión Hall viene dada por

$$eV_H = \frac{NT_1T_2}{N^2 - R_1R_2} \Delta\mu \quad (27)$$

por lo tanto

$$R_H = \frac{h}{e^2} \frac{1}{N} \quad (28)$$

independiente de las particularidades de los coeficientes de reflexión, transmisión y potenciales químicos considerados.

Tres modelos son de utilidad para estudiar la distribución de corriente [21]: (a) órbitas saltarinas (skipping orbits), (b) canales de conducción de

borde (edge channels) y (c) corrientes distribuidas determinadas por potenciales de confinamiento y de redistribución (confining potentials and redistribution).

Cage y Lavine propusieron un modelo para la distribución de corrientes para muestras de efecto Hall cuántico [22, 21]. El modelo propuesto se basa en varios trabajos previos y toma en cuenta otros tantos que determinan longitudes y potenciales característicos.

La idea del modelo es dividir el potencial total  $V_T$  en suma de dos potenciales

$$V_T = V_r + V_c \quad (29)$$

donde  $V_r$  es el potencial de redistribución de cargas y  $V_c$  el de confinamiento.

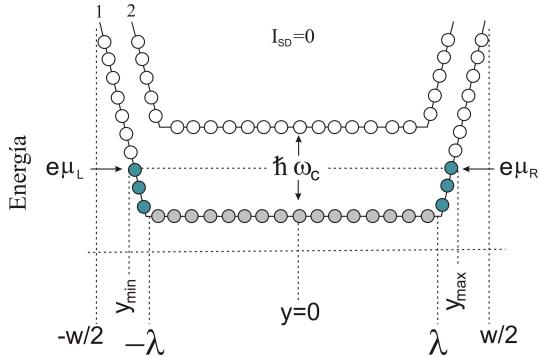
El 2DEG debe estar circunscripto a la muestra, por esto en los bordes (y lejos de los contactos) debe existir un potencial que evite que los electrones escapen por los costados, se define dicho potencial como *potencial de confinamiento*. Este potencial produce una curva en los niveles de Landau, se puede modelar por

$$V_c = \begin{cases} -a(y + \lambda)^2 & -\frac{w}{2} \leq y < -\lambda \\ 0 & -\lambda \leq y \leq \lambda \\ -a(y - \lambda)^2 & \lambda < y \leq \frac{w}{2} \end{cases} \quad (30)$$

donde  $w$  es el ancho de la muestra (ver figura 1), y

$$a = V_m / \Delta^2 \lambda = \frac{w}{2} - \Delta \quad (31)$$

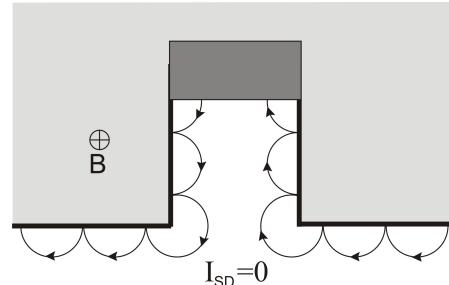
siendo  $\Delta = 0,5 \mu m$  el ancho mínimo para que exista conducción a bajas temperaturas según [23] y  $V_m = 1,5 eV$  es el gap del GaAs a 1 K [24]. Para una de las muestras del laboratorio tenemos  $a \approx 3 \times 10^{12}$ . En la figura 7 se esquematiza el doblamiento de los niveles para corriente *source-drain* nula. Si la corriente es distinta de cero el potencial químico cambia y es diferente a cada lado de la muestra, habrá estados ocupados de más energía de un lado que de otro. Cada uno de los estados que coinciden con la energía de Fermi forma lo que se conoce como un canal de conducción de borde.



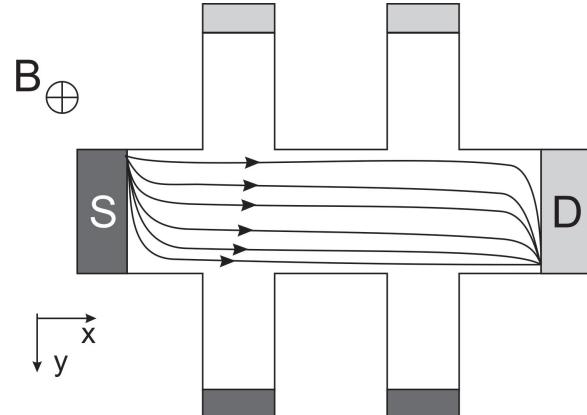
**Figura 7:** Representación de los niveles de Landau. En este caso el nivel de Fermi está en un gap de movilidad y sólo el primer nivel está ocupado. La corriente de polarización es cero. Todas las dimensiones están exageradas,  $w$  es el ancho de la pastilla,  $\mu_i$  es el potencial químico. Si la corriente de polarización no fuese nula, los potenciales químicos cambiarían y habría una diferencia de energía entre el último estado ocupado a la izquierda y derecha.

Clásicamente los electrones del 2DEG realizan órbitas de ciclotrón cuando se aplica un campo magnético a la muestra. Sin embargo en los bordes del sistema bidimensional las condiciones de contorno obligan a que se produzca scattering elástico (se supone aquí un potencial tipo barrera). Como resultado, se induce una corriente en la periferia de la muestra por órbitas saltarinas, dando lugar también a una magnetización. Ver figura 8. Sin embargo éstas no pueden ser las responsables de la conducción, dado que su extensión espacial es muy inferior a la esperada experimentalmente (dada por  $\lambda$ ), así se espera que la principal componente se deba a los canales de borde antes mencionados.

El flujo de corriente en el 2DEG viene determinado por la dirección del campo magnético, en la figura 9 se esquematiza la distribución. Debido a la fuerza de Lorentz y de Coulomb las cargas del 2DEG se redistribuyen, estas fuerzas además hacen que la corriente entre y salga de la muestra por esquinas opuestas. Como consecuencia un lado de la muestra estará a un potencial mientras que el otro estará a uno diferente.



**Figura 8:** Esquema de las órbitas saltarinas producidas en el scattering elástico en el borde de la muestra, el modelo de los canales de borde utiliza esta idea para explicar por qué las corrientes de la muestra se dan por los bordes.



**Figura 9:** Distribución de corriente de la muestra, debido a la fuerza de Lorentz y Coulomb se produce una redistribución de las cargas del 2DEG, que en particular implican que la corriente entre y salga por esquinas opuestas de la muestra. Los terminales en gris oscuro están a un potencial mientras que los que están en gris claro están a otro.

### **3. Sistemas de medición**

En este capítulo se dará una descripción detallada del sistema de medición y algunos de los procesos de intercambio de calor utilizados para realizar la condensación de  $^3\text{He}$ . El lector puede pasar al siguiente capítulo si lo desea y utilizar éste como referencia cuando sea necesario. En el Apéndice C se adjuntan fotografías del sistema de medición.

#### **3.1. Sistema Hall**

El sistema con que cuenta el laboratorio está diferenciado en dos partes: una parte consiste en el sistema donde se realiza la resistencia Hall cuántica. Es un crióstato donde reside un inserto con el imán superconductor y el inserto de  $^3\text{He}$ , que contiene los sistemas de intercambio de calor de Helio líquido (HeL) y el espacio donde se inserta la sonda de la muestra (ISS, inner sample space), ver figura 10.

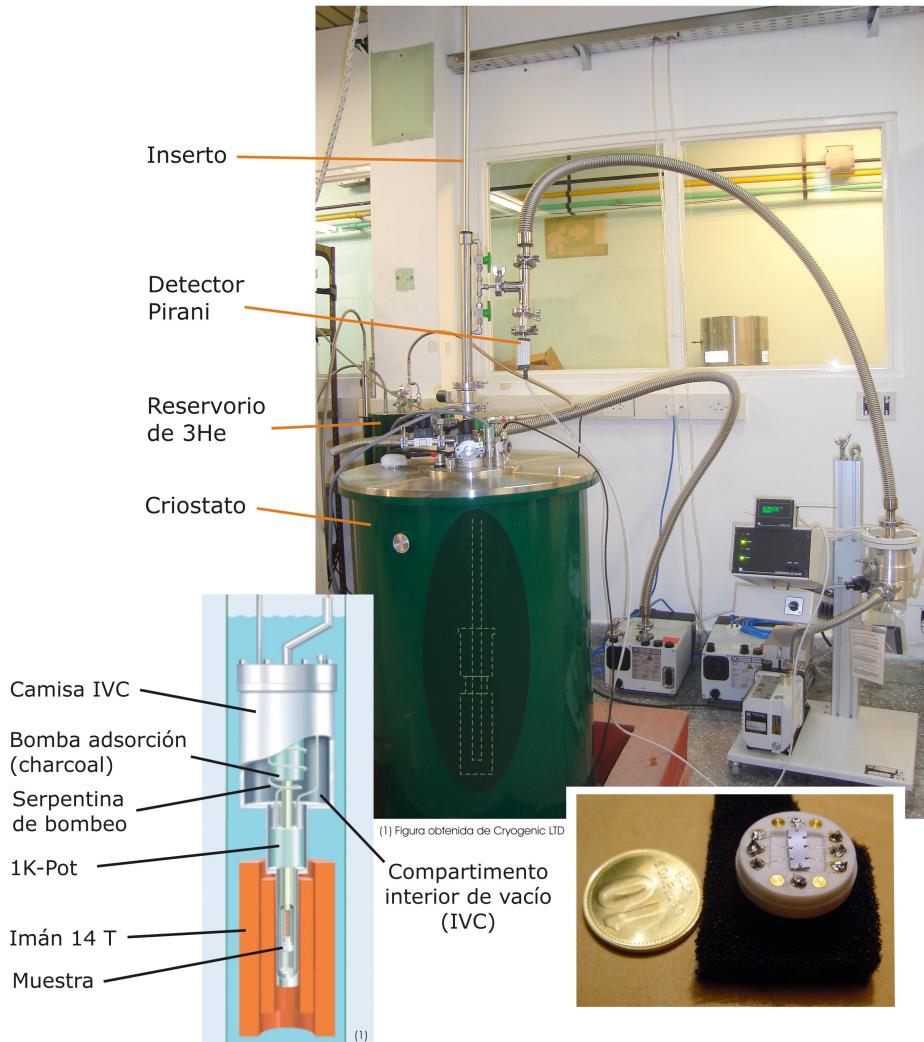
Por otro lado, en un segundo crióstato se tiene un comparador criogénico de corriente (CCC). Este consiste en un arreglo de bobinas de relación y un detector de flujo basado en un dispositivo superconductor cuántico de interferencia (SQUID, de sus siglas en inglés).

Por una falla de diseño el CCC jamás funcionó correctamente, actualmente se está trabajando en modificar su diseño y puesta en funcionamiento. Debido a la falta del CCC se construyó un sistema alternativo de medición, un sistema potenciométrico basado en un multímetro de alta exactitud [25].

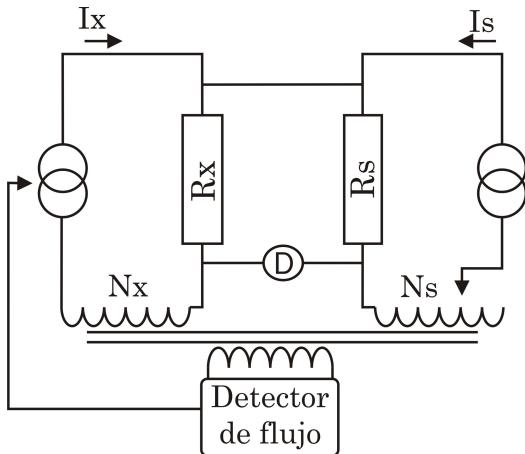
El sistema cuenta, además, con varias bombas de vacío: tres mecánicas y una turbomolecular. Finalmente se tiene un reservorio con una carga de  $^3\text{He}$  en ciclo cerrado.

#### **3.2. CCC**

Un puente comparador de corriente continua no criogénico (DCCB) compara la corriente que circula por dos lazos utilizando un detector de flujo de



**Figura 10:** Fotografía del sistema Hall, de la muestra y el sistema de vacío. En ella se puede observar el crióstato donde reside el imán superconductor y es insertada la muestra. A la derecha se encuentra el sistema de vacío: una bomba mecánica, otra turbomolecular y un detector Pirani con su electrónica. Por detrás del crióstato se encuentra el reservorio de  ${}^3\text{He}$ .  
En el inserto se esquematiza aproximadamente la zona del imán y de intercambio. La foto abajo a la derecha corresponde a la muestra PTB montada sobre el soporte cerámico.



**Figura 11:** *DCC* Esquema de un puente comparador de corriente. Una vez que el detector de flujo y el detector  $D$  midan cero la proporción entre resistencias equivale a la relación entre número de vueltas de los bobinados  $N_s$  y  $N_x$ .

segunda armónica. En la figura 11 se esquematiza este sistema. En el laboratorio es usado para transferir el valor de calibración de un patrón de  $10\text{ }k\Omega$  a todo el banco de resistores patrones<sup>7</sup>.

El sistema cuenta con tres bobinados: uno por el que pasa la corriente  $I_x$  con una cantidad  $N_x$  de vueltas, el segundo permite seleccionar el número de vueltas  $N_s$  a usar y está en contraposición con el anterior, el tercero colecta la diferencia de flujo inducida en el núcleo por los primeros. Los tres están montados sobre un núcleo de gran permitividad. Tiene dos fuentes de corriente independientes, una de ellas retroalimentada a partir del detector de flujo. Todo el sistema es automático y varía  $N_s$  e  $I_x$  hasta que el detector de flujo y el detector de tensión  $D$  midan cero. Una vez establecida esta condición queda determinada la proporción  $R_x/R_s = N_x/N_s$ . La incertidumbre típica de este comparador, evaluada en resistores patrones muy estables, en relación 1:1, suele ser de  $0,1\text{ }\mu\Omega/\Omega$

El CCC es básicamente un comparador de corriente común que utiliza el blindaje superconductor de las bobinas de relación y un SQUID en lugar de

---

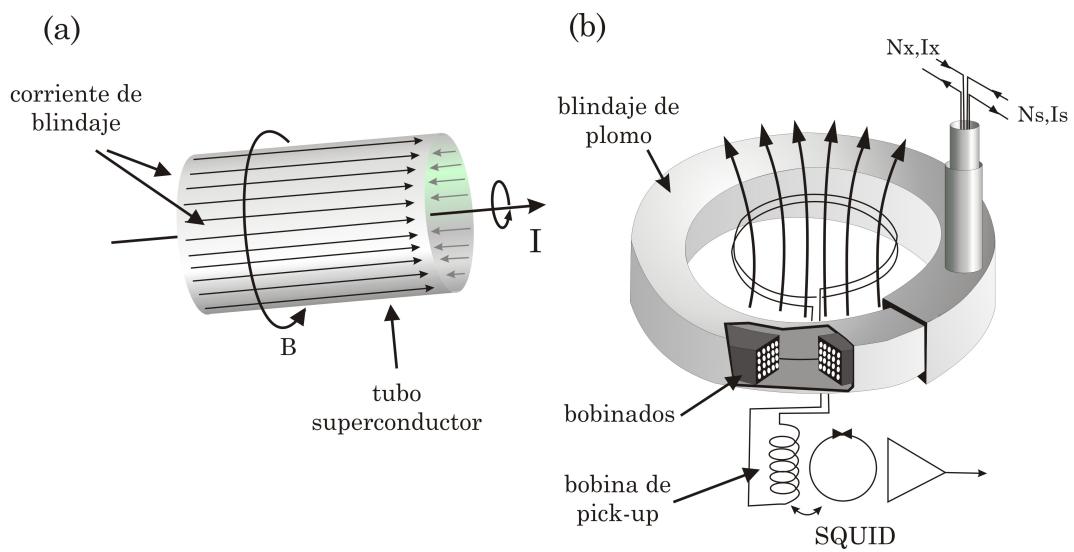
<sup>7</sup>Existen diseños de este sistema que permiten incluso realizar calibraciones directas entre la QHR con resistores de  $100\text{ }\Omega$  con incertidumbres de medición aceptables [26].

un núcleo de hierro y un detector de segunda armónica, para concatenar las corrientes y campos inducidos y así determinar la diferencia de flujo.

Cuando un material superconductor es enfriado sin presencia de campo magnético se encuentra en el estado de mínima energía. Al encender un campo intentará anularlo en su interior y se generan corrientes inducidas equivalentes al campo externo (efecto Meissner). Se dice entonces que un superconductor es un diamagneto perfecto.

Las corrientes inducidas son lo que se aprovecha en un CCC. Para entender la idea básica pensemos en un tubo de plomo (superconductor a la temperatura del Helio líquido) con dos cables en su interior. Si se enfrió el material superconductor sin presencia de campo, al inducir corrientes por el cable se inducirán dos corrientes parásitas (espejadas) en el superconductor, una en el interior del cilindro y otra en el exterior, la interna será opuesta y equivalente a la del cable, mientras que la externa será en la misma dirección, figura 12-(a). Si se coloca una bobina en el exterior del superconductor se puede sentir la corriente circulante por el cable.

Hasta aquí la idea simplemente complica sin más beneficios la función de una pinza amperométrica, sin embargo si en vez de un cable hacemos pasar dos con corrientes opuestas tendremos un detector de cero, que además expulsará todo campo que no sea el de los cables. La idea es modificar la geometría a fin de encerrar varios bobinados, por esto en la construcción de un CCC se utiliza un arreglo toroidal de varias capas como si fuera una serpiente comiéndose la cola, ver la figura 12-(b): se montan varias capas de superconductor superpuestas formando un toroide, en cuyo interior residen los cables y en el agujero central, por fuera del toroide, se coloca una bobina de medición. Finalmente todo este montaje se encapsula dentro de un blindaje superconductor adicional. Cualquier campo externo no deseado será eliminado casi completamente por el blindaje superconductor exterior. El uso del superconductor permite además eliminar defectos geométricos, no importa la posición de los cables internos al superconductor, las corrientes siempre se generarán en la cara exterior y serán de la misma magnitud, éstas



**Figura 12:** Esquema de un CCC. a- Corrientes inducidas en un superconductor, se inducen corrientes internas y externas a fin de eliminar campos magnéticos en el interior, minimiza así su energía. b- Esquema de un CCC, se generan blindajes sucesivos que se van encerrando el uno al otro, dentro de ellos residen todos las bobinas de comparación por las que circula la corriente de la incógnita y de la referencia. La diferencia entre dichas corrientes provoca una diferencia de flujo que es colectada con la bobina de pick-up. Ésta a su vez está conectada a un sensor SQUID como detector de flujo. El principio de funcionamiento es similar a un puente comparador de corriente.

serán las que inducen en la bobina de colección el flujo que queremos medir.

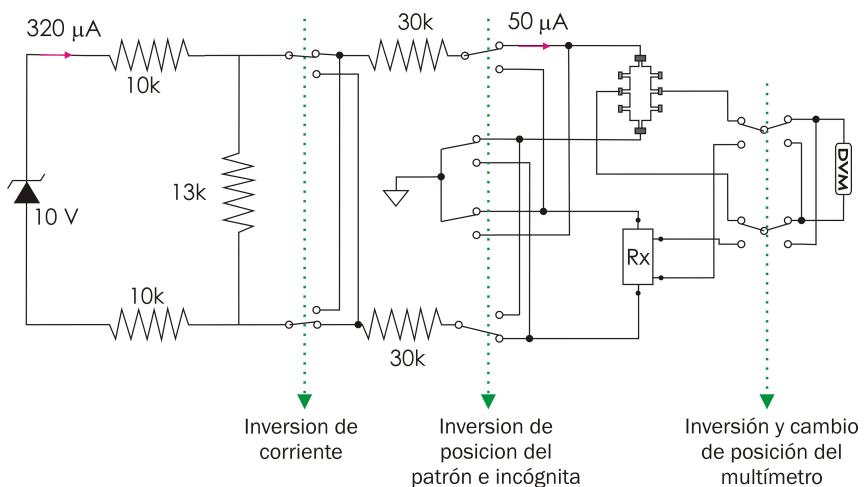
Finalmente es necesario utilizar un excelente detector, de forma tal de medir diferencias entre corrientes muy pequeñas con gran sensibilidad. Un SQUID es ideal para este tipo de mediciones, es una juntura superconductora que puede detectar cambios de flujo tan pequeños como un fluxón  $\Phi_o = \hbar e/2c$ .

En resumen, un CCC es un puente comparador de corriente donde se reemplaza el núcleo por un material superconductor y el detector de flujos es reemplazado por un SQUID. Estos dos puntos son esenciales al CCC: la utilización del efecto Meissner asegura que el sistema sea independiente de la geometría (no importa la posición de los cables), mientras que el magnetómetro SQUID posee una sensibilidad excelente, permitiendo ajustar las corrientes de medición. Actualmente se realizan mediciones de resistores contra la  $R_H$  usando CCCs con incertidumbres en pocas partes en  $10^{10}$ .

### 3.3. Sistema potenciométrico

El sistema potenciométrico utilizado en la transferencia del patrón de Hall es un sistema automatizado de medición [27, 28, 29]. Hace uso de una fuente de corriente basada en un patrón de tensión DC estabilizado, patrón zener Fluke 732A del laboratorio y utiliza un multímetro digital de alta exactitud para comparar la caída de tensión en el resistor incógnita y la tensión transversal Hall cuando ambos están conectados en serie.

En la figura 13 se esquematiza el circuito desarrollado en el laboratorio como parte de un trabajo profesional de un estudiante de ingeniería electrónica [25]. El sistema fue diseñado a fin de simplificar todas las etapas de conmutación y componentes electrónicos. Cada soldadura que se introduce generará una diferencia de potencial, característica de los materiales utilizados, tal como se indica en la tabla 1. Todos los relés, resistencias y cables están montados sobre una placa de teflón y blindados con una caja de guarda común. El sistema de control de conmutación se encuentra por separado. Los relés son biestables (tipo latch) y de muy baja tensión de contacto.



**Figura 13:** Diagrama esquemático del sistema potenciométrico desarrollado en el laboratorio. El sistema se basa en un multímetro de alta exactitud (DVM) y cuenta con una fuente de corriente basada en un patrón de tensión zener de 10 V. Durante una medición los relés se comutan realizando un protocolo que invierte la corriente, la posición de los resistores y la posición y polaridad del DVM, eliminando las FEM térmicas y posibles offsets. En la figura se indica la corriente aproximada en cada lazo y las etapas de conmutación.

**Tabla 1:** Coeficientes termoeléctricos de materiales usuales [30]

Materiales apareados	Coef. termoeléctrico $Q_{AB}$ [ $\mu V/^\circ C$ ]
Cu - Cu	$\leq 0,2$
Cu - Ag	0.3
Cu - Pb/Sn	1 - 3
Cu - CuO	1000

Un efecto fundamental a eliminar son las tensiones que puedan aparecer entre los contactos de tensión y el DVM. Si suponemos que éstos son constantes o varían linealmente con el tiempo pueden ser eliminados al realizar un protocolo de conmutación que invierta la corriente, la posición de los resistores incógnita y de referencia y la polaridad del multímetro.

Utilizando dos referencias ESI de  $10\text{ k}\Omega$  se optimizaron los parámetros de medición para realizar comparaciones de este valor de resistencia. Se establecieron tiempos de espera, configuraciones del DVM e interconexiones de tierras y guardas óptimas.

El sistema permite comparar patrones secundarios de  $10\text{ k}\Omega$  con la referencia Hall  $R_H(\nu = 2)$  con incertidumbres de aproximadamente  $8 \times 10^{-8} \Omega/\Omega$ . En el caso de mediciones con CCC se pueden obtener incertidumbres mejores, por ejemplo en [31] se realiza una comparación entre dos muestras tipo heteroestructura de GaAs con una incertidumbre de medición de  $3 \times 10^{-9} \Omega/\Omega$ .

### 3.4. Breve descripción del enfriado de la muestra

Antes de cualquier comparación es necesario llevar la muestra Hall a las condiciones óptimas de medición: temperatura del orden del milikelvin y campo magnético, en el centro del plateau  $\nu = 2$ , del orden de los 10 T. En la figura 10 se mencionan los componentes más importantes del crióstato donde se inserta la muestra y del sistema de vacío. Para lograr esta temperatura el sistema utiliza  $^3\text{He}$ , isótopo ligero del He.

Se detalla el enfriado del crióstato de la muestra y de los dos insertos. El crióstato cuenta con dos reservorios, uno de nitrógeno líquido (LN) y otro para helio líquido (LHe). Además están aislados del exterior por una cámara de vacío externa con mylar a fin de tener la menor transferencia térmica posible con el exterior.

El crióstato es preparado y preenfriado por etapas, esto minimiza la cantidad de LHe a utilizar. A continuación se detallan los pasos a seguir:

1. Se realiza vacío en todas las camisas del crióstato y en el espacio interno de la sonda de la muestra (ISS) por medio de una bomba mecánica y luego con una turbomolecular. El vacío en el ISS es fundamental. Como forma parte del ciclo cerrado de  $^3He$  del sistema el gas que permanezca allí contaminará el  $^3He$  y además puede llegar a tapar dicha zona, ya que se trabajará a temperaturas de décimos de kelvin y se solidificará todo gas que no sea  $^3He$ .

Con la bomba turbomolecular del sistema se obtienen presiones menores a  $5 \cdot 10^{-4}$  mbar (punto de saturación del detector Pirani).

2. Se introduce la sonda con la muestra y se abre el paso de  $^3He$ , el vacío en la zona de la muestra impediría el intercambio de calor y posteriormente el intercambio se produciría en forma abrupta pudiendo quebrar los cables de conexión en el soporte de la muestra.
3. Se rellenan los reservorios con nitrógeno líquido. Una vez que se evapora todo el nitrógeno del reservorio de LHe se introduce helio líquido.

Después de este procedimiento es posible comenzar con el proceso de enfriado de la muestra. La zona del ISS está térmicamente aislada del LHe por un compartimento de vacío (IVC), con excepción de dos loops de enfriado.

Primero se transvasa completamente el  $^3He$  del reservorio al ISS, para lograrlo se utiliza una bomba de adsorción incorporada en el ISS, que comienza a adsorber gas cuando se la enfriá a temperaturas menores a 40 K aproximadamente. La bomba de adsorción (SP) es de carbón activado (también conocido como charcoal). Dos serpentinas de intercambio, una en la zona de

la bomba de adsorción y otra en la zona llamada 1K-pot, envuelven cada zona y sirven para bombear helio líquido a fin de enfriar la SP y el 1K-pot. Ver figura 10. Una vez transferido el gas del reservorio se cierra el paso, todo el  $^3\text{He}$  está en la zona de la muestra, principalmente en la bomba de adsorción. Para liberar el  $^3\text{He}$  de la bomba de adsorción se la calienta muy lentamente con un calentador resistivo, esto libera de a poco el  $^3\text{He}$ . Mientras se realiza este proceso se bombea la serpentina del 1K-pot enfriando el gas liberado por la bomba de adsorción<sup>8</sup>. Si se realiza el proceso lentamente en este punto se obtiene ya condensación de  $^3\text{He}$ .

A partir del  $^3\text{He}$  líquido queda la última etapa de enfriado, se bombea LHe por la serpentina que rodea la zona de la muestra, así como también la de la bomba de adsorción. De esta forma se enfría el  $^3\text{He}$  mientras que la SP se encargará de adsorber las moléculas más calientes. Así se llega a los 0,3 K esperados.

Todo el proceso se controla con tres termómetros: uno en la base de la zona de la muestra (Cernox®), otro en el 1K-pot (RuO) y uno en la SP (diodo).

---

<sup>8</sup>A pesar de que las serpentinas de la muestra y de la SP son independientes, existe contacto térmico entre las zonas esto vuelve complicado el enfriado y condensación del Helio.

## 4. Caracterización de las muestras

Las tres muestras utilizadas son todas heteroestructuras de GaAs. Se las denomina según el laboratorio que las fabricó: LEP, Laboratoire d'electronique et de physique appliquée (Francia); PTB, Physikalisch-Technische Bundesanstalt (Alemania) y NRC, National research council (Canadá). El largo y ancho referidos a figura 1 se detalla en la tabla 2. En el Apéndice A se resumen las mediciones geométricas realizadas junto a una serie de fotografías de las muestras.

**Tabla 2:** Ancho y largo de las muestras utilizadas en el trabajo, ver figura 1.

Muestra	w/ell	w [ $\mu\text{m}$ ]	$\ell$ [mm]
H600	0.1880	608	3.265
PTB	0.2321	1300	5.600
NPL	0.0782	86	1.100
LEP	0.1875	445	2.371
NRC	0.4091	900	2.200

En esta sección se detallarán los resultados obtenidos en los estudios realizados. Se discutirá la resistencia de los contactos de las muestras y de los cables de interconexión utilizados, este estudio es fundamental a fines metrológicos ya que los contactos son una fuente posible de incertidumbre de medición, ver § 4.1. Posteriormente se detallará un estudio de los efectos de temperatura y corriente sobre los plateaux, este estudio permite entender los efectos que en las calibraciones pueden tener dichos factores, pero además resultan de interés físico para una comprensión más profunda del efecto Hall.

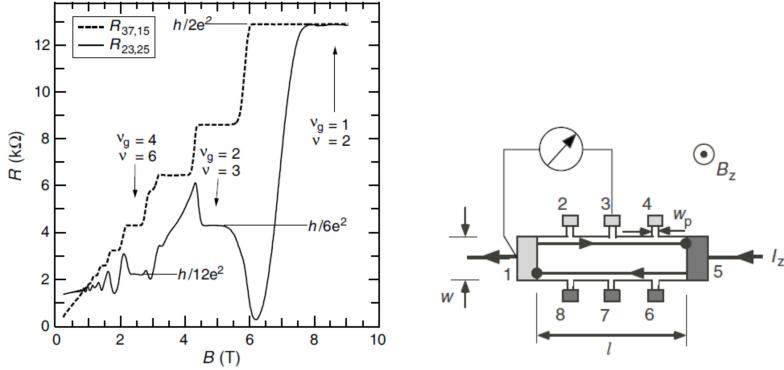
Finalmente se detallan los resultados obtenidos para la movilidad y densidad de portadores de las muestras, obtenidos por dos métodos.

Durante el transcurso del trabajo se obtuvieron muestras adicionales (denominadas H600 y NPL, de origen inglés), éstas poseen geometrías distintas a las tres anteriores, en particular un gran número de contactos de tensión. Lamentablemente no fue posible realizar un estudio de las mismas. Estas

muestras llegaron al laboratorio sin el soporte (TO8) que permite su montaje en la sonda. Estos soportes son muy difíciles de conseguir, fueron desarrollados en un proyecto internacional [32] y existe un número limitado. Estos soportes son de PTFE y poseen pines de conexión de oro. El laboratorio cuenta con tres soportes, uno de los cuales fue utilizado inicialmente para la medición de la resistencia de los cables de la sonda. Se seleccionaron dos de las muestras, basándose en un estudio visual de los contactos y se procedió a su montaje. Se utilizó cemento de contacto para bajas temperaturas, conductor térmico pero no eléctrico (Stycast). Parte del pegamento, el catalizador (es un cemento de dos componentes), cubrió una porción de alguno de los contactos de las muestras. Más allá de este problema los terminales de corriente y tres pares de terminales de tensión no estaban cubiertos. Se intentó realizar la conexión eléctrica de estos terminales utilizando el sistema de soldadura de la sala limpia del INTI, se utilizaron hilos de oro de 25 y 75  $\mu\text{m}$ . En este proceso la capa de oro de los terminales se removió, se intentó calentar la muestra para lograr la soldadura pero el proceso tampoco fue exitoso. El deterioro de los terminales imposibilitó realizar las conexiones deseadas. Se realizaron mediciones de conducción entre los terminales que se logró soldar pero se comprobó que no había conexión eléctrica en la mayoría de los contactos, ésto impidió su uso para estudios posteriores.

#### 4.1. Resistencia de contactos y cables

Las mediciones en metrología deben ser muy precisas, por esto cualquier resistencia o tensión de offset que pueda incluirse debe ser estudiada y en lo posible eliminada. Un problema fundamental de las muestras Hall reside en los contactos con el gas bidimensional de electrones, este es un punto crítico en la fabricación de una muestra [33, 34, 35]. Se deben lograr contactos perdurables y de baja resistencia. En heteroestructuras los contactos se realizan con AuGeNi [36]. Los contactos están caracterizados por su resistencia  $R_c$ . Una muestra metrológica debe presentar  $R_c < 1 \Omega$ . Un contacto no ideal provocará un apartamiento de la resistencia Hall de su valor de cuantificación,



- (a) Medición de  $R_H$  para un par de terminales de tensión con resistencia de contacto  $R_c < 1 \Omega$ , línea punteada, y un par de terminales cuya resistencia de contacto es  $R_c > 1 k\Omega$ , línea entera.
- (b) Nomenclatura de los terminales de la muestra utilizada en la figura 14(a).

**Figura 14:** Ejemplo de las mediciones realizadas sobre una muestra a la cual se indujo un vaciamiento de portadores en un par de terminales de tensión. La figura fue tomada de Jeckelman y Jeanneret [12].

(a): Resistencia transversal medida para una rampa de campo magnético en una muestra que presenta vaciamiento de portadores. La línea punteada corresponde a contactos de baja resistencia, mientras que la línea entera incluye un contacto no ideal al cual se le indujo un vaciamiento parcial de portadores. La notación de resistencia es  $R_{ab,jl}$  donde a,b son los terminales de tensión y j,l los de corriente.

(b): Nomenclatura y método de medición utilizado en la figura 14(a). Los terminales 5-8 están a potencial  $R_H I$ , los otros a potencial 0. Se esquematiza el arreglo de medición utilizado para determinar la resistencia de contacto del terminal 1.

en la figura 14(a) se observa el efecto de un contacto en mal estado al cual se le indujo un vaciamiento parcial de portadores en uno de sus terminales de tensión [37, 38]. Se ve que la cuantificación del

Uno de los test fundamentales a realizar antes de cada medición es veri-

ficar que los contactos tengan resistencias menores a  $1\Omega$  [39, 34]. Se encontró que en contactos malos, esto es, que presentan resistencias del orden del  $k\Omega$ , la variación  $\Delta R_H/R_H \approx 10^{-6}$  [12].

La resistencia del contacto se puede ver afectada por varios factores:

- (a) Al enfriar la muestra el proceso puede producir, en los contactos de tensión especialmente, un vaciamiento parcial de portadores, el gas bidimensional es inhomogéneo. La resistencia de contacto será alta, esto es, superior a  $1\Omega$ .
- (b) Si se supera la corriente crítica de la muestra la resistencia del contacto deja de ser independiente de la corriente (y además ya perdemos la cuantificación, proceso no reversible).
- (c) La resistencia de contacto es independiente del índice de plateau, y del campo magnético, siempre y cuando la resistencia longitudinal permanezca cercana a cero.
- (d) En el proceso de fabricación puede suceder que el contacto no crezca en forma correcta hasta la interfaz donde se genera el 2DEG. Este problema no puede salvarse pero es necesario saber si alguno de los contactos tuvo este inconveniente. Los efectos son similares al punto 1, pero se lo puede diferenciar ya que se daría siempre en el mismo contacto con cada enfriado.

Algunos de los efectos de los contactos en mal estado son:

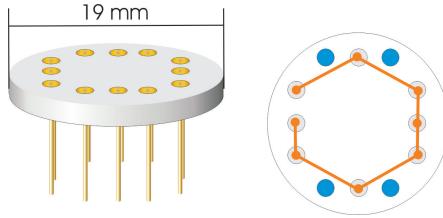
- Los terminales “source” o “drain” en mal estado pueden incluir ruido en la corriente de medición. Además pueden inducir impedancias comparables a la de la fuente de corriente, haciendo que la corriente de medición dependa de la polaridad.
- Los terminales de tensión en mal estado también pueden inducir ruido, e incluso impedancias parásitas debidas a rectificación que dependerán de la polaridad de corriente  $I_{SD}$ . Este efecto es de particular importancia, ya que producirá errores sistemáticos en  $R_H(\nu)$ .

La combinación de estos efectos puede producir un apartamiento de  $R_{xy}$  respecto a la resistencia  $R_H$  debida a procesos donde el 2DEG no se forma uniformemente.

Para que la corriente crítica no sea un inconveniente basta realizar un estudio de la misma para cada muestra y asegurarse que la corriente de trabajo esté por debajo de ésta. Respecto al punto (c) en general se mide la resistencia longitudinal en cada rampa de campo, y se corrobora la resistencia longitudinal entre los terminales restantes antes de comenzar una medición [39, 34]. Durante una medición los efectos dados por 1 son los más importantes, es necesario verificar antes de cada enfriado que se ha establecido un buen contacto entre terminales y el 2DEG, como se dijo, un contacto en mal estado produciría un error sistemático en la medición. Si se corrobora que un contacto posee una resistencia superior a la esperada existen dos posibilidades, se dio un vaciamiento de portadores durante el enfriado, o el contacto de la muestra es defectuoso. En el caso que haya sido un problema durante el enfriado, se soluciona llevando la muestra a temperatura ambiente y volviéndola a enfriar (es posible también utilizar un pulso de luz UV, ver por ejemplo el trabajo de Jeanneret, et al [40]).

La resistencia de los contactos se mide a tres terminales. Por ello, es necesario conocer la resistencia propia de los cables de la sonda. Debido al gran gradiente de temperatura (de 0,3 K a temperatura ambiente) generado a lo largo de la sonda durante las mediciones y el campo magnético típico del centro del plateau  $\nu = 2$ , se vuelve necesario medir la resistencia de los cables que comunican la muestra con el sistema de adquisición en las mismas condiciones de medición de la QHR, esto es a 0,3 K y aplicando un campo magnético de 10 T.

El soporte sobre el cual está montada la muestra Hall es del tipo TO8, de PTFE y con pines de oro, ver la figura 15. Son de aproximadamente de 19 mm de diámetro. Estos soportes poseen 12 pines pero sólo se utilizan 8, éstos últimos están conectados al terminal Fisher® por medio de los cables de la sonda y serán a los que se remitirá en adelante. Los 4 pines restantes



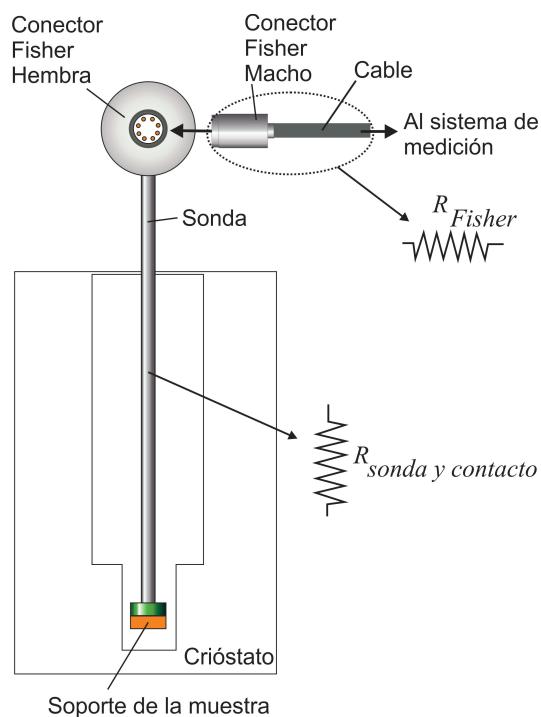
**Figura 15:** Esquema de un soporte de muestra, los pines de conexión son de Au. A la derecha se esquematiza la conexión en cortocircuito realizada para las mediciones de resistencia de los cables de la sonda. Se interconectan todos los pares utilizados para conectar las muestras, excepto dos de ellos para no concatenar el campo magnético del imán. Los cuatro pines en azul no son utilizados, no tienen conexión externa.

no tienen uso y tampoco conexión externa, pines en azul en la figura 15.

Se usó uno de estos soportes para realizar un corto entre los cables de conexión eléctrica de la sonda a fin de medir su resistencia, estos son los cables que conectan los pines del soporte con el Fisher® hembra esquematizado en la figura 16. El cortocircuito se realizó interconectando los pines del soporte con un cable de Au de  $75 \mu\text{m}$  con la soldadora de la sala limpia del INTI. Se cortocircuitaron todos los pares de pines menos dos, así se evitó realizar un loop que concatenase el campo magnético del imán, generando corrientes de inducción en el corto realizado. Recuérdese que se medió la resistencia de los cable en las condiciones del plateau  $\nu = 2$  a  $10 T$  por lo que las corrientes esperables sobre un loop podrían ser muy altas.

Se calcularon las resistencias esperadas para los cables de la sonda previamente a las mediciones. Para esto se supuso que el líquido está estratificado, suponiendo un gradiente lineal de temperatura. Los cables de la sonda son de plata, a partir de los datos obtenidos de [41] para la resistividad a diferentes temperaturas, se calculó la resistencia esperada de los cables de la sonda, obteniendo un valor de  $R_{sonda} = 0,13 \Omega$ , dicho valor no tiene en cuenta los contactos.

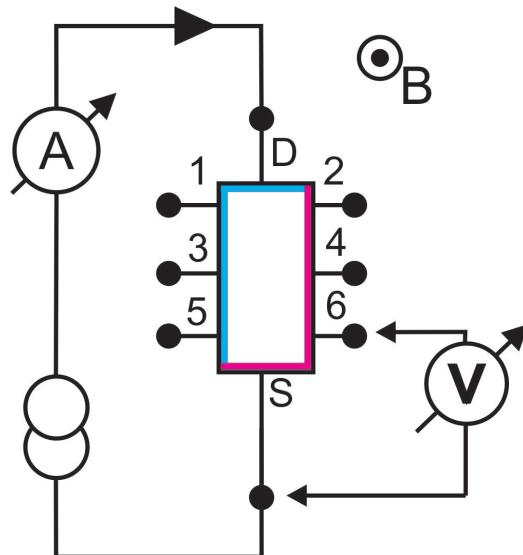
Se midieron las resistencias de los cables de la sonda, desde el punto de



**Figura 16:** Esquema de la sonda donde se monta la muestra, la muestra representada en naranja. La sonda tiene en la parte superior un terminal Fisher® hembra. Se nota con  $R_{cable\ y\ contacto}$  a la resistencia de los cables desde el punto de conexión de la muestra hasta el terminal Fisher®. La resistencia denominada  $R_{Fisher}$  corresponde a la resistencia del terminal Fisher® macho más el cable que interconecta la sonda al sistema de medición.

**Tabla 3:** Resistencia de los cables de la sonda y del cable que interconecta la sonda con el sistema potenciométrico. Todas las mediciones tienen una incertidumbre de 0,1 Ω.

Resistencia	R /Ω
$R_{sonda}$ <sup>9</sup>	0,13
$R_{cable\ sonda}$ <sup>10</sup>	2,0
$R_{cable\ sonda\ y\ contacto}$	2,4
$R_{Fisher}$ <sup>11</sup>	8,9



**Figura 17:** Arreglo de medición de resistencia de contacto, en este caso para el contacto S. Se indican en color los terminales a igual potencial, se asume que el sistema se encuentra en un plateau.

conexión del soporte de la muestra hasta el conector Fisher® hembra de la sonda,  $R_{cable\ sonda\ y\ contacto}$ , ver la figura 16. También se midió la resistencia del cable de conexión con terminal Fisher macho que interconecta la sonda con el sistema potenciométrico,  $R_{Fisher}$ . En ambos casos se incluye la resistencia de los contactos. Los resultados se resumen en la Tabla 3

Para realizar la medición de los contactos se realizaron mediciones a tres

terminales [42] usando un arreglo de medición como el esquematizado en la figura 17 en las condiciones de cuantificación del plateau  $\nu = 2$ . Si se desea caracterizar el contacto  $j$  se pasa la corriente por un contacto de corriente (S o D) y por el contacto a estudiar. Se utilizó una corriente de  $50 \mu A$  cuando se estudiaron los contactos S y D, mientras que para estudiar los de tensión se utilizó una corriente de  $10 \mu A$  ya que éstos no están preparados para soportar las mismas corrientes que S o D. Establecida la corriente se mide la caída de tensión entre el contacto de interés y otro contacto al mismo potencial  $V_{kj}$  (en la figura 17 los contactos con el mismo color, por ejemplo S y 6). Se realiza la medición haciendo circular corriente en ambas polaridades. Para cada contacto  $j$  la resistencia de contacto viene dada por

$$R_{cj} = \frac{V_{cj}}{I_j} = \frac{V_{cable\ j} + V_{cj} + V_{kj}}{I_j} \quad (32)$$

donde  $V_{cj}$  es la caída de tensión en el contacto,  $V_{cable\ j}$  es la caída en los cables de conexión y su resistencia es conocida. La corriente utilizada en las mediciones en general es de  $10 \mu A$  para los terminales de tensión y de  $50 \mu A$  para los de corriente. Si el gas bidimensional está cuantificado la caída de tensión  $V_{xx\ j}$  es idealmente cero y por lo tanto puede despreciarse. Luego midiendo  $V_{kj}$  y conocida la corriente  $I_j$  la resistencia del contacto será

$$R_{cj} = \frac{V_{kj} - V_{cable\ j}}{I_j} \quad (33)$$

Se pudo comprobar que en todas las muestras  $R_c \leq 1 \Omega$ . Sin embargo durante los enfriados se dieron casos de vaciamiento de portadores entorno de algún contacto, se comprobó que las mediciones de la resistencia Hall en dichos casos era ruidosa y se alejaba del valor esperado de cuantificación, se pudo comprobar al comparar las mediciones de un resistor patrón realizadas con un par de terminales en buen estado y otro par donde uno de ellos estaba en mal estado. Luego de calentar y nuevamente enfriar la muestra pudo llevársela nuevamente a condiciones óptimas de medición y obtener la cuantificación esperada.

## 4.2. Dependencia con la corriente, corriente crítica

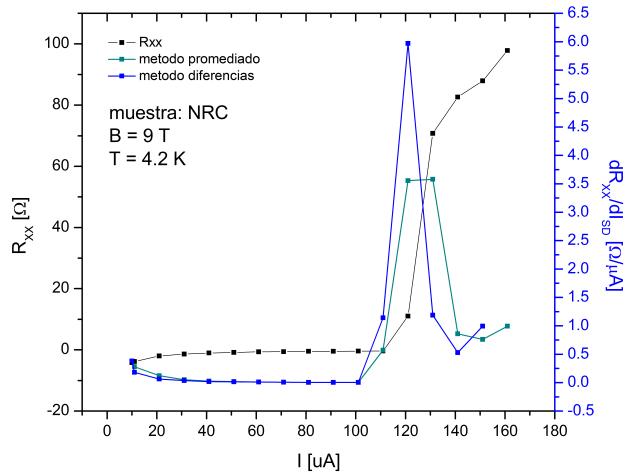
Se realizó un estudio de las corrientes críticas ( $I_c$ ) de las muestras. Recorremos que la corriente crítica es la corriente para la cual se destruye la cuantificación del 2DEG. Conocer este parámetro es importante para poder trabajar a corrientes menores a  $I_c$ , de esta forma podremos asegurar una buena cuantificación. Más allá de esto como se explicó en § 3.3 el sistema potenciométrico trabaja a una corriente fija de  $43 \mu A$  aproximadamente. En los resultados obtenidos de  $I_c$  para las muestras se observará que dicho valor está lejos de las corrientes críticas medidas.

Estas mediciones se realizaron siempre al final de todo otro estudio, ya que al superar la corriente crítica estamos rompiendo la cuantificación del 2DEG, siendo un proceso irreversible. Para poder volver a medir es necesario llevar nuevamente la muestra a temperatura ambiente. Otra opción es incidir con un pulso de UV sobre la muestra [12], lamentablemente nuestro sistema no tiene dicha facilidad. Recalentar la muestra implica re-enfriar (condensando nuevamente  $^3\text{He}$ ) proceso que lleva varias horas de bombeo y un alto consumo de LHe.

Las mediciones se realizaron registrando las tensiones longitudinales y transversales con dos multímetros digitales de alta exactitud. Se utilizaron dos fuentes de corriente, una especialmente diseñada a tal fin y un calibrador Fluke 5720. Toda la medición se automatizó con un programa especialmente escrito para estas mediciones.

En la figura 18 se da un ejemplo de las curvas obtenidas para la muestra NRC. En el caso particular de NRC, el espaciado entre puntos no fue el ideal, es la muestra que presentó la menor  $I_c$ , sin embargo se ve bien el cambio en  $dR_{xx}/dI_{SD}$ . Se compararon varios criterios para determinar  $I_c$ , todos entregaron valores similares dentro de la incertidumbre de medición, en particular se observó que para determinar las  $I_c$  era indistinto utilizar  $R_{xx}$  o  $R_H$ .

Se optó finalmente por tomar un intervalo en la zona no disipativa ( $I < 50 \mu A$ ) calcular allí el promedio  $R_{H,prom}$  (en todos los casos puede usarse  $R_{xx}$

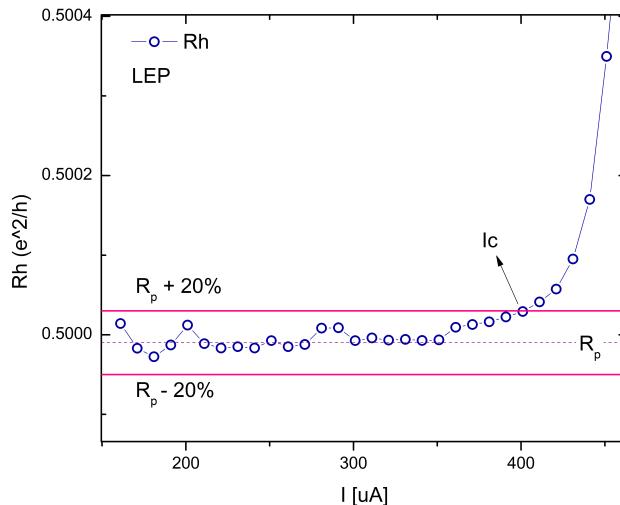


**Figura 18:** Medición de  $R_{xx}(I_{SD})$  para la muestra NRC en negro. Las mediciones se realizaron utilizando un calibrador como fuente de corriente, las caídas de tensión se midieron con un nanovoltímetro digital. Se observa el punto donde el sistema pasa a ser disipativo,  $I_c$ . Se usaron varios criterios para determinar el valor de corriente crítica. En este caso se incluyen además dos de los métodos por derivadas, en uno se calculó una aproximación de la derivada entre pares de puntos, azul. En el otro se calculó la derivada numérica después de haber filtrado los datos.

**Tabla 4:** Corrientes críticas medidas para tres muestras entre terminales centrales (3-4) y en el centro del plateau  $\nu = 2$ . En el caso de LEP, se usó  $R_H$  y no  $R_{xx}$  para determinar la corriente crítica.

Muestra	$(I_c \pm 5) [\mu A]$	Temp. [K]	B [T]
LEP	396	0,4	10,6
PTB	441	0,4	9,0
NRC	106	4,2	10,2

en vez de  $R_H$ ) y definir así el intervalo  $(R_{H\,prom} - 20\%, R_{H\,prom} + 20\%)$  y se tomó como corriente crítica el primer valor de corriente para el cual la  $R_H$  sale del intervalo, ver la figura 19.

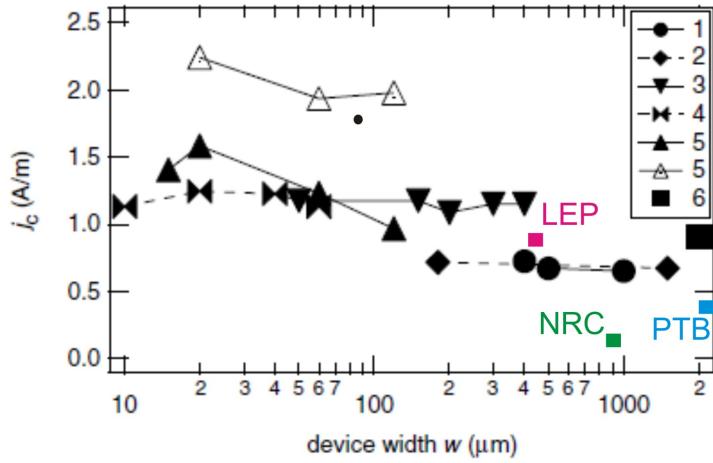


**Figura 19:** Medición de  $R_H(I_{SD})$  para la muestra LEP. Se indican los intervalos utilizados para determinar la corriente crítica. Esta medición está realizada con el calibrador como fuente de corriente.

En la tabla 4 se indican los valores obtenidos.

Como se comentó, originalmente se construyó una fuente de corriente específica para estas mediciones y las de resistencia de contacto, ver Apéndice B. El rango de corrientes necesario para las mediciones de  $I_c$  superó el esperado y el de la fuente de corriente construida (0 a 250  $\mu A$ ). Por esto para

realizar las mediciones de  $I_c$  en las muestras LEP y PTB fue necesario recurrir al calibrador como fuente de corriente.



**Figura 20:** Densidad de corriente crítica,  $j_c$ , en función del ancho de la muestra. En esta figura se graficaron en color las muestras del laboratorio. El resto de los puntos son los reportados por otros autores [12].

En la figura 20 se graficó la densidad de corriente crítica de las muestras del laboratorio (en color) en conjunto con otras tantas muestras reportadas por varios autores. Tanto la muestra PTB como NRC poseen un recubrimiento de protección que impide realizar mediciones precisas del ancho de la muestra  $w$ , se utilizó en el cálculo un valor muy aproximado, esto es la distancia entre contactos de tensión. Por ende el valor de densidad de corriente critica para estas dos muestras es inferior al esperado, además la corriente critica medida para la muestra NRC se realizó a 4,2 K por lo que su densidad de corriente crítica es aún menor de la esperada para 0,4 K. Se explica así la discrepancia entre los puntos para PTB y NRC frente a los otros, sin embargo se observa que la muestra LEP presenta gran coincidencia con muestras de características similares.

### 4.3. Movilidad y densidad de portadores

Se calcularon la movilidad  $\mu$  y la densidad de portadores  $n$  de las muestras. Para calcular estas magnitudes es necesario obtener el valor de la conductividad del canal de corriente source-drain ( $\sigma_{SD}$ ), para ello se utilizó un método de amperímetro-voltímetro esquematizado en la figura 21 y, por medio de la ley de Ohm y la proporción ancho-largo del canal source-drain de cada pastilla ( $w/L$ ), se obtuvo la conductividad para las muestras.

A partir de la ecuación (21) se obtiene

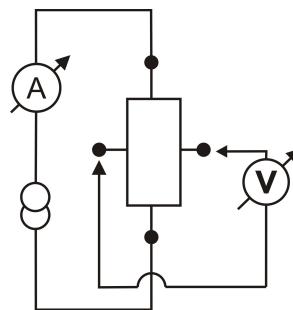
$$n = \frac{1}{be} \quad (34)$$

donde  $n$  es la densidad de portadores y  $b$  es la pendiente del gráfico  $R_H$  en función de  $B$ , como a campos bajos (menores a 1 T) se puede esperar que la relación  $R_H(B)$  sea lineal, es posible determinar entonces la densidad de portadores.

Una segunda posibilidad para determinar  $n$  es utilizar el hecho que en el caso de heteroestructuras de GaAs la densidad de portadores permanece constante durante variaciones del campo magnético. Por lo tanto es posible determinar la densidad de portadores a partir de

$$n = \frac{\nu e B}{hc} \quad (35)$$

donde la medición debe realizarse en el centro del plateaux ( $R_{xx}^{min}$ ).



**Figura 21:** Esquema de la medición utilizado para realizar las medidas de movilidad y densidad de portadores. El rectángulo representa la barra Hall.

La movilidad es más compleja de determinar. Durante las variaciones de campo, ésta sufre grandes variaciones y en principio debería ser infinita en un plateau ya que idealmente en el plateau se espera ausencia de scattering y una conductividad infinita (resistividad longitudinal cero). Por esto se la estudia a campos bajos donde la cuantificación aún no se manifiesta [9]:

$$\mu_{(B=0)} = \frac{\sigma_{SD}}{n ec} \quad (36)$$

donde  $\mu(B = 0)$  es la movilidad a campo cero y  $\sigma_{SD}$  es la conductividad del canal *source-drain*.

Para calcular la densidad de portadores debemos medir  $R_H(B)$  para valores bajos del campo magnético (en el caso de las muestras del laboratorio de 0 a 1 T es suficiente). A partir de dicha relación se puede realizar una aproximación lineal por cuadrados mínimos:

$$R_H(B) = b B + a$$

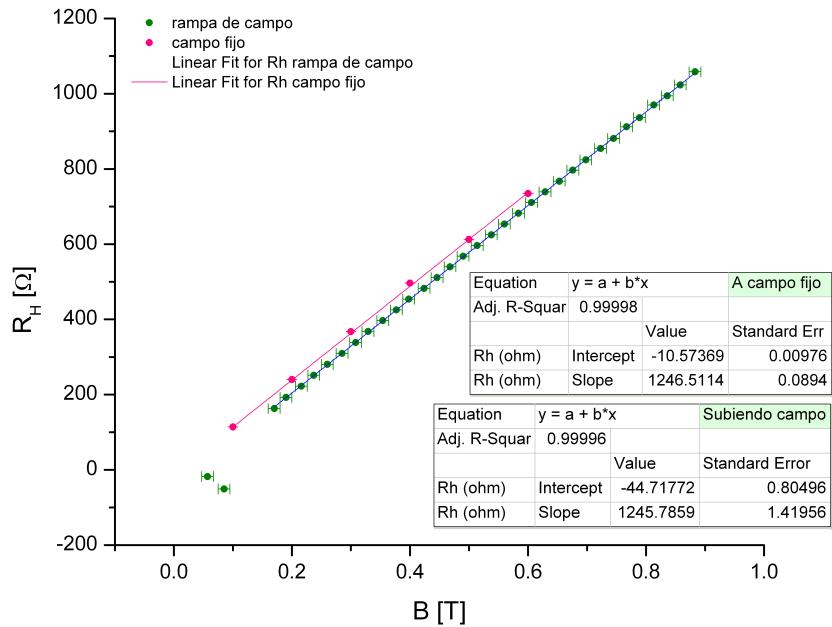
donde la ordenada  $a \approx 0$  y dada la pendiente  $b$  del ajuste y conocida la conductividad queda determinada la movilidad (36).

La medición de la relación  $R_H(B)$  se realizó de tres formas:

- **Rampa de campo:** realizando una medida rápida de la tensión transversal durante una rampa de campo magnético y conocida la corriente de polarización  $I_{SD}$  se obtiene  $R_H(B)$  para un par de terminales opuestos de la pastilla. Este método tiene más incertidumbre de medición, ya que promedia  $R_H(B)$  en un intervalo de campo. Se utilizó un multímetro digital de 8 1/2 dígitos, en rango fijo de tensión y configurado en 20 NPLC<sup>12</sup>, esta elección de tiempo de integración es un compromiso entre rapidez, a mayor tiempo de integración estaremos promediando intervalos de campo mayores, y exactitud, este tiempo de integración permite medir a 8 1/2 dígitos. Un punto que se tuvo en cuenta en todas las mediciones donde se realizaba una rampa de campo es un corrimiento

---

<sup>12</sup>NPLC (number of power line cycles) número de medidas que realiza por cada ciclo de línea.



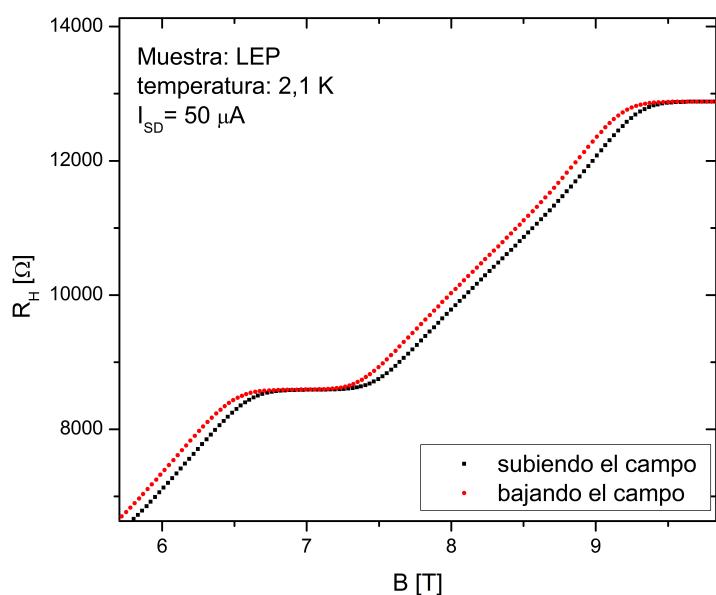
**Figura 22:** La figura corresponde a las mediciones realizadas para el cálculo de movilidad y densidad de portadores. Todas las mediciones se realizaron con multímetros de 8 1/2 dígitos. En *verde* se graficaron los puntos determinados en una rampa de campo. Estas medidas son menos precisas ya que se integra en un intervalo de campo magnético. En *rosa* las mediciones realizadas a campo estacionario, por esto tienen menor incertidumbre. Sin embargo se ve que las pendientes son iguales dentro del error del ajuste lineal. La diferencia en ordenada observable se debe a que las mediciones en verde son para una única dirección de corriente, puede esperarse así que existan fems térmicas no eliminadas.

que produce la fuente de alimentación del imán en la lectura del valor del campo, la fuente indica un valor de campo distinto al aumentar el campo que al bajarlo. El campo se obtiene a partir de la corriente de la fuente y de la constante del imán y no por un transductor en el crióstato, en la figura 23 se observa este corrimiento. En todos los casos este punto se tuvo en cuenta y fue eliminado.

- **Campo fijo:** se seleccionaron valores de campo y se midió simultáneamente la corriente  $I_{SD}$  y la caída de tensión transversal  $V_H$ . Se utilizó un nanovoltímetro Agilent 34420A como voltímetro y un multímetro HP 3458A como amperímetro, ambos configurados en 100 NPLC, cada medición es el promedio de diez muestras. En cada valor de campo se hicieron mediciones para ambas direcciones de corriente y para las dos polaridades del multímetro. Así, cada punto de medición (puntos *rosa* en la figura 22) es el promedio de estas cuatro mediciones.
- **Centro plateaux:** a partir de la ecuación (35) puede determinarse la densidad de portadores si conocemos el valor del campo para un factor de llenado  $\nu$  dado. Si tomamos como criterio que el centro de un plateau se encuentra en el punto de menor resistencia longitudinal podremos determinar aproximadamente la densidad de portadores. Cada valor calculado de la densidad de portadores es un promedio dado por la densidad de portadores calculada a partir de los plateaux  $\nu = 2, 3, 4$ .

Se espera que los resultados obtenidos con el criterio de campo fijo sean los más precisos y exactos.

Se da un ejemplo de los resultados obtenidos por medio de la rampa de campo en la figura 22. Las pendientes obtenidas por el método a campo estacionario y en una rampa de campo son iguales dentro de la incertidumbre del ajuste lineal realizado. En particular para la figura la diferencia para la muestra LEP es de 0,5 partes por mil. La medición a campo estacionario tiene menor incertidumbre ya que en ésta cada punto es un promedio de cuatro mediciones (dos polaridades de corriente y dos de tensión). Además



**Figura 23:** Esta figura corresponde a la medición de la muestra LEP a la misma corriente y temperatura pero realizando una rampa de campo positiva y negativa. Se observa una diferencia entre ambas, la cual se debe a un corrimiento en la indicación producido por la fuente de corriente. En las mediciones se tuvo en cuenta para poder eliminarlo.

**Tabla 5:** Movilidad y densidad de portadores de algunas muestras del laboratorio. El método a campo fijo es el más exacto. La columna de campo magnético corresponde al calculado para un factor de llenado  $\nu = 2$  a partir de la ecuación (35) determinando el centro de los plateaux en el punto de resistencia longitudinal mínima. *Campo fijo*: se midieron caídas de tensión a campo magnético estacionario. *Rampa campo*: Se realizaron medidas de tensión mientras se incrementaba la corriente en el imán a tasa constante. *Centro plateau*: se calculó el valor de la densidad de portadores a partir del centro del plateau, se promediaron los resultados de los plateau  $\nu = 2, 3, 4$ .

Muestra	Temp [K]	n [ $\times 10^{15} m^{-2}$ ]	$\mu$ [1/T]	$B(\nu = 2)$ [T]	método
LEP	0,4	5,01	22,64	10,35	campo fijo
LEP	0,4	5,01	22,62	10,36	rampa campo
<u>LEP</u>	0,4	5,12	22,12	10,67	centro plateau
LEP	2,1	4,99	22,70	10,46	centro plateau
LEP	4,2	4,95	22,88	10,19	centro plateau
NRC	2,1	4,94	45,30	9,70	campo fijo
NRC	2,1	4,94	45,21	9,70	rampa campo
<u>NRC</u>	0,4	5,03	44,39	10,58	centro plateau
PTB	0,4	4,22	24,81	8,73	campo fijo
PTB	0,4	4,07	25,76	8,41	rampa campo
<u>PTB</u>	0,4	4,13	25,39	8,51	centro plateau
PTB	2,1	3,99	26,25	8,13	centro plateau
PTB	4,2	3,99	25,48	8,57	centro plateau

cada medición de rampa de campo es una integración (a 20 NPLC), por esto en realidad son el promedio de un intervalo de campo magnético.

En la Tabla 5 se resumen los resultados obtenidos.

Las movilidades y densidades de portadores obtenidas están en el rango esperado para que las muestras presenten una buena cuantificación [34], a saber  $\mu > 10 T^{-1}$  y  $3 \times 10^{15} m^{-2} < n < 5,5 \times 10^{15} m^{-2}$ . Si  $n > 6 \times 10^{15} m^{-2}$  la

segunda sub-banda eléctrica en la barrera de potencial de la interfaz comienza a poblar, generando así canales paralelos de conducción indeseados que hacen que los plateaux se alejen del caso ideal.

Para los valores de movilidad obtenidos la corriente crítica es independiente de la movilidad, ver el trabajo de Jeckelmann, et al [? ]. En el trabajo citado se demuestra también que para  $\mu < 15 T^{-1}$  la resistencia longitudinal crece, los resultados obtenidos muestran que la movilidad está por encima de esta cota y pudo comprobarse que la resistencia longitudinal mínima  $R_{xx}^{min}$  para el plateau  $\nu = 2$  se encuentra dentro de los parámetros de una muestra con fines metrológicos, o sea dichas resistencias son menores al ohm.

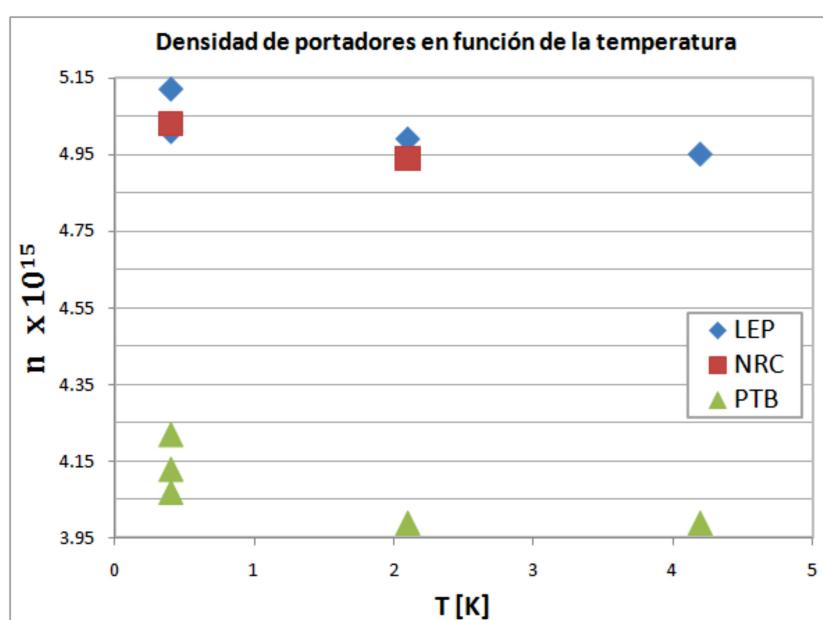
De la densidad de portadores subrayadas en la tabla 5 se observa que a menor densidad de portadores menor es el campo para el cual se obtiene el centro del plateau  $\nu = 2$ .

Si graficamos la densidad de portadores obtenida en función de la temperatura vemos que se tiene una tendencia negativa, ver la figura 24.

#### 4.4. Y si la temperatura no es el cero absoluto?

En la teoría descrita en § 2 se asume que la temperatura de trabajo del sistema es el cero absoluto. Sin embargo sabemos que la temperatura de medición es de algunos cientos de milikelvin, por esto se deben estudiar las propiedades de conducción del 2DEG al variar la temperatura.

- *Resistencia longitudinal:*  $\rho_{xx}$  presenta oscilaciones SdH muy marcadas y en cada plateau tiende a cero, gracias a lo cual podemos esperar que exista una mezcla muy pequeña entre  $R_{xx}$  y  $R_{xy}$ . De hecho el valor de la resistividad longitudinal es de las más pequeñas que pueden encontrarse en la naturaleza (excluyendo los superconductores), motivo por el cual es extremadamente difícil de medir con exactitud. Tenemos  $\rho_{xx}^{ij} = (w/L_{ij})R_{xx}^{ij} = (w/L_{ij})(V_{xx}^{ij}/I_{SD})$ , los indices  $ij$  denotan al par de terminales utilizado y  $L_{ij}$  la distancia entre ellos (suponemos muestras homogéneas).



**Figura 24:** En la figura se grafican las densidades detalladas en la tabla 5 en función de la temperatura de medición. Se observa una tendencia negativa en la pendiente de las rectas de ajuste.

Existen varios trabajos donde se estudió este problema, [43, 28, 9], la mayoría coincide en realizar un estudio de la resistividad mínima  $\rho_{xx}^o$ , que determina además el centro del plateau, suponiendo que las oscilaciones de SdH son simétricas, existen trabajos que muestran que esto no siempre es así [? ]. De todas formas el interés reside en el mínimo de  $\rho_{xx}$  ya que determina el punto de trabajo para la medición del patrón cuántico, las mediciones de la resistencia Hall se realizan en el campo que presenta el mínimo de resistencia longitudinal. Las teorías que lidian con temperaturas no nulas toman en cuenta dos efectos: activación térmica y hopping de rango medio.

El primero corresponde a activación a través del gap de movilidad, con un modelo del tipo  $\rho_{xx}^o \propto \exp(\Delta/k_B T)$  donde  $\Delta$  es la diferencia entre el nivel de Fermi y el siguiente nivel de Landau,  $E_g/2 \simeq \Delta$ . Este mecanismo actúa entre 1 K a 10 K. Podemos esperar que la activación afecte la resistencia Hall pues tendremos canales de conducción que se activarán. En general se suele modelar por

$$\Delta\rho_H(T) = s\rho_{xx}(T) \quad (37)$$

el valor de la pendiente suele ser pequeño, de décimas de unidad. Si sumamos que la resistividad longitudinal es muy pequeña poder realizar las mediciones requeridas para determinar la relación (37) es en extremo complicado.

El hopping de rango variable asistido por fonones entre estados localizados predomina por debajo del kelvin. Este se modela con  $\rho_{xx}^o \propto \exp(\sqrt{T_o/T})$  para campos intensos distintos de cero<sup>13</sup>. En heteroestructuras a  $T < 4 K$  la activación térmica no influye y se puede esperar que el hopping domine [9, cap. 2].

- *Resistencia transversal:* El problema metrológico principal que puede surgir a temperatura no nula es que el plateau presente una pendiente.

---

<sup>13</sup>Para campo cero se modela mejor con una raíz cúbica, ver [9, cap. 2].

El punto de trabajo puede no ser exactamente aquel de  $\rho_{xx}^{min}$  y así tendríamos un error sistemático en las mediciones.

Se estudió el problema realizando mediciones precisas en el centro y los extremos de los plateaux  $\nu = 2$  e  $\nu = 4$  a fin de determinar posibles pendientes.

Varios trabajos concuerdan que tanto para MOSFETs como para heteroestructuras de GaAs la dependencia con la temperatura puede modelarse bien por

$$\Delta\rho_{xy} = -m\rho_{xx}^o \text{ con } \Delta\rho_{xy} = \rho_{xy}(T) - \rho_{xy}(0) \quad (38)$$

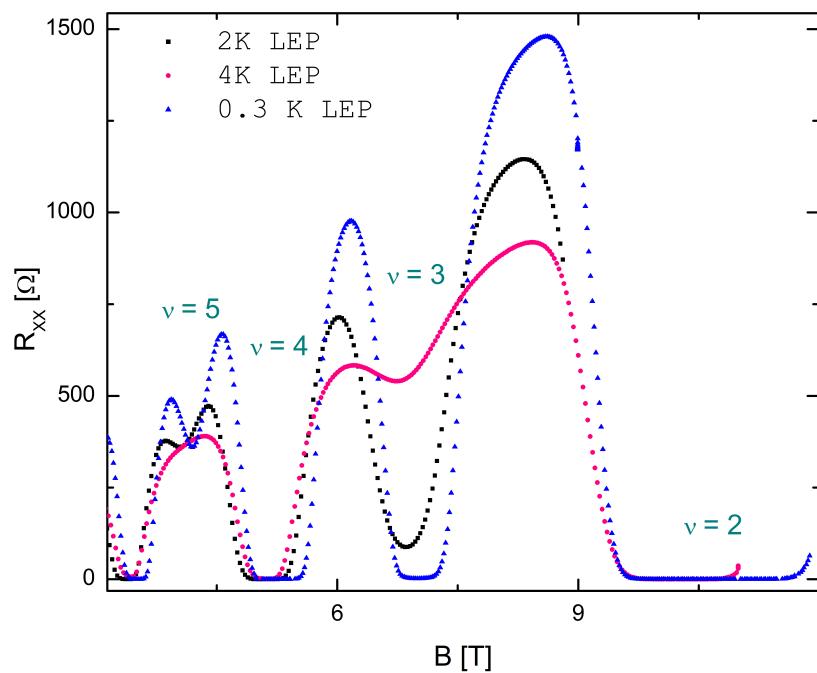
donde m es un parámetro a determinar a partir de los datos.

En [43], Furlan realiza un estudio de la dependencia con la corriente y temperatura de los plateaux. Se propone que el error  $\Delta\rho_{xy}(T)$  puede ser grande en comparación a la pendiente de los plateaux. Esto implica que  $R_{xy}(\nu) \neq \rho_{xy}(T, \nu)$ , ie. no estaríamos utilizando realmente la referencia cuántica absoluta.

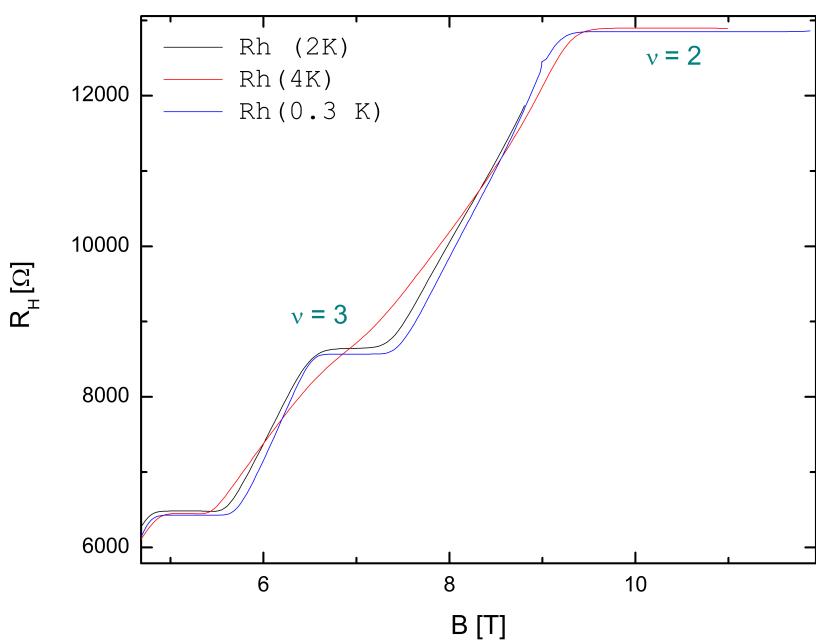
El sistema de medición no permite estabilizar la temperatura fácilmente, por esto la mayoría de las mediciones se pudieron realizar únicamente a temperaturas de transición de los líquidos involucrados.

A partir de mediciones precisas en los extremos y el centro de los plateaux se estudiaron las pendientes de los plateaux y de los interplateaux en función de la corriente, de la temperatura y el factor de llenado para los números cuánticos  $\nu = 2$  y  $4$ .

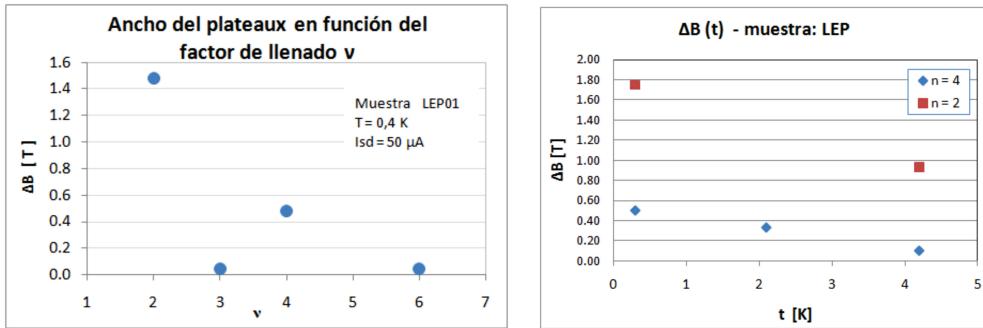
En la figura 27(a) se ve el cambio en el ancho de plateaux en función del factor de llenado  $\nu$ , esta figura corresponde a mediciones sobre la muestra LEP a una temperatura de 0,4 K y con una corriente  $I_{SD} = 50 \mu A$ . Obsérvese que los anchos son dependientes de la paridad del plateau, los plateaux impares son más angostos que los pares. De hecho los plateaux impares son los primeros en perder la cuantificación a medida que se aumenta la corriente o la temperatura, ver figura 26 y la figura 25. Los factores de llenado impares se



**Figura 25:** Dependencia de los plateaux con la temperatura para la muestra LEP. Se muestra un detalle de la resistencia longitudinal. Obsérvese la pérdida de cuantificación de plateau  $\nu = 3$ . Los plateaux impares son los más sensibles al cambio de temperatura y corriente. Además, es evidente el cambio de longitud de los plateaux.



**Figura 26:** Dependencia de los plateaux con la temperatura para la muestra LEP. Se muestra un detalle de la transversal Hall. Esta figura se corresponde con la figura 25.



(a) Dependencia del ancho de los plateaux con el factor de llenado.  
(b) Dependencia del ancho de los plateaux con la temperatura para los plateaux  $\nu = 2$  y  $4$ .

**Figura 27:** Ancho del plateau en función del factor de llenado  $\nu$  y de la temperatura para la muestra LEP.

27(a) Obsérvese que los plateaux impares son menos anchos que los pares, este echo se marca con la temperatura. De hecho los plateaux impares son los primeros en perder la cuantificación.

27(b) Ancho de los plateaux  $\nu = 2, 4$  para diferentes temperaturas. Las mediciones se realizaron a campo fijo. Obsérvese que  $\Delta B$  disminuye con la temperatura.

corresponde con energías de Fermi en un gap de spin, mientras que los pares a energías en el gap entre niveles de Landau. La diferencia de energías entre niveles de spin es mucho menor a la diferencias entre los niveles de Landau, por esto los niveles impares sólo se ven para campos magnéticos altos y son muy sensibles a la temperatura y a la corriente.

Otro efecto que se manifiesta con la temperatura es una reducción en el ancho del plateau con el incremento de la temperatura de medición. En la figura 27(b) se observa dicho efecto para la muestra LEP, la dependencia además, es lineal.

El cambio por temperatura se pone de manifiesto también en la cuantificación de la resistencia Hall. En la tabla 6 se da un ejemplo de la relación entre el plateau  $\nu = 2$  y  $\nu = 4$  para dos temperaturas de medición distintas,

a mayor temperatura la relación de la resistencia Hall para estos plateaux empeora.

**Tabla 6:** Relación entre los plateaux  $\nu = 2, 4$  para dos temperaturas de medición.

Obsérvese que la relación empeora a mayor temperatura, en el caso ideal esta relación debería ser exactamente la relación entre los factores de llenado. La incertidumbre de medición estimada de la relación es de  $5 \times 10^{-6}$ .

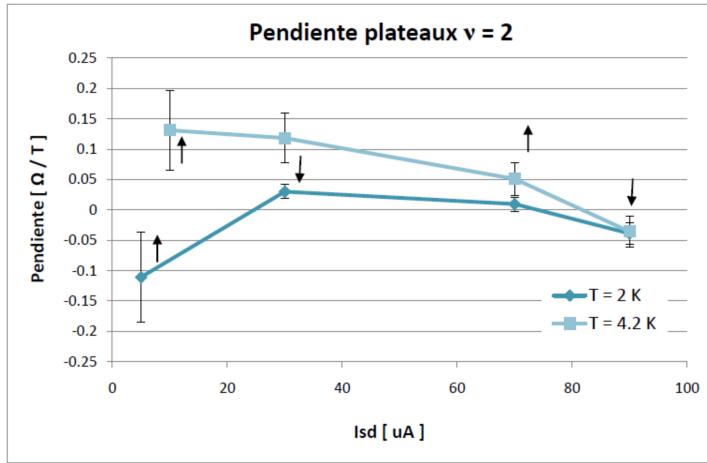
T / K	$R_H(\nu = 2)/R_H(\nu = 4)$
4.2	1.9988
2.1	1.99996

#### 4.5. Efecto de variaciones de corriente $I_{SD}$

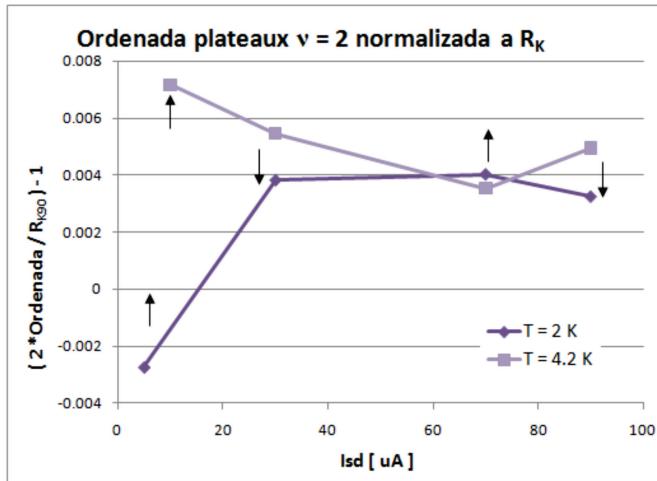
De la misma forma en que la temperatura modifica la estructura del plateau se espera que lo mismo suceda con la corriente *source-drain* aplicada. A continuación se entregan los resultados obtenidos de varias mediciones realizadas al variar la corriente de alimentación de la muestra. Para esto se utilizaron los sistemas de fuente de corriente ya descritos en § 4.4.

Se realizaron mediciones a diferentes corrientes de polarización mientras se realizaba la rampa de campo (subiendo la corriente de la fuente del imán). Estas mediciones no son las más precisas que pueden realizarse pero permiten observar los efectos deseados.

A partir de mediciones realizadas a diferentes corrientes y a dos temperaturas se pudo estudiar la pendiente de los plateaux. En las figuras 28 y 29 se dan los valores calculados, las flechas indican la dirección en que se subía o bajaba el campo. Se observa que a menor temperatura la pendiente decrece, lo cual es esperable, sin embargo a menor corriente debería suceder lo mismo. Sin embargo esto sucede a la mayor corriente utilizada. Este efecto, se cree, proviene del sistema de medición utilizado, a bajas corrientes se pierde sensibilidad.



**Figura 28:** Pendiente del segundo plateau para la muestra LEP en función de la corriente y a dos temperaturas de medición distintas. Las flechas indican si la rampa de campo era positiva o negativa. Como es de esperar la pendiente es menor para menor temperatura.



**Figura 29:** Ordenada del plateau  $\nu = 2$  normalizada a  $R_K$ . El error de los puntos es de  $0,0005 \mu\Omega/\Omega$ . Las flechas indican si la rampa de campo era positiva o negativa.

El gráfico 29 nos da una idea de cuánto se distancian los plateaux de su valor esperado, esta figura está normalizada a  $R_K$ . Obsérvese que la diferencia es muy pequeña, nuevamente se ve una gran distancia para bajas corrientes,

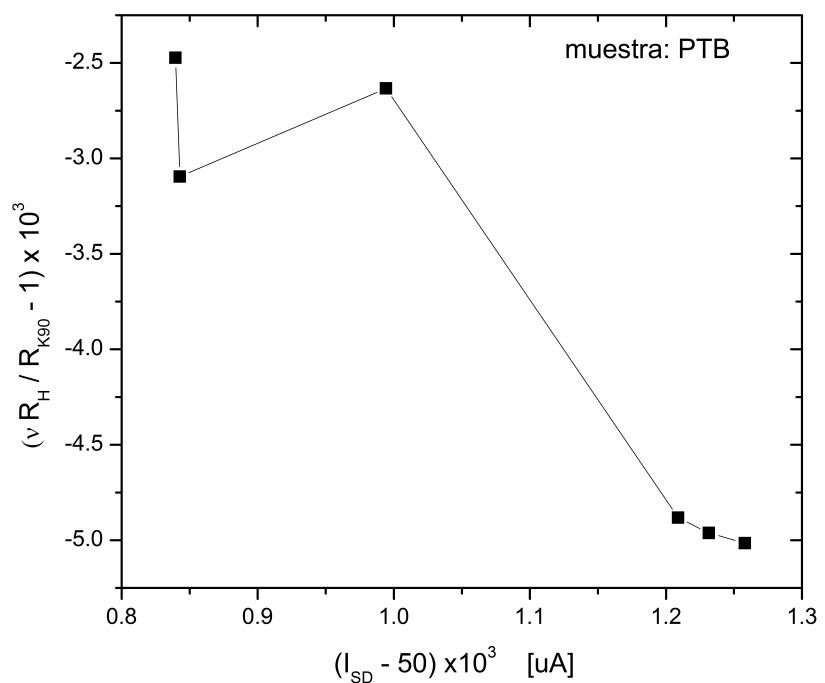
**Tabla 7:** Relación entre los plateaux  $\nu = 2, 4$  para tres muestras, en el caso ideal esta relación debería ser exactamente la relación entre los factores de llenado. La incertidumbre de medición estimada de la relación es de  $5 \times 10^{-6}$ .

Muestra	$R_H(\nu = 2)/R_H(\nu = 4)$
LEP	2.000001
NRC	2.000910
PTB	2.004323

cuando se esperaría que dicha diferencia tendiese a cero para corrientes casi nulas. Se cree que el problema proviene del método de medición utilizado.

#### 4.6. Relación entre plateaux

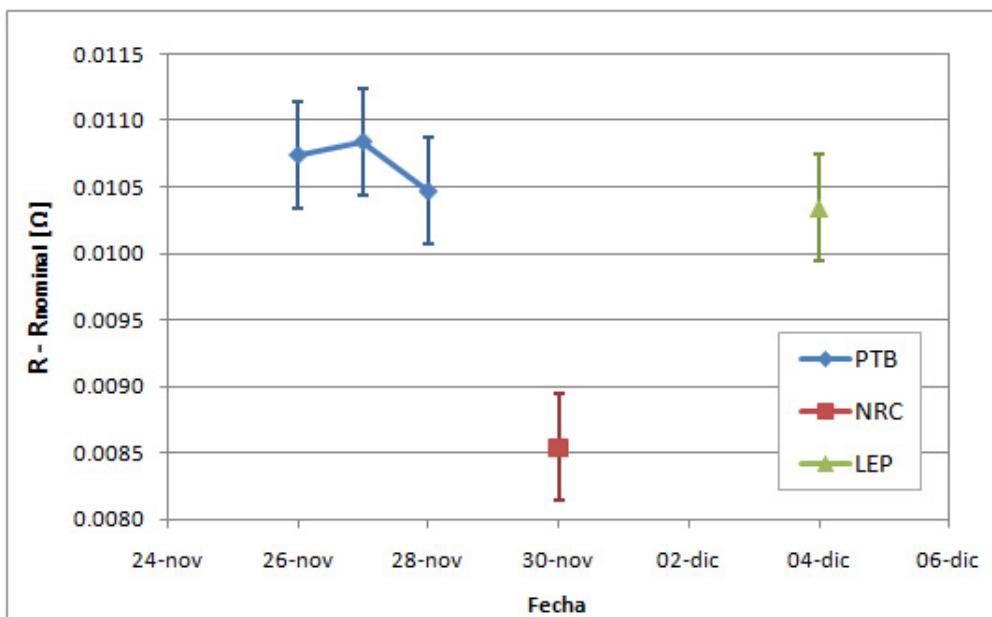
En la tabla 7 se dan los resultados de la relación entre plateaux medidos a campo constante, con  $I_{SD} = 50 \mu A$  y utilizando el mismo método que se usó para la medición de movilidad donde se hacía uso de dos multímetros. En este caso se observa que la muestra PTB presenta una relación entre plateaux muy pobre, este hecho puede atribuirse a la fuente de corriente utilizada (de diseño propio) ya que se observó una caída en la corriente entregada, figura 30.



**Figura 30:** Relación entre plateaux 2 y 4 para la muestra PTB en función de la corriente  $I_{SD}$ . La corriente entregada disminuye y por consiguiente la relación entre plateaux se aleja del valor ideal de cuantificación.

## 4.7. Calibración de resistores patrón

Utilizando el sistema potenciométrico descrito en §3.3 se realizó la calibración de un patrón secundario de resistencia de  $10 \text{ k}\Omega$ , ESI SR 104, estos resistores son resistores muy estables de aire. Se utilizaron las tres muestras estudiadas en este trabajo. En la figura 31 se dan los resultados obtenidos, la incertidumbre total expandida de medición es de  $0,08 \mu\Omega/\Omega$ , cada punto de medición es el promedio de varias series de medición realizadas cada día. Se observa que el valor determinado con la muestra NRC se aleja de las mediciones realizadas con la muestra LEP y PTB. Este resistor pertenece al instituto desde hace tiempo y se conoce su historia de calibración, las mediciones realizadas con las muestras LEP y PTB concuerdan con la historia del resistor mientras que la medición de NRC está corrida respecto al valor esperado.



**Figura 31:** Mediciones realizadas del patrón secundario ESI 1 utilizando el sistema potenciométrico del sistema Hall. Se realizaron mediciones con las tres muestras estudiadas en el trabajo.



## **5. Aplicación. Divisor de tensión resistivo: transferencia JVS - 10 V**

Durante el transcurso de este trabajo surgió la necesidad de realizar una mejora en el sistema de calibración de los patrones secundarios de tensión continua de estado sólido (zeners). La propuesta fue diseñar un divisor resistivo con el fin de calibrar la salida de 10 V de los patrones zener, que mejorase o igualase la incertidumbre de calibración del sistema utilizado hasta ese momento. En esta sección se detalla el estudio, diseño, construcción y puesta en marcha del nuevo sistema de divisor resistivo. Este se basa en cajas de transferencia Hamon [44], son un arreglo de resistencias permanentemente conectadas en serie de forma tal que permiten realizar con mucha precisión el paso de serie a paralelo de los resistores que las componen [45].

Varios puntos debieron tenerse en cuenta, uno de ellos fue la posibilidad de utilizar la referencia Hall y su sistema potenciométrico como métodos de calibración y caracterización de este divisor. Como se explica más adelante no es necesario conocer con precisión y exactitud el valor de las resistencias que componen el divisor, a fines prácticos basta con conocer la relación entre la entrada y la salida (relacionada directamente con la proporción entre las resistencias que lo componen). Por esto se pensó en el uso de la resistencia Hall, no como una forma de calibrar las resistencias del divisor, sino como una referencia muy estable a la cual recurrir para realizar la calibración de la relación de entrada y salida. Además, durante el estudio realizado para la construcción del divisor se utilizó la referencia Hall cuántica como uno de los métodos para conocer el desvío de los componentes resistivos respecto de su valor nominal. Este punto resulta importante para poder corroborar que el paso serie-paralelo no presentase errores sistemáticos que afectasen la medición.

Al final del capítulo se describen los resultados de una comparación bilateral con el Bureau International des Poids et Mesures (BIPM) que corroboró el correcto funcionamiento tanto del divisor como de todo el sistema Joseph-

son (JVS) del laboratorio.

## Sistema JVS, sistema de calibración y zeners

Los zener son patrones de estado sólido, tienen una referencia de tensión interna estabilizada y térmicamente regulada con la que se generan dos salidas: una de 10 V y otra de 1.018 V. Esta última se obtiene a partir de la primera pasando por un divisor de tensión resistivo estabilizado con otro sistema de regulación de temperatura. la salida de 10 V es la más estable a largo plazo, no dependiendo de las fluctuaciones adicionales del divisor interno, ver tabla 8. Además el divisor interno aumenta la impedancia de salida del zener en 1.018 V.

**Tabla 8:** Se detallan algunas de las características principales de las referencias Zener Fluke 732B, obsérvese la impedancia de salida y la estabilidad de la salida de 1.018 V respecto de la de 10 V. Se denota el coeficiente térmico de tensión como TCV.

Salida	Estabilidad [ $\mu\text{V}/\text{V}$ ]			I max	Impedancia de salida	TCV [ppm/K]
	30 días	90 días	1 año			
10 V	0.3	0.8	2	12 mA	<1 m $\Omega$	<0.04
1.018 V	0.8	NA	NA	20 pA	<1 k $\Omega$	<0.1

El laboratorio cuenta con un sistema 1V-Josephson (JVS)[2], el cual no permite la calibración directa de la salida de 10 V de los patrones de tensión de estado sólido. No se detallará el funcionamiento del JVS (pueden consultarse varios trabajos al respecto ref. [2, 46]), bastará saber que este efecto cuántico macroscópico se da en junturas superconductoras cuando son polarizadas con una tensión continua e irradiadas con microondas. Dadas estas condiciones si se realiza un gráfico tensión-corriente pueden observarse lo que se conoce como escalones de Shapiro: intervalos de corriente para los que la tensión permanece constante, ver figura 32. El valor de tensión de cada

escalón se determina por medio de

$$V(n, \nu) = \frac{h}{2e} n \nu \quad (39)$$

donde  $h$  es la constante de Planck,  $e$  como siempre es la carga del electrón,  $\nu$  la frecuencia de microondas y  $n$  el número cuántico que determina el escalón de tensión.

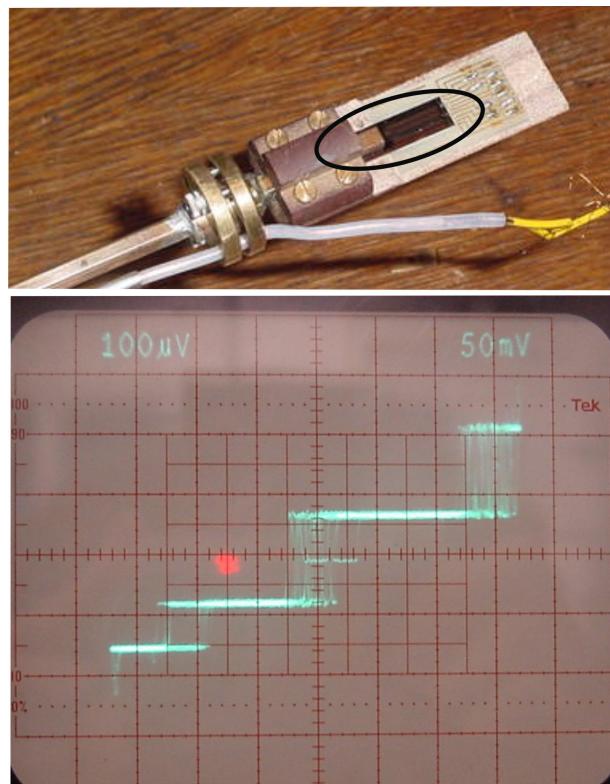
En la práctica una sola juntura permite alcanzar unos pocos microvolts, por esto se utilizan arreglos de una gran cantidad juntas en serie, motivo por el cual es extremadamente complicado realizar un arreglo de juntas Josephson de uso metrológico. Los chip Josephson del INTI cuentan con aproximadamente 2000 juntas SNS (superconductor-aislante-superconductor). La tensión máxima de trabajo viene limitada por la fuente de polarización, que permite alcanzar una tensión máxima de  $1,2V$ .

El volt nacional se establece a partir de constantes fundamentales y la unidad fundamental segundo a partir de la ecuación (39). Nótese que a diferencia del ohm aquí es necesario conocer una segunda magnitud física, el segundo, para poder establecer el valor de tensión.

La frecuencia se obtiene al fijar la frecuencia de microondas generada por un diodo GUNN con un reloj atómico, se puede pensar al sistema como un convertidor de frecuencia-tensión. Gracias a que el segundo es la unidad que se establece con la menor incertidumbre (actualmente dicha incertidumbre es de pocas partes en  $10^{16}$ ), en la incertidumbre del patrón de tensión el peso de la incertidumbre de la frecuencia es casi nulo.

En el caso del sistema JVS del laboratorio pueden obtenerse tensiones continuas de hasta aproximadamente  $1,2 V$  con una incertidumbre propia del sistema de  $5,2 \text{ nV}$  (incertidumbre tipo B del sistema, no tiene en cuenta repetibilidad, y fue determinada para una tensión de  $1,018 \text{ V}$ , la misma fue establecida siguiendo los lineamientos de ref. [47]). A la frecuencia de trabajo del sistema,  $70 \text{ GHz}$ , la diferencia entre dos escalones adyacentes es aproximadamente  $150 \mu\text{V}$ .

Con la tensión obtenida a través de la referencia Josephson se calibran los patrones zener. Para medir la salida de  $10\text{V}$  del zener se tienen dos métodos



**Figura 32:** *Abajo:* Fotografía de la curva I-V del arreglo JK44 6. Los escalones de tensión son los escalones de Shapiro. La ordenada corresponde a un valor proporcional a la corriente, la abscisa es la tensión de salida del arreglo. Obsérvese que la distancia entre dos escalones es de aproximadamente  $150 \mu V$ . *Arriba:* Fotografía de la sonda sin el capuchón protector con el arreglo Josephson montado en su extremo. El arreglo Josephson consta de varios arreglos en paralelo de junturas en serie. En la base del chip se encuentra la antena de recepción de microondas, éstas se distribuyen uniformemente a través de cada rama gracias a una terminación de impedancia diseñada a tal fin, ver [48].

se denotará como *método DVM* al que se utilizaba anteriormente, el mismo hace uso de un multímetro digital de gran exactitud<sup>14</sup>, y como *método del divisor* al nuevo método desarrollado basado en el divisor resistivo de alta exactitud.

**Método corrección DVM** En este método se calibra la salida de 1,018 V por medio del sistema JVS [49]. Se miden las dos salidas del zener sin cambiar el rango del multímetro, un ajuste lineal determina el valor de 10 V a partir del valor de 1,018 V calibrado previamente con el sistema Josephson, o sea se corrige el rango de 10 V por medio del zener calibrado en 1,018 V. Como se mantiene el rango del multímetro se está haciendo fuerte uso de la linealidad del mismo, ésta es la única componente de incertidumbre que dicho dispositivo aporta a la incertidumbre de calibración de la salida de 10 V del zener. En la figura 33 se esquematiza este procedimiento.

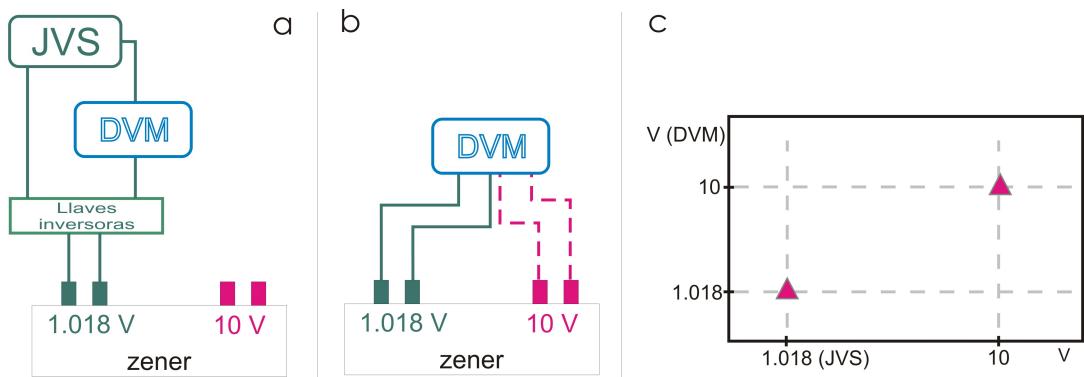
La linealidad declarada del multímetro[50] fue corroborada utilizando cajas Hamon [44], sin embargo tanto la dependencia en la linealidad, como la inestabilidad de la salida de 1.018 V son puntos objetables de este método, ver la tabla 8. A través de la historia de calibración de estos dispositivos se puede observar de hecho, una correlación de la salida de 10 V respecto de la calibración de la de 1.018 V, ver figura 34, cuando lo esperable es que la primera sea más estable y predecible.

Además el divisor interno del zener aumenta la impedancia de la salida de 1.018 V, ver tabla 8.

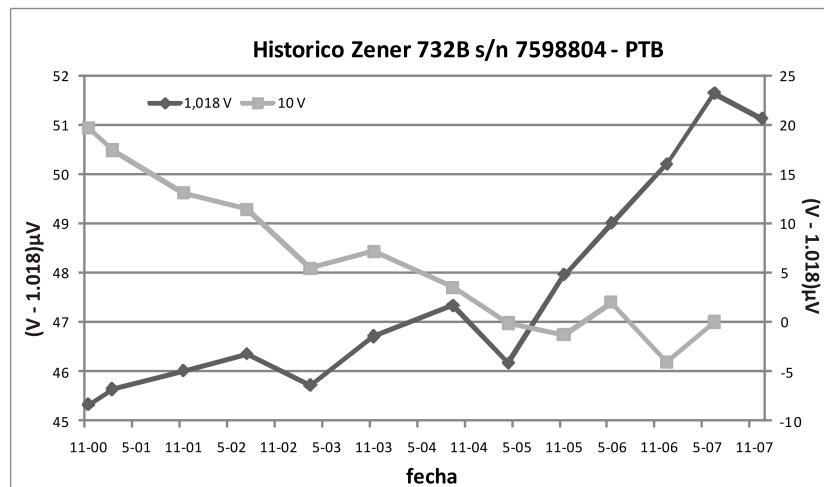
Para eliminar estos problemas se diseñó un divisor resistivo a fin de calibrar directamente la salida de 10 V de los patrones zener por medio de la referencia cuántica Josephson, prescindiendo así del multímetro digital utilizado en la transferencia 1.018 V - 10 V. El nuevo método de calibración utiliza las técnicas de paso serie-paralelo desarrolladas para las cajas de transferencia Hamon[44].

---

<sup>14</sup>Multímetro HP 3458A



**Figura 33:** Se esquematiza el procedimiento de calibración de una referencia secundaria zener utilizando el método del DVM. *a*- Se mide la salida de 1.018 V por medio del sistema JVS. *b*- Se corrige el rango de 10 V del DVM usando la salida ya calibrada de 1.018 V y posteriormente se mide la salida de 10 V del patrón secundario. *c*- Esquema de los puntos *a*, *b* el punto 1.018 V se obtiene de la medición de JVS (valor de calibración) y de la medición con el DVM, posteriormente se mide la salida de 10 V con el DVM y por medio de una regla de tres simple se obtiene el valor de 10 V.



**Figura 34:** Historia de calibración de uno de los zeners que conforman el banco de zeners del laboratorio. La estabilidad de la salida de 10 V es menor a la esperable a partir de la bibliografía.

## 5.1. Divisor de tensión resistivo

Ya en las primeras etapas de desarrollo de los estándares Josephson, cuando aún no se habían logrado arreglos con el número suficiente de junturas para obtener tensiones de 1 V, se implementaron divisores resistivos con el fin de realizar calibraciones de celdas de referencia [45]. Con esta idea en mente se diseñó un divisor resistivo para calibrar la salida de 10 V del patrón secundario por medio del JVS.

El diseño del divisor (en adelante divisor JVS) se basa en el diseño de las cajas de transferencia Hamon. Éstas permiten realizar con mucha precisión el paso de serie a paralelo de los resistores que las componen [44, 51]. El divisor consta de tres resistencias de  $30\text{ k}\Omega$  y una de  $10\text{ k}\Omega$  conectadas permanentemente en serie por medio de tetrajunturas, así cada elemento resistivo es un resistor de cuatro terminales.

La elección del valor de las resistencias responde por un lado a un compromiso para minimizar los efectos de las resistencias de contacto y corrientes de fuga, y por otro a las características de los sistemas de calibración del laboratorio. Los sistemas de calibración con que cuenta el laboratorio poseen la mejor especificación al medir relaciones 1:1 en el rango de  $10\text{ k}\Omega$ .

La relación del divisor se calibra conectando las resistencias de  $30\text{ k}\Omega$  en paralelo,  $R_p$ , y estableciendo la relación entre  $R_p$  y el resistor de  $10\text{ k}\Omega$  por medio de alguno de los sistemas del laboratorio (siendo el sistema potenciométrico utilizado para transferir la referencia Hall el que presenta menor incertidumbre).

En adelante se utilizará la nomenclatura  $\alpha_{ij} \equiv R_i/R_j$  donde i,j serán las resistencias individuales del divisor enumeradas de 1 a 4, siendo  $R_4$  la resistencia de  $10\text{ k}\Omega$  y  $R_{1a3}$  las de  $30\text{ k}\Omega$ . También la resistencia equivalente en serie (paralelo) de las resistencias de  $30\text{ k}\Omega$  se notan como  $R_s$  ( $R_p$ ).

Una ventaja del método del divisor es que no es necesario conocer el valor de las resistencias que lo componen, para determinar la tensión de 10 V entra en juego únicamente la proporción  $\alpha_{p4} = R_p/R_4$ . Para verlo basta plantear

las ecuaciones correspondientes al circuito de la figura 36:

$$\begin{cases} V_z = i_2 R_4 + i_1 R_s \\ V_J = i_2 R_4 - i_3 R_{DVM} \end{cases} \quad (40)$$

donde  $V_z$  y  $V_J$  son las tensiones del zener y del arreglo Josephson respectivamente,  $R_s$  es la resistencia equivalente en serie y  $R_{DVM} \geq 10 G\Omega$  es la impedancia equivalente de salida del multímetro, por lo cual es lícito pedir  $i_3 \cong 0$ . Luego, reescribiendo (40) queda

$$V_z = V_J \left( 1 + \frac{R_s}{R_4} \right) = V_J (1 + \alpha_{s4}) \quad (41)$$

A orden cero se pueden relacionar las proporciones entre  $R_p$  y  $R_s$  como

$$\alpha_{s4} = 9\alpha_{p4} \quad (42)$$

en § 5.2 se detalla más sobre el problema del paso paralelo a serie.

## 5.2. Estudio y diseño del divisor

**Sistema de medición** En la figura 36, se da un esquema del sistema de medición propuesto. El divisor JVS, como se dijo, consiste en cuatro resistencias de  $30 k\Omega$  y una de  $10 k\Omega$  conectadas permanentemente en serie.

El nuevo método de calibración de la salida de 10 V del zener consta de dos etapas:

- a- Establecer el valor de tensión  $V_{DE} \equiv V_S$  con el sistema JVS.
- b- Calibrar la relación del divisor.

- 
- a Calibración de la tensión de salida por medio del sistema JVS Se comparan en oposición las tensiones  $V_S$  y  $V_{JVS}$ . Un nanovoltímetro digital<sup>15</sup> se usa como detector de cero, estableciendo  $V_j$ , la diferencia de tensión entre la referencia Josephson y la tensión de salida del divisor. Por medio de una llave se invierte la polaridad de medición, eliminando posibles fem

---

<sup>15</sup> Agilent 34420A

inducidas. Obsérvese que dicha inversión se realiza a la salida del divisor. Una vez obtenida la relación entre la tensión del patrón cuántico y la tensión de salida del divisor resta calibrar este último (i.e. la relación de resistencia  $AD : DE \equiv \alpha_{p4}$ ).

- b** Calibración del divisor El punto crítico del sistema es la forma en que se calibra la relación del divisor JVS. Se estudiaron varias formas de calibración, cuyo objetivo es establecer la relación  $\alpha_{p4} = R_p/R_4$ .

De los sistemas considerados para establecer la relación mencionada los dos preponderantes son

- Sistema Potenciométrico como se busca determinar resistencias de  $10\text{ k}\Omega$  este método de calibración sería el más apropiado pues posee la menor incertidumbre de calibración. Con este sistema es posible comparar el divisor contra la resistencia Hall cuántica o calibrar directamente la relación  $\alpha_{p4}$ . El sistema utiliza una fuente muy estable de tensión para alimentar la entrada del divisor y establecer la relación entre las caídas de tensión en la resistencia en paralelo y la de  $10\text{ k}\Omega$  usando un multímetro de alta exactitud. Dicha relación es equivalente a la de resistencias. No se hace uso de la linealidad del multímetro ya que se están midiendo tensiones casi idénticas.
- Puente comparador de corriente el puente con que cuenta el laboratorio (DCC), permite calibrar resistores con un valor máximo de  $10\text{ k}\Omega$ . Este es el motivo (y que el sistema potenciométrico tiene su mejor especificación en  $10\text{ k}\Omega$ ) que llevó a la utilización del método de Hamon: se ponen en paralelo las resistencias de  $30\text{ k}\Omega$  y por medio del puente se compara el arreglo en paralelo contra un resistor patrón de  $10\text{ k}\Omega$ . Luego se compara el resistor de  $10\text{ k}\Omega$  del divisor contra el mismo resistor patrón. El resistor patrón es utilizado simplemente como resistor de transferencia (un resistor “dummy”) ya que finalmente sólo se establece la relación AD:DE entre las resistencias del divisor. Es necesario

pasar por el uso del resistor adicional porque el DCC trabaja con dos fuentes independientes de corriente y el divisor está conectado en serie permanente.

### Diseño del divisor

Además de considerar los sistemas de calibración de la relación del divisor es necesario tener en cuenta otros factores en el diseño del divisor enumerados a continuación, estos determinarán el correcto desempeño del divisor:

1. Selección de elementos resistivos.
2. Selección de tetrajunturas.
3. Minimización de fluctuaciones térmicas en los resistores.
4. Minimización de todas las resistencias de contacto.
5. Minimización de efectos de fem inducidas.
6. Minimización del error del traspaso de serie a paralelo.
7. Minimización de corrientes de fuga.

**1. Elementos resistivos** Se eligieron resistencias comerciales como elementos resistivos (resistencias Vishay H-series (Z foil)). Estas son resistencias bañadas en aceite y encapsuladas. Tienen un coeficiente térmico  $TCR = 0,05 \text{ ppm/K}$ , un coeficiente termoeléctrico  $TCV < 0,05 \mu\text{V/K}$  y un coeficiente de tensión  $< 0,1 \text{ ppm/V}$ .

Después de varias mediciones previas realizadas se seleccionaron cuatro resistores del lote recibido. El criterio usado fue que la suma de los tres resistores de  $30 \text{ k}\Omega$  fuera lo más parecido a la suma del valor nominal. En la figura 37 se muestra el resultado de las mediciones de las resistencias finalmente seleccionadas. Obsérvese cómo disminuye la dispersión en las mediciones, se utilizó un multímetro digital de alta exactitud de 7 1/2 dígitos en modo resistencia a cuatro terminales para realizarlas. El error de medición

es de  $0,5 \Omega$  en el peor de los casos. Además se comprobó que el promedio de resistencia cambió antes y después del montaje en no más de  $1,4 \mu\Omega/\Omega$  en todos los casos.

Con estos valores de resistencia la diferencia  $R_p - 10 k\Omega = 0,02 \mu\Omega/\Omega$ .

**2. Conexión en serie y paralelo** Es trivial obtener el valor equivalente de una serie de resistores en paralelo y en serie. Se desarrolla a continuación el efecto que tienen los desvíos de los resistores respecto de su valor nominal sobre el equivalente de Thévenin.

Llamando  $R_i$  a los valores de cada resistor y  $R$  al valor nominal, suponiendo que hay  $m$  de ellos, sean  $R_s$  y  $R_p$  los equivalentes serie y paralelo y finalmente sea  $\Delta_{prom}$  el promedio de las desviaciones respecto al valor nominal de cada resistor. Entonces puede verse que

$$R_s = m R (1 + \Delta_{prom})$$

$$R_p = \frac{R}{m} \left[ 1 + \Delta_{prom} - \left( \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \Delta_i^2 - \Delta_{prom}^2 \right) + \dots \right] \quad (43)$$

despreciando en la última línea los términos de orden superior, se observa la expresión usual utilizada en paralelo

$$R_p = (R/m)(1 + \Delta_{prom}) \quad (44)$$

el término cuadrático en (43) puede ser reescrito como

$$(1/m) \sum \Delta_i^2 - \Delta_{prom}^2 = (1/m) \sum (\Delta_i - \Delta_{prom})^2 \quad (45)$$

que es precisamente la varianza de la muestra, obsérvese que la varianza disminuirá el valor de  $R_p$ . Puede verse por ejemplo que si se desea que el error en el paso serie a paralelo sea menor a la parte por millón los resistores deben diferir en no más que 0,1% de su valor nominal y entonces puede usarse (44) como una buena aproximación a la resistencia en paralelo. Resulta entonces que los errores introducidos por los términos de orden superior son (ver Apéndice E):

- orden 2 = 5 partes en  $10^8$
- orden 3 = 4 partes en  $10^{12}$
- orden 4 = 8 partes en  $10^{15}$

Donde se utilizaron los resultados detallados en la figura 37.

La conexión en paralelo de resistores de cuatro terminales no es trivial, si no se ajustan muy bien los resistores es necesario que se incluyan resistencias de compensación en los terminales de tensión para lograr que la conductancia en paralelo a cuatro terminales sea equivalente a la suma de las conductancias a cuatro terminales individuales; además el resultado es independiente de la distribución de corrientes sobre los resistores.

En la figura 38 se esquematizan dichas resistencias, obsérvese que en los casos donde el resistor no comparte el nodo con otro el valor de la resistencia compensadora debe ser el doble.

Para entender las resistencias de compensación se debe estudiar el efecto que tienen las junturas en las mediciones.

Los resistores que componen el divisor son resistores de dos terminales, cada uno es conectado a una juntura conductora de cuatro terminales que no es ideal y cuyos efectos deben ser tenidos en cuenta, ver figura 38, en [51] Riley realiza un estudio exhaustivo de este tipo de efectos.

Como no es posible colocar los cuatro terminales en el mismo punto eléctrico se busca una configuración equivalente. En dicha configuración las resistencias cruzadas y directas del circuito equivalente son cero. En general para un diseño como el utilizado en el trabajo las resistencias directas y cruzadas son del orden de  $0,1 \mu\Omega$  [52]. En ref. [53] se describe un método para su realización.

Para fabricar las tetrajunturas se utilizó cobre electrolítico de alta conductividad, todas las junturas se obtuvieron de la misma barra y se utilizó una para realizar pruebas de resistividad. Se utilizó una fuente de corriente y un multímetro para medir la caída de tensión y se midieron todas las posiciones y en todos los casos la resistencia calculada fue  $R_{juntura} \leq (1,00 \pm 0,01)\mu\Omega$ .

Puede demostrarse (ver el Apéndice E) que una cota superior para  $m$  resistores conectados en paralelo por medio de barras de cortocircuito y una barra compensadora viene dada por

$$R_p \approx \frac{R}{m} \left[ 1 + \Delta_{prom} + 2 \frac{m-1}{m} \frac{R_f}{R} (\Delta - \delta) \right] \quad (46)$$

donde  $R$  y  $m$  es el valor nominal y número de resistencias,  $R_f$  la mayor resistencia de las barras de cortocircuito,  $\delta$  la mayor desviación relativa de los resistencias de compensación y  $\Delta$  la mayor desviación relativa de los resistores de su valor nominal. Esta ecuación sobreestima el desvío, por lo cual si (46) predice un buen comportamiento pueden esperarse incluso mejores resultados.

$R_f$  viene dado y, aunque pequeño, es fijo por esto se vuelve necesario minimizar las correcciones en (46) por medio de las resistencias de compensación.

Finalmente la cota de error serie a paralelo para tres resistores conectados permanentemente en serie será

$$R_p = \frac{R_s}{9} \left[ 1 \pm 4 \left( \frac{M}{R} \right) \pm 2 \left( \frac{R_p}{R} \right) \delta \pm \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 (\Delta_i - \Delta_{prom})^2 \right] \quad (47)$$

donde  $M$  es el error dado por la juntura de cuatro terminales (es una cota para la resistencia directa y cruzada de la juntura).

**3. FEM termoeléctrica** El efecto Seebeck puede ser una fuente de error en sistemas de medición de tensión o resistencia. A fin de minimizar las FEM termoeléctricas es necesario:

1. Reducir al mínimo junturas de metales disimiles.
2. Minimizar gradientes de temperatura en el circuito.
3. Permitir que los instrumentos utilizados realicen una buena estabilización térmica previa a la medición.

Se buscó entonces, que todas las juntas del circuito fueran del mismo material, evitando particularmente realizar uniones con soldadura ya que presentan altos coeficientes termoeléctricos, ver la tabla 1. Además todo el sistema se ubicó en una caja sellada de Al que se mantiene dentro de una cámara térmica de aire a temperatura controlada. Los puntos de conexión de los elementos resistivos son los únicos que se soldaron, se utilizó soldadura sin resina. La conexión entre los conectores externos y las tetrajunturas se hizo por medio de arandelas bañadas en oro.

**4. Fluctuaciones térmicas y fem inducidas** Para minimizar las fluctuaciones térmicas se estudiaron dos posibilidades: un baño pasivo de aceite y un sumidero térmico metálico, finalmente optando por la segunda opción. El baño de aceite es más complicado de manipular y no presenta las virtudes de los baños activos. Se diseñó un sumidero de cobre macizo con orificios donde alojar los resistores que componen el divisor, ver esquemas en Apéndice D. Se seleccionó cobre de alta conductividad, por su gran conductividad térmica y calor específico. Para conseguir una buena transferencia de calor entre la cápsula de las resistencias y el sumidero se incluyó una capa de grasa siliconada sobre la superficie de los resistores.

Como se detalla en los gráficos del Apéndice D, todo el arreglo está montado dentro de una caja de aluminio que evita que los resistores y junturas entren en contacto con corrientes de aire y también actúa como guarda.

Para minimizar el efecto de los cambios de temperatura se buscaron resistores de muy baja TCR, según datos del fabricante 0.05 ppm/K (no se indica si la misma es positiva o negativa). Como lo importante es la variación relativa entre  $R_{\Sigma}$  y  $R_4$ , tomando el peor caso (una variación es positiva y la otra negativa) y un cambio de temperatura de 2 °C (mucho mayor al esperado sobre los resistores) el cambio relativo en la relación del divisor será

$$\Delta\alpha_{\Sigma 4}/\alpha_{\Sigma 4} = 0,1 \text{ ppm} \Rightarrow \epsilon_{Vz} \equiv \Delta\alpha_{\Sigma 4}/10 = 0,01 \mu V/V \quad (48)$$

donde  $\Delta\alpha_{\Sigma 4}$  es la variación de  $\alpha_{\Sigma 4} = R_{\Sigma}/R_4$  y  $\epsilon_{Vz}$  es el error debido a la variación térmica.

Además de las fuentes de error ya detalladas se discutirán a continuación otros puntos cuyo aporte a la incertidumbre del sistema es menor.

**5. Corriente por el detector** Si la corriente  $i_3$  que circula sobre la malla del DVM y el sistema JVS no es nula (ver figura 36), la lectura del divisor presentará un error ya que se presupone que  $i_1 = i_2$ . Como la impedancia de entrada del DVM es  $\geq 10 G\Omega$   $i_3$  será prácticamente nula, se tiene  $i_3 \geq 10^{-20} A$  lo que conlleva un error en la  $V_z/V_J$  de  $\epsilon_{V_z/V_J} = 1 \cdot 10^{-5} \mu V/V$ .

**6. Ruido de Johnson-Nyquist** El ruido térmico blanco que tendrá el sistema es otra fuente de error pero está por debajo de los aportes ya detallados. Todo sistema lo presenta y es dependiente de la temperatura, a partir de la fórmula de Johnson-Nyquist y para una configuración del multímetro de 100 NPLC

$$V = \sqrt{4k_B T R B} [V \text{ rms}] \quad (49)$$

$$\epsilon_{ruido}(300 K) = 0,002 \mu V/V$$

donde  $B$  es el ancho de banda,  $k_B$  la constante de Boltzman,  $T$  la temperatura en kelvin,  $R$  la resistencia y  $\epsilon_{ruido}$  el aporte esperado a la incertidumbre de medición.

Se puede decir entonces que la contribución a la incertidumbre de calibración de 10 V de un patrón, la componente dominante será la repetibilidad y la incertidumbre del sistema de calibración utilizado en la determinación de  $\alpha_{p4}$  siendo todas las demás componentes despreciables. A continuación se detallan pruebas realizadas con el divisor y se dan los resultados de una intercomparación bilateral donde se utilizó este nuevo sistema.

### 5.3. Uso del divisor

Se realizaron muchas pruebas para comprobar el funcionamiento del sistema del divisor. No se detallarán todas, se incluyen los puntos principales y las conclusiones obtenidas.

En el diseño inicial se habían torneado arandelas de teflón que aislaban los conectores, éstas se habían montado sobre una tapa de aluminio. Se realizaron varias mediciones de patrones ya calibrados y se comprobó que las mismas tenían un error sistemático, todas ellas daban valores menores a los esperados. Se comprobó que el problema residía en las corrientes de fuga del divisor, utilizando un teraohmetro se observó que la resistencia de aislación estaba muy por debajo de la esperada para el teflón (superior a  $10^{13} \Omega$ ). Se supuso que existían dos posibles orígenes para este problema: efectos triboeléctricos del teflón, producidos al realizar el montaje y las conexiones, y que las arandelas tenían poco espesor. Se decidió utilizar una plancha de teflón maciza de 1 cm de espesor que reemplazara la tapa de aluminio. Se realizaron nuevas mediciones y se comprobó que la resistencia de aislación superaba los  $10^{13} \Omega$  en todos los casos. Es importante aclarar que la aislación de los cables del propio teraohmetro está en este orden, por lo que podemos esperar que la resistencia de aislación entre conectores sea superior a la medida.

Se midió la relación  $\alpha_{p4}$  del divisor durante un tiempo prolongado utilizando el puente comparador de corriente: se conectaron en paralelo las resistencias de  $30 k\Omega$  y se las comparó con la resistencia de  $10 k\Omega$  durante un período de 20 h aproximadamente. Los resultados pueden verse en la figura 39. Se observa que la medición es muy estable, tiene un desvío de 0,03 partes en  $10^6$ . Este resultado fue muy alentador, ya que permitía concluir que la relación se mantendría estable durante el tiempo requerido para una calibración. Sin embargo, posteriormente se realizaron varias mediciones de zeners y pilas patrón ya calibradas y se observó que el valor de  $\alpha_{p4}$  variaba más que en la medición anterior. Se concluyó que dicha variación provenía de la conexión y desconexión de cables requerida y en particular de uno de los cortos que se utilizaban en las mediciones. Al insertar y quitar los conectores tipo banana no sólo se generaban tensiones que aparentemente eran medidas sino que además se aflojaban los conectores binding-post. Se introdujeron tres cambios: el primero fue montar unas pequeñas cuñas de teflón que tens-

aban y fijaban mejor la posición de las tetrajunturas, en segundo lugar se pegaron las tuercas de cobre-telurio bañadas en oro que fijaban los binding-post a las tetrajunturas, finalmente se decidió no utilizar más los cortos de corriente. Por medio de varias mediciones realizadas se pudo comprobar que se obtenían iguales resultados y más estables al utilizar únicamente los cortos de tensión.

Se utilizaron varios sistemas de calibración para la relación del divisor y se realizaron mediciones de zeners. Todos las mediciones entregaron valores similares dentro de su incertidumbre pero como era de esperar el sistema potenciométrico para la resistencia Hall cuántica dio los mejores resultados. Se decidió entonces utilizar este último como método de calibración de la relación durante la intercomparación abajo detallada.

**Intercomparación** Se utilizó el divisor en una comparación bilateral en 10 V y 1,018 V con el BIPM [54]. Los resultados obtenidos fueron muy satisfactorios.

Se realizaron mediciones con ambos métodos, el divisor y el de corrección de rango del multímetro. Por medio de estas mediciones se corroboró que el método del divisor no presentara errores sistemáticos apreciables, la comparación de los resultados se da en la figura 40.

Se ve que ambos métodos son coincidentes. Además el método del divisor presenta menor incertidumbre de calibración. La incertidumbre del método del divisor viene dada por

$$\begin{aligned} V_{10V} &= V_J(1 + 9\alpha_{p4}) \\ u_{10V}^2 &= \left(\frac{V_{10V}}{V_J}\right)^2 u_{V_J}^2 + (9\alpha_{p4})^2 u_\alpha^2 \end{aligned} \tag{50}$$

se indica la ecuación que determina el valor de medición de 10 V y posteriormente la fórmula de cálculo de incertidumbre, donde  $u_i$  corresponde a la incertidumbre asociada a la componente  $i$ . La incertidumbre tipo B combinada asociada a la medición del zener es  $u_c = 0,12 \mu V/V$ . Como las mediciones se realizan en forma directa con el sistema 1V-JVS se pudo reducir la incer-

tidumbre de medición en el rango de 10 V, además el método se independiza de la salida de 1,018 V del zener.

En la figura 41 se dan los resultados de la comparación bilateral.

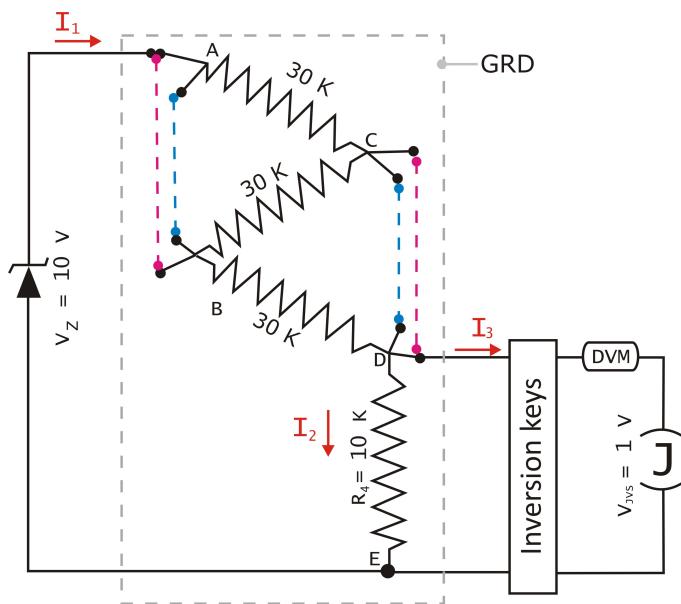
La menor dispersión en las mediciones del BIPM se deben a que utilizan un sistema 10V-JVS. Este es el mejor método conocido para realizar este tipo de mediciones y obtienen una incertidumbre combinada tipo B de 0,87 nV. De las mediciones realizadas se pudo concluir que

$$U_{INTI} - U_{BIPM} = -0,24 \mu V \text{ con } u_c = 0,38 \mu V \quad (51)$$

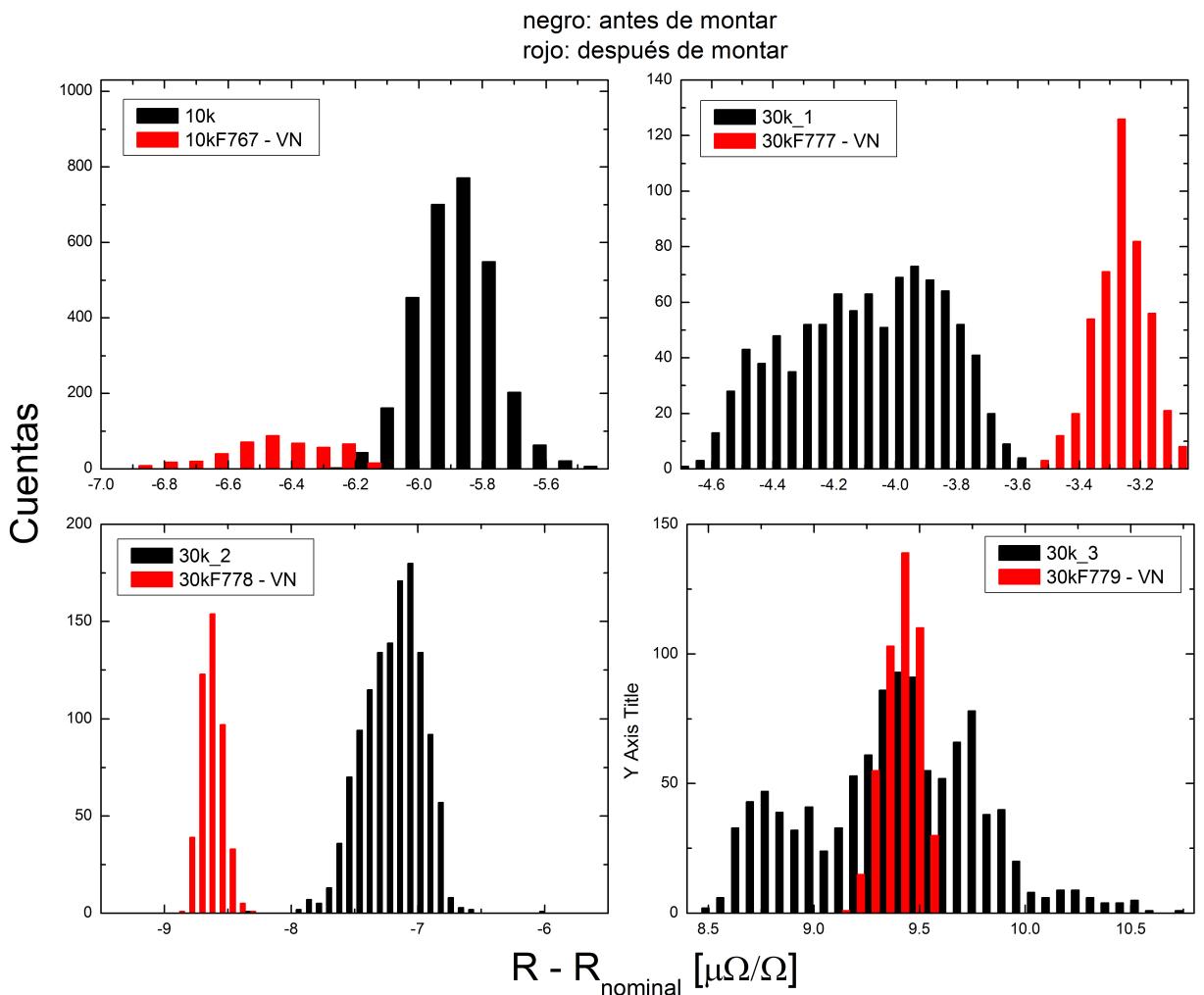
donde  $U_i$  es la tensión medida por cada instituto referida al día de referencia de calibración y  $u_c$  es la incertidumbre combinada de la intercomparación. Se concluyó que dentro de la incertidumbre asignada a la comparación bilateral la referencia de tensión de ambos institutos es coincidente. Estos resultados fueron muy satisfactorios ya que demostraron que el nuevo método de calibración funciona correctamente y además permitió disminuir la incertidumbre de calibración de las referencias de 10 V.



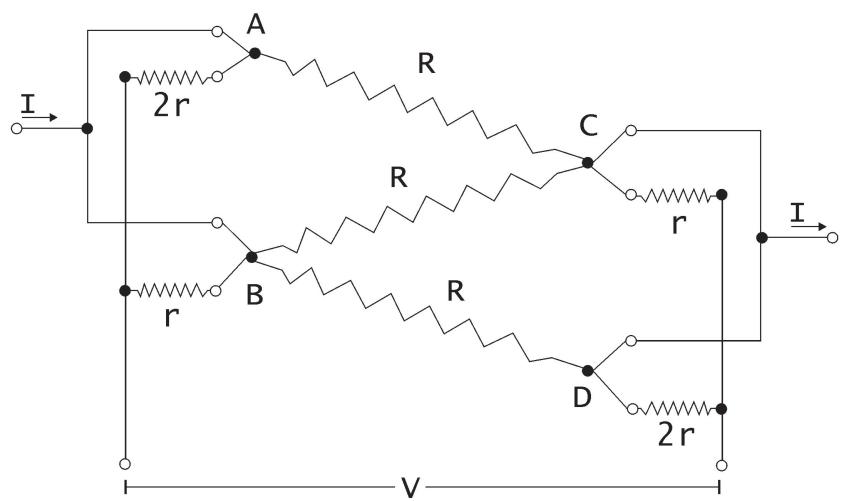
**Figura 35:** Fotografía del divisor resistivo. Los conectores binding-post están aislados con teflón, la tapa que los sostiene es de aluminio, posteriormente se reemplazó por una enteramente de teflón. Los elementos resistivos están encapsulados con aceite, y fueron colocados en un sumidero térmico de cobre. Se observan las tetrajunturas utilizadas para realizar la conexión permanente en serie.



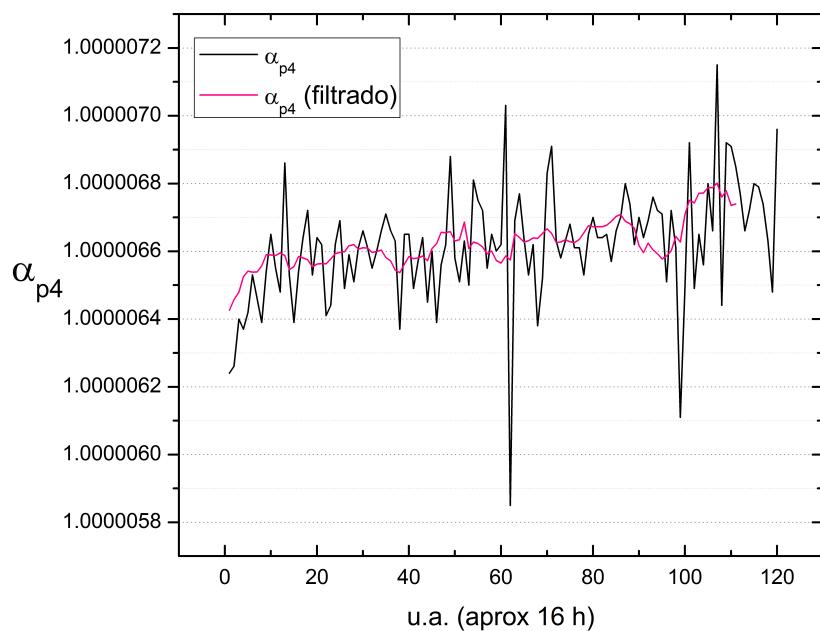
**Figura 36:** Esquema del sistema de calibración, el divisor de tensión permite calibrar la salida de 10 V del zener contra la salida del arreglo Josephson. Posteriormente se calibra el divisor: se ponen en paralelo las resistencias de  $30 \text{ k}\Omega$  por medio de cortos (azul y rojo punteado) y se compara la resistencia en paralelo  $R_p$  y la resistencia  $R_4 = 10 \text{ k}\Omega$  en relación 1:1. Obsérvese que para la calibración de tensión sólo se requiere la proporción entre la resistencia en paralelo y  $R_4$ . Se indican las nomenclaturas utilizadas de corrientes y resistencia.



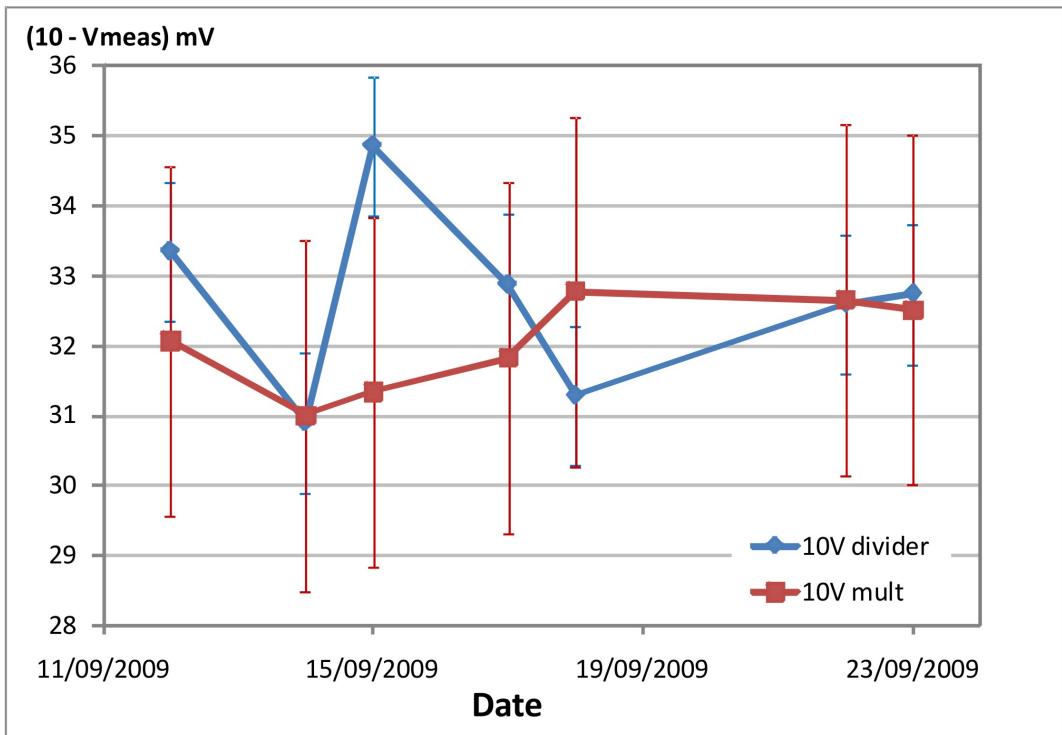
**Figura 37:** Histograma de mediciones realizadas de los elementos resistivos utilizados en la construcción del divisor de tensión. En *negro* resultados de la medición realizada antes del montaje, en *rojo* mediciones sobre las resistencias ya montadas en el arreglo final. Obsérvese la mejora en la dispersión de las mediciones. Las mediciones se realizaron con un multímetro de alta exactitud en modo resistencia de cuatro terminales.



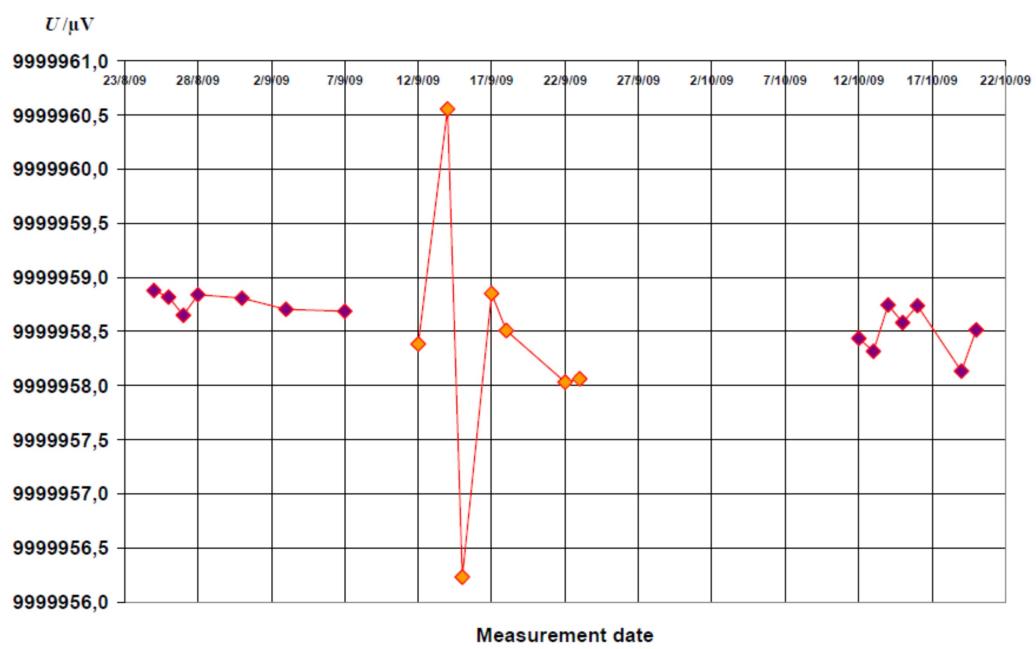
**Figura 38:** Conexión en paralelo con resistencias de compensación, donde  $R = 30 \text{ k}\Omega$  son los componentes resistivos principales del divisor,  $r = 0,2\Omega$  son las resistencias compensadoras.



**Figura 39:** Medición de la relación  $\alpha_{p4}$  durante un período de aproximadamente 16 horas. En negro todos las proporciones medidas, en rojo se utilizó un filtro de 10 puntos sobre los datos, se observa una pequeña variación en los datos filtrados. El promedio es  $\alpha_{p4} = 1,0000066$ , con un desvío de 0,03 en  $10^6$ .



**Figura 40:** Resultados de la calibración de la salida de 10 V de un patrón secundario zener 732B por medio de ambos métodos. Obsérvese que ambos coinciden dentro de la incertidumbre de medición. El método de calibración del divisor presenta, además, menor incertidumbre de medición.



**Figura 41:** Resultados de la comparación bilateral con el BIPM [54]. La serie de mediciones inicial y final fueron realizadas con el equipo 10V-JVS del BIPM, la serie de medición intermedia es la que se realizó en Argentina.



## 6. Conclusiones

Se realizó un estudio de varias muestras con fines metrológicos para producir el efecto Hall cuántico entero. De las muestras estudiadas las denominadas LEP, PTB y NRC presentaron las mejores características metrológicas en ese orden, esto es una correcta cuantificación, bajo valor de resistencias de contacto, gran amplitud de plateaux  $\nu = 2$  con centro en campos magnéticos que pueden ser obtenidos con el sistema del laboratorio. En particular todas ellas tienen resistencias de contacto  $R_c \leq 1 \Omega$ , siendo este un requisito importante para su uso como referencia absoluta cuántica con niveles de incertidumbre aceptables.

En algunas mediciones se observaron casos en los que no había una correcta formación del 2DEG a lo largo de la muestras. este hecho se puso de manifiesto en la medición de  $R_{xx}$  entre pares de contactos, presentando  $R_{xx} \gg 1 \Omega$  y una dispersión muy superior a la esperada. Se comprobó que era un problema de formación del 2DEG ya que al llevar la muestra a temperatura ambiente y realizar nuevamente el enfriado se obtuvieron  $R_{xx} \ll 1 \Omega$  para los mismos pares de contactos. Queda en evidencia la importancia de los lineamientos planteados en las guías técnicas [39] y [34] ya que al realizar mediciones de  $R_{xy}$  sobre estos contactos se comprueba que  $R_{xy}(i = 2) \neq R_K/2$  por ejemplo.

De todas las muestras analizadas, PTB presenta la mayor  $I_c$ , mientras que NRC la menor de ellas.

Las mediciones realizadas a diferentes temperaturas muestran que para temperaturas superiores a 0,4 K el valor de  $R_H$  sufre variaciones que no son aceptables para muestras a utilizar para generar la referencia cuántica, es necesario trabajar a 0,4 K. La muestra LEP es la que presenta el menor cambio. Además la temperatura induce un cambio en la pendiente del plateau por lo que se vuelve más crítico trabajar cerca de  $R_{xx}(\min)$ . El efecto de la temperaturas se pone particularmente de manifiesto en los plateaux impares. La gran diferencia de las relaciones entre plateaux  $R_H(\nu = 2)/R_H(\nu = 4)$  obtenidas a 4,2 K indican que se dan canales de conducción paralelos a los

del gas bidimensional, [43], que provocan un apartamiento considerable de  $R_H$  respecto de su valor de cuantificación ideal.

De la misma forma las variaciones de corriente realizadas a temperatura constante indican similares comportamientos. A mayor corriente disminuye el ancho de los plateaux y como antes, los primeros en perder la cuantificación son los impares.

La resolución y exactitud de los sistemas disponibles utilizados en las mediciones no permitieron determinar fehacientemente la constante que determina las pendientes de los plateaux por cambios térmicos y de corriente. De la bibliografía citada se ve que dicha constante es extremadamente pequeña y queda dentro de la incertidumbre de medición incluso del sistema potenciométrico. Es necesario utilizar un CCC para realizar dichas mediciones.

Se observó cómo la corriente de medición y la temperatura modifican la estructura de las oscilaciones de Shubnikov-de Haas, y en particular la desaparición de los plateaux impares.

Del conjunto de variables estudiadas sobre cada muestra, tales como corriente crítica, temperatura donde se obtiene la mejor cuantificación, relación  $R_H(2)/R_H(4)$ ,  $\mu$  y  $n$ , se concluye que para cada una de las tres muestras estudiadas, si se trabaja dentro de los valores de los parámetros más aceptables metrológicos, puede asegurarse una incertidumbre total expandida para resistores patrones secundarios comparados contra la QHR de 8 partes en  $10^8$ . Esta incertidumbre tiene en cuenta la incertidumbre tipo B del sistema potenciométrico, pudiendo despreciarse la incertidumbre debida a la realización de la referencia.

Como una aplicación particular, la referencia Hall cuántica se utilizó para compararla con un divisor resistivo. Este fue diseñado, construido y caracterizado en el laboratorio. Está basado en resistencias comerciales y el método de paso serie-paralelo de Hamon que permitió sustituir el método de calibración de la salida de 10 V de los patrones secundarios zener, basado en la corrección de rango de un multímetro digital. El método basado en el divi-

sor resistivo permitió independizar la calibración de la salida de 10 V de las referencias secundarias zener de la salida de 1,018 V, la ventaja principal de este punto es que la salida de 1,018 V, como se explicó, se obtiene a partir de la de 10 V por medio de un divisor resistivo interno, y de esta forma las mediciones de 10 V quedaban correlacionadas a las de 1,018 V. El divisor diseñado permite realizar las mediciones de 10 V directamente con el sistema JVS.

Se llevaron a cabo varias mediciones que permitieron comprobar que el sistema potenciométrico es el mejor sistema de calibración para establecer la relación del divisor § 3.3. Este sistema permite medir la  $R_{10k}$  y la  $R_p$  del divisor por medio de la  $R_H(\nu = 2)$ . El cociente de ambos valores permite obtener  $\alpha_{p4}$  con muy baja incertidumbre.

Se compararon resultados obtenidos con el divisor resistivo y con el método de corrección de rango del multímetro, siendo ambos coincidentes. El uso del divisor en una comparación bilateral con el BIPM permitió afirmar el correcto funcionamiento del nuevo método de calibración basado en el divisor, el cual además disminuyó la incertidumbre de calibración.

## 6.1. Líneas de trabajo futuras

Todas las técnicas de medición y caracterización aprendidas durante este trabajo serán de gran utilidad a futuro. Como ya se comentó, recientemente se ha abierto una nueva rama de investigación en QHE a partir del grafeno [7] (trabajo que le ha valido muy recientemente el Nobel de Física a Geim y Novoselov quienes lograron aislarlo). El grafeno presenta cuantificación a temperatura ambiente, es de por sí un sistema bidimensional y presenta una movilidad muy superior a la de los sistemas estudiados en este trabajo. Estas características lo han posicionado como un candidato excelente para implementar nuevos desarrollos en sistemas electrónicos y en particular como nuevo sistema con el cual fabricar las muestras Hall para producir la referencia de resistencia eléctrica. Un trabajo reciente de un grupo europeo [8, 55] ha logrado excelentes resultados metrológicos usando muestras de grafeno obtenidas

por crecimiento epitaxial en sustratos de SiC en lugar de las muestras de GaAs, en particular obtuvieron incertidumbres cercanas a las obtenidas con muestras de GaAs pero trabajando a 4,2 K.

Otra línea de trabajo es el desarrollo de un CCC de rango medio que reemplace el sistema potenciométrico y permita mejorar la transferencia de la QHR al resto de los patrones del laboratorio. Dentro de esta línea también se desarrolló, dentro de una colaboración con el NIST, un CCC de alto valor, éste permite transferir la resistencia Hall a resistores patrón de hasta  $1\text{ G}\Omega$ . Este trabajo ya fue desarrollado [56], se espera su instalación en el laboratorio en un futuro próximo.

## A. Geometría de las muestras

Usualmente las muestras metrológicas cuentan con ocho terminales, dos de corriente y seis de tensión equiespaciados en los laterales de la pastilla, la nomenclatura y distribución están indicadas en 1.

Se determinaron todos los parámetros relevantes de cada muestra. En la tabla 9 se resumen las mediciones realizadas. Las medidas se realizaron en el laboratorio de Metrología Dimensional del INTI utilizando un sistema micrométrico de medición y con un microscopio electrónico.

Las fotografías adjuntas en esta sección fueron tomadas con un microscopio óptico, en ellas se detalla la nomenclatura de la tabla 9.

La muestra PTB y NRC, a diferencia de las demás, tienen un recubrimiento, motivo por el cual no es posible determinar exactamente su geometría. Se tomaron entonces medidas de las posiciones de los terminales como distancia característica.

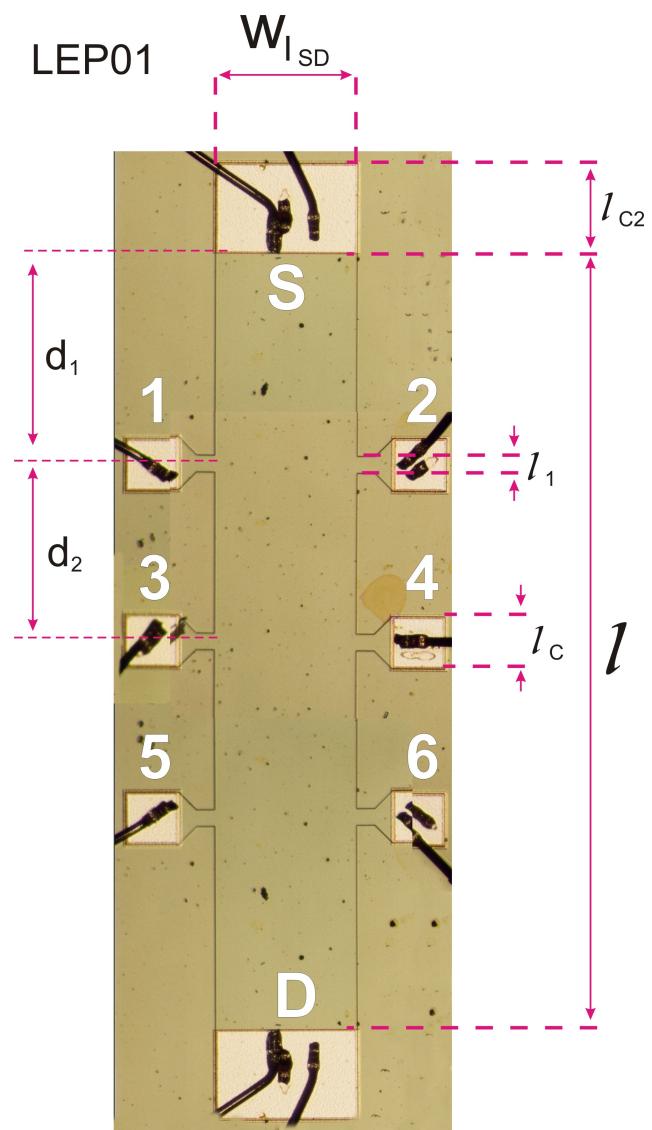
Además, las muestras H600 y NPL tienen geometrías más complicadas. La muestra H600 tiene una longitud mucho mayor al resto, mientras que NPL es muy estrecha y tiene una geometría de terminales bastante disímil a las de LEP01.

Para poder hacer uso de las muestras H600 y NPL fue necesario montarlas sobre un soporte de teflón [33, 32]. Para esto se utilizó cemento de contacto criogénico, es un pegamento de gran aislación eléctrica y buen transmisor térmico. Durante el montaje se presentaron algunos problemas. Uno fue el pegamento en sí, éste consta de dos fases. Al pegar las muestras a los soportes parte del pegamento se montó sobre parte de los terminales de conexión, lo cual inhabilitó su posterior conexión eléctrica. El segundo problema fue la disponibilidad de soportes. El tipo de soporte utilizados en las muestras metrológicas deben ser de muy buena aislación eléctrica y con excelentes contactos de oro. En general son de teflón o tipo cerámicos, fueron realizados hace tiempo en un proyecto internacional europeo [32] y no es posible conseguirlos comercialmente. Se contaba con un número menor de soportes que muestras, por esto se eligieron las mejores para montar.

Pegadas las muestras es necesario conectar eléctricamente los terminales de la muestra a los del soporte. Para esto se utilizaron las facilidades de la sala limpia de INTI-Electrónica, que cuenta con un sistema de soldadura para hilos de 25 y 75  $\mu\text{m}$ . Este proceso fue complicado y no fue posible soldar todos los contactos requeridos, el problema provino del cemento de contacto y de los terminales de oro de las muestras. Parte del borde de las muestras fue cubierta por el cemento, en particular se redujo el área de soldadura imposibilitando el uso de estos terminales. Esto impidió soldar correctamente alguno de los contactos con los hilos de oro. Los contactos restantes presentaron problemas en la capa de oro, ésta se desprendía en el proceso de soldadura. Las conexiones obtenidas no fueron de buena calidad y en su mayoría no presentaban continuidad eléctrica, como consecuencia estas muestras no pudieron ser estudiadas.

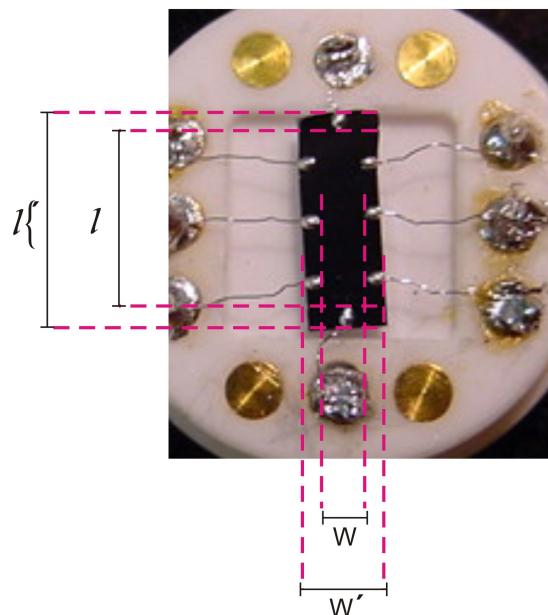
**Tabla 9:** Dimensiones principales de las muestras utilizadas

Muestra	w/L	w [ $\mu\text{m}$ ]	$\ell$ [mm]	$w_1 - w_{c1}$	$\ell_{c2}$
H600	0.1880	608	3.265	210	160
PTB	0.2321	1300	5.600	-	-
NPL	0.0782	86	1.100	180	180
LEP	0.1875	445	2.371	170	279
NRC	0.4091	900	2.200	200	270

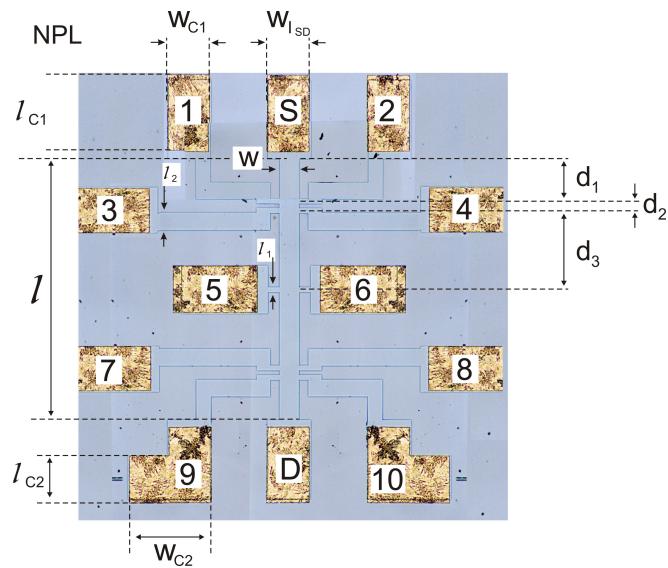


**Figura 42:** Fotografía de la muestra LEP01

PTB

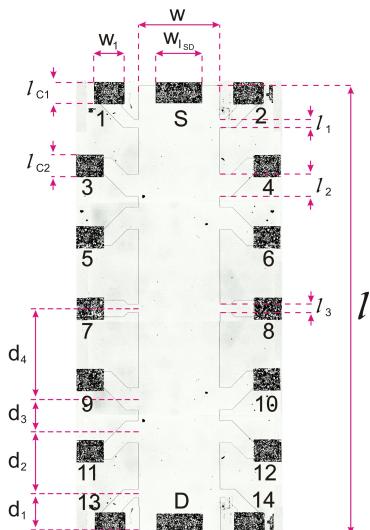


**Figura 43:** Fotografía de la muestra PTB. Esta muestra tiene un recubrimiento protector.



(a) Fotografía de la muestra NPL.

NPL - H600



(b) Fotografía de la muestra  
H600



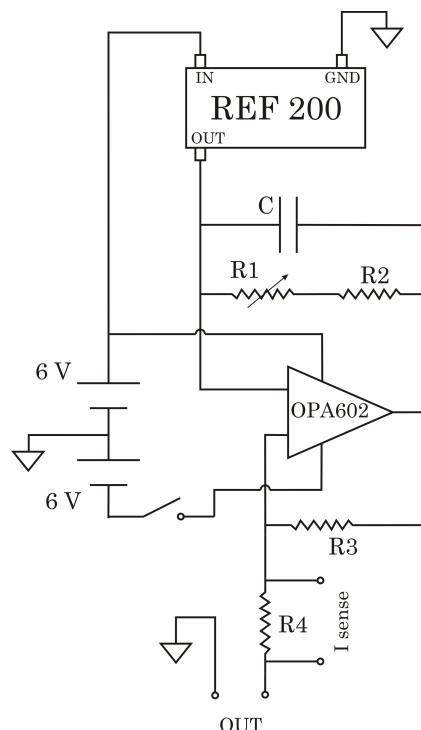
## B. Fuente de corriente

Para realizar los estudios de corriente crítica se construyó una fuente de corriente variable manual con un rango de 5 a 250  $\mu A$ . A continuación se explica el diseño utilizado y algunas pruebas que se realizaron para ver su estabilidad.

La fuente se basa en un sumidero-fuente de corriente dual *ref 200*, este microcomponente tiene dos referencias fijas de corriente de 100  $\mu A$  y un circuito integrado para generar un espejo de corriente.

En la figura 44 se presenta el circuito utilizado, éste es uno de los circuitos propuestos en la hoja de especificaciones de la *ref 200* con algunas modificaciones menores [57]. La resistencia denominada R4 es una resistencia de metal-film de 1 k $\Omega$  que permite medir la corriente entregada por el circuito. El amplificador operacional usado es de alta exactitud y rápida respuesta. Este es un componente crítico del diseño de la fuente y determina junto a la referencia de corriente la estabilidad de la salida. Como queremos que la fuente sea flotante se utilizaron dos baterías de gel de 6 V como fuentes de alimentación. Por lo que se construyó además, un cargador para éstas. Inicialmente se utilizaron baterías comunes de 9 V sin embargo no duraban lo suficiente como para realizar mediciones de larga duración, por esto se optó por pasar a baterías de gel. La fuente demostró ser lineal en todo el rango de corriente, para cargas menores a 30 k $\Omega$  (no se estudiaron cargas superiores).

Un punto importante a estudiar fue la estabilidad de la fuente durante un período de tiempo similar al necesario durante las mediciones. Para esto se midió con un multímetro de 8 1/2 dígitos la caída de tensión sobre un resistor patrón de 10 k $\Omega$ . Se pudo determinar que la estabilidad es menor a 3 nA hasta los 200  $\mu A$  y menor a los 10 nA para corrientes mayores. Las mediciones de estabilidad constaron de algunas mediciones por minuto durante períodos de 3 h aproximadamente. Las mediciones de resistencias de contacto y de corriente crítica requieren períodos de estabilidad mucho menores por lo que podemos concluir que la fuente es adecuada para tales experiencias.



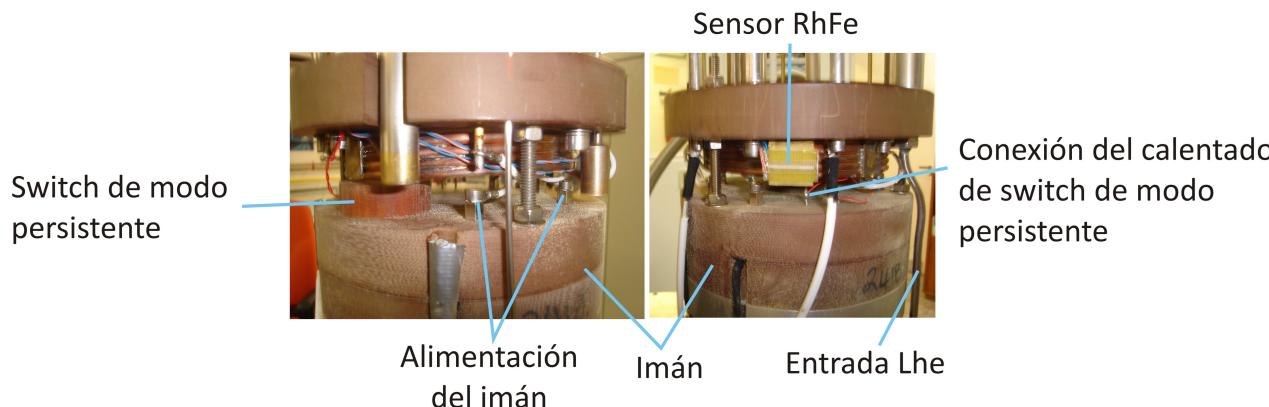
**Figura 44:** Diagrama de la fuente de corriente variable y flotante construida para realizar las mediciones de corriente crítica y resistencia de contacto de muestras Hall.  $R_1$  es un potenciómetro de  $10\text{ k}\Omega$ ,  $R_2$  una resistencia de  $200\ \Omega$ ,  $R_3$  una resistencia de  $4\text{ k}\Omega$  y  $R_4$  de aproximadamente  $1\text{ k}\Omega$  introducida para poder realizar testeos de la corriente durante las mediciones. La capacidad es de  $47\text{ nF}$ . Las fuentes de tensión son dos baterías de gel. Todas las resistencias son de metal-film.

## C. Esquemas y fotos del sistema

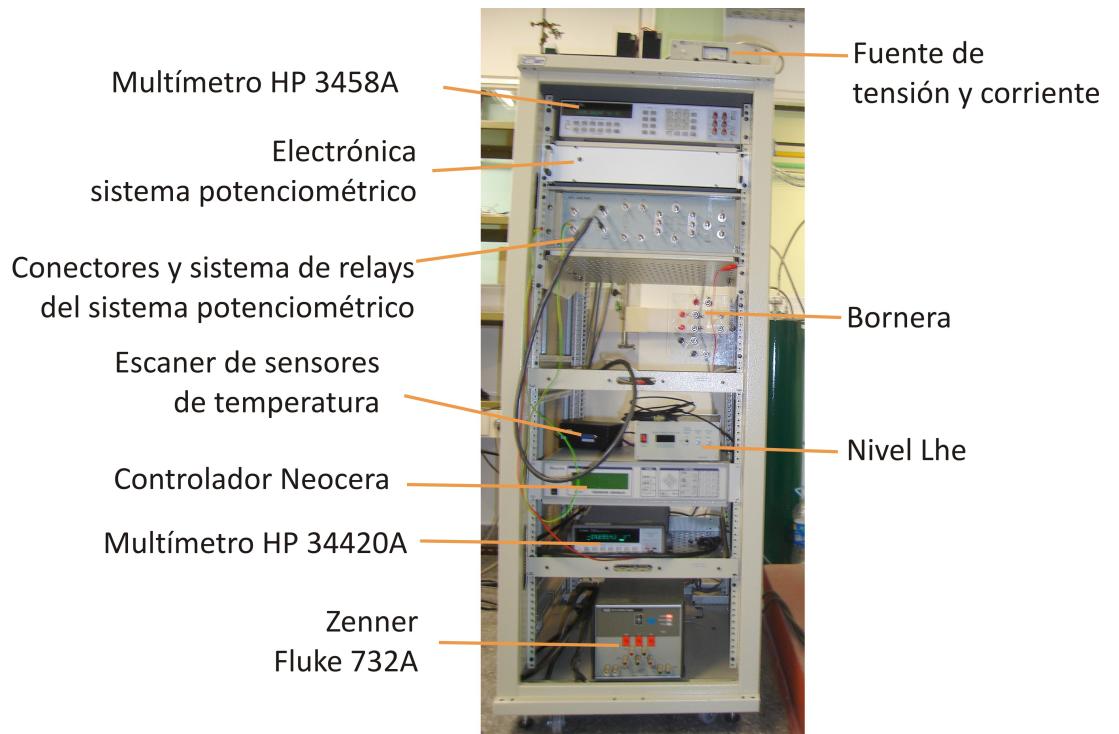
A continuación se dan una serie de fotografías del sistema a fin de referenciar todos sus componentes.



**Figura 45:** Vista del sistema Hall. Puede observarse en primer plano el crióstato Hall, en él reside el imán superconductor, los sistemas de intercambio y el espacio de la muestra. Por detrás se ve el reservorio de 3He. A la izquierda se encuentran las bombas de vacío y la electrónica del sensor Pirani.



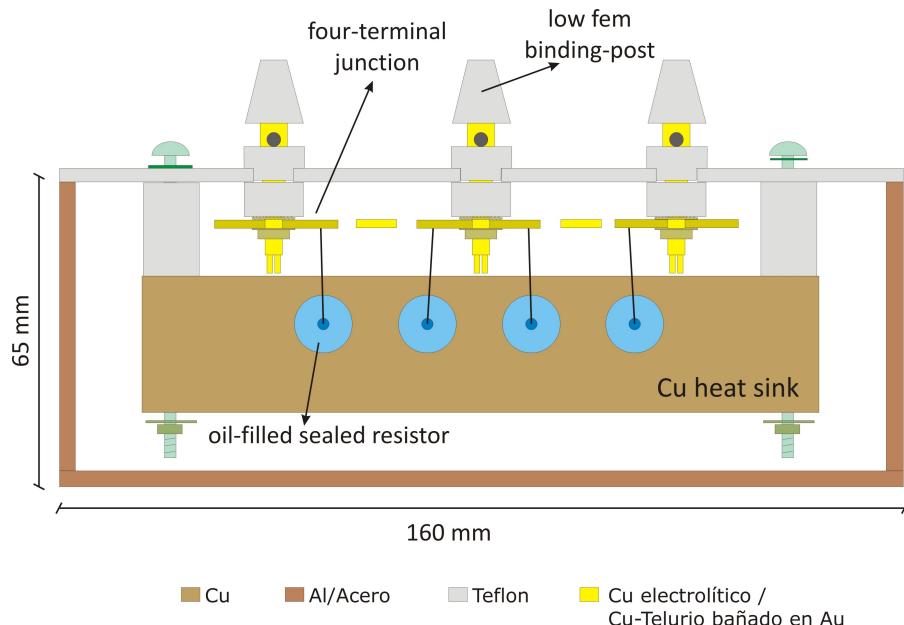
**Figura 46:** Fotografía de la parte superior del imán. Se detallan varias conexiones y uno de los sensores de temperatura.



**Figura 47:** Fotografía del sistema potenciométrico, y de la electrónica del sistema Hall. Se detallan los componentes, en particular: abajo se encuentra la fuente de tensión zener, corazón de la fuente de corriente del sistema potenciométrico. En la parte superior se ve la electrónica de los sensores de temperatura y de nivel de LHe.

## D. Esquemas del Divisor Resistivo JVS

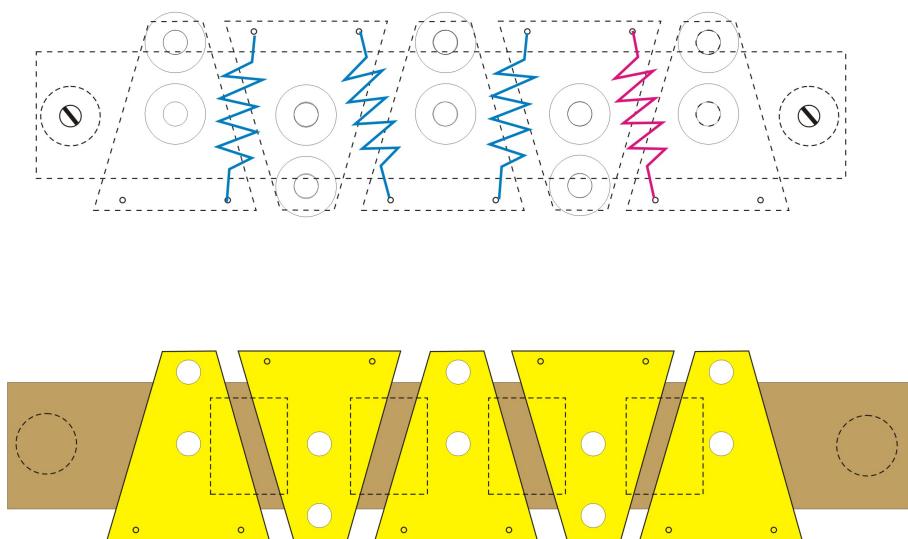
A continuación se dan esquemas del divisor resistivo JVS.



**Figura 48:** Corte lateral del divisor. Se indican los materiales utilizados y las dimensiones principales. Los conectores binding-post son de cobre telurio bañados en oro, de baja fem y alta conductividad. Gracias a la tapa superior de teflón se mejoró muchísimo la aislación entre conectores, originalmente se había utilizado una de aluminio con arandelas de teflón que demostraron no ser los suficientemente efectivas.



**Figura 49:** Fotografía del divisor sin la caja de aluminio. En ésta la tapa superior sobre la que están montados los conectores binding-post de baja fem es de aluminio. Como se explicó en el capítulo V la misma fue posteriormente reemplazada por una tapa de teflón, con la cual se pudieron solucionar los problemas de aislación.



**Figura 50:** Esquema del heat sink y de la posición de tetrajunturas y resistores (en azul los resistores de  $30\text{ k}\Omega$ , en rosa el de  $10\text{ k}\Omega$ ). Los agujeros más grandes indicados en las tetrajunturas son las posiciones donde se fijaron los binding-post. En la figura de arriba además se indica el tamaño de las arandelas de cobre telurio bañadas en oro utilizadas, de esta forma se evitó incluir más soldaduras en el sistema.



## E. Desarrollos

A continuación se desarrolla y discuten las ecuaciones 43 y 46, cuando no se indique se utilizó la misma notación detallada en §5.2. Todo el desarrollo se basa en el trabajo de Riley [51].

La resistencia en paralelo se puede llevar a una forma similar a la de serie (ecuación 43)

$$R_p = \frac{1}{\sum_{i=1}^m \frac{1}{R(1+\Delta_i)}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^m \frac{1}{R(1+\Delta_i)}} \quad (52)$$

usando que

$$\frac{1}{1+\chi} = 1 - \chi + \chi^2 - \dots \quad (53)$$

se puede reescribir 52 como

$$\sum_{i=1}^m \frac{1}{R(1+\Delta_i)} = \frac{1}{R} \sum_{i=1}^m (1 - \Delta_i + \Delta_i^2 - \dots) = \frac{m}{R} \left[ 1 - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (\Delta_i - \Delta_i^2 + \dots) \right] \quad (54)$$

por lo cual (52) queda, usando nuevamente (53)

$$R_p = \frac{1}{\frac{m}{R} \left[ 1 - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (\Delta_i - \Delta_i^2 + \dots) \right]} = \frac{R}{m} \left\{ 1 + \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (\Delta_i - \Delta_i^2 + \dots) + \left[ \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (\Delta_i - \Delta_i^2 + \dots) \right]^2 + \dots \right\} \quad (55)$$

la idea es entonces agrupar términos del mismo orden en  $\Delta$ , queda

$$R_p = \frac{R}{m} \left\{ 1 + \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \Delta_i - \left[ \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \Delta_i^2 - \left( \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \Delta_i \right)^2 \right] + \dots \right\} = \frac{R}{m} \left\{ 1 + \Delta_{prom} - \left[ \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \Delta_i^2 - \Delta_{prom}^2 \right] + \dots \right\} \quad (56)$$

luego, si se pueden eliminar todos los términos de orden superior, queda la ecuación (44). Para lo cual es necesario que los términos de orden superior sean despreciables. Según las mediciones detalladas en 5.2, figura 37, los

términos de orden superior son:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 (\Delta_i - \Delta_p rom)^2 &= 5,8 \times 10^{-8} \\
 \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 (\Delta_i)^3 &= 4,8 \times 10^{-12} \\
 \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 (\Delta_i)^4 \left[ \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \Delta_i^2 \right]^2 &= 7,8 \times 10^{-15}
 \end{aligned} \tag{57}$$

donde los resultados se dan en partes proporcionales (relativo a la resistencia de  $30 \text{ } k\Omega$ .

En el paper ya mencionado de Riley [51] se deduce que la diferencia entre las resistencias medidas individualmente y puestas en serie puede acotarse por

$$mR \left[ 1 + \Delta_p rom - 2 \frac{M(m-1)}{Rm} \right] \leq R_s \leq mR \left[ 1 + \Delta_p rom + 2 \frac{M(m-1)}{Rm} \right] \tag{58}$$

donde  $M$  es una cota para la resistencia cruzada y directa de la tetrajuntura utilizada en el conexionado de las resistencias.

## Referencias

- [1] BIPM. *The international system of units (SI)*. Organistion Intergouvernementale de la Convention du Metre, 2006.
- [2] B.D. Josephson. “Possible new effects in superconductive tunnelling”. *Physics Letters*, 1(7), 1962.
- [3] K.V. Klitzing, G. Dorda, and M. Pepper. ”New method for high-accuracy determination of the fine-structure constant based on quantized Hall resistance”. *Physical Review Letters*, 45(6):494–497, 1980.
- [4] J.C. Maxwell. *A treatise on electricity and magnetism*. Clarendon Press, 1873.
- [5] L.W. Shubnikov and W.J. de Haas. *Proceedings of the Royal Netherlands Society of Arts and Science*, 33(130 and 163), 1930.
- [6] N.W. Ashcroft and N.D. Mermin. *Solid State Physics*. Saunders Co., 1976.
- [7] K.S. Novoselov, Z. Jiang, Y. Zhang, S.V. Morozov, H.L. Stormer, U. Zeitler, J.C. Maan, G.S. Boebinger, P. Kim, and A.K. Geim. “Room-temperature quantum Hall effect in graphene”. *Science*, 315(5817):1379, 2007.
- [8] A. Tzalenchuk, S. Lara-Avila, A. Kalaboukhov, S. Paolillo, M. Syvajarvi, R. Yakimova, O. Kazakova, T. Janssen, V. Fal’ko, and S. Kubatkin. “Towards a quantum resistance standard based on epitaxial graphene”. *Nature Nanotechnology*, 5(3):186–189, 2010.
- [9] S.M. Girvin and R.E. Prange. *The quantum Hall effect*. Springer, 1987.
- [10] J.J. Sakurai. *Modern quantum mechanics*. Addison Wesley, 1993.
- [11] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, and Laloe F. *Quantum Mechanics*. Wiley, John Sons, 1996.

- [12] B. Jeckelmann and B. Jeanneret. “The quantum Hall effect as an electrical resistance standard”. *Measurement Science and Technology*, 14(8):1229–1236, 2003.
- [13] R.B. Laughlin. “Quantized Hall conductivity in two dimensions”. *Physical Review B*, 23(10):5632–5633, 1981.
- [14] B.I. Halperin. “Quantized Hall conductance, current-carrying edge states, and the existence of extended states in a two-dimensional disordered potential”. *Physical Review B*, 25(4):2185–2190, 1982.
- [15] M. Tinkham. *Introduction to superconductivity*. Dover Pubns, 2004.
- [16] J.E. Avron, D. Osadchy, and R. Seiler. “A topological look at the quantum Hall effect”. *Physics Today*, 56(8):38–42, 2003.
- [17] R. Landauer. “Electrical resistance of disordered one-dimensional lattices”. *Philosophical magazine*, 21(172):863–867, 1970.
- [18] R. Landauer. “Spatial variation of currents and fields due to localized scatterers in metallic conduction”. *IBM Journal of Research and Development*, 1(3):223–231, 1957.
- [19] M. Büttiker. “Absence of backscattering in the quantum Hall effect in multiprobe conductors”. *Physical Review B*, 38(14):9375–9389, 1988.
- [20] M. Büttiker. “Scattering theory of thermal and excess noise in open conductors”. *Physical Review Letters*, 65(23):2901–2904, 1990.
- [21] M.E. Cage. “Current Distributions in Quantum Hall Effect Devices”. *Journal of research - NIST*, 102:677–692, 1997.
- [22] M.E. Cage and C.F. Lavine. “Potential and Current Distributions Calculated Across a Quantum Hall Effect Sample at Low and High Currents”. *Journal of research - NIST*, 100:529–542, 1995.

- [23] K.K. Choi, D.C. Tsui, and K. Alavi. “Experimental determination of the edge depletion width of the two-dimensional electron gas in GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As”. *Applied physics letters*, 50(2):110–112, 1987.
- [24] S.M. Sze. *Physics of semiconductor devices*. Wiley-Blackwell, 2007.
- [25] G. Guevara. *Sistema de transferencia de alta exactitud de la referencia en resistencia Hall cuántica - Trabajo Profesional de Ingeniería Electrónica*. 2005.
- [26] A. Tonina, M. Bierzychudek, and Real M. “Poster: Comparación entre dos métodos de medición de transferencia de QHR a resistores standard”. In *AFA 2007*, 2007.
- [27] G. Marullo Reedtz and M.E. Cage. “An automated potentiometric system for precision measurement of the quantized Hall resistance”. *Journal of research of the National Bureau of Standards(1934)*, 92(5):303–310, 1987.
- [28] M.E. Cage, D.Y. Yu, B.M. Jeckelmann, R.L. Steiner, and R.V. Duncan. “Investigating the use of multimeters to measure quantized Hallresistance standards”. In *Precision Electromagnetic Measurements, 1990. CPEM'90 Digest., Conference on*, pages 332–333, 1990.
- [29] G. Rietveld and F.P. Jans. “A DVM-based accurate measurement setup for QHE resistancemeasurements”. In *Precision Electromagnetic Measurements Digest, 1998 Conference on*, pages 416–417, 1998.
- [30] J. Yeager and M.A. Hrusch-Tupta. *Low Level Measurements: Precision DC Current, Voltage, and Resistance Measurements*. Keithley Instruments, 1998.
- [31] A. Jeffery, R.E. Elmquist, J.Q. Shields, L.H. Lee, M.E. Cage, S.H. Shields, and R.F. Dziuba. “Determination of the von Klitzing constant and the fine-structure constant through a comparison of the quantized

Hall resistance and the ohm derived from the NIST calculable capacitor”. *Metrologia*, 35:83–96, 1998.

- [32] F. Piquemal, G. Geneves, F. Delahaye, J.P. Andre, J.N. Patillon, and P. Frijlink. “Report on a joint BIPM-EUROMET project for the fabrication of QHE samples by the LEP”. *IEEE transactions on instrumentation and measurement*, 42(2):264–268, 1993.
- [33] K.C. Lee. “Bonding wires to quantized Hall resistors”. *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on*, 44(2):249–253, 2002.
- [34] F. Delahaye and B. Jeckelmann. “Revised technical guidelines for reliable dc measurements of the quantized Hall resistance”. *Metrologia*, 40(5):217–223, 2003.
- [35] D. Dominguez, K.V. Klitzing, and K. Ploog. Optimization of the contact geometry for accurate quantized Hall resistance measurements. *Metrologia*, 26:197, 1989.
- [36] D. Jucknischke, H.J. Buhlmann, R. Houdre, M. Ilegems, M.A. Py, B. Jeckelmann, and W. Schwitz. “Properties of alloyed AuGeNi-contacts on GaAs/Ga/AlAs-heterostructures”. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 40(2):228–230, 1991.
- [37] B. Jeckelmann, B. Jeanneret, and D. Inglis. “High-precision measurements of the quantized Hall resistance: Experimental conditions for universality”. *Physical Review B*, 55(19):13124–13134, 1997.
- [38] G. Rikken, J. van Haaren, W. Van der Wel, A.P. van Gelder, H. van Kempen, P. Wyder, J.P. André, K. Ploog, and G. Weimann. “Two-terminal resistance of quantum Hall devices”. *Physical Review B*, 37(11):6181–6186, 1988.
- [39] F. Delahaye. “Technical guidelines for reliable measurements of the quantized Hall resistance”. *Metrologia*, 26:63–68, 1989.

- [40] B. Jeanneret, B. Jeckelmann, H.J. Buhlmann, and M. Begems. “Influence of infrared illumination on the accuracy of the quantized Hall resistance”. *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on*, 46(2):285–288, 2002.
- [41] D.R. Lide. *CRC handbook of chemistry and physics*. CRC press, 1993.
- [42] A. Tonina, M. Real, R. Iuzzolino, and M. Bierzychudek. “QHE samples characterization”. In *SEMETRO VIII*, 2009.
- [43] M. Furlan. “Electronic transport and the localization length in the quantum Hall effect”. *Physical Review B*, 57(23):14818–14828, 1998.
- [44] B.V. Hamon. “A 1-100  $\Omega$  build-up resistor for the calibration of standard resistors”. *Journal of Scientific Instruments*, 31(12):450–453, 1954.
- [45] V. Kose. “Maintaining the unit of Voltage at PTB via the Josephson Effect”. *IEEE Trans. Instrum. Meas*, IM-23(4):271, 1974.
- [46] *Physics and applications of the Josephson effect*. John Wiley Sons, 1982.
- [47] C.A. Hamilton and Y.H. Tang. “evaluation uncertainty of josephson voltage standards”. *Metrologia*, 1999.
- [48] C.A. Hamilton. “Josephson voltage standards”. *Review of Scientific Instruments*, 71:3611, 2000.
- [49] R. Pöpel. “The Josephson effect and voltage standards”. *Metrologia*, 29:153–174, 1992.
- [50] R. Iuzzolino and Tonina A. “Linealidad de multímetros de alta exactitud”. *Informe interno INTI*, 2005.
- [51] J.C. Riley. “The accuracy of series and parallel connections of four-terminal resistors”. *IEEE Trans. Instrum. Meas*, 16(3):258–268, 1967.

- [52] ESI - Electro Scentific Industries. “*Model SR 1010 Resistance transfer standard - Instruction manual*”, 1968.
- [53] M.L. Morgan. “Four-terminal junction for electrical measurements and method of making the same”. *US Patent*, (3252091), 1966.
- [54] A. Tonina, R. Iuzzolino, M. Bierzychudek, M. Real, S. Solve, R. Chayramy, and M. Stock. “Bilateral comparison of 1.018 V and 10 V standards between the INTI (Argentina) and the BIPM, August to October 2009 (part of the ongoing BIPM key comparison BIPM. EM-K11. a and b)”. *Metrologia*, 47:1002, 2010.
- [55] T. Janssen and A. Tzalenchuk. “Quantum hall resistance standard based on graphene”. In *Precision Electromagnetic Measurements (CPEM), 2010 conference on*, pages 579–580. IEEE, 2010.
- [56] R. Elmquist, G.R. Jones, B. Pritchard, M. Bierzychudek, and F. Hernandez. “high resistance scaling from 10 k $\omega$  and qhr standards using a cryogenic current comparator”. pages 268–269, 2009.
- [57] Burr-Brown. “dual current source/current sink”. Technical report, 1993.