10 간단한 교류회로해석

이 장에서는 간단한 직렬 및 병렬회로에 사인파가 인가되었을 때(직류회로의 저항 및 그 역수인 컨덕턴스에 대응하는) 복소임피던스 및 그 역수인 복소어드미턴스의 개념을 도입하여 해석한다. 특히 복소임피던스의 실수부, 허수부와 복소어드미턴스의 실수부, 허수부의 관계를 명백히 한다.

10.1 직렬회로

$R-L$ 직렬회로

그림 10.1 (a)의 $R-L$ 직렬회로에서 전류, 전압의 순간치를 페이저로 표시한 그림 (b)는 두 임피던스

$$Z_R = R, \quad Z_L = j\omega L = jX_L \tag{10.1}$$

의 직렬회로이므로 입력임피던스는

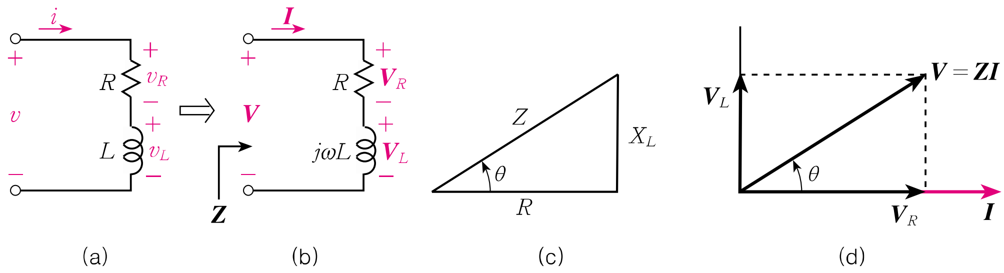


그림 10.1 $R-L$ 직렬회로

$$Z = \frac{V}{I} = R + jX_L = Z\underline{/\theta} \tag{10.2}$$

위에서 $$Z = \frac{V}{I}\left(|Z| = \left|\frac{V}{I}\right|\right) = \sqrt{R^2 + X_L{}^2} \tag{10.3}$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{X_L}{R} \tag{10.4}$$

어떤 회로에서나

$$Z\text{의 각 } \theta = (V\text{의 각 } \theta_v) - (I\text{의 각 } \theta_i) \tag{10.5}$$

임을 다시 한번 상기시키고자 한다[식 (9.14)].

위에서 보는 바와 같이 회로의 임피던스는 전원주파수와 회로소자의 값으로써 결정된다. 그리고 I가 주어지면 V는

$$V = ZI\,(= RI + jX_L I) \tag{10.6}$$

에 의하여 구할 수 있고, 또 V가 주어지면 I는

$$I = \frac{V}{Z} \tag{10.7}$$

에 의하여 구할 수 있다. 그리고 R, L에서의 전압강하는

$$V_R = RI, \quad V_L = jX_L I \tag{10.8}$$

에 의하여 구할 수 있다. 이리하여 회로 내의 모든 전류, 전압이 구해진다.

전류, 전압의 크기만이 문제될 때에는 식 (10.3)을 쓰면 되고 또 전압과 전류의 위상차는 식 (10.4)로 구해진다. $\theta > 0$이므로 전류는 전압보다 위상이 θ만큼 늦다. 이상은 이미 7.2절에서 얻은 결과와 일치한다.

$R-L$ 직렬회로의 Z의 크기와 각은 그림 10.1 (c)의 임피던스 삼각도에 의하

여 기억하면 편리하다. 이 그림으로부터 임피던스의 각은 다음 여러 가지로 표현될 수 있음을 알 수 있다.

$$\theta = \tan^{-1}\frac{X_L}{R} = \cos^{-1}\frac{R}{Z} = \sin^{-1}\frac{X_L}{Z} \tag{10.9}$$

그림 (d)는 전류 I를 기준으로 한(즉, $i = \sqrt{2}\,I\sin\omega t$와 같이 표시되도록 시간원점을 선정한 경우의) 페이저도이다. 저항에서의 전압강하 $V_R = RI$는 전류 I와 동상으로 그려지고, 인덕턴스에서의 전압강하 $V_L = jX_L I$는 I보다 $90°$ 앞서게 그려지며, 이 양자를 평행사변형법에 의하여 합하면 인가전압 $V = ZI$의 페이저가 얻어진다. 이 그림으로부터 이 회로에 관계되는 전압과 전류의 크기와 위상관계를 일목요연하게 알 수 있다. 이 페이저도는 결국 식 (10.6)의 내용을 기하학적으로 표현한 것이므로 페이저도만으로 회로해석을 할 수 있게 된다. 그러므로 항상 페이저도를 정확하고 신속하게 그리는 데 익숙할 필요가 있다.

전류 I를 기준으로 한 페이저도에서 I의 크기를 1로 잡으면 임피던스 삼각도가 얻어짐을 주목하라(반대로 임피던스 삼각도의 각 변을 I배하면 I를 기준으로 한 페이저도가 얻어진다). 페이저도를 그리지 않아도 해석은 되지만 그려보는 것이 유익하다. 그러나 복잡한 회로에서 모든 페이저를 그린다는 것은 노력에 비해 큰 소득이 있는 것은 아니다.

예제 10.1

그림 10.1 (a)에서 $R = 1.5\,\Omega$, $L = 5.3\,\mathrm{mH}$이다.

(a) 60 Hz에 대한 임피던스를 구하고, 임피던스 삼각도를 그려라.

(b) 단자전압 = 10 V (실효치)일 때 단자전류를 구하고, 단자전압과의 위상관계를 말하라.

(c) 단자전류 = 10 A일 때 단자전압을 구하고, 단자전류와의 위상관계를 말하라.

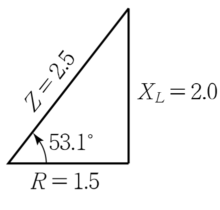


그림 10.2 예제 10.1의 임피던스 삼각도

풀이

(a) $X_L = \omega L = 377 \times 5.3 \times 10^{-3} = 2.0\,\Omega$

$\therefore\ Z = R + jX_L = 1.5 + j\,2.0 = \sqrt{1.5^2 + 2.0^2}\,\underline{/\tan^{-1}(2.0/1.5)}$

$= 2.5\underline{/53.1°}\,\Omega\,(\theta_v - \theta_i = 53.1°)$

임피던스 삼각도는 그림 10.2와 같다.

(b) $I = \dfrac{V}{Z} = \dfrac{10}{2.5} = 4\,\mathrm{A}$이고 단자전압보다 53.1° 늦다.

(c) $V = ZI = 2.5 \times 10 = 25\,\mathrm{V}$이고 단자전류보다 53.1° 앞선다.

예제 10.2

예제 10.1에서 $R = 1.5\,\Omega$, $L = 5.3\,\mathrm{mH}$의 직렬회로의 임피던스 $Z = 2.5\underline{/53.1°}\,\Omega$임을 알았다.

(a) 인가전류 $\boldsymbol{I} = 4\underline{/0°}$일 때 단자전압 $\boldsymbol{V}$를 구하고 페이저도를 그려라.

(b) 인가전압 v가 $v = \sqrt{2}\,100\sin 377t$와 같이 표시될 때 흐르는 전류 i를 구하라. 또 이 경우의 페이저도를 그려라.

풀 이

(a) $\boldsymbol{V} = Z\boldsymbol{I} = (2.5\underline{/53.1°})(4\underline{/0°}) = 10.0\underline{/53.1°}\,\mathrm{V}$

페이저도를 그리려면 먼저 $\boldsymbol{I} = 4\underline{/0°}$를 그리고 다음에 $\boldsymbol{V}_R = R\boldsymbol{I} = 6\underline{/0°}$, $\boldsymbol{V}_L = j\omega L\boldsymbol{I} = j8 = 8\underline{/90°}$를 그리고 마지막에 $\boldsymbol{V}_R$, $\boldsymbol{V}_L$을 합하여 페이저 $\boldsymbol{V}$를 그리면 된다. 따라서 그림 10.3 (a)와 같은 페어저도가 얻어진다.

(b) 주어진 전압에 대한 페이저는 $\boldsymbol{V} = 100\underline{/0°}\,\mathrm{V}$

$$\therefore\ \boldsymbol{I} = \frac{\boldsymbol{V}}{Z} = \frac{100\underline{/0°}}{2.5\underline{/53.1°}} = 40\underline{/-53.1°}\,\mathrm{A}$$

그러므로 $i = \sqrt{2}\,40\sin(377t - 53.1°)\,\mathrm{A}$

페이저도를 그리려면 $\boldsymbol{I}$가 이미 계산되어 있으므로 먼저 페이저 $\boldsymbol{V}$와 $\boldsymbol{I}$를 그린 다음 $\boldsymbol{V}$의 첨단에서 $\boldsymbol{I}$에 수직선을 내리면 $\boldsymbol{V}_R$, $\boldsymbol{V}_L$이 그림 (b)와 같이 쉽게 구해진다. 이것은 그림 (a)의 페이저도를 53.1°만큼 시계방향으로 회전한 것과 같다.

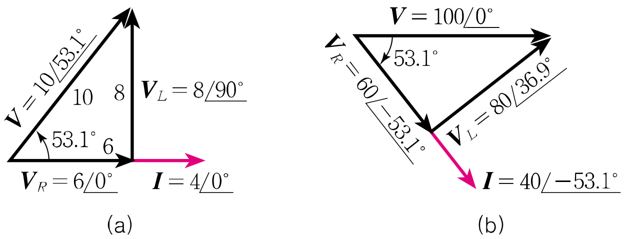


그림 10.3 예제 10.2의 페이저도

$R-C$ 직렬회로

그림 10.4 (a)의 $R-C$ 직렬회로에서

$$Z_R = R, \quad Z_C = -j\frac{1}{\omega C} \tag{10.10}$$

이므로 입력임피던스는

$$\boldsymbol{Z} = \frac{\boldsymbol{V}}{\boldsymbol{I}} = R + jX_C = Z\angle\theta \tag{10.11}$$

여기서 $$Z = \frac{V}{I} = \sqrt{R^2 + X_C^2} \tag{10.12}$$

$$\theta = \theta_v - \theta_i = \tan^{-1}\frac{X_C}{R} = \tan^{-1}\frac{-1}{R\omega C} \tag{10.13}$$

$\theta < 0$이므로 전류는 전압보다 위상이 $|\theta|$만큼 앞선다.

그림 (b)는 임피던스 삼각도이며, 그림 (c)는 전류 $\boldsymbol{I}$를 기준으로 한 페이저도이다. 페이저도에서 저항에서의 전압강하 $R\boldsymbol{I}$는 $\boldsymbol{I}$와 동상으로 그려져 있고, 커패시턴스에서의 전압강하 $-j\frac{1}{\omega C}\boldsymbol{I}$는 $\boldsymbol{I}$보다 $90°$ 늦게 그려져 있고, 이 양자를 합하여 인가전압 $\boldsymbol{V}$의 페이저가 그려져 있다. 그림 (d)는 인가전압 $\boldsymbol{V}$를 기준으로 한 페이저도이며 이것은 그림 (c)를 전체적으로 각 $|\theta|$만큼 반시계방향으로 회전시킨 것에 불과하다.

이와 같이 페이저도는 기준페이저의 선정에 따라서, 바꾸어 말하면 시간원점의 선정에 따라서 달라지나 각 페이저의 길이와 상호간의 위상차는 불변이다. 한편 임피던스 삼각도는 전압, 전류와는 관계가 없다.

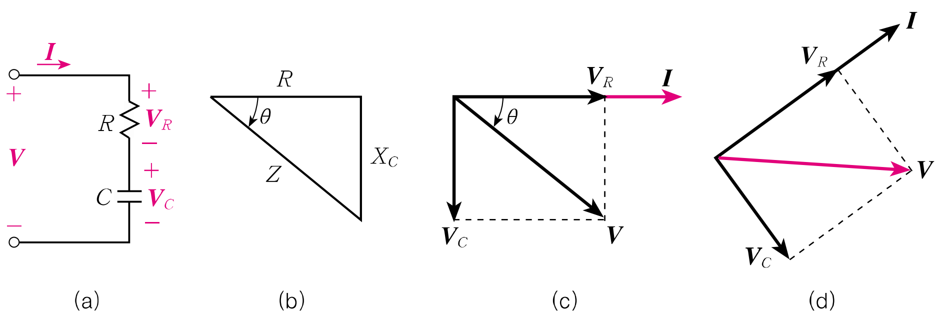


그림 10.4 $R-C$ 직렬회로

예제 10.3

그림 10.5 (a)의 회로에서 $R = 1200\,\Omega$, $C = 0.1\,\mu\mathrm{F}$이다.

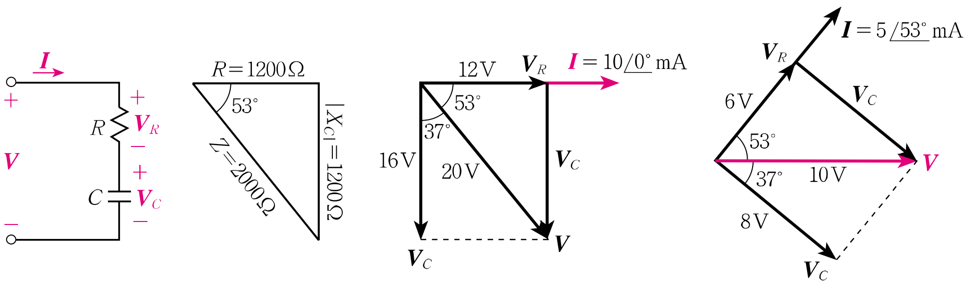
(a) $f = 1\,\mathrm{kHz}$에 대한 임피던스를 구하고 임피던스 삼각도를 그려라.

(b) 단자전압 = 10 V (실효치)일 때 단자전류를 구하고 단자전압과의 위상관계를 말하라.

(c) 단자전류 = 10 mA일 때 단자전압을 구하고 단자전류와의 위상관계를 말하라.

(d) 인가전류 $\boldsymbol{I} = 10\underline{/0°}\,\mathrm{mA}$일 때 각 전압과 전류의 페이저도를 그려라.

(e) 인가전압 $\boldsymbol{V} = 10\underline{/0°}\,\mathrm{V}$일 때 각 전압과 전류의 페이저도를 그려라.



(a) 회로 (b) 임피던스 삼각도 (c) $\boldsymbol{I} = 10\underline{/0°}$ mA일 때의 페이저도 (d) $\boldsymbol{I} = 10\underline{/0°}$ V일 때의 페이저도

그림 10.5 예제 10.3의 그림

풀 이

(a) $X_C = -\dfrac{1}{2\pi \times 10^3 \times 0.1 \times 10^{-6}} = -1600\,\Omega$

$\therefore\ \boldsymbol{Z} = R + jX_C = 1200 - j1600 = 2000\underline{/-53°\,\Omega}$

따라서 임피던스 삼각도는 그림 10.5 (b)와 같다.

(b) $I = \dfrac{V}{Z} = \dfrac{10}{2000} = 0.005\mathrm{A} = 5\,\mathrm{mA}$이고 단자전압보다 53° 앞선다.

(c) $V = ZI = 2000 \times 10 \times 10^{-3} = 20\,\mathrm{V}$이고 단자전류보다 53° 늦다.

(d) 임피던스 삼각도의 각 변에 10 mA를 곱함으로써 전류, 각 전압의 페이저도는 그림 (c)와 같이 된다.

(e) 그림 (c)의 페이저도를 반시계방향으로 53°만큼 회전시킨 것과 같다.

예제 10.4

그림 10.6 (a)에서 v_1, v_2, v의 실효치가 각각 7, 9, 10 V이고 또 v_1이 v보다 위상이 앞서고 있음을 측정에 의해 알았다고 하자. 세 전압 사이의 위상관계를 구하라.

풀 이

이 문제는 세 전압의 페이저도를 그려서 생각하는 것이 쉽다. 편의상 $\boldsymbol{V}$를 기준페이저로 택한다. $\boldsymbol{V}_1$은 $\boldsymbol{V}$보다 위상이 앞서므로 $\boldsymbol{V}_1$과 $\boldsymbol{V}_2$의 합이 $\boldsymbol{V}$가 되려면 $\boldsymbol{V}_2$는 $\boldsymbol{V}$보

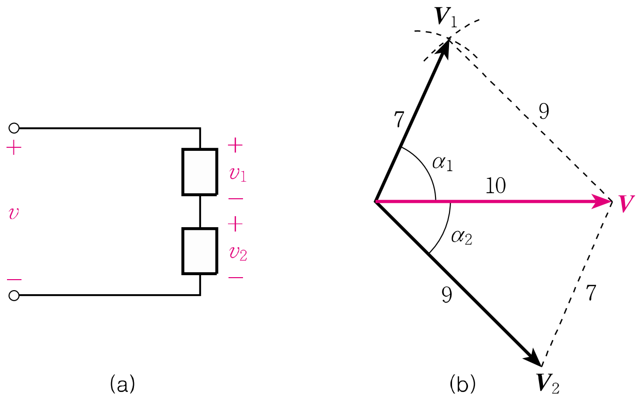


그림 10.6 예제 10.4의 회로 및 페이저도

다 늦어야 한다. 그러므로 페이저도는 그림 10.6 (b)와 같이 된다. V_1의 끝점에서 V에 수직선을 그으면

$$10 = 7\cos\alpha_1 + 9\cos\alpha_2, \quad 7\sin\alpha_1 = 9\sin\alpha_2$$

이 두 식에서 α_1, α_2를 구할 수 있겠으나 좀 복잡하다. 다른 방법으로는 삼각형의 세 변의 길이를 알고 있으므로 삼각공식을 이용하여

$$9^2 = 7^2 + 10^2 - 2 \cdot 7 \cdot 10\cos\alpha_1, \quad \therefore \ \alpha_1 = 60.9°$$

마찬가지로

$$7^2 = 9^2 + 10^2 - 2 \cdot 9 \cdot 10\cos\alpha_2, \quad \therefore \ \alpha_2 = 42.8°$$

10.2 병렬회로

그림 10.7과 같이 임피던스 Z_1, Z_2가 병렬로 연결된 병렬회로에서 입력전압을 V, 입력전류를 I, 각 임피던스에 흐르는 전류를 I_1, I_2라 하면, 저항회로의 식 (2.19)에 대응하여 입력임피던스 Z는

$$Z = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} \tag{10.14}$$

일단 Z가 구해지면 I가 주어졌을 때

$$V = ZI$$

$$I_1 = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} I, \ I_2 = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} I \ \text{[전류분배의 법칙 ; 식 (2.20)]} \tag{10.15}$$

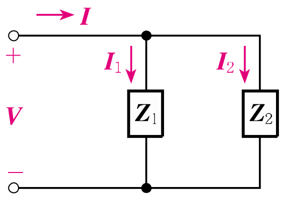


그림 10.7 병렬회로

또 V가 주어졌을 때

$$I = \frac{V}{Z}, \quad I_1 = \frac{V}{Z_1}, \quad I_2 = \frac{V}{Z_2} \tag{10.16}$$

에 의하여 모든 전류, 전압을 구할 수 있다.

예제 10.5

그림 10.8에서 I_1, I_2, I를 구하라.

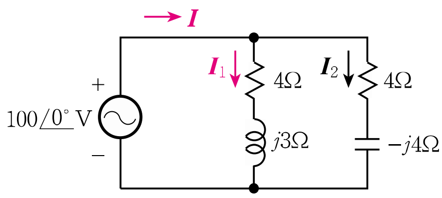


그림 10.8 예제 10.5의 회로

풀 이

$$I_1 = \frac{100\underline{/0^\circ}}{4+j3} = 100\underline{/0^\circ}\left(\frac{4-j3}{4^2+3^2}\right) = 4(4-j3) = (16-j12)\,\mathrm{A}$$

$$I_2 = \frac{100\underline{/0^\circ}}{4-j4} = 100\underline{/0^\circ}\left(\frac{4+j4}{4^2+4^2}\right) = (12.5+j12.5)\,\mathrm{A}$$

$$\therefore\ I = I_1 + I_2 = 28.5 + j0.5 = \sqrt{28.5^2+0.5^2}\ \tan^{-1}\left(\frac{28.5}{0.5}\right) = 28.5\underline{/1^\circ}\,\mathrm{A}$$

즉, 입력전류는 28.5 A이고 입력전압보다 1° 위상이 앞선다.

10.3 복소어드미턴스

복소임피던스의 역수를 **복소어드미턴스**(complex admittance) 또는 단순히 **어드미턴스**라고 하며, 보통 Y로 표시한다. 즉,

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{Z\angle\theta} = \frac{1}{Z}\angle -\theta \tag{10.17}$$

이면 전압, 전류 사이에는

$$Y = \frac{I}{V}, \quad I = YV, \quad V = \frac{I}{Y} \tag{10.18}$$

의 관계가 성립한다. 이것은 직류회로에서 컨덕턴스를 써서 표시한 옴의 법칙 $G = I/V$, $I = GV$, $V = I/G$에 대응한다. 식 (10.17), (10.18)에서 크기만 생각하면

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{I}{V}, \quad I = YV, \quad V = \frac{I}{V} \tag{10.19}$$

와 같으며 또

$$Y\text{의 각} = -(Z\text{의 각}) = \theta_i - \theta_v \tag{10.20}$$

이다. 복소어드미턴스의 물리적 의미는 이상의 여러 식으로부터 자명하다. 요컨대 어드미턴스는 임피던스의 반대개념이며, 회로의 어드미턴스가 클수록 동일전압에 의해서 더욱 많은 전류가 흐른다. 그리고 어드미턴스의 각은 전류가 전압보다 앞서는 위상각을 나타낸다. 이것은 물론 전류, 전압의 기준방향이 그림 10.9에 표시한 바와 같은 경우이며, 만일 어느 한쪽의 기준방향이 이와 반대일 때에는 식 (10.18)의 여러 식에 $-$의 부호를 붙여야 한다.

복소수 Y를 직각좌표형식으로 표시하면

$$Y = G + jB \tag{10.21}$$

여기서 G, B는 각각 어드미턴스의 실수부, 허수부이며 각각 **컨덕턴스성분**(conductance component), **서셉턴스성분**(susceptance component)이라고 불린다. 또는 단순히 컨덕턴스, 서셉턴스라고도 한다. Y, G, B의 MKS 단위는 모두 siemens(S)이다.

다음에 가장 간단한 회로, 즉 수동소자 하나만으로 된 회로의 어드미턴스를 생

각하면

$$Y_R = \frac{1}{Z_R} = \frac{1}{R} = G \tag{10.22}$$

$$Y_L = \frac{1}{Z_L} = \frac{1}{j\omega L} = jB_L \quad \text{단,} \quad B_L = -\frac{1}{\omega L} \tag{10.23}$$

$$Y_C = \frac{1}{Z_C} = \frac{1}{1/j\omega C} = jB_C \quad \text{단,} \quad B_C = \omega C \tag{10.24}$$

여기서 B_L, B_C를 각각 **인덕티브 서셉턴스**, **커패시티브 서셉턴스**라고 한다. 특히 부호에 주의해야 한다. 표 10.1에는 인덕터와 커패시터의 리액턴스와 서셉턴스를 일괄하였다. 단, 하나의 소자에서는 컨덕턴스는 저항의 역수와 같고, 또 서셉턴스는 리액턴스의 역수에 $-$의 부호를 붙인 것과 같다. 그러나 일반회로에서는 이 진술이 성립되지 않는다.

표 10.1 L, C 소자의 X, B의 부호

	인 덕 터	커 패 시 터	단 위
리 액 턴 스	$X_L = \omega L$	$X_C = -\frac{1}{\omega C}$	ohm(Ω)
서 셉 턴 스	$B_L = -\frac{1}{\omega L}$	$B_C = \omega C$	siemens(S)

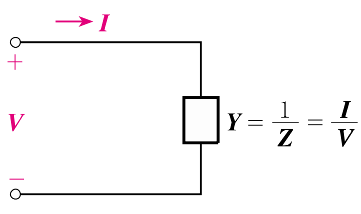


그림 10.9 어드미턴스의 정의

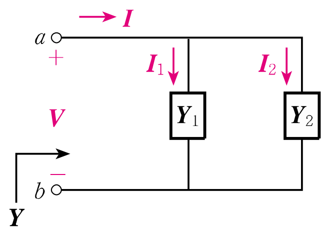


그림 10.10 병렬회로

[수치예] (a) $L=2\,\text{mH}$의 $1\,\text{kHz}$에서의 리액턴스는 $+12.57\,\Omega$,
서셉턴스는 $-0.0796\,\text{S}$
$C=20\,\mu\text{F}$의 $1\,\text{kHz}$에서의 리액턴스는 $-7.96\,\Omega$,
서셉턴스는 $+0.1257\,\text{S}$

(b) $Z=2+j=\sqrt{5}\,\underline{/\tan^{-1}0.5}\;\Omega$일 때

$$Y=\frac{2-j}{2^2+1^2}=0.4-j0.2\,\text{S}\quad \text{또는}\quad \frac{1}{\sqrt{5}}\,\underline{/-\tan^{-1}0.5}\;\text{S}$$

$Y=1-j2=\sqrt{5}\,\underline{/\tan^{-1}(-2)}\;\text{S}$일 때

$$Z=\frac{1+j2}{1^2+2^2}=0.2+j0.4\,\Omega\quad \text{또는}\quad \frac{1}{\sqrt{5}}\,\underline{/\tan^{-1}2}\;\Omega$$

병렬저항회로를 취급하는 데에는 컨덕턴스가 편리한 것처럼 병렬임피던스회로를 해석하는 데에는 어드미턴스를 이용하는 것이 편리하다. 가령 그림 10.10과 같이 어드미턴스 Y_1, Y_2가 병렬로 연결된 회로에서 입력전압을 V, 입력전류를 I, 각 어드미턴스를 흐르는 전류를 I_1, I_2라 하면 병렬저항회로에 준하여 입력어드미턴스 Y는

$$\boxed{Y=\frac{I}{V}=Y_1+Y_2}=\frac{I}{V}\,\underline{/\theta_i-\theta_v} \tag{10.25}$$

여기서 θ_i는 I의 위상각, θ_v는 V의 위상각이다. 즉, 병렬회로의 입력어드미턴스는 각 지로의 어드미턴스의 합과 같다.

일단 Y가 구해지면 V가 주어졌을 때

$$I=YV,\quad I_1=Y_1V,\quad I_2=Y_2V$$

또 I가 주어졌을 때

$$V = \frac{I}{Y}$$

$$I_1 = \frac{Y_1}{Y}I, \quad I_2 = \frac{Y_2}{Y}I \quad [\text{전류분배의 법칙 ; 식 (2.15)}] \tag{10.26}$$

에 의하여 모든 전류, 전압이 구해진다.

예제 10.6

그림 10.11 (a)과 같은 $R-C$ 병렬회로에서

(a) 회로의 입력어드미턴스를 구하고, 어드미턴스 삼각도 및 $\boldsymbol{V}$를 기준으로 한 페이저도를 그려라.

(b) $R = 25\,\Omega$, $C = 30\,\mu\text{F}$이고, $v = \sqrt{2}\,10\cos(1000t - 20°)\,\text{V}$일 때 i를 구하라.

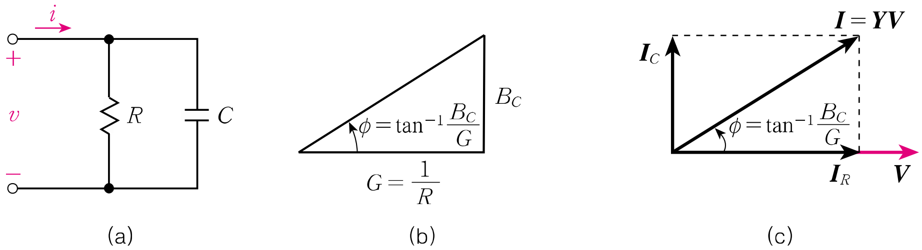


그림 10.11 $R-C$ **병렬회로**

풀 이

(a) 그림 10.10에서 $\boldsymbol{Y}_1 = \frac{1}{R} = G$, $\boldsymbol{Y}_2 = j\omega C = jB_C$인 경우이므로 회로의 어드미턴스는 식 (10.25)에 의하여

$$\boldsymbol{Y} = G + jB_C = Y\underline{/\phi}$$

여기서 $$Y = \sqrt{G^2 + B_C^2} \tag{10.27}$$

$$\phi = \tan^{-1}\frac{B_C}{G}\,(= \theta_i - \theta_v) \tag{10.28}$$

$\phi > 0$이므로 전(全)전류는 인가전압보다 위상이 앞선다. $R-C$ 직렬회로에서나 $R-C$ 병렬회로에서나 전류가 전압보다 위상이 앞선다는 것은 상식적으로 알아두어야 한다. 어드미턴스 삼각도는 그림 (b)와 같고 또 $\boldsymbol{V}$를 기준으로 한 페이저도는 그림 (c)와 같다. 여기서 R을 흐르는 전류 $\boldsymbol{I}_R = G\boldsymbol{V}$는 $\boldsymbol{V}$와 동상으로 그려져 있고, C를 흐르는 전류 $\boldsymbol{I}_C = jB_C\boldsymbol{V}$는 $\boldsymbol{V}$보다 90° 앞서게 그려져 있으며, 이 두 전류 페이저를 합하여 전전류의 페이저 $\boldsymbol{I}$가 그려져 있다. 참고로 페이저도에서

$V=1\underline{/0°}$라 하면 어드미턴스 삼각도가 얻어짐을 말해둔다.

(b) 주어진 수치로부터

$$G=\frac{1}{25}=0.04\,\text{S},\quad B_C=1000\times 30\times 10^{-6}=0.03\,\text{S}$$

$$\therefore\ Y=0.04+j0.03=0.05\underline{/37°}\,\text{S}$$

또 주어진 순간전압을 페이저로 표시하면

$$V=10\underline{/90°-20°}=10\underline{/70°}\,\text{V}$$

그러므로

$$I=YV=(0.05\underline{/37°})(10\underline{/70°})=0.5\underline{/107°}\,\text{A}$$

$$\therefore\ i=\sqrt{2}\,0.5\sin(1000t+107°)=\sqrt{2}\,0.5\cos(1000t+17°)\,\text{A}$$

만일 처음부터 cos 함수를 페이저로 대표한다면(예제 8.6)

$$V=10\underline{/-20°}\,\text{V}$$

$$I=YV=(0.05\underline{/37°})(10\underline{/-20°})=0.5\underline{/17°}\,\text{A}$$

$$\therefore\ i=\sqrt{2}\,0.5\cos(1000t+17°)\text{A}$$

예제 10.7

예제 10.5를 어드미턴스를 이용하여 풀어라.

풀 이

$$Y_1=\frac{1}{4+j3}=\frac{4-j3}{4^2+3^2}=0.16-j0.12$$

$$Y_2=\frac{1}{4-j4}=\frac{4+j4}{4^2+4^2}=0.125-j0.125$$

$$Y_1+Y_2=0.285+j0.005$$

$$\therefore\ I=YV=(0.285+j0.005)100\underline{/0°}=28.5+j0.5=28.5\underline{/0°}$$

즉, 먼저와 같은 결과를 얻는다.

예제 10.8

그림 10.12의 회로에서 $I=10\underline{/0°}$ A이다. V_0를 구하라.

풀 이

전류분배의 법칙을 이용하는 것이 쉽다.

$$I_2=I\times\frac{4+j5-j2}{4-j3}=I\times\frac{4+j3}{4-j3}=I\times 1\underline{/73.7°}=10\underline{/73.7°}$$

$$\therefore V_0 = -j2I_2 = 2\angle -90° \times 10\angle 73.7° = 20\angle -16.3° \text{ V}$$

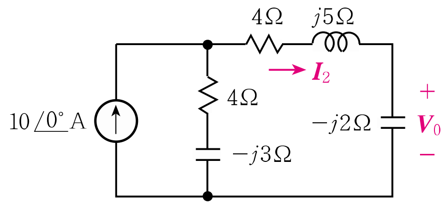


그림 10.12 예제 10.8의 회로

10.4 일반 2단자회로의 Z, Y의 실수부와 허수부의 관계

그림 10.13과 같은 일반 2단자회로의 입력임피던스 Z, 입력어드미턴스 Y는 명백히 회로 내의 모든 소자와 주파수의 복잡한 함수가 되며 각각의 실수부나

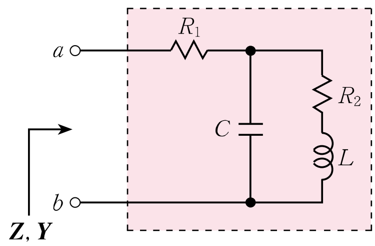


그림 10.13 일반 2단자회로의 입력임피던스와 입력어드미턴스

허수부도 마찬가지이다. 지금 간단을 위하여

$$\begin{aligned} R &= Re(Z) : \text{저항성분, 입력저항} \\ X &= Im(Z) : \text{리액턴스성분, 입력리액턴스} \\ G &= Re(Y) : \text{컨덕턴스성분, 입력컨덕턴스} \\ B &= Im(Y) : \text{서셉턴스성분, 입력컨덕턴스} \end{aligned} \tag{10.29}$$

라는 기호를 사용하면

$$\begin{aligned} Z &= R + jX \\ Y &= G + jB \end{aligned} \tag{10.30}$$

Z로부터 Y를 구하면

$$Y=\frac{1}{R+jX}=\frac{R-jX}{(R^2+X^2)}=\frac{R}{R^2+X^2}-j\frac{X}{R^2+X^2} \tag{10.31}$$

따라서 $$G=\frac{R}{R^2+X^2}=\frac{R}{Z^2} \tag{10.32}$$

$$B=-\frac{X}{R^2+X^2}=-\frac{X}{Z^2} \tag{10.33}$$

그러므로 저항만의 회로를 제외하고 $$G \neq 1/R \tag{10.34a}$$

또 리액턴스만의 회로를 제외하고 $$B \neq -1/X \tag{10.34b}$$

마찬가지로 $Z=\dfrac{1}{Y}=\dfrac{1}{G+jB}=\dfrac{G}{G^2+B^2}-j\dfrac{B}{G^2+B^2}$ 이므로

$$R = \frac{G}{G^2 + B^2} = \frac{G}{Y^2}, \quad X = -\frac{B}{G^2 + B^2} = -\frac{B}{Y^2} \tag{10.35}$$

그러므로 컨덕턴스만의 회로를 제외하고 $R \neq 1/G$ (10.36a)

서셉턴스만의 회로를 제외하고 $X \neq -1/B$ (10.36b)

앞으로 간단을 위하여 일반 2단자회로에 대해서도 R, X ; G, B라는 기호를 식 (10.29)의 뜻으로 사용할 것인데, 이 경우에는 식 (10.34), (10.36)의 관계에 유의해야 한다.

이 절을 끝마치면서 임피던스 삼각도와 어드미턴스 삼각도의 관계에 대하여 언급하겠다. 식 (10.33) 또 (10.35)에서 보는 바와 같이 한 회로의 X와 B는 부호가 반대이며, Z의 각과 Y의 각은 부호가 반대이고 절대치가 같으므로 임피던스 삼각도와 어드미턴스 삼각도는 그림 10.14 (a) 또는 (b)와 같이 된다.

임피던스와 어드미턴스를 **이미턴스**(immittance)라고 총칭한다.

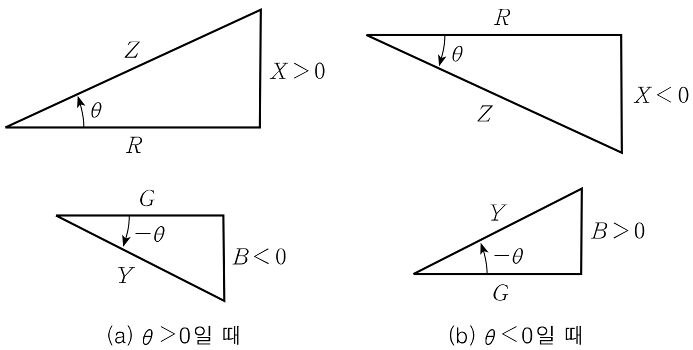


그림 10.14 한 회로의 임피던스 삼각도와 어드미턴스 삼각도의 관계

예제 10.9

그림 10.15 (a)의 회로와 전원주파수 $\omega = 1000\,\text{rad/s}$에서 등가인 2소자 병렬회로 및 2

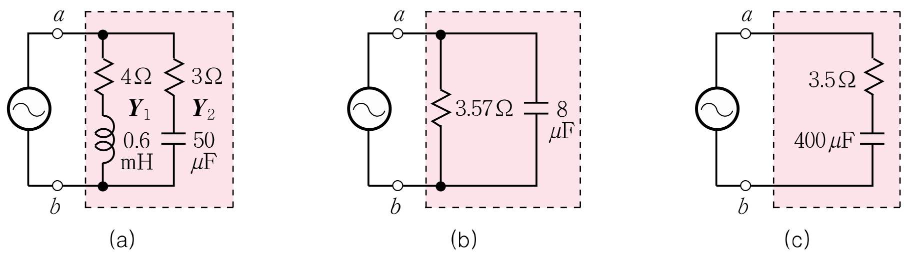


그림 10.15 예제 10.9의 회로와 그 등가회로

소자 직렬회로를 그려라.

풀 이

먼저 입력어드미턴스를 구해 보자.

$$X_L = 5\times 10^3 \times 0.6\times 10^{-3} = 3\,\Omega$$

$$X_C = -\frac{1}{5\times 10^3\times 50\times 10^{-6}} = -4\,\Omega$$

$$\therefore\ Y_1 = \frac{1}{Z_1} = \frac{1}{4+j3} = \frac{4-j3}{4^2+3^2} = 0.16-j\,0.12\,\mathrm{S}$$

$$Y_2 = \frac{1}{3-j4} = 0.12+j0.16\,\mathrm{S}$$

$$\therefore\ Y = Y_1 + Y_2 = 0.28+j0.04\,\mathrm{S}$$

이 어드미턴스는 $\frac{1}{0.28} = 3.57\,\Omega$의 저항과 $\frac{0.04}{5000} = 8\,\mu\mathrm{F}(B_C = \omega C)$의 커패시턴스가 병렬로 된 그림 10.15 (b)의 어드미턴스와 같다.
또 원회로 또는 이와 등가인 그림 (b) 회로의 입력임피던스는

$$Z = \frac{1}{Y} = \frac{1}{0.28+j0.04} = 3.5-j0.5\,\Omega$$

이므로 이것은 $3.5\,\Omega$의 저항과 $\frac{1}{0.5\times 5000} = 400\,\mu\mathrm{F}\left(|X_C| = \frac{1}{\omega C}\right)$의 커패시턴스가 직렬로 된 그림 (c)의 임피던스와 같다.
이상으로 이 세 회로는 입력임피던스 또는 입력어드미턴스가 모두 같으므로 단자 a, b에 관한 한 서로 등가이다. 그러나 점선 내부에 대해서는 그렇지 않은데, 예컨대 이 세 회로에서 각 커패시턴스를 흐르는 전류나 그 양단의 전압이 같지 않다. 또 $\omega = 5000\,\mathrm{rad/s}$에 대해서만 등가이지 전원주파수가 달라지면 등가가 아니다.

예제 10.10

실제의 코일은 인덕턴스 이외에 적은 전력손실이 있기 때문에 보통 등가적으로 그림 10.16 (a)와 같이 모델링한다. 리액턴스 $\omega L \gg R$인 주파수에서는 이것을 그림 (b)와 같이 근사적으로 고쳐 표시할 수 있음을 보여라. 단, $Q_C = \omega L/R$이다.

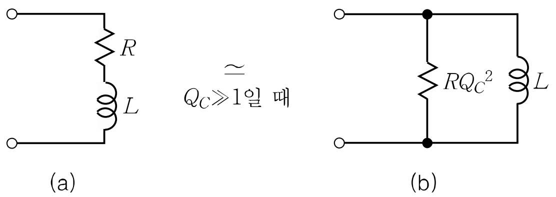


그림 10.16 실제적인 코일의 두 가지 등가회로$\left(Q_C = \frac{\omega L}{R}\right)$

풀 이

그림 (a)의 어드미턴스을 $\boldsymbol{Y}$라 하면 $\boldsymbol{Y}=\dfrac{1}{R+j\omega L}=\dfrac{R-j\omega L}{R^2+(\omega L)^2}$

$\omega L \gg R$, 즉 $Q_C \gg 1$인 경우 $\boldsymbol{Y} \simeq \dfrac{R}{(\omega L)^2}-j\dfrac{1}{\omega L}=\dfrac{1}{RQ_C^2}+\dfrac{1}{j\omega L}$

이것은 그림 (b)의 어드미턴스와 같다. 따라서 그림 (a)는 근사적으로 그림 (b)와 같다.

[수치예] 인덕턴스 2mH, 직력저항이 5Ω인 코일 $\omega=10^5$ rad/s에서 $Q_C=40\gg 1$이므로 $RQ_C^2=5\times 40^2=9000\,\Omega$의 고저항과 2mH의 병렬로 표시할 수 있다(코일의 직렬저항 R이 작을수록 등가병렬저항은 커진다).

10.5 동일소자의 직렬 또는 병렬

그림 10.17 및 10.18의 좌우 두 회로는 전원 여하에 불구하고(따라서 사인파 정상상태에서도) 등가이다[식 (5.10), (5.11), (5.17), (5.18) 및 그림 1.19 참고].

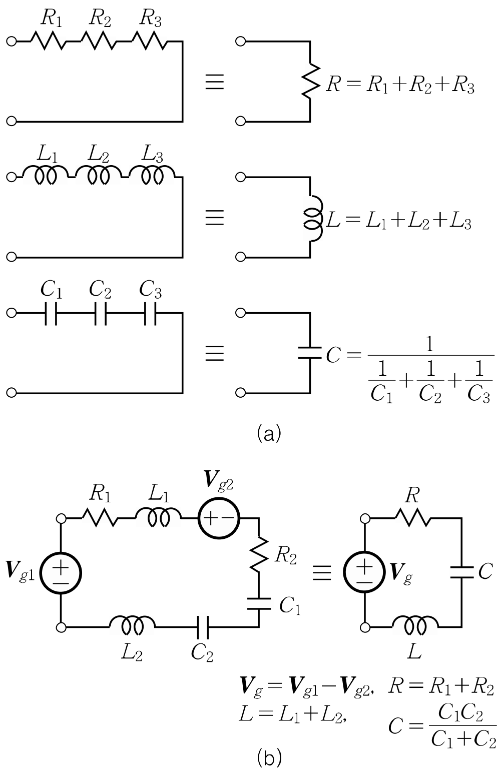


그림 10.17 좌우 두 회로는 모든 주파수에서 등가

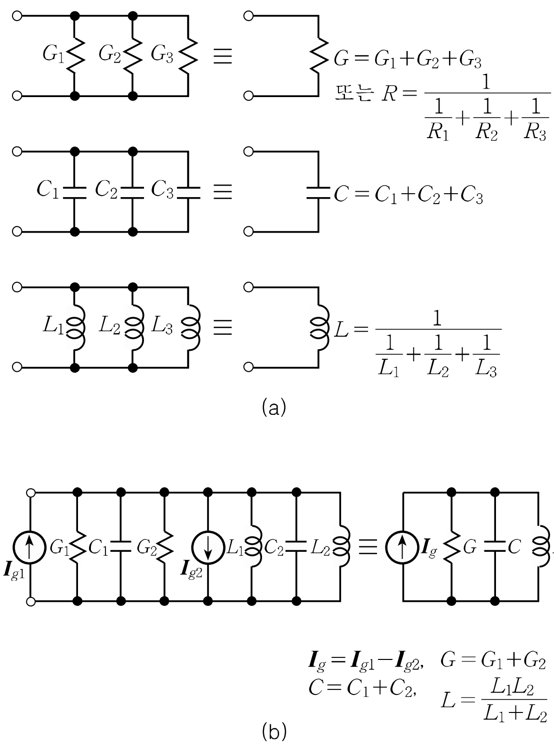


그림 10.18 좌우 두 회로는 모든 주파수에서 등가

연/습/문/제

※ 문제풀이에서는 전류, 전압의 순간치, 실효치, 페이저에 대한 기호를 항상 명확히 구별하여 사용해야 한다.

10.1 그림 p 10.1의 각 회로의 복소임피던스 Z_{ab}를 극좌표형식으로 구하라.

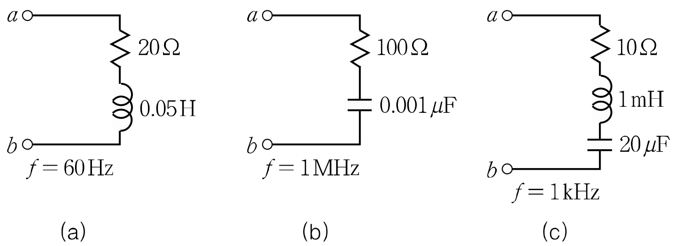


그림 p 10.1

10.2 위 문제 10.1의 각 회로에 $I_{ab} = 5\underline{/0°}$ A의 전류가 흐를 때 V_{ab}를 극좌표형식으로 구하고 I_{ab}, V_{ab}의 페이저도를 그려라.

10.3 위 문제 10.1의 각 회로에 $V_{ab} = 100\underline{/0°}$ V의 전압이 인가될 때 흐르는 전류 I_{ab}를 구하고 V_{ab}, I_{ab}의 페이저도를 그려라.

10.4 어떤 $R-L$ 직렬회로에서 $V_R = 74$ V, $V_L = 100$ V이다.

(a) 인가전압 V의 실효치를 구하라.

(b) 전압페이저도를 그려보고 $\boldsymbol{V}$와 $\boldsymbol{V}_R$, $\boldsymbol{V}$와 $\boldsymbol{V}_L$의 상차를 구하라.

(c) 인가전압의 순간치를 $v = \sqrt{2}\,100\sin\omega t$로 표시할 때 v_R, v_L의 순간치표시식은 어떻게 되는가?

10.5 그림 p 10.5의 회로에서 i_1, i_2의 실효치가 각각 5, 3 A이다.

(a) 전류페이저도를 이용하여 i의 실효치를 구하라.

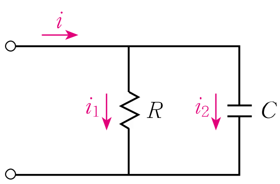


그림 p 10.5

(b) $i = \sqrt{2}\, I \sin \omega t$ A와 같이 표시된다면 i_1, i_2는 어떻게 표시되는가?
(힌트 : 위상관계는 페이저도로부터 알 수 있다)

10.6 그림 p 10.6의 각 회로의 $\boldsymbol{Y}_{ab} = Y_{ab}\underline{/\phi}$을 계산하라.

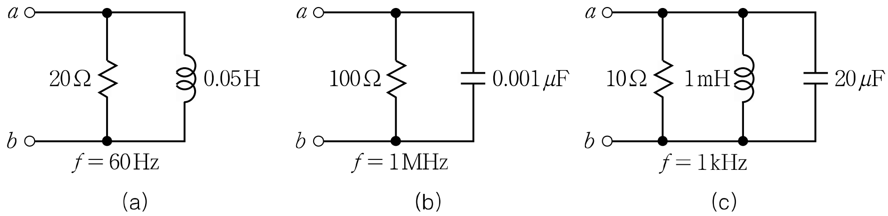


그림 p 10.6

10.7 그림 p 10.6의 각 회로에서 단자전압 $\boldsymbol{V}_{ab} = 10\underline{/0°}$가 인가될 때 $\boldsymbol{I}_{ab}$를 구하고 $\boldsymbol{V}_{ab}$, $\boldsymbol{I}_{ab}$의 페이저도를 그려라.

10.8 그림 p 10.8에서 $R_1 = 6\,\Omega$, $R_2 = 8\,\Omega$, $X_1 = 8\,\Omega$, $X_2 = -6\,\Omega$, $V = 100$ V이다.
(a) 인가전압을 기준으로 할 때 페이저 $\boldsymbol{I}_1$, $\boldsymbol{I}_2$는 어떻게 표시되는가?
(b) 전류 $\boldsymbol{I}$의 실효치 및 인가전압과의 상차를 구하라.
(c) $\boldsymbol{V}$를 기준으로 한 페이저도를 그려보고 위의 답을 검토해 보아라.

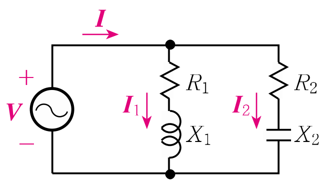


그림 p 10.8

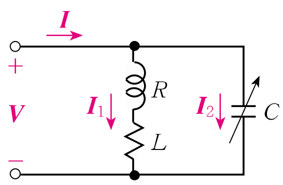


그림 p 10.10

10.9 $R = 10\,\Omega$, $L = 1$ mH가 직렬로 된 회로가 있다.
(a) $f = 1000$에 대한 이 회로의 임피던스도 및 어드미턴스도를 그려라.
(b) $f = 1000$, 5000 및 10,000 Hz의 각 주파수에 대한 이 회로의 어드미턴스의 컨덕턴스성분(실수부)과 서셉턴스성분(허수부)이 어떻게 변하는지 계산해 보아라.

10.10 그림 p 10.10의 회로에서 $R = 10\,\Omega$, $X_L = 20\,\Omega$이다.
(a) B_C를 얼마로 하면 입력어드미턴스가 순컨덕턴스만으로 되는가? (즉, $\boldsymbol{V}$와 $\boldsymbol{I}$가 동상이 되는가?)
(b) 이때 $\boldsymbol{I} = 10\underline{/0°}$ A라면 $\boldsymbol{I}_1$, $\boldsymbol{I}_2$는 얼마인가?
(c) 인가전압 $\boldsymbol{V}$를 기준으로 한 페이저도를 그려봄으로써 위의 답을 검토해 보아라.

10.11 (a) 어떤 미지의 회로의 입력임피던스가 60 Hz에서 $10+j5\,\Omega$임을 측정에 의해서 알았다고 하자. 60 Hz에서 이와 등가인 2소자회로의 소자치는 얼마인가? [그림 p 10.11의 (a), (b)]

(b) 어떤 미지의 회로의 입력임피던스가 60 Hz에서 $10-j\,\Omega$임을 측정에 의해서 알았다고 하자. 60 Hz에서 이와 등가인 2소자회로의 소자치는 얼마인가? [그림 p 10.11의 (c), (d)]

[힌트 : 그림 (b), (d)에서는 어드미턴스를 생각하라]

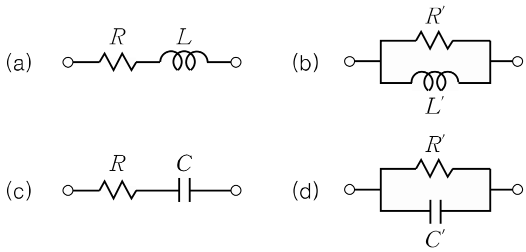


그림 p 10.11

10.12 실제의 커패시터는 커패시턴스 이외에 적은 전력손실을 수반하기 때문에 보통 등가적으로 그림 p 10.12 (a)와 같이 표시한다. 여기서 손실이 적을수록 R_p는 크다.

(a) $R_p \gg \dfrac{1}{\omega C}$인 주파수에서는 이것을 그림 (b)와 같이 근사적으로 고쳐 표시할 수 있음을 보여라. 단, $D_C \equiv R_p \omega C (\gg 1)$

(b) $f = 10\,\text{kHz}$에서 측정결과 $R_p = 10\,\text{k}\Omega$, $|X_C| = 100\,\Omega$임을 알았다면 이때의 등가직렬저항, 커패시턴스를 계산하라.

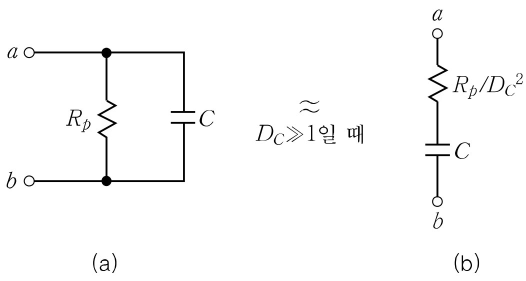


그림 p 10.12