11 좀 복잡한 교류회로해석 및 회로망정리의 응용

11.1 R-L-C 직렬회로와 병렬회로
11.2 직병렬회로
11.3 브리지회로의 평형
11.4 일반적 회로해석법의 이용
11.5 회로망정리의 이용
연습문제

이 장에서는 사인파의 신호원으로 구동하는 $R-L-C$ 직렬회로와 병렬회로를 대비시키면서 해석하고, 사다리꼴회로·브리지회로 등도 해석하며, 일반적 회로해석법 및 회로망정리의 응용 등을 다룬다. 이 모든 해석기법은 이미 저항회로에서 배운 것과 같고, 다만 교류회로에서는 모든 것이 페이저, 임피던스, 어드미턴스 등의 복소수로 계산되는 것이 다를 뿐이므로 계속 예제를 들 것이다.

11.1 R-L-C 직렬회로와 병렬회로

R, L, C가 직렬 또는 병렬로 된 회로에서 사인파의 전압-전류간의 위상관계는 여러 가지 다른 경우가 있으므로 특히 흥미가 있다. 이 두 회로는 서로 쌍대적이므로 동시에 취급한다. 이에 앞서 2.1절을 재독하기를 권한다.

그림 11.1과 같이 R, L, C가 직렬로 된 회로에서 전류, 전압의 기준방향을 그림과 같이 가정할 때 KVL에 의하여

$$V = V_R + V_L + V_C$$

그림 11.2와 같이 G, C, L가 병렬로 된 회로에서 전류, 전압의 기준방향을 그림과 같이 가정할 때 KCL에 의하여

$$I = I_G + I_C + I_L$$

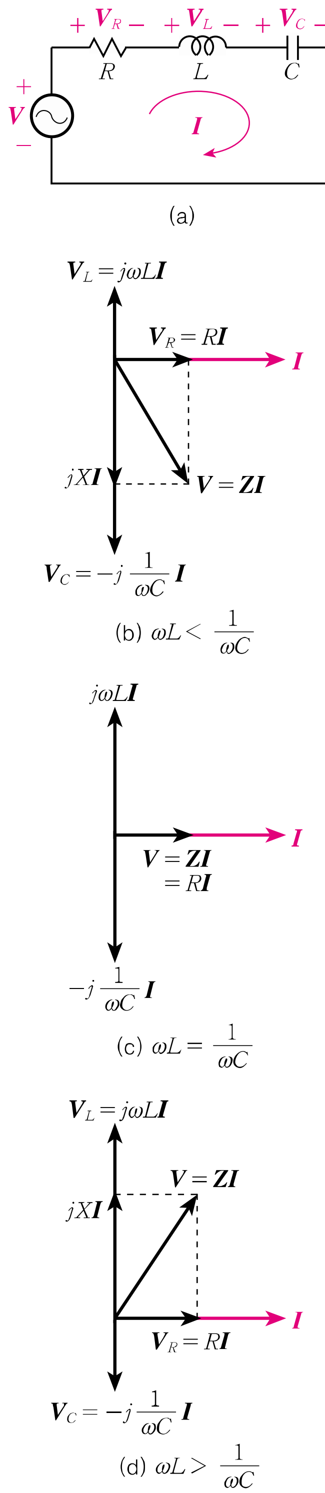


그림 11.1 $R-L-C$ 직렬회로의 페이저도

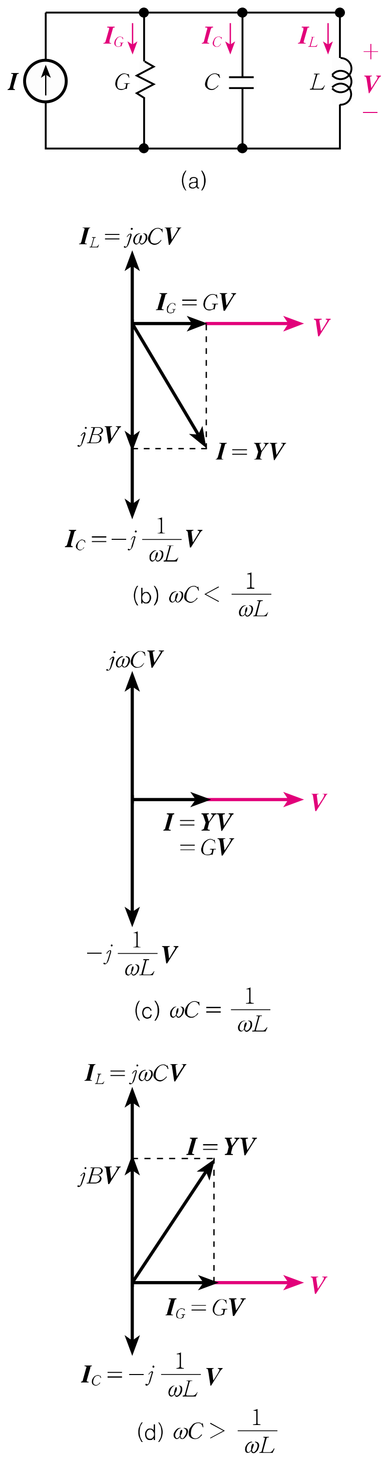


그림 11.2 $R-L-C$ 병렬회로의 페이저도

또 소자의 $V-I$ 관계로부터

$$V_R = RI,\ V_L = j\omega LI,\ V_C = \frac{1}{j\omega C} I$$

이것을 앞의 식에 대입하면

$$\begin{aligned} V &= RI + j\omega LI + \frac{1}{j\omega C} I \\ &= \left[R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\right] I \\ &= [R + j(X_L + X_C)] I \end{aligned}$$

그러므로 이 회로의 임피던스는

$$Z = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \tag{11.1}$$

또는 $Z = R + jX$라 하면

$$X = \omega L - \frac{1}{\omega C} = X_L + X_C \tag{11.2}$$

임피던스의 크기

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} \tag{11.3}$$

임피던스의 각

$$\theta = \tan^{-1}\frac{X}{R} \tag{11.4}$$

이상으로 만일

$$v = \sqrt{2}\, V \sin(\omega t + \alpha) \tag{11.5}$$

이면

$$i = \sqrt{2}\frac{V}{Z}\sin(\omega t + \alpha - \theta) \tag{11.6}$$

와 같이 구해진다.

여기서 v, i 간의 위상관계에는 다음

또 소자의 $I-V$ 관계로부터

$$I_G = GV,\ I_C = j\omega CV,\ I_L = \frac{1}{j\omega L} V$$

이것을 앞의 식에 대입하면

$$\begin{aligned} V &= GV + j\omega CV + \frac{1}{j\omega C} V \\ &= \left[G + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)\right] V \\ &= [G + j(B_L + B_C)] V \end{aligned}$$

그러므로 이 회로의 어드미턴스는

$$Y = G + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) \tag{11.7}$$

또는 $Y = G + jB$라 하면

$$B = \omega C - \frac{1}{\omega L} = B_L + B_C \tag{11.8}$$

어드미턴스의 크기

$$Y = \sqrt{G^2 + B^2} \tag{11.9}$$

어드미턴스의 각

$$\phi = \tan^{-1}\frac{B}{G} \tag{11.10}$$

이상으로 만일

$$i = \sqrt{2}\, I \sin(\omega t + \beta) \tag{11.11}$$

이면

$$i = \sqrt{2}\frac{I}{Y}\sin(\omega t + \beta - \phi) \tag{11.12}$$

와 같이 구해진다.

여기서 i, v 간의 위상관계에는 다음

세 가지 경우가 있음을 알 수 있다. 즉,

(1) $X < 0, \omega L < \dfrac{1}{\omega C}$: i 가 v 보다 앞섬

(2) $X = 0, \omega L = \dfrac{1}{\omega C}$: i 가 v 와 동상

(3) $X > 0, \omega L > \dfrac{1}{\omega C}$: i 가 v 보다 늦음

그림 11.1의 (b), (c), (d)는 이 세 가지 경우에 대하여 $\boldsymbol{I}$를 기준페이저로 하여 그린 페이저도이며, 상기 위상관계를 더욱 명백히 알려준다.

이 그림에서 $\boldsymbol{I} = 1\underline{/0°}$로 하면 임피던스 삼각도가 얻어진다.

(3)의 경우, 즉 $X = 0$이 되는 경우는 특히 중요하므로 14장에서 자세히 취급한다.

세 가지 경우가 있음을 알 수 있다. 즉,

(1) $B < 0, \omega C < \dfrac{1}{\omega L}$: v 가 i 보다 앞섬

(2) $B = 0, \omega C = \dfrac{1}{\omega L}$: v 가 i 와 동상

(3) $B > 0, \omega C > \dfrac{1}{\omega L}$: v 가 i 보다 늦음

그림 11.2의 (b), (c), (d)는 이 세 가지 경우에 대하여 $\boldsymbol{V}$를 기준페이저로 하여 그린 페이저도이며, 상기 위상관계를 더욱 명백히 알려준다.

이 그림에서 $\boldsymbol{V} = 1\underline{/0°}$로 하면 임피던스 삼각도가 얻어진다.

(3)의 경우, 즉 $B = 0$이 되는 경우는 특히 중요하므로 15장에서 자세히 취급한다.

위에서 좌·우측을 대조하여 보면 표 3.1에 다음과 같은 쌍대적 양을 더 추가할 수 있음을 알 수 있다.

표 11.1 쌍대적인 양 및 법칙(추가)

직 렬 회 로		병 렬 회 로	
전압페이저	$\boldsymbol{V}$	전류페이저	$\boldsymbol{I}$
페이저로 표시된 KVL	$\Sigma \boldsymbol{V} = 0$	페이저로 표시된 KCL	$\Sigma \boldsymbol{I} = 0$
임피던스	$\boldsymbol{Z}$	어드미턴스	$\boldsymbol{Y}$
$\boldsymbol{Z}$의 실수부인 저항	R	$\boldsymbol{Y}$의 실수부인 컨덕턴스	G
$\boldsymbol{Z}$의 허수부인 리액턴스	X	$\boldsymbol{Y}$의 허수부인 서셉턴스	B
인덕티브 리액턴스	$X_L = \omega L$	커패시티브 서셉턴스	$B_C = \omega C$
커패시티브 리액턴스	$X_C = -\dfrac{1}{\omega C}$	인덕티브 서셉턴스	$B_L = -\dfrac{1}{\omega L}$

예제 11.1

그림 11.3 (a)에서 $R=1\,\text{k}\Omega$, $L=5\,\text{mH}$, $C=0.01\,\mu\text{F}$이다.

(a) 전원전압이 $v=10\sin 10^5 t$ V일 때 흐르는 전류 i를 구하고 페이저도를 그려라.

(b) 전원주파수가 가변일 때 어떤 ω에서 v와 i는 동상이 되는가?

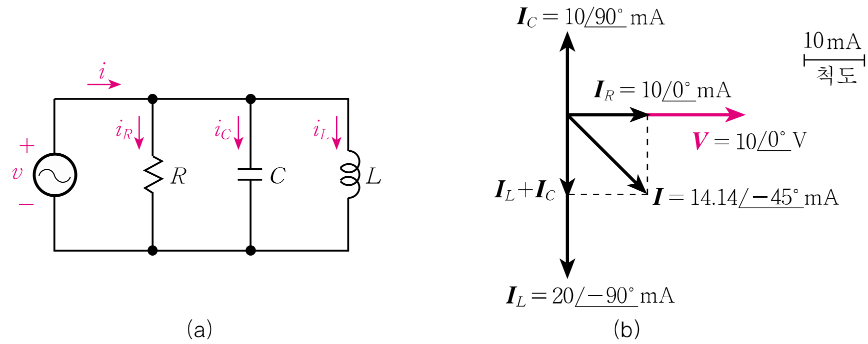


그림 11.3 예제 11.1의 회로 및 페이저도[(b)에서 각 페이저의 크기는 최대치]

풀 이

(a) 결국에 가서 I_m이 필요하므로 처음부터 페이저의 크기를 최대치와 같게 하는 것이 편리하다. 따라서 $\boldsymbol{V}_m=10\underline{/0°}$라 놓고 입력어드미턴스 Y를 계산하기 위하여

$$G=\frac{1}{R}=1\,\text{mS}$$

$$B_C=\omega C=10^5\times 0.01\times 10^{-6}=1\,\text{mS}$$

$$B_L=-\frac{1}{\omega L}=-\frac{1}{10^5\times 5\times 10^{-3}}=-2\,\text{mS}$$

$$\therefore\ \boldsymbol{Y}=[1+j(1-2)]\,\text{mS}=\sqrt{2}\,\underline{/-45°}\,\text{mS}$$

그러므로

$$\boldsymbol{I}_m=\boldsymbol{Y}\boldsymbol{V}_m=(\sqrt{2}\,\underline{/-45°})(10\underline{/0°})=14.14\underline{/-45°}\,\text{mA}$$

$$\therefore\ i=14.14\sin(10^5 t-45°)\,\text{A}$$

그림 11.3 (b)는 $\boldsymbol{V}_m$을 기준으로 한 페이저도이며, 모든 페이저는 크기를 최대치와 같게 취하였다.

(b) $\omega C=\dfrac{1}{\omega L}$일 때 v, i는 동상이 되므로

$$\omega=\frac{1}{\sqrt{LC}}=\frac{1}{\sqrt{5\times 10^{-3}\times 0.01\times 10^{-6}}}$$

$$=1.414\times 10^5\,\text{rad/s}\,(f=22.5\,\text{kHz})$$

11.2 직병렬회로

직병렬구조의 교류회로의 해석도 저항회로의 경우에 준하므로 설명을 생략하고 예제만을 들겠다.

예제 11.2

그림 11.4의 직병렬회로에서 각 부분의 전류, 전압을 구하라.

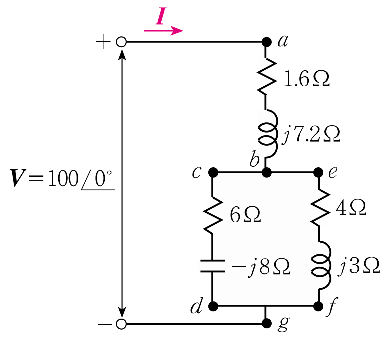


그림 11.4 예제 11.2의 회로

풀 이

$$Z_{bg} = \frac{Z_{cd}Z_{ef}}{Z_{cd}+Z_{ef}} = \frac{(6-j8)(4+j3)}{6-j8+4+j3} = 4.4+j0.8\ \Omega$$

$$Z_{ag} = Z_{ab}+Z_{bg} = 1.6+j7.2+4.4+j0.8 = 6+j8\ \Omega$$

인가전압을 기준페이저로 택하였으므로 입력전류는

$$I = \frac{100\underline{/0^\circ}}{6+j8} = 6-j8 = 10\underline{/-53.2^\circ}\ \text{A}$$

$$V_{ab} = Z_{ab}I = (1.6+j7.2)(6-j8) = 67.2+j30.4 = 73.8\underline{/24.4^\circ}\ \text{V}$$

V_{bg} 는 $Z_{bg}I$ 로부터 구하는 것보다 다음과 같이 구하는 것이 쉽다.

$$V_{bg} = V - V_{ab} = 100-(67.2+j30.4) = 32.8-30.4$$
$$= 44.7\underline{/-42.8^\circ}\ \text{V}$$

I_{cd}, I_{ef} 는 전류분배의 법칙을 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$I_{cd} = \frac{Z_{ef}}{Z_{cd}+Z_{ef}}I = \frac{4+j3}{6-j8+4+j3}(6-j8) = 4.4+j0.8$$
$$= 4.48\underline{/10.3^\circ}\ \text{A}$$

$$I_{ef} = \frac{Z_{cd}}{Z_{cd}+Z_{ef}}I = \frac{6-j8}{6-j8+4+j3}(6-j8) = 1.6-j8.8$$
$$= 8.95\underline{/-79.7^\circ}\ \text{A}$$

예제 11.3

그림 11.5의 회로에서 사다리꼴회로의 방법을 적용하여 출력전압 $v_o(t)$를 구하라.

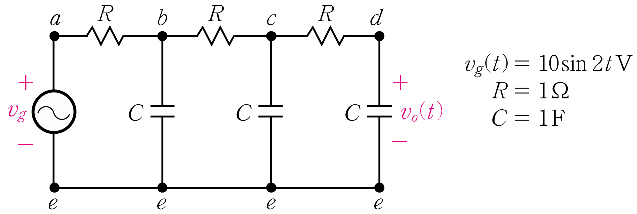


그림 11.5 예제 11.3의 회로

풀 이

페이저로 계산한 후에 시간함수로 바꾼다(아래 계산에서 전류는 A, 정압은 V).
출력전압을 $V_o = 1\underline{/0°}$로 가정하면(최대치=1)

$$
\begin{aligned}
&I_{de} = j\omega C V_o = j2, && I_{cd} = I_{de} = j2 \\
&V_{cd} = RI_{cd} = j2, && V_{ce} = V_{cd} + V_{de} = 1 + j2 \\
&I_{ce} = j\omega C V_{ce} = -4 + j2, && I_{bc} = I_{ce} + I_{cd} = -4 + j4 \\
&V_{bc} = RI_{bc} = -4 + j4, && V_{be} = V_{bc} + V_{ce} = -3 + j6 \\
&I_{be} = j\omega C V_{be} = -12 - j6, && I_{ab} = I_{be} + I_{bc} = -16 - j2 \\
&V_{ab} = RI_{ab} = -16 - j2, && V_{ae} = V_{ab} + V_{be} = -19 + j4
\end{aligned}
$$

실제로는 $V_{ae} = V_g = 10\underline{/0°}\,\mathrm{V}$이므로 모든 전압, 전류를 $\dfrac{10\underline{/0°}}{-19 + j4} = 0.515\underline{/-168.1°}$배 해주어야 한다. 따라서 실제의 $V_o = 0.515\underline{/-168.1°}\,\mathrm{V}$

$$\therefore\ v_o(t) = 0.515\sin(2t - 168.1°)\,\mathrm{V}$$

11.3 브리지회로의 평형

R, L, C 또는 주파수 등의 측정에 널리 사용되는 **브리지회로**(bridge circuit)는 그림 11.6과 같은 구조를 가지고 있다. 여기서 D는 검출기이며 교류브리지에서는 수화기 또는 오실로스코프가 흔히 쓰인다. D를 흐르는 전류가 0이 되도록 각 암(arm)의 임피던스를 조정한다. D에 전류가 흐르지 않은 상태가 되었을 때 브리지는 **평형**(balanse)이 되었다고 한다. 평형상태가 얻어졌을 때에는 D 양단의 전위차는 0이 되고 그림 11.6의 I_1, I_2와 같은 전류가 흐른다. 그러므로 접합점 a에서 b까지의 전압강하는 a에서 c까지의 전압강화와 크기와 위상이 같아야 한다. 즉,

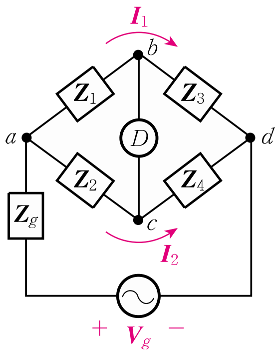


그림 11.6 브리지회로

$$Z_1 I_1 = Z_2 I_2$$

마찬가지로 $Z_3 I_1 = Z_4 I_2$

이 두 식으로부터

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{Z_3}{Z_4} \tag{11.13}$$

또는

$$\boxed{Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3} \tag{11.14}$$

가 된다. 이것이 브리지의 **평형조건**이다. 말로 표현하면 상대편 암의 임피던스를 곱한 것이 서로 같을 때 브리지는 평형이 된다. Z_1, Z_2, Z_3 및 Z_4는 일반적으로 복소수이므로 식 (11.14)를 실수부와 허수부로 나누어서 2개의 조건을 얻는다. 이 조건에 의하여 한 암에 삽입한 미지(未知)의 R, L, C 또는 전원주파수를 측정할 수 있다. 측정의 목적에 따라서 각 암의 구성이 달라진다.

식 (11.14)의 평형조건은 전원임피던스 Z_g에 무관계함에 주목하라.

[수치예] 각 암(arm)이 저항으로 된 브리지를 휘트스톤 브리지라고 하며 저항측정에 이용된다. 그림 11.6이 휘트스톤 브리지라고 하고 미지저항 R_4를 측정하기 위하여 $R_1 = 100\,\Omega$, $R_2 = 200\,\Omega$으로 설정한 다음 R_3을 조정하여 $152.4\,\Omega$으로 할 때 브리지가 평형이 되었다면 $R_4 = 200 \times 152.4 \div 100 = 304.8\,\Omega$이다.

예제 11.4

그림 11.7의 브리지에서 R_x, C_x는 손실이 있는 미지 커패시터의 등가저항 및 등가커패시턴스이다. 이것들을 결정하라.

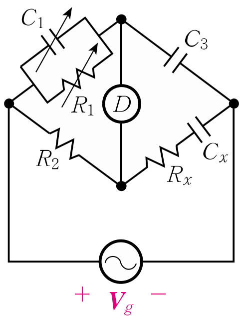


그림 11.7 예제 11.4의 회로

풀 이

$$Z_1 = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + j\omega C_1} = \frac{R_1}{1 + jwC_1R_1}, \quad Z_3 = \frac{1}{j\omega C_3}$$

$$Z_2 = R_2, \quad Z_x = R_x + \frac{1}{j\omega C_x}$$

식 (11.14)에 대입하면

$$\frac{R_1}{1+jwC_1R_1}\left(R_x + \frac{1}{jwC_x}\right) = R_2\left(\frac{1}{jwC_3}\right)$$

$$\frac{R_1}{R_2}\left[\frac{1}{1+jwC_1R_1}\left(R_x + \frac{1}{jwC_x}\right)\right] = \frac{1}{jwC_3}$$

$\frac{R_1}{R_2}$는 R_x, C_x을 구하는데 영향을 주지 않으므로 무시하고 양변에 $1+jwC_1R_1$을

곱하면 $R_x + \frac{1}{jwC_x} = 1 + jwC_1R_1\left(\frac{1}{jwC_3}\right) = \frac{1}{jwC_3} + \frac{C_1R_1}{C_3}$

$\therefore\ R_x = \frac{C_1R_1}{C_3},\ C_x = C_3$

11.4 일반적 회로해석법의 이용

교류회로에서 절점해석법, 망로해석법 등을 이용할 때에도 저항회로에서와 꼭 같은 과정을 거치면 된다. 다만, 저항회로에서 $i \to \boldsymbol{I}$, $v \to \boldsymbol{V}$, $R \to \boldsymbol{Z}$, $G \to \boldsymbol{Y}$로 대

치하면 된다.

간단한 예로서 그림 11.8 (a)의 회로에서 각 임피던스 양단의 전압을 구하는 문제를 생각해 보자. 전압전원을 전원변환에 의하여 그림 (b)와 같이 바꾸어 놓고 절점해석법을 이용할 수도 있겠으나 미지수가 2개가 되므로 그 보다는 전류전원을 전원변환에 의하여 그림 (c)와 같이 바꾸어 놓고 망로전류 I를

$$I = \frac{V_g + Z_2 I_g}{Z_1 + Z_2 + Z_3}$$

와 같이 구하는 것이 훨씬 간단하다. 주의할 것은 원회로 (a)에서 Z_2 양단의 전압은 그림 (c)에서 $V_{ab} = -Z_2 I_g + Z_2 I$ 또는 $V_{ab} = V_g - (Z_1 + Z_3) I$로서 구해진다는 것이다.

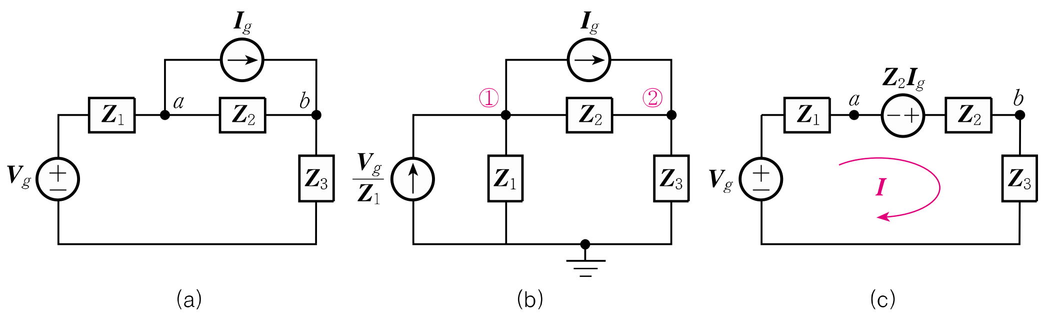


그림 11.8 회로해석법의 선택을 예시하기 위한 회로

예제 11.5

그림 11.9의 회로에서 입력전류 I_1를 구하라.

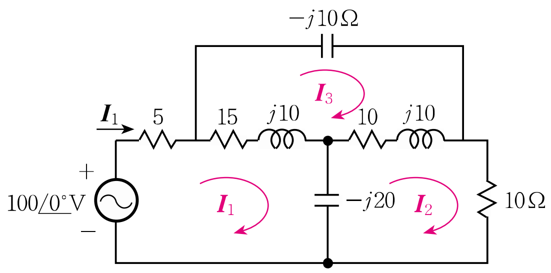


그림 11.9 예제 11.5의 회로(숫자는 Ω수)

풀 이

망로전류 I_1, I_2, I_3를 그림과 같이 가정하고 망로방정식을 쓰면

$$(20 - j10) I_1 + j\,20 I_2 - (15 + j10) I_3 = 100 + j\,0$$

$$j\,20I_1 + (20 - j\,10)I_2 - (10 + j\,10)I_3 = 0$$

$$-(15 + j10)I_1 - (10 + j10)I_2 + (25 + j10)I_3 = 0$$

$$\therefore\ I_1 = \frac{N}{D}$$

여기서 $N = 100\begin{vmatrix} 20 - j10 & -(10 + j10) \\ -(10 + j10) & 25 + j10 \end{vmatrix}$

$$= 100 \times 10 \times 10[(2 - j)(2.5 + j) - (1 + j)(1 + j)]$$

$$= 10^4(6 - j\,2.5)$$

$$D = 10^3\begin{vmatrix} 2 - j & j\,2 & -(1.5 + j) \\ j\,2 & 2 - j & -(1 + j) \\ -(1.5 + j) & -(1 + j) & 2.5 + j \end{vmatrix}$$

$$= 10^3[(2 - j)^2(2.5 + j) + j^2(1 + j)(1.5 + j) + (1.5 + j)(j\,2)(1 + j) - (1.5 + j)^2(2 - j) - (j2)^2(2.5 + j) - (1 + j)^2(2 - j)]$$

$$= 10^3[4 - j9.75]$$

입력전류 $I_1 = 10\dfrac{(6 - j\,2.5)}{4 - j\,9.75} = 10\dfrac{6.5\underline{/-22.6^\circ}}{10.54\underline{/-67.7^\circ}}$

$$= 6.17\underline{/45.1^\circ}\ \mathrm{A}$$

11.5 회로망정리의 이용

전원의 변환

예제 11.6

그림 11.10 (a)의 회로에서

(a) 전원변환을 이용하여 전류 I_2를 구하라.

(b) 이 결과를 이용하여 V_{ab} 및 입력전류 I_1을 구하라.

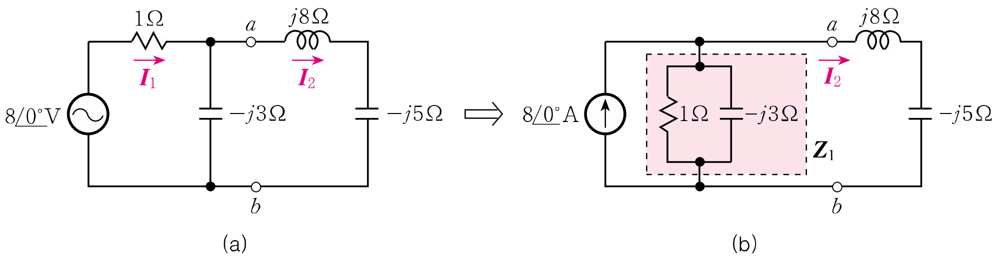


그림 11.10 예제 11.10의 회로

풀 이

(a) 전원변환에 의하여 그림 11.10 (b)를 얻는다. 여기서 1Ω과 $-j3\Omega$의 병렬임피던스를 Z_1이라 하면

$$Z_1 = \frac{1\times(-j3)}{1-j3} = \frac{-j3}{1-j3}$$

I_2는 전류분배의 법칙에 의하여

$$I_2 = 8\underline{/0^\circ} \times \frac{Z_1}{Z_1+(j8-j5)} = \frac{-j24}{1-j3}\bigg/\left(\frac{-j3}{1-j3}+j3\right) = \frac{-j24}{-j3+j3(1-j3)}$$

$$= \frac{8}{3}\underline{/-90^\circ}$$

(b) $$V_{ab} = (j8-j5)I_2 = j8I_2 = \frac{64}{3}\underline{/0^\circ}$$

I_1은 원회로[그림 (a)]에 돌아가서 구해야 한다.

$$I_1 = \frac{8\underline{/0^\circ}\ V_{ab}}{1} = 8-\frac{64}{3} = -40 = 40\underline{/-180^\circ}\ \mathrm{A}$$

중첩의 원리

한 회로에 서로 다른 파형을 갖는 전원들이 공존할 때에는(사인파전원인 경우에도 동일주파수가 아니면) 중첩의 정리를 이용하여 각각의 전원에 대한 시간응답을 합해야 한다.

동일주파수의 사인파전원인 경우 중첩의 원리를 적용한다는 것은 오히려 문제를 더 어렵게 할 수 있다. 또 전력계산에서는 반드시 합성응답을 가지고 계산해야 함은 저항회로의 경우와 마찬가지이다.

예제 11.7

전자회로에서 흔히 일어나는 문제이지만 직류와 교류가 동시에 흐르는 회로에서 소요의 직류전압을 얻음과 동시에 교류전압은 될 수 있는 대로 억제하고 싶을 때 $R-C$ 병렬회로를 삽입하여 그 양단의 전압을 취한다. 지금 그림 11.11 (a)에서 $R-C$ 병렬회로를 흐르는 전류 i가

$$i = I + I\sin\omega t$$

와 같이 표시될 때 정상상태에서 그 양단에 나타나는 전압 v에 대한 표식식을 구하라. 또 C의 리액턴스의 크기가 R, $0.1R$과 같을 때의 v의 파형을 그려라.

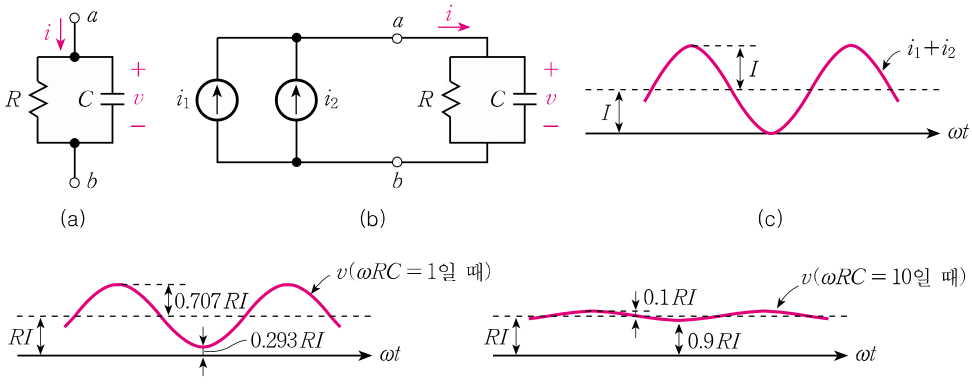


그림 11.11 예제 11.7의 회로

풀 이

먼저 i를 $i_1 = I,\ i_2 = I\sin\omega t$의 두 성분으로 나누어서 그림 11.11 (b)와 같이 표시하여 본다. 직류성분 i_1만에 의해서 $R-C$ 양단에 나타나는 전압을 v_1이라 하면 명백히 $i_1 = RI$이다. 또 교류성분 i_2만에 의한 전압 v_2는 회로의 임피던스가

$$Z = \frac{1}{Y} = \frac{1}{1/R + j\omega C} = \frac{R}{\sqrt{1+R^2\omega^2C^2}}\underline{/-\tan^{-1}\omega RC}$$

이므로 $$v_2 = I\frac{R}{\sqrt{1+R^2\omega^2C^2}}\sin(\omega t - \tan^{-1}\omega RC)$$

와 같이 된다. 중첩의 원리에 의하여

$$v = v_1 + v_2 = RI\left[1 + \frac{1}{\sqrt{1+R^2\omega^2C^2}}\sin(\omega t - \tan^{-1}\omega RC)\right]$$

이것이 소요의 식이다.

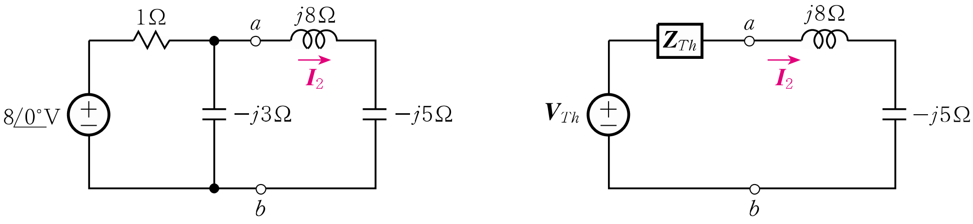
그림 (c), (d), (e)에는 전류파형과 $\frac{1}{\omega C} = R,\ 0.1R$일 때의 전압파형들을 그렸다. 이로부터 알 수 있는 바와 같이 단자전압 v는 평균치 RI를 중심으로 하여 상하로 변동하나 $\frac{1}{\omega C}$이 R에 비해서 적을수록 그 변동은 적어진다.

테브난의 정리와 노턴의 정리

[수치예] 어떤 교류전원을 포함한 회로의 두 단자 $a-b$ 간의 개방전압이 $10\underline{/50°}$ V이고 $a-b$를 단락할 때의 전류가 $2\underline{/20°}$ A라면 $a-b$에서 본 테브난의 등가임피던스는 $10\underline{/50°}/2\underline{/20°} = 5\underline{/30°}\ \Omega$이고, 테브난의 등가전압은 $10\underline{/50°}$ V [식 (4.2)]

예제 11.8

그림 11.12 (a)의 교류회로에서 단자 $a-b$ 좌측을 테브난의 등가회로로 대치하고 I를 구하라.



(a) (b)

그림 11.12 예제 11.8의 회로

풀 이

테브난의 등가전압 $\boldsymbol{V}_{Th} = 8\underline{/0^\circ} \times \dfrac{-j3}{1-j3} = \dfrac{-j24}{1-j3}\,\mathrm{V}$

테브난의 등가임피던스 $\boldsymbol{Z}_{Th} = \dfrac{-j3}{1-j3}\,\Omega$

따라서 그림 (b)의 등가회로를 얻는다. 이로부터

$$I_2 = \frac{-j24}{1-j3} \Big/ \left(\frac{-j3}{1-j3} + j3\right) = \frac{-j24}{-j3+j3(1-j3)} = -\frac{j24}{9} = \frac{8}{3}\underline{/-90^\circ}$$

이것은 예제 11.6의 I_2와 일치한다.

△ ⇄ Y 변환

△ ⇄ Y 변환으로 얻은 등가회로의 소자는 물리적으로 실현할 수 없을 때가 있다. 예를 들면, 그림 11.13 (a)의 T형회로에서 $\omega = 10^3\,\mathrm{rad/s}$일 때 등가적인 π형 회로의 각 암(arm)의 임피던스를 구하려면 식 (4.14)에서 R 대신 Z를 생각한다. $Z_a = 10\,\Omega$, $Z_b = j5\,\Omega$, $Z_c - \dfrac{1}{j2}\,\Omega$이므로

$$Z_1 = \frac{\dfrac{10}{j2} + j50 + \dfrac{5}{2}}{1/j2} = j2(2.5 + j45) = -90 + j5\,\Omega \tag{11.15a}$$

$$Z_2 = \frac{2.5 + j45}{j5} = 9 - 0.5\,\Omega \tag{11.15b}$$

$$Z_3 = \frac{2.5 + j45}{10} = 0.25 + j4.5\,\Omega \tag{11.15c}$$

Z_1의 실수부가 $-$이므로 이것은 수동회로에 의해서 실현할 수 없다. 그러나 변환식 (11.15)는 세 단자 외부에 대해서 등가적이기 위해서 만족해야 할 순전히 수학적인 관계식이므로 등가회로의 물리적 실현성 여부에 상관없이 회로의 수치 계산을 진행하여도 무방하다.

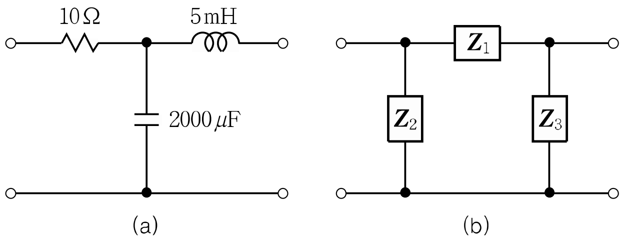


그림 11.13 Y-△ 변환

[수치예] 그림 11.13 (b)에서 $Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z$일 때 이와 등가인 T형회로의 각 암의 복소임피던스는 $Z/3$와 같다.

연/습/문/제

11.1 $R=100\,\Omega$, $L=0.2\,\mathrm{H}$, $C=20\,\mu\mathrm{F}$가 직렬로 연결된 회로가 있다.

(a) 이 회로의 입력임피던스 Z는 어떤 주파수에서 순저항이 되는가?

(b) (a)의 주파수 ω_1 및 $\frac{1}{2}\omega_1$, $2\omega_1$에서의 입력어드미턴스 Y와 이 직렬회로의 입력에 $V=10\underline{/0°}\,\mathrm{V}$의 전압을 인가할 때 흐르는 전류 I를 구하고 페이저도를 그려라.

11.2 $R=100\,\Omega$, $L=0.2\,\mathrm{H}$, $C=20\,\mu\mathrm{F}$가 병렬로 연결된 회로가 있다.

(a) 이 회로의 입력어드미턴스 Y는 어떤 주파수에서 순컨덕턴스가 되는가?

(b) (a)의 주파수 ω_1 및 $\frac{1}{2}\omega_1$, $2\omega_1$에서의 입력임피던스 Z와 이 병렬회로의 입력에 $I=0.1\underline{/0°}\,\mathrm{A}$의 전압을 인가할 때의 입력전압 V를 구하고 페이저도를 그려라.

11.3 그림 p 11.3의 $R-L-C$ 직렬회로에서 $V=25\,\mathrm{V}$이다. $V\neq V_R+V_L+V_C$인 것을 보여라.

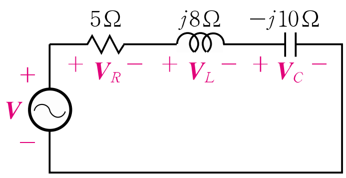


그림 p 11.3

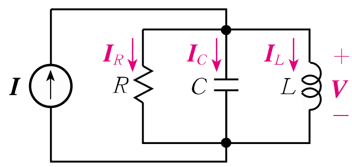


그림 p 11.4

11.4 그림 p 11.4의 회로에서 $V=100\,\mathrm{V}$, $I=5\,\mathrm{A}$, $I_R=2\,\mathrm{A}$, $I_C=10\,\mathrm{A}$이다. 페이저도를 이용하여 R, L, C을 결정하라. 단, $\omega=400\,\mathrm{rad/s}$이다.

11.5 그림 p 11.5의 회로에서

(a) 회로 각부의 전류, 전압의 실효치를 구하라.

(b) V_3를 기준으로 한 페이저 V_3, I_3, I_2, I_1, V_2, V_1를 구하라.

11.6 그림 p 11.6의 회로에서

(a) 사다리꼴회로의 기교를 이용하여 출력전압 V_{cd}를 구하라.

(b) 전원단자에서 본 입력임피던스와 입력전류를 구하라.

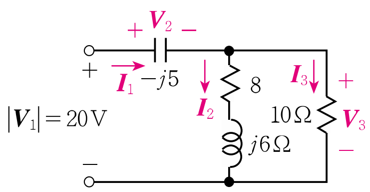
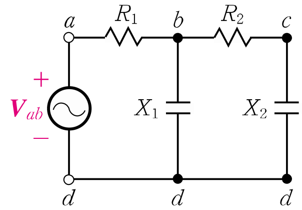


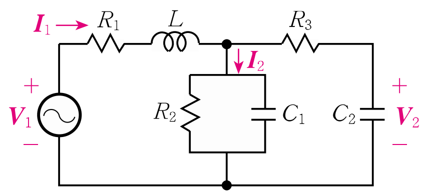
그림 p 11.5



$R_1 = R_2 = 2\,\Omega$
$X_1 = X_2 = -1\,\Omega,\ V_{ab} = 10\underline{/0°}\,V$

그림 p 11.6

11.7 그림 p 11.7의 회로에서 입력임피던스를 계산하여 입력전류를 구하라.



$R_1 = 10\,\Omega$, $\omega L = 5\,\Omega$
$R_2 = 2\,\Omega$, $\omega C_1 = 1\,S$
$\omega C_2 = 2\,S$, $R_3 = 1\,\Omega$
$V_1 = 100\underline{/0°}\,V$

그림 p 11.7

11.8 그림 p 11.8의 브리지는 C_3 또는 C_4를 조정하여 전원의 주파수를 측정하는 데 쓰이는 **주파수 브리지**(frequency bridge)의 일종이다. 브리지가 평형이 되었을 때 전원주파수는 어떻게 표시되는가?

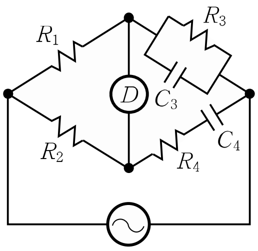


그림 p 11.8

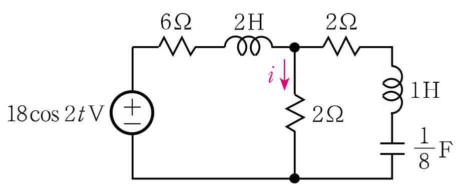


그림 p 11.9

11.9 그림 p 11.9의 회로에서 망로해석법을 사용하여 i를 구하라.

11.10 그림 p 11.10에서 $v_g = 2\sin 2t$ V, $i_g = 5\sin(2t+30°)$V일 때 절점해석법을 사용하여 v_C를 구하라.

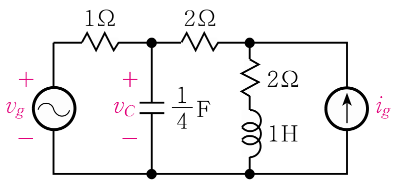


그림 p 11.10

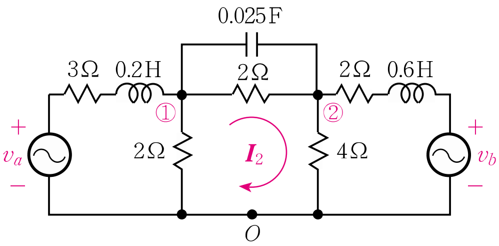


그림 p 11.11

11.11 그림 p 11.11의 회로에서 절점 ①, ②간의 전압 v_{12}를 구하되 다음 (a), (b) 중에서 노력이 덜 드는 방법을 택하라. 단, $v_a = 10\sqrt{2}\sin 10t$ V, $v_b = 5\sqrt{2}\sin(10t-60°)$ V이다.

(a) ①, ② 절점 사이를 하나의 등가임피던스로 대치한 다음 망로법에 의하여 망로전류 I_2를 구함으로써

(b) 절점해석법에 의하여 O를 기준으로 한 V_1, V_2를 구함으로써

11.12 그림 p 11.10의 회로에서 $v_g = 10+2\sin 2t$ V, $i_g = 5\cos t$ A일 때 중첩의 원리를 이용하여 v_C를 구하라.

11.13 그림 p 11.13의 회로에서 단자 $a-b$에서 본 테브난의 등가회로를 구하라.

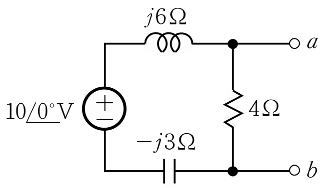


그림 p 11.13

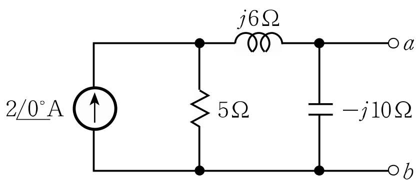


그림 p 11.14

11.14 그림 p 11.14의 회로에서 단자 $a-b$에서 본 노턴의 등가회로를 구하라.