

13

유도결합회로

- | | |
|--------------------------------------|--------------------|
| 13.1 상호유도작용 및 상호인덕턴스 | 13.5 변압기의 등가 T형회로 |
| 13.2 변압기단자에서의 전압-전류
관계 및 코일의 극성표시 | 13.6 결합계수 |
| 13.3 두 코일의 직렬 | 13.7 이상변압기
연습문제 |
| 13.4 유도결합회로의 해석 | |

두 회로가 서로 인접하여 한쪽 회로의 전류에 의해서 생긴 자속이 다른 회로와 쇄교할 때 첫째 회로에서 둘째 회로로 에너지전달이 일어날 수 있다. 이와 같은 유도결합회로(inductively coupled circuit)를 기술하는 데에는 이때까지 사용해진 R, L, C 3개의 상수만으로는 불가능하며 또 하나의 회로상수가 필요하다.

일반적으로 유도적으로 결합된 회로에서 한쪽 회로의 전류는 그 회로 자체 내의 소자나 전원만에 의해서 결정되는 것이 아니라 다른 회로의 소자와 전원의 영향을 받는다.

변압기, 유도전동기 등 많은 교류기기와 또 어떤 통신, 전자회로의 동작은 전자유도(전기자기)에 의존한다.

이 장의 목적은 유도결합회로의 해석법, 유도결합회로의 등가회로의 유도과 이용을 배우는 데 있다. 상호유도전압의 방향에 대해서는 항상 혼란을 일으키기 쉬우므로 13.2절에서 이에 관하여 상당히 자세하게 설명하겠다. 초학자는 이 절

에서 밑선을 그은 부분만은 철저히 알아두면 될 것이다. 본론에 들어가기 전에 반드시 5.1절을 다시 한번 읽기를 권한다.

13.1 상호유도작용 및 상호인덕턴스

그림 13.1과 같이 두 코일이 서로 가까이 놓여 있을 때 코일 1에 전류 i_1 을 흘리면 그 주위에는 자장이 생기고 자력선의 일부는 코일 2와 쇄교한다. 만일 i_1 이 시간적으로 변하면 패러데이(Faraday)의 법칙에 의하여 코일 2의 양단에는 자속 쇄교수의 시간적 변화율에 비례하는 전압이 유기될 것이다. 이것을 **상호유도작용** (mutual induction)이라 한다. 주의할 것은 코일 2의 유도전압이 코일 1의 전류의 변화에 의하여 생겼다는 것이다. 이때 만일 코일 2에 어떤 부하가 연결되어 있었다면 **2차회로**(secondary circuit)에 전류가 흐를 것이고 따라서 **1차회로**(primary circuit)에서 2차회로로 에너지전달이 일어난다(보통 전원이 연결된 쪽을 1차, 다른 쪽을 2차회로라 한다).

유도결합회로를 해석하자면 또 하나의 회로상수 **상호인덕턴스** M 을 도입해야 한다. 그림 13.1 (a)에서 코일 2는 개방되어 있다고 하자. 코일 1을 흐르는 전류 i_1 에 의하여 생기는 총자속을 ϕ_1 이라 하면, 이것은 (1) 코일 1과 쇄교하나 코일 2와 쇄교하지 않는 성분, 즉 그림에서 ϕ_{l1} 로 표시된 성분과 (2) 코일 1, 2에 다 같이 쇄교하는 성분, 즉 그림에서 ϕ_{21} 로 표시된 성분으로 나누어 생각할 수 있다. 전자를 **누설자속**, 후자를 **상호자속**이라고 한다. 즉,

$$\phi_1 = \phi_{l1} + \phi_{21} \quad (13.1)$$

각 코일의 권수를 n_1, n_2 라 할 때

$$L_1 = \frac{n_1 \phi_1}{i_1} = \text{단위전류의 } i_1 \text{에 의하여 생기는 코일 1의 자속쇄교수} \quad (13.2)$$

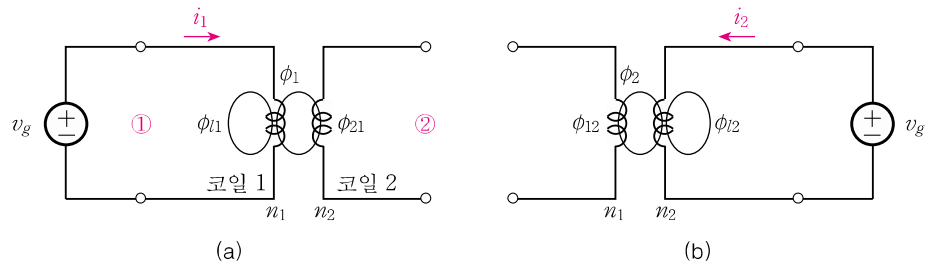


그림 13.1 누설자속과 상호자속

$$M_{21} = \frac{n_2 \phi_{21}}{i_1} = \text{단위전류의 } i_1 \text{에 의하여 생기는 코일 2의 자속쇄교수} \quad (13.3)$$

위에서 L_1 은 이미 5.1절에서 정의된 바와 같이 코일 1의 자기인덕턴스(보통 그냥 인덕턴스라고 한다)이고, M_{21} 는 코일 1과 2 사이의 상호인덕턴스라고 불리는 새로운 회로상수이다. 양자 다 동일한 MKS 단위인 헨리(henry)를 쓴다.

마찬가지로 그림 13.1 (b)에서 i_2 에 의한 총자속쇄교수는

$$\phi_2 = \phi_{l2} + \phi_{12} \quad (13.4)$$

$$L_2 = \frac{n_2 \phi_2}{i_2} = \text{단위전류의 } i_2 \text{에 의하여 생기는 코일 2의 자속쇄교수} \quad (13.5)$$

$$M_{12} = \frac{n_1 \phi_{12}}{i_2} = \text{단위전류의 } i_2 \text{에 의하여 생기는 코일 1의 자속쇄교수} \quad (13.6)$$

이상에서 정의된 두 가지 상호인덕턴스는 매질의 투자율이 일정할 때에는 동일한 값을 갖는다는 것을 증명할 수 있다. 즉, 이 조건하에서는

$$M_{21} = M_{12} = M \quad (13.7)$$

두 코일간의 상호인덕턴스의 크기는 두 코일의 크기와 각 권수, 두 코일축의 거리, 두 코일축의 상대적 위치 및 주위 매질의 투자율에 의하여 결정된다.

13.2 변압기단자에서의 전압-전류 관계 및 코일의 극성표시

그림 13.2는 대표적인 유도결합회로이다. 두 코일은 유도적으로 결합되어 있으며, 하나의 변압기를 형성한다. 1차측에는 전원, 2차측에는 부하가 연결되어 있다. 이 경우 두 코일에는 다 전류가 흐른다. 각 전류에 의하여 생기는 자속을 그

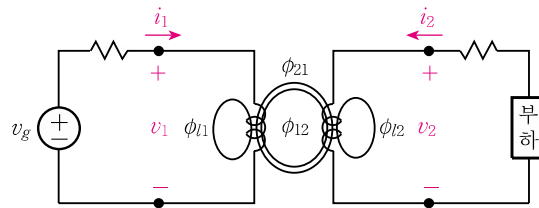


그림 13.2 유도결합회로

림과 같이 누설자속과 상호자속으로 분해하면 코일 1의 총자속쇄교수 λ_1 은

$$\lambda_1 = n_1(\phi_{l1} + \phi_{21} \pm \phi_{12}) = n_1\phi_1 \pm n_1\phi_{12} = L_1i_1 \pm M_{12}i_2 \quad (13.8)$$

여기서 식 (13.2) 및 (13.6)을 이용하였다. \pm 의 기호는 두 전류에 의하여 생기는 자속이 같은 방향이면 $+$, 반대방향이면 $-$ 가 된다. 지금 i_1 의 양의 방향으로 생기는 코일 1에서의 전압강하를 v_1 이라 하면 패러데이의 법칙에 $v_1 = d\lambda_1/dt$ 이므로

$$v_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} \pm M_{12} \frac{di_2}{dt} \quad (13.9)$$

마찬가지로 코일 2의 총자속쇄교수 λ_2 는

$$\lambda_2 = n_2(\phi_{l2} + \phi_{12} \pm \phi_{21}) = n_2\phi_2 \pm n_2\phi_{21} = L_2i_2 \pm M_{21}i_1 \quad (13.10)$$

이고, i_2 의 양의 방향으로 생기는 코일 2에서의 전압강하를 v_2 라 하면

$$v_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} \pm M_{21} \frac{di_1}{dt} \quad (13.11)$$

\pm 의 부호의 선택은 위에서 말한 바와 같다. 식 (13.9), (13.11)에서 제 1 항은 자기유도에 의한 전압강하이고, 제 2 항은 상호유도에 의한 전압강하이다.

유도결합된 두 코일의 상대적 권선방향을 표시하기 위하여 각 코일의 한쪽 단자에 그림 13.3과 같이 점을 찍는다. 이것을 유도결합된 코일의 극성표시라고 한다. 점을 찍는 규칙은 다음과 같다. 즉, 점을 찍은 단자로부터 각 코일에 유입되는 전류에 의해서 생기는 자속이 서로 같은 방향이 되도록[그림 13.3 (a)에서는 위쪽으로, 또 (b)에서는 시계방향으로 향한다] 점을 찍는다. 따라서 유도결합해석에서 두 코일전류를 다 점이 찍힌 단자에서 코일쪽으로 유입 또는 코일 외측

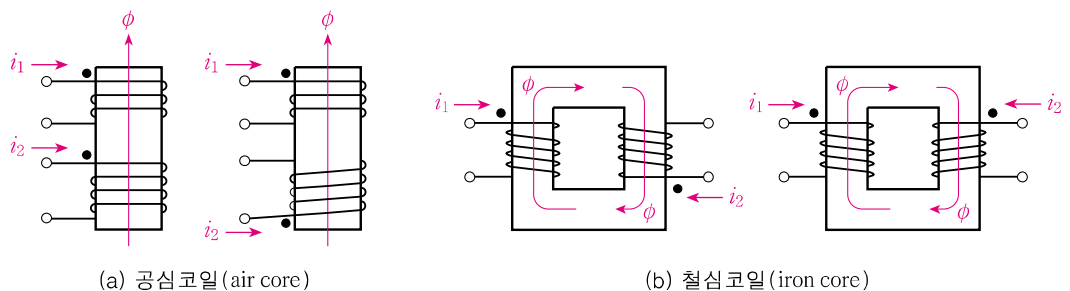


그림 13.3 유도결합된 코일의 극성표시

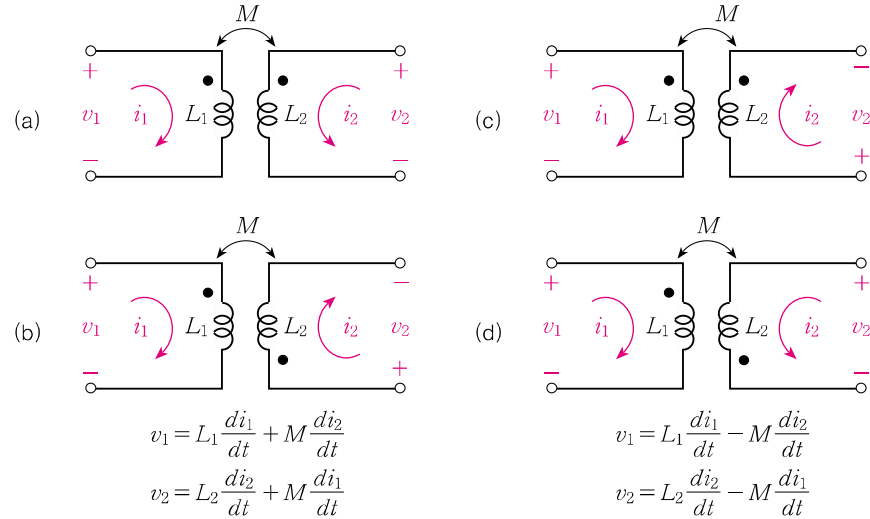


그림 13.4 변압기단자에서의 전압-전류 관계 (v_1, v_2 는 각각 i_1, i_2 의 양의 방향으로 생기는 코일에서의 전압강하임에 주목)

으로 유출하는 것을 양으로 잡았다면, 위의 여러 식에서 M 항의 부호는 $+$ 가 된다. 만일 한쪽 전류는 점이 찍힌 단자에서 유입되고 다른 쪽 전류는 점이 찍힌 단자로부터 유출되는 것을 양으로 하였다면 식 (13.9), (13.11)에서 M 항의 부호는 $-$ 가 된다.

요는 KVL에서 전류의 방향으로 생기는 전압강하를 쓸 때 상호유도에 의한 항에서 M 앞의 부호는 가정한 전류가 둘다 점이 찍힌 단자에서 유입(또는 유출)되는 경우에는 $+$ 로 하고 한 쪽만이 유입, 다른 쪽이 유출되는 경우에는 $-$ 로 한다.

그림 13.4는 코일의 극성과 전류의 방향에 따라서 변압기단자에서의 전압-전류 관계식이 어떻게 달라지는가를 여러 가지 경우에 대하여 표시한 것이다. 여기서 모든 경우에 전류의 방향으로의 전압강하를 $+$ 로 하였다. 만일 어느 전압의 극성이 이와 반대이면 그 전압 앞에 $-$ 의 부호를 붙여야 한다. 예컨대 그림 13.4 (a)에서 v_2 의 극성을 반대로 하면 $-v_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$ 이 된다.

13.3 두 코일의 직렬

그림 13.5 (a)에서 두 코일은 각각 인덕턴스 L_1, L_2 를 갖고 또 상호인덕턴스

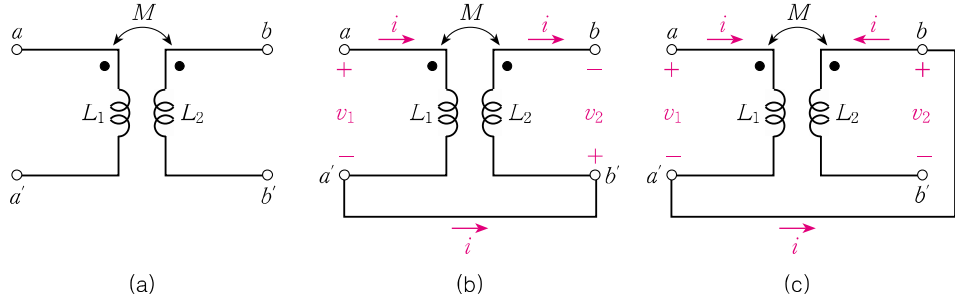


그림 13.5 두 코일의 직렬접속

M 으로 결합되어 있다. 이 두 코일을 그림 (b), (c)의 두 가지 방법으로 직렬접속하고, 각 경우에 대하여 개방단자에서의 등가인덕턴스를 구해 보자.

우선 그림 (b)의 접속에서 두 코일을 공통으로 흐르는 전류 i 의 양의 방향을 그림과 같이 가정하고, 각 코일 양단에 i 의 양의 방향으로 생기는 전압강하를 v_1, v_2 라 하면 $v_{ab} = v_1 + v_2$ 이다. 그런데 좌측 코일에서는 전류가 점이 찍힌 단자로 유입되나 우측 코일에서는 점이 찍힌 단자에서 유출되므로

$$v_1 = L_1 \frac{di}{dt} - M \frac{di}{dt}, \quad v_2 = L_2 \frac{di}{dt} - M \frac{di}{dt}$$

$$\text{그러므로 } v_{ab} = v_1 + v_2 = (L_1 + L_2 - 2M) \frac{di}{dt}$$

이것은 개방단자 $a-b$ 에서 관측되는 등가인덕턴스가 $L_1 + L_2 - 2M$ 임을 의미한다. 이것을 L^- 라 하면

$$L^- = L_1 + L_2 - 2M \quad (13.12)$$

한편 그림 (c)에서는 두 코일의 전류는 다 점이 찍힌 단자로 유입하고 있으므로 이상의 여러 식에서 $-M$ 대신 $+M$ 으로 하면 개방단자 $a-b'$ 에서 관측되는 등가인덕턴스 L^+ 는

$$L^+ = L_1 + L_2 + 2M \quad (13.13)$$

와 같이 된다. 식 (13.12), (13.13)으로부터

$$M = \frac{L^+ - L^-}{4} \quad (13.14)$$

윗식은 두 코일간의 상호인덕턴스를 측정하는 데 이용할 수 있다. 즉, 두 코일을 그림 13.5 (b), (c)의 두 가지 방법으로 직렬접속한 각 경우에 대하여 인덕턴스 브리지 또는 임피던스 브리지를 이용하여 개방단자에서 전체의 등가인덕턴스를 측정하고 양자의 차의 1/4을 취하면 된다. 이 방법에 의하면 M 의 크기뿐만 아니라 코일의 극성도 동시에 알 수 있다. 즉, 등가인덕턴스가 적은 쪽의 접속에서 두 개방단자에 각각 점을 찍으면 된다.

13.4 유도결합회로의 해석

이때까지는 전류, 전압의 파형에 아무런 제한도 가하지 않았다. 교류회로인 경우 식 (13.9), (13.11)의 미방에서 $\frac{d}{dt} \rightarrow j\omega$ 라 놓고, 전류, 전압을 복소페이저로 표시한다. 즉, 이 경우 변압기단자에서의 전압-전류 관계식은

$$V_1 = j\omega L_1 I_1 \pm j\omega M I_2 \quad (13.15a)$$

$$V_2 = j\omega L_2 I_2 \pm j\omega M I_1 \quad (13.15b)$$

와 같이 된다. 따라서 그림 13.6 (a)의 회로에 대한 망로방정식은 망로전류의 방향을 그림과 같이 택할 때 다음과 같이 된다[두 전류가 다 점이 찍힌 단자로 유입되고 있으므로 M 앞의 부호는 +가 된다; 그림 13.4 (c) 참고].

$$(Z_1 + j\omega L_1)I_1 - j\omega M I_2 = V_g \quad (13.16a)$$

$$-j\omega M I_1 + (Z_2 + j\omega L_2)I_2 = 0 \quad (13.16b)$$

$$(Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 = V_g, \quad Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 = 0 \text{의 형식})$$

이 두 식을 연립시켜 I_1, I_2 를 구하면 된다(상호임피던스 $Z_{12} = -j\omega M$ 임을 주목하라). 그러나 여기서는 다른 각도에서 고찰하여 본다. 그림 (a)에서

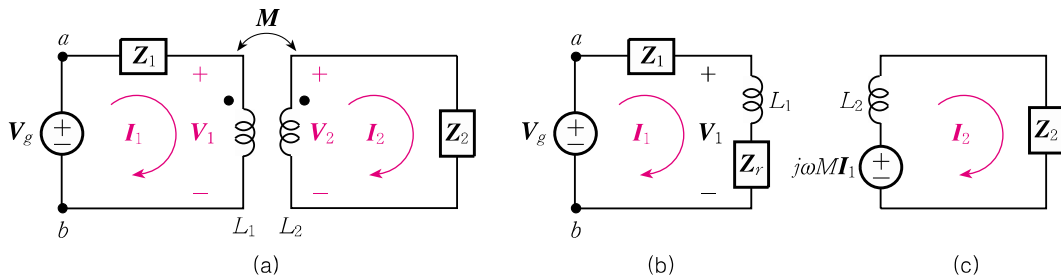


그림 13.6 유도결합회로

$$V_1 = j\omega L_1 I_1 - j\omega M I_2 \quad (13.17a)$$

$$0 = -j\omega M I_1 + (Z_2 + j\omega L_2) I_2 \quad (13.17b)$$

이 두 식에서 I_2 를 소거하면

$$\frac{V_1}{I_1} = j\omega L_1 + \frac{(\omega M)^2}{Z_2 + j\omega L_2} \quad (13.18)$$

여기서 둘째 항

$$Z_r = \frac{(\omega M)^2}{Z_2 + j\omega L_2} \quad (13.19)$$

은 2차회로가 유도결합으로 1차회로에 추가시키는 임피던스로서 반사임피던스(reflected impedance)라고 한다. Z_r 을 이용하면 1차회로는 그림 (b)와 같이 대표할 수 있으며 전원단자에서 본 임피던스(구동점임피던스)는

$$Z_{ab} = Z_1 + j\omega L_1 + Z_r \quad (13.20)$$

가 되고, 이로부터 1차전류는

$$I_1 = \frac{V_g}{Z_{ab}} \quad (13.21)$$

에 의하여 구할 수 있다. 또 식 (13.17b)로부터 또는 그림 (c)로부터

$$I_2 = \frac{+j\omega M}{Z_2 + j\omega L_2} I_1 \quad (13.22)$$

이상과 같은 해석은 물리적으로 더 흥미 있다.

식 (13.19)의 반사임피던스에 관하여 두 가지 사실을 지적한다.

- (1) Z_r 의 분자는 코일의 극성에 관계없이 +이다(따라서 Z_{ab} , I_1 도 코일의 극성과 관계없고 오직 I_2 만이 코일의 극성에 따라 부호가 달라진다).
- (2) $Z_2 = R_2 + jX_2$ 라 놓고 Z_r 의 분모를 유리화하면

$$Z_r = \frac{(\omega M)^2}{R_2^2 + (\omega L_2 + X_2)^2} [R_2 - j(\omega L_2 + X_2)] \quad (13.23)$$

그러므로 $\omega L_2 + X_2 > 0 (< 0)$, 즉 2차회로의 리액턴스가 인덕티브(커패시티브)이면 반사임피던스의 리액턴스는 커패시티브(인덕티브)가 된다. 특히 $X_2 = -1/\omega C_2$ 이면 $\omega = 1/\sqrt{L_2 C_2}$ [2차회로의 공진주파수; 식 (13.23)]에서 Z_r 는 순실수가 된다. 즉,

$$Z_r = \frac{(\omega M)^2}{R_2} \quad (2\text{차회로 공진시}) \quad (13.24)$$

(3) $(Z_r \text{의 실수부}) \times I_1^2$ 은 2차회로에 공급되는 전력과 같다.

[수치예] 2차회로의 전(全)임피던스가 $3+j4\Omega$, $\omega M=10\Omega$ 이면 반사임피던스는

$$Z_r = \frac{10^2}{3^2 + 4^2}(3-j4) = 12-j16\Omega \text{ 이고, 2차회로에 전달되는 전력은 } 12I_1^2 \text{ W 와 같다.}$$

예제 13.1

그림 13.7 (a)의 사인과 정상상태회로에서

- (a) i_1, i_2 를 구하라.
(b) 2차에 전달되는 전력을 구하라.

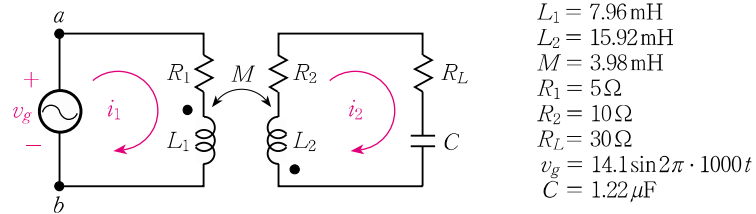


그림 13.7 예제 13.1의 회로

풀이

(a) 주어진 수치로부터

$$\begin{aligned} \omega L_1 &= 2\pi \cdot 10^3 \cdot 7.96 \cdot 10^{-3} = 50\Omega, \quad \omega M = \frac{1}{2}\omega L_1 = 25\Omega \\ \omega L_2 &= 100\Omega \\ -\frac{1}{\omega C} &= -\frac{1}{2\pi \times 10^3 \times 1.22 \times 10^{-6}} = -130\Omega \end{aligned}$$

두 전류가 다 점이 찍힌 단자로 유입하는 것을 양으로 가정하였으므로 식 (13.16), (13.22)에서 M 앞의 부호는 +이고

$$Z_1 + j\omega L_1 = 5 + j50 \Omega$$

$$\begin{aligned} Z_2 + j\omega L_2 &= R_2 + j\omega L_2 + R_L - j \frac{1}{\omega C} \\ &= 10 + j100 + 30 - j130 = 40 - j30 \Omega \end{aligned}$$

$$\text{또 } V_g = 10 \angle 0^\circ$$

이 수치들을 식 (13.16)에 대입하여 I_1, I_2 에 관하여 풀면 되겠으나, 이 예제 앞부분에서 제시한 방법에 따라 계산해 보자.

$$\text{결합임피던스 : } Z_r = \frac{25^2}{40 - j30} = 10 + j7.5 \Omega$$

$$\text{구동점임피던스 : } Z_{ab} = 5 + j50 + 10 + j7.5 = 15 + j57.5 \Omega$$

$$\text{1차전류 : } I_1 = \frac{V_g}{Z_{ab}} = \frac{10 \angle 0^\circ}{15 + j57.5} = 0.169 \angle -75.4^\circ \text{ A}$$

$$\begin{aligned} \text{2차전류 : } I_2 &= \frac{+j25 \times 0.169 \angle -75.4^\circ}{40 - j30} = \frac{4.22 \angle 14.6^\circ}{50 \angle -36.9^\circ} \\ &= 0.085 \angle 51.5^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

$$\text{따라서 } i_1 = \sqrt{2} \cdot 0.169 \sin(2\pi 1000t - 75.4^\circ) \text{ A}$$

$$i_2 = \sqrt{2} \cdot 0.085 \sin(2\pi 1000t - 51.5^\circ) \text{ A}$$

(b) 2차에 전달되는, 따라서 2차에서 소비되는 전력은

$$P_2 = (R_2 + R_L) I_2^2 = (10 + 30) \times 0.085^2 = 0.29 \text{ W}$$

이것은 결합임피던스의 실수부에 I_1^2 을 곱한 것, 즉 $10 \times 0.169^2 = 0.29 \text{ W}$ 와 같다.

예제 13.2

그림 13.8의 회로에 대한 망로방정식을 정돈된 형식으로 표시하라.

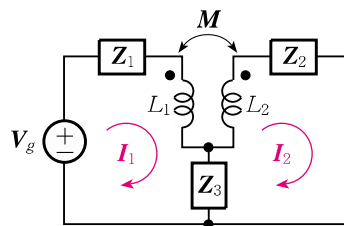


그림 13.8 예제 13.2의 회로

풀이

두 망로전류 I_1, I_2 의 방향을 임의로 그림과 같이 가정한다. 이 망로전류는 각 코일을 흐르는 지로전류이기도 하다. I_1 은 점이 찍힌 단자에서 유입되고, I_2 는 점이 찍힌 단자

에서 유출되고 있다는 것을 염두에 두고 망로방정식을 쓰면

$$\begin{aligned} Z_1 I_1 + j\omega L_1 I_1 - j\omega M I_2 + Z_3(I_1 - I_2) &= V_g \\ Z_3(I_2 - I_1) + j\omega L_2 I_2 - j\omega M I_1 + Z_2 I_2 &= 0 \end{aligned}$$

I_1, I_2 에 관하여 정돈하면

$$\begin{aligned} (Z_1 + j\omega L_1 + Z_3)I_1 + (Z_3 + j\omega M)I_2 &= V_g \\ -(Z_3 + j\omega M)I_1 + (Z_2 + Z_3 + j\omega L_2)I_2 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{이것은 } Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 &= V_g \\ Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 &= 0 \end{aligned} \quad (13.25)$$

와 같은 형식으로 쓸 수 있다. 여기서

$$\begin{aligned} Z_{11} &= Z_1 + j\omega L_1 + Z_3 = \text{망로 1의 자기임피던스} \\ Z_{22} &= Z_2 + j\omega L_2 + Z_3 = \text{망로 2의 자기임피던스} \\ Z_{12} &= Z_{21} = -(Z_3 + j\omega M) = \text{망로 1과 망로 2 사이의 상호임피던스} \end{aligned} \quad (13.26)$$

이것은 유도결합이 없는 회로에 대한 망로방정식과 꼭 같은 형식이며, 독자는 회로도만 보고도 직접 써 내릴 수 있어야 한다. Z_{12} 에서 Z_3 의 부호가 -인 것은 I_1, I_2 의 방향이 반대이기 때문이고, $j\omega M$ 의 부호가 -인 것은 코일의 극성표시에서 I_1 은 점이 찍힌 단자로 유입, I_2 는 점이 찍힌 단자에서 유출되고 있기 때문이다.

13.5 변압기의 등가 T형회로

유도적으로 결합된 회로에서 변압기부분을 이와 등가적인 T형회로로 대체하여 놓고 생각하면 편리할 때가 많다. 그림 13.9 (a)와 같은 극성을 갖는 변압기에서 전류, 전압의 기준방향을 그림과 같이 택하면 변압기단자에서의 $V-I$ 관계는

$$\begin{aligned} V_1 &= j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_2 \\ V_2 &= j\omega L_2 I_2 + j\omega M I_1 \end{aligned} \quad (13.27)$$

과 같다. 변압기단자 1', 2'을 연결한 것은 등가 T형회로가 3단자회로이기 때문에 이에 맞추기 위해서이다. 한편 그림 (b)와 같은 T형회로에 대한 좌·우측 단자쌍에서의 $V-I$ 관계도 이와 같이 됨을 알 수 있다(예컨대 $V_1 = j\omega(L_1 - M)I_1 + j\omega M(I_1 + I_2) = j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_2$). 따라서 이 양 회로는 단자전류와 전압에 관한 한 단자 외측에 대해서 등가이다. 마찬가지로 그림 (c)와 같은 극성을 갖는 변압기에 대한 등가 T형회로는 그림 (d)와 같다. 이와 같은 등가 T형회로는 어떤 종류의 유도결합회로의 해석에 유용하다. 자주 언급했듯이 이 경우 등가회로의

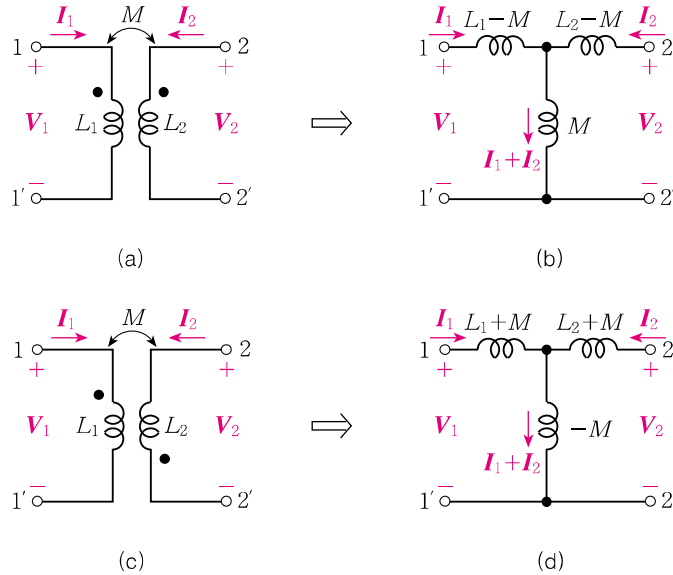


그림 13.9 변압기의 등가 T형회로

물리적 실현성 여부를 따질 필요는 없다.

예제 13.3

그림 13.10 (a)의 회로는 그림 13.8의 회로와 동일구조를 갖는다. 그러나 이 예제에서는 점선부분을 등가 T형회로로 대치한 다음, 페이지 I_1 , I_2 를 구하라.

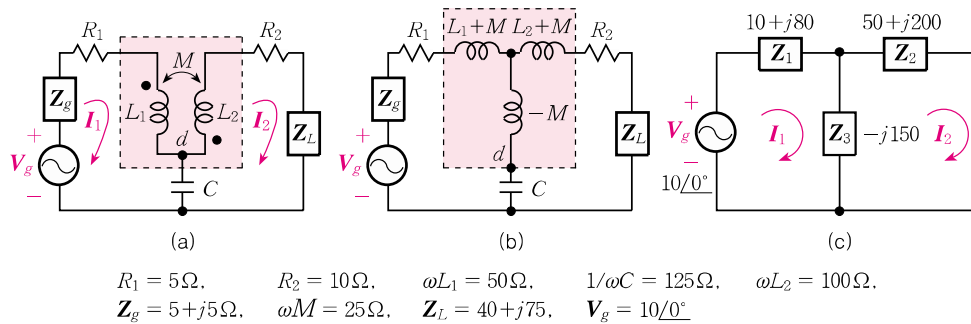


그림 13.10 예제 13.3의 회로

풀이

그림 13.10 (a)에서 접합점 d 를 그림 13.9 (c)에서 변압기단자 $1'$ 와 $2'$ 가 합친 것으로 보면 그림 13.10 (b)와 같은 등가회로를 얻을 수 있다. 주어진 수치로부터 각 지로의 임피던스를 계산하면

$$Z_1 = Z_g + R_1 + j(\omega L_1 + \omega M)$$

$$\begin{aligned}
&= 5 + j5 + 5 + j(50 + 25) = 10 + j80 \Omega \\
\mathbf{Z}_2 &= j(\omega L_2 + \omega M) + R_2 + \mathbf{Z}_L \\
&= j(100 + 25) + 10 + 40 + j75 = 50 + j200 \Omega \\
\mathbf{Z}_3 &= -j\omega M - j\frac{1}{\omega C} = -j(25 + 125) = -j150 \Omega
\end{aligned}$$

그러므로 그림 (c)를 얻는다. 여기서 \mathbf{I}_1 , \mathbf{I}_2 를 구하는 것은 쉬운 일이다. 나머지 계산은 독자에게 맡기고자 한다.

13.6 결합계수

두 코일간의 유도결합의 정도를 나타내는 양으로서 **결합계수**(coefficient of coupling) k 를 쓴다. 이것은 그림 13.1에서 한 코일에서 발생된 총자속 중에서 다른 코일과 결합하는 자속의 비와 같으며

$$k = \frac{\phi_{21}}{\phi_1} = \frac{\phi_{12}}{\phi_2} \quad (13.28)$$

이로부터 k 는 다음과 같이 표시될 수 있다(연습문제 13.14).

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \quad (13.29)$$

상호자속이 전무한 경우, 즉 유도결합이 없는 경우에는 $k = 0$. 누설자속이 전무한 경우($\phi_1 = \phi_{21}$, $\phi_2 = \phi_{12}$), 즉 **완전결합**의 경우에는 $k = 1$. 따라서

$$0 \leq k \leq 1 \quad (13.30)$$

L_1, L_2 가 주어진 변압기의 k 는 두 코일의 상대적 접근도와 코일축의 교각에 의하여 변화시킬 수 있다.

두 코일을 공통된 철심에 감은 **전력용 변압기**나 **가청주파변압기**에서는 누설자속이 매우 적으므로 k 는 1에 가깝다. 그러나 **공심변압기**(air-core transformer)에서는 0.5 정도의 k 는 **밀결합**(close coupling)으로 생각되며, 한편 0.01 정도의 k 는 **소결합**(loose coupling)을 대표한다.

예제 13.4

코일 1, 2의 각각의 L 은 20, $50\mu\text{H}$ 이고, 그 사이의 M 은 $5.6\mu\text{H}$ 이다.

(a) 두 코일간의 결합계수를 구하라.

- (b) 코일 1을 이와 꼭 같은 물리적 구조를 가지나 권수가 2배되는 코일로 대체할 때 M 은 어떻게 되겠는가?

풀이

(a) 식 (13.28)로부터 $k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = \frac{5.6}{\sqrt{20 \times 50}} = 0.177$

- (b) 물리적 구조가 같은 코일의 인덕턴스는 권수의 제곱에 비례하므로[식 (5.7) 참조] 대체시킨 코일의 인덕턴스는

$$L'_1 = 2^2 \times L_1 = 80 \mu\text{H}$$

k 는 두 코일의 상대적 위치에 의해서만 정해지는 것이므로 한쪽 코일을 대체하더라도 k 는 불변이다.

$$\therefore M = k \sqrt{L'_1 L_2} = 0.177 \sqrt{80 \times 50} = 11.2 \mu\text{H}$$

13.7 이상변압기

다음 세 가지 조건을 만족하는 가상적인 변압기를 **이상변압기**라고 한다.

- (1) 두 코일간의 결합계수가 1일 것(이것은 완전결합을 의미한다. 즉, $M = \sqrt{L_1 L_2}$)
- (2) 코일에 관계되는 손실이 0일 것
- (3) 각 코일의 인덕턴스가 무한대일 것(따라서 L_1, L_2 에 직렬로 연결된 다른 회로소자의 임피던스는 $\omega L_1, \omega L_2$ 에 비하여 무시할 수 있다)

이와 같은 조건을 만족하는 변압기를 물리적으로 실현할 수 없음은 명백하나 잘 설계된 철심변압기는 이상변압기에 가깝다.

이상변압기의 **권수비**(ratio of turns)를 $n = n_1/n_2$ 라 하고, 단자전압-전류의 기

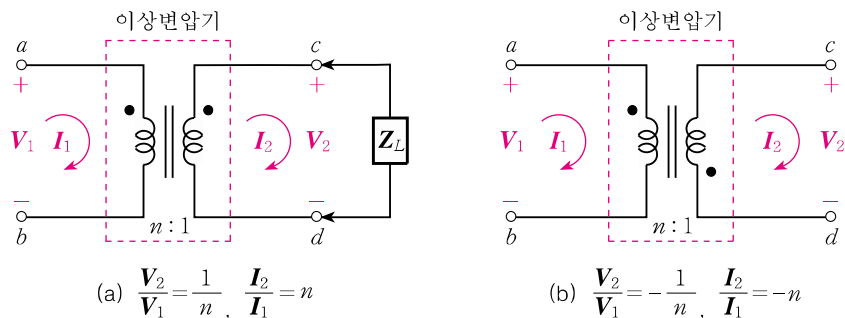


그림 13.11 이상변압기를 갖는 회로

준방향을 그림 13.11 (a)와 같이 가정하자[이상변압기의 표시에서 두 코일 사이의 두 막대는 자심(magnetic core)을 나타낸다].

동일구조의 코일에서 인덕턴스는 권수비의 제곱에 비례하므로[식 (5.7)]

$$\sqrt{L_1 L_2} = n_1 / n_2 = n$$

코일의 극성과 전류의 기준방향은 그림 13.6 (a)와 동일하므로 식 (13.22)로부터

$$\begin{aligned} \frac{I_2}{I_1} &= \lim_{L_1, L_2 \rightarrow \infty} \frac{j\omega M}{Z_L + j\omega L_2} = \frac{j\omega \sqrt{L_1 L_2}}{j\omega L_2} = n \\ \text{또} \quad \frac{V_2}{V_1} &= \frac{Z_L I_2}{(j\omega L_1 + Z_r) I_1} = \frac{Z_L I_2}{\left[j\omega L_1 + \frac{(\omega M)^2}{j\omega L_2 + Z_L} \right] I_1} \quad (L_1 L_2 = M^2 \text{ 이용}) \\ &= \lim_{L_1, L_2 \rightarrow \infty} \frac{Z_L (j\omega L_2 + Z_L)}{j\omega L_1 Z_L} \cdot \frac{I_2}{I_1} = \frac{L_2}{L_1} n = \frac{1}{n} \end{aligned}$$

이상으로 이상변압기에서는 그림 13.11 (a)의 경우

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{n} = \frac{n_2}{n_1} \quad (13.31)$$

$$\frac{I_2}{I_1} = n = \frac{n_1}{n_2} \quad (13.32)$$

이 두 식을 나누고 부하임피던스 $Z_L = V_2 / I_2$ 임에 주목하여 1차단자에서 본 임피던스 $Z_{ab} = V_1 / I_1$ 을 구하면

$$Z_{ab} = n^2 Z_L = \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 Z_L \quad (13.33)$$

만일 변압기 코일극성이 그림 13.11 (b)와 같이 반대가 되면

$$\frac{V_2}{V_1} = -\frac{1}{n}, \quad \frac{I_2}{I_1} = -n \quad (13.34)$$

이 되지만 식 (13.33)은 그대로 성립된다.

즉, 2차측에 연결된 부하임피던스가 1차단자에서 볼 때에는(2차전류의 기준방향에 관계없이) $(n_1/n_2)^2$ 배가 되어 나타난다. 특히 2차측이 단락되면($Z_L = 0$) 1

차단자도 단락상태가 되고, 2차측이 개방되면($Z_L = \infty$) 1차단자도 개방상태가 된다.

[수치예] 어떤 전원에서 권선비 100:500의 이상변압기를 통하여 임피던스 $30 + j40 \Omega$ 인 부하에 전력을 공급할 때 2차전압, 2차전류는 1차에 비해 각각 5배, 1/5배가 되고 1차에서 본 임피던스는 $\left(\frac{1}{5}\right)^2 (30 + j40) = 1.2 + j1.6 \Omega$

철심을 갖는 변압기는 이상변압기에 가깝다. 그래서 철심변압기는 전력용으로 전압을 승강시키는 데 쓰이고, 통신용으로는 **임피던스변환**을 하는 데 많이 쓰인다. 송전선을 통하여 전력을 전송할 때에 생기는 손실은 주로 전선에서의 RI^2 손실이고, 이것은 I 를 적게 함으로써 감소시킬 수 있다. 따라서 보통 송전시에서는 **승압변압기**를 써서 고전압, 지전류로써 송전한다. 그러나 실제로 전력을 사용할 때에는 보안과 절연문제로 **강압변압기**를 써서 저전압, 대전류로 고쳐서 사용한다. 한편 통신공학에서는 주어진 전원에서 어떻게 하면 주어진 부하에 최대 전력을 공급하는가가 문제되는 경우가 많다(12.7절 참조). 이 경우 만일 부하임피던스의 크기가 전원의 내부임피던스의 크기와 같지 않을 때에는 그 사이에 적당한 권수비 n 을 갖는 이상변압기에 가까운 철심변압기를 삽입하여 $|Z_{ab}| = n^2 |Z_L|$ 이 되게 함으로써 부하에 최대전력을 전달할 수 있다(12.7절의 [2] 참조). 주목할 것은 이상변압기로써 임피던스의 크기는 바꿀 수 있지만 임피던스의 작은 그대로 유지된다는 것이다($Z_{ab} = n^2 Z_L$).

예제 13.5

그림 13.12의 사인파 정상상태회로에서 1차측에서 생각한 등가회로를 그리고 Z_{ab} , I_1 , I_2 , V_1 , V_2 및 P_2 를 구하라.

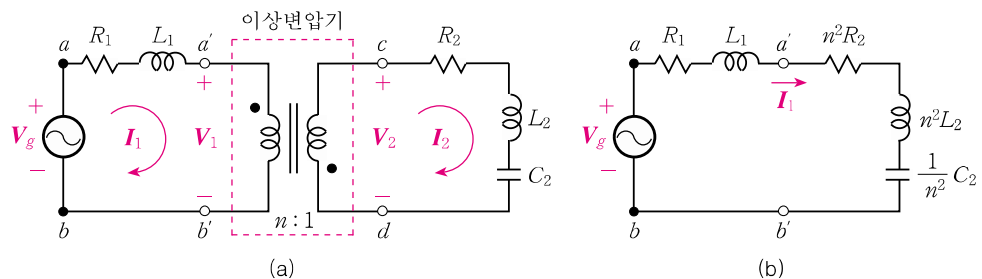


그림 13.12 예제 13.5의 회로 및 1차측의 등가회로

풀이

1차단자 a', b' 에서 우측을 본 임피던스는 Z_{cd} 를 n^2 배한 것이다.

즉, $n^2 \left(R_2 + j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C_2} \right)$ 이므로 그림 13.12 (b)와 같은 등가회로가 얻어진다. 이것으로부터

$$Z_{ab} = R_1 + n^2 R_2 + j\omega(L_1 + n^2 L_2) - j\frac{n^2}{\omega C_2}$$

다른 양은 식 (13.34)를 참고하고 아래의 순서로 구하면 된다.

$$I_1 = \frac{V_g}{Z_{ab}}, \quad I_2 = -nI_1$$

$$V_1 = V_g - (R_1 + j\omega L_1)I_1$$

$$V_2 = -\frac{1}{n} V_1$$

또는
$$V_2 = \left(R_2 + j\omega L_2 - j\frac{1}{\omega C_2} \right) I_2$$

$$P_2 = R_2 I_2^2 = (n^2 R_2) I_1^2$$

[즉, P_2 는 그림 (b)에서 $n^2 R_2$ 에서 소비되는 전력과 같다]

등으로 구할 수 있다.

[주] (a) 만일 처음부터 2차회로의 전압, 전류, 전력에만 관심을 가진다면 $c-d$ 좌측에 대한 테브난의 등가회로를 고려하여 계산하는 것이 간단하다[연습문제 13.10 (b)].

(b) 그림 13.12에서 R_1, R_2 는 변압기의 손실을 포함할 수 있다.

예제 13.6

내부저항이 1000Ω 이고, 발생전압이 V_g 인 증폭기로부터 등가저항 10Ω 의 스피커에 전력을 공급하고자 한다[그림 13.13 (a)].

(a) 부하를 직접 전원에 연결할 때 부하에 공급되는 전력과 효율을 구하라.

(b) 부하와 전원 사이에 적당한 가청주파변압기를 삽입하여 부하에 최대전력을 공급하고자 한다. 권수비를 얼마로 해야 하겠는가? 단, 삽입하는 변압기는 이상적이라고 가정한다.

(c) 이때의 전력과 효율을 구하고 (a)와 비교하라.

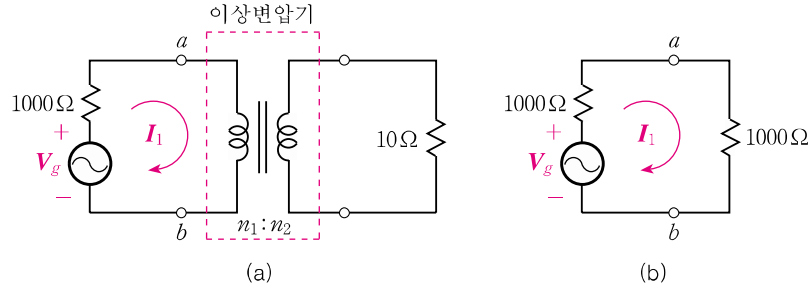


그림 13.13 예제 13.5의 회로 및 그 등가회로

풀이

(a) 증폭기의 전압이 V_g 볼트이므로

$$\text{부하전류 } I = \frac{V_g}{1000 + 10} = \frac{V_g}{1010} \text{ A}$$

$$\text{부하전력 } P = 10I^2 = \frac{10}{(1010)^2} V_g^2 \text{ W}$$

$$\begin{aligned} \text{효율 } \eta &= \frac{\text{출력전력}}{\text{입력전력}} = \frac{P}{V_g I} = \frac{10}{(1010)^2} V_g^2 \bigg/ \frac{V_g^2}{1010} \\ &= \frac{10}{1010} = 0.9\% \text{ (매우 낮다)} \end{aligned}$$

(b) 변압기 1차단자에서 본 저항이 전원의 내부저항과 같을 때 최대전력의 전달이 일어난다. 따라서

$$\left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 = \frac{1000}{10}, \quad \text{즉 } n_1 : n_2 = 10 : 1$$

(c) 임피던스가 정합되었을 때 그림 13.13 (b)의 등가회로로부터

$$I_1 = \frac{V_g}{2 \times 1000} \text{ A}$$

$$\text{부하전력 } P = 1000 \times I_1^2 = \frac{V_g^2}{4000} \quad [\text{또는 } P = 10 \times I_2^2 = 10 \times (10I_1)^2]$$

이것은 직접 연결한 경우의 $\frac{1}{4000} \div \frac{10}{1010^2}$ 배, 즉 약 25배가 된다.

$$\text{또 } \eta = \frac{P}{V_g I_1} = \frac{V_g^2}{4000} \div \frac{V_g^2}{2000} = 50\%$$

전력은 최대로 공급되지만 효율은 50%밖에 안된다(그러나 변압기를 안 쓸 때의 효율에 비하면 엄청나게 높다).

이상은 4.3절에서도 언급한 바이다.

연/습/문/제

13.1 그림 p 13.1의 회로에서 다음을 구하라.

- (a) 코일의 극성표시[힌트 : 그림 13.3 (b)의 우측 변압기와 비교하면 1차 및 2차코일의 권선방향이 둘다 반대가 되고 있다]
 - (b) 스위치 SW를 닫는 순간 2차에 흐르는 전류의 방향
 - (c) 스위치 SW를 여는 순간 2차에 흐르는 전류의 방향
- [힌트 : 2차회로에 대한 미방을 쓰고 생각하라]

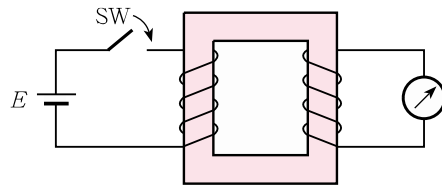


그림 p 13.1

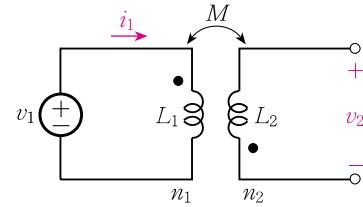


그림 p 13.2

13.2 그림 p 13.2에서 두 코일은 권수가 각각 $n_1 = 200$, $n_2 = 2000$ 인 철심코일이다. $i_1 = 2\text{A}$ 일 때 1차코일과 쇄교하는 등가총자속 $\phi_1 = 10^{-4}\text{Wb}$ 이고, 그 중 2차코일과 쇄교하는 등가총자속 $\phi_{21} = 2 \times 10^{-5}\text{Wb}$ 라면 다음 각 값은 어떻게 되겠는가?

- (a) 1차코일의 등가누설자속
- (b) 1차코일의 자기인덕턴스
- (c) 상호인덕턴스 M
- (d) 두 코일간의 결합계수 $k(k = \phi_{21}/\phi_1)$ [식 (13.28) 참고]
- (e) 2차코일의 자기인덕턴스

13.3 그림 p 13.3의 회로에서 다음을 구하라.

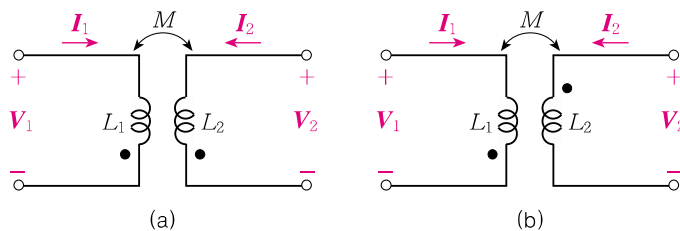


그림 p 13.3

- (a) 그림 p 13.3의 각 회로에 대하여 단자전압-전류 관계를 써라.
 (b) 이 그림에서 I_2 의 기준방향을 반대로 잡고 다른 전류, 전압의 기준은 그대로 두는 경우 단자전압-전류 관계는 어떻게 표시되겠는가?

13.4 상호인덕턴스 M 으로 유도결합을 하고 있는 2개의 동일한 코일이 있다. 두 코일을 그림 13.5와 같이 두 가지 방법으로 직렬로 연결하여 브리지로서 인덕턴스를 측정하였더니 각 경우에 대하여 137 mH 및 43 mH였다. 다음을 구하라.

- (a) 상호인덕턴스 (b) 각 코일의 자기인덕턴스
 (c) 양 코일간의 결합계수 (d) 코일의 극성

13.5 그림 p 13.5의 회로에서 V_o 을 구하라.

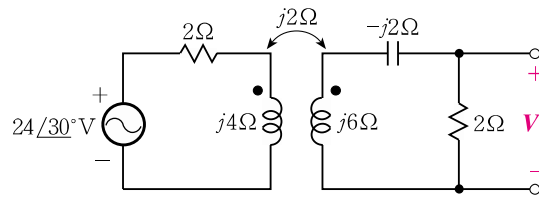


그림 p 13.5

13.6 그림 p 13.6의 회로에서 다음을 구하라. 단, $\omega M = 50\Omega$ 이다.

- (a) I_1, I_2 (b) R_1, R_2 에 공급되는 전력
 (c) 각 전원이 공급하는 전력

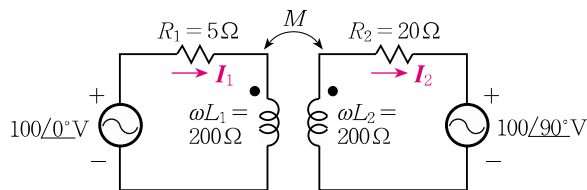


그림 p 13.6

13.7 그림 p 13.7의 회로에서 C_2 와 M 은 가변이다. 2차회로에 최대전력을 공급하기 위해서는 M 과 $X_2 \left(= \omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2} \right)$ 를 얼마로 해야 하는가? 단, $\omega = 10^6 \text{ rad/s}$, $\omega L_1 = 100\Omega$ 이다.

[힌트 : 그림 13.6 (b)에서 Z_r 에 공급되는 전력이 곧 2차회로에 공급되는 전력이다. 따라서 Z_r 과 1차회로 임피던스의 공액정합을 생각하면 된다]

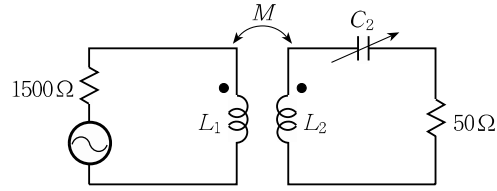


그림 p 13.7

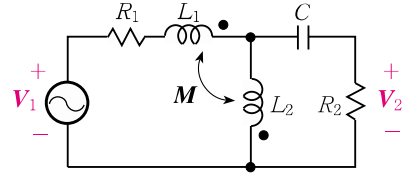


그림 p 13.8

13.8 그림 p 13.8의 회로에서 $R_1 = 2\Omega$, $\omega L_1 = 3\Omega$, $\omega L_2 = 1\Omega$, $\omega M = 1\Omega$, $1/\omega C = 1\Omega$, $R_2 = 2\Omega$ 이다. V_2/V_1 를 다음 두 가지 방법으로 구하라.

- (a) 망로방정식을 풀음으로써
- (b) 두 코일부분을 등가 T형회로로 대체함으로써

13.9 그림 p 13.9의 회로에서 $R_1 = 1.0\Omega$, $R_2 = 10\Omega$, $X_{L1} = 9.0\Omega$, $X_{L2} = 90\Omega$, $k = 0.8$, $X_C = -50\Omega$, $R_0 = 50\Omega$ 이다. V_o 를 계산하라.

[힌트 : $\omega M = k\sqrt{X_{L1}X_{L2}}$. 등가 T형회로를 이용하는 것이 쉽다]

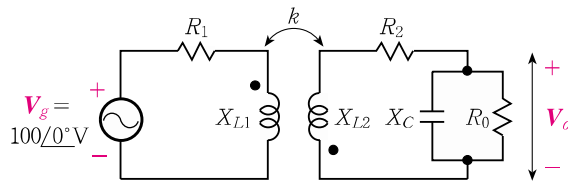


그림 p 13.9

- 13.10** (a) 그림 p 13.10의 회로에서 I_1 , I_2 , V_1 , V_2 를 구하라.
 (b) 변압기의 극성표시(●)가 서로 반대쪽에 있는 경우에는 어떻게 되겠는가?

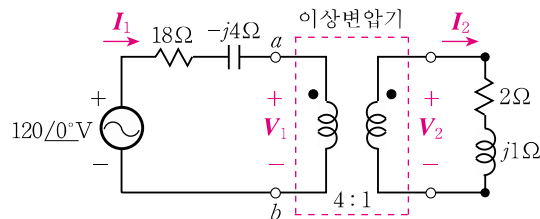


그림 p 13.10

13.11 그림 p 10.11에서 내부저항이 R_0 인 전류원과 입력저항이 R_L 인 스피커 사이에 권선비 $n = \frac{n_1}{n_2}$ 인 이상변압기를 삽입하였다.

- (a) 부하에 공급되는 전력을 구하라.
- (b) 가급적 큰 전력을 전달하기 위한 n 의 최적치를 구하고, 이때의 최대부

하전력을 구하라. [힌트 : 테브난의 등가회로를 생각하라]

- (c) $R_0 = 1\text{k}\Omega$, $R_L = 8\Omega$ 인 경우 $n = 10, 15$ 인 두 변압기 중에서 어느쪽을 택할 것인가?

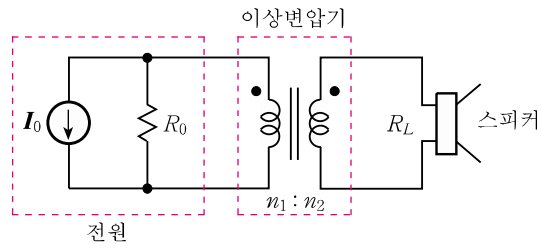


그림 p 13.11

13.12 그림 p 13.12에서 I_2 를 다음 두 가지 방법으로 구하라.

- (a) $a-b$ 우측에 대한 등가임피던스를 이용하여 I_1 을 구한 다음 I_2 을 구한다.
 (b) $a-b$ 좌측에 대한 테브난의 등가회로를 이용한다.

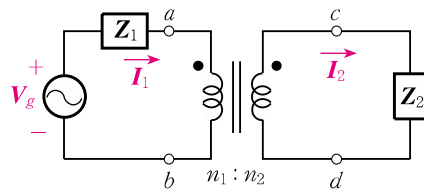


그림 p 13.12

13.13 전문의 결과를 이용하여 2차회로의 V_{cd} 및 2차회로에 전달되는 전력(즉, 2차회로에서 소비되는 전력)을 구하라. 단, $Z_2 = R_2 + jX_2$ 이다.

13.14 식 (13.28)로부터 식 (13.29)를 유도하라.