18 2포트회로

많은 경우 회로망의 내부구조는 불문에 붙이고, 외부회로가 연결되는 몇 쌍의 단자에서의 전압-전류 관계가 관심의 대상이 된다. **2단자망(1포트회로)**에서는 한 쌍의 단자에서의 전압-전류 관계가 문제되었다. 그러나 특히 통신회로나 제어회로에서는 한 쌍의 단자에 신호가 가해지고 다른 한 쌍의 단자에서 그것을 받는 경우가 많으며, 이 경우 우리는 두 쌍의 단자에서의 전압-전류 관계에 관심을 가지게 된다. 이와 같이 문제되는 단자가 두 쌍, 즉 4개인 회로망을 **2단자쌍회로**, **4단자회로** 또는 **2포트**(2-port)**회로**라고 한다(그림 18.1 참고). 최근에는 2포트회로라는 명칭이 가장 널리 사용되고 있다.

1포트회로(1단자쌍회로, 2단자회로)에서는 입력임피던스(또는 입력어드미턴스) 하나만으로써 그 단자에서의 특성이 완전히 규정되었으나 2포트회로에서는 두 포트에서의 전압-전류 관계를 규정하려면 일반적으로 4개의 파라미터(parameter)가 필요하다. 이 장의 처음부분에서는 2포트회로의 각종 파라미터의 정의와 그들의 상호관계를 논하고, 후반부에서는 2포트회로의 등가회로와 응용을 다룬다.

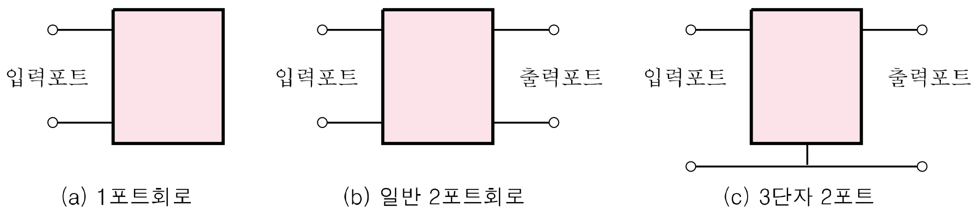

그림 18.1

이 장에서도 우리는 교류회로를 가정하지만 간단을 위하여 저항회로를 예로 들 때가 많을 것이다.

18.1 이미턴스 파라미터

어드미턴스 파라미터

그림 18.2의 2포트회로에서 두 쌍의 단자 1−1′와 2−2′에 각각 전압원 V_1, V_2가 인가되었을 때 망로전류 I_1, I_2를 그림과 같은 방향으로 가정할 때 중첩의 원리에 의하여 I_1은 V_1에 비례하는 전류 $y_{11}V_1$과 V_2에 비례하는 전류 $y_{12}V_2$의 합과 같다. 여기서 y_{11}, y_{12}는 비례계수이다. I_2 역시 마찬가지로 각 전원전압에 비례하는 전류성분의 합과 같다. 그러므로 2포트회로의 단자전류를 V_1, V_2의 함수로서 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} I_1 &= y_{11}V_1 + y_{12}V_2 \\ I_2 &= y_{21}V_1 + y_{22}V_2 \end{aligned} \tag{18.1}$$

2포트회로의 각 포트에 이와 같이 직접 전압원이 연결되지 않고 복잡한 회로의 한 부분인 경우에도 단자전압을 V_1, V_2라 하고, 그것들을 전원으로 대치하여 생각한다면 이 경우에도 2포트회로의 단자전압과 전류 사이에는 식 (18.1)의 관계가 성립됨을 알 수 있다. 즉, 그림 18.3에서 두 쌍의 단자 외부에 어떠한 회로

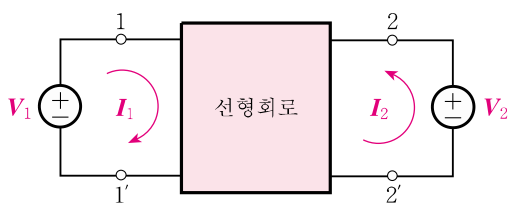

그림 18.2 2포트회로의 $V-I$ 관계

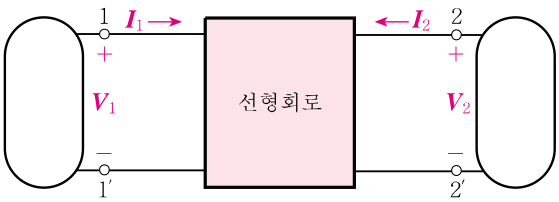

그림 18.3 2포트회로의 입·출력포트에서의 전압, 전류의 기준방향
(포트 외부에는 어떠한 회로가 연결되어도 무방)

가 연결되어 있든지간에 단자에서의 $V-I$ 관계는 식 (18.1)로 표현될 수 있다(2포트회로에서 입·출력포트에서의 전압, 전류의 기준방향을 그림 18.3과 같이 가정하는 것으로 통일되어 있다 —— 즉, 아래쪽 단자에서 위쪽 단자로의 전압상승을 전압의 양의 방향으로 하고, 또 위쪽 단자에서 회로쪽으로 유입하는 전류를 전류의 양의 방향으로 가정한다). 이 식에서 $y_{11}, y_{12}, y_{21}, y_{22}$는 모두 어드미턴스의 원(元)을 가지므로 2포트회로의 **어드미턴스 파라미터** 또는 단순히 **y 파라미터**라고 한다. 식 (18.1)은 y 파라미터를 사용한 2포트회로의 **기본방정식**이다.

1포트회로에서는 입력임피던스 또는 입력어드미턴스 하나만으로 입력단자에서의 $V-I$ 관계가 완전히 표현되지만 2포트회로에서는 이와 같이 일반적으로 4개의 파라미터를 써야만 두 쌍의 단자에서의 $V-I$ 관계가 완전히 표현될 수 있다.

y 파라미터의 물리적 의미

식 (18.1)의 비례계수들은 2포트회로의 구성과 소자의 값이 기지이면 물론 계산할 수 있으나, 이것이 미지이더라도 두 포트에서의 측정에 의하여 용이하게 결정할 수 있다. 지금 출력포트를 단락하여 $V_2=0$이라 하면 $I_1=y_{11}V_1$, $I_2=y_{21}V_1$이 된다. 그러므로 y_{11}은 출력포트를 단락하고 입력포트에서 본 어드미턴스(I_1/V_1)이고, 또 y_{21}은 출력포트를 단락할 때의 입력포트에서 출력포트로의 전달어드미턴스(I_2/V_1)이다[그림 18.4 (a)]. 다음에 입력포트를 단락하여 $V_1=0$

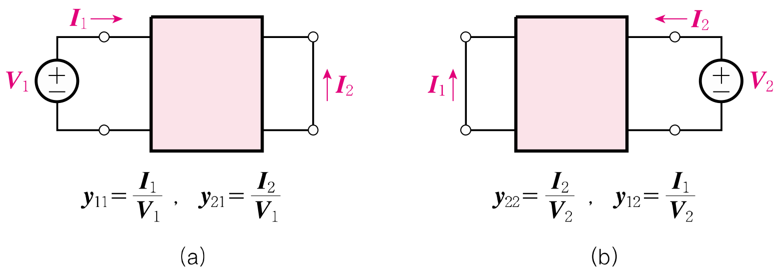

그림 18.4 y 파라미터의 정의

으로 하면 $I_1 = y_{12} V_2$, $I_2 = y_{22} V_2$가 되므로 y_{22}는 입력포트를 단락하고 출력포트에서 좌측을 본 어드미턴스이고, 또 y_{12}는 출력포트를 단락할 때의 출력측에서 입력측으로의 전달어드미턴스이다[그림 18.4 (b)]. 이상 요약하면

$$
\begin{aligned}
y_{11} &= \left.\frac{I_1}{V_1}\right|_{V_2=0} && : \text{단락입력어드미턴스} \\
y_{21} &= \left.\frac{I_2}{V_1}\right|_{V_2=0} && : \text{단락순방향(forward) 전달어드미턴스} \\
y_{22} &= \left.\frac{I_2}{V_2}\right|_{V_1=0} && : \text{단락출력어드미턴스} \\
y_{12} &= \left.\frac{I_1}{V_2}\right|_{V_1=0} && : \text{단락역방향(backward) 전달어드미턴스}
\end{aligned}
\tag{18.2}
$$

예제 18.1

그림 18.5 (a)와 같은 π형회로의 어드미턴스 파라미터를 구하라.

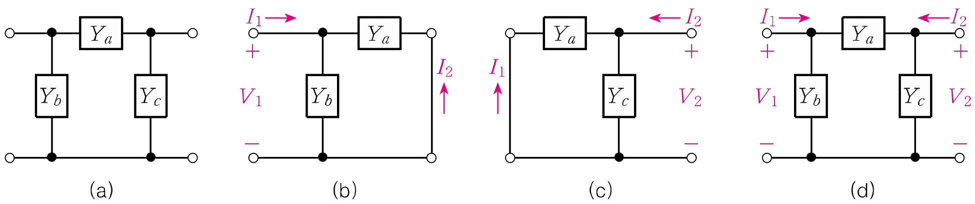

그림 18.5 π형회로의 어드미턴스 파라미터를 구하는 방법

풀 이

출력단자를 단락하면[그림 18.5 (b)] Y_a, Y_b가 병렬로 되므로 $y_{11} = Y_a + Y_b$. 또 이때 $I_2 = -Y_a V_1$이므로 $y_{21} = -Y_a$. 다음에 입력단자를 단락하면[그림 (c)] Y_a, Y_c가 병렬로 되므로 $y_{22} = Y_a + Y_c$. 또 이때 $I_1 = -Y_a V_2$이므로 $y_{12} = -Y_a = y_{21}$.

간단한 회로의 어드미턴스 파라미터를 구하는 또 한 가지 방법은 관찰에 의하여 직접 2포트회로의 기본방정식을 써 내리는 것이다. 즉, 그림 (d)에서 I_1은 Y_b와 Y_a를 흐르는 전류의 합이므로

$$I_1 = Y_b V_1 + Y_a (V_1 - V_2) = (Y_a + Y_b) V_1 - Y_a V_2$$

또 I_2는 Y_c를 흐르는 전류와 Y_a를 흐르는 전류의 합이므로

$$I_2 = Y_c V_2 + Y_a (V_2 - V_1) = -Y_a V_1 + (Y_a + Y_c) V_2$$

이상으로 π형회로의 어드미턴스 파라미터는

$$y_{11} = Y_a + Y_b, \quad y_{22} = Y_a + Y_c, \quad y_{12} = y_{21} = -Y_a$$

임피던스 파라미터

식 (18.1)을 V_1, V_2에 관해서 풀면 다음과 같이 I_1에 비례하는 항과 I_2에 비례하는 항의 합으로 표시될 것이다.

$$\begin{aligned} V_1 &= z_{11}I_1 + z_{12}I_2 \\ V_2 &= z_{21}I_1 + z_{22}I2 \end{aligned} \tag{18.3}$$

$z_{11}, z_{12}, z_{21}, z_{22}$는 임피던스의 원을 가지므로 이것들을 2포트회로의 **임피던스 파라미터** 또는 단순히 z**파라미터**라고 한다. 이것들은 2포트회로의 전압과 전류의 관계를 맺어주는 단순한 비례계수라고 생각해도 좋다.

z 파라미터의 물리적 의미

출력포트를 개방하여 $I_2 = 0$이라 하면 $V_1 = z_{11}I_1$, $V_2 = z_{21}I_1$이 된다. 따라서 z_{11}은 출력포트를 개방했을 때의 입력포트에서 본 임피던스(V_1/I_1)이고, 또 z_{21}은 이 경우의 입력포트에서 출력포트로의 전달임피던스(V_2/I_1)이다[그림 18.6 (a)]. 마찬가지로 입력포트를 개방하는 경우 출력포트에서의 임피던스가 z_{22}와 같고, 또 이 경우의 출력포트에서 입력포트로의 전달임피던스가 z_{12}와 같다[그림 18.6 (b)]. 이상으로

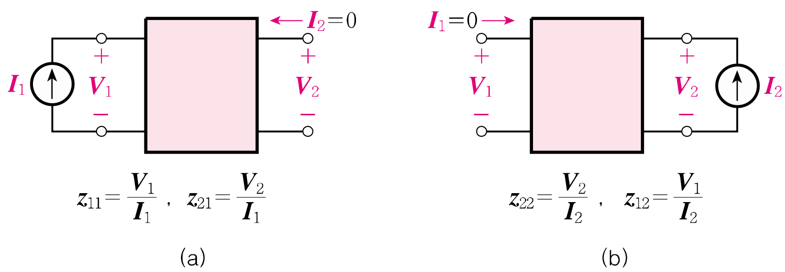

그림 18.6 z 파라미터의 정의

$$
\begin{aligned}
z_{11} &= \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{I_2=0} && \text{: 개방입력임피던스} \\
z_{21} &= \left.\frac{V_2}{I_1}\right|_{I_2=0} && \text{: 개방순방향 전달임피던스} \\
z_{22} &= \left.\frac{V_2}{I_2}\right|_{I_1=0} && \text{: 개방출력임피던스} \\
z_{12} &= \left.\frac{V_1}{I_2}\right|_{I_1=0} && \text{: 개방역방향 전달임피던스}
\end{aligned}
\tag{18.4}
$$

이상에서 취급한 z 파라미터와 y 파라미터를 **이미턴스 파라미터**라 총칭한다.

예제 18.2

그림 18.7과 같은 T형회로의 임피던스 파라미터를 구하라.

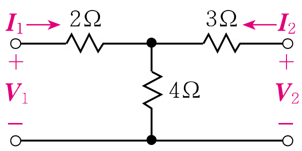

그림 18.7 T형회로의 임피던스 파라미터

풀 이

출력단자를 개방하면 $2\,\Omega$, $4\,\Omega$이 직렬로 되므로 $z_{11} = 6\,\Omega$. 또 이때 $V_2 = 4I_1$이므로 $z_{21} = 4\,\Omega$, 마찬가지로 입력단자를 개방하고 생각하면

$$z_{22} = 7\,\Omega, \qquad z_{12} = 4\,\Omega$$

또는 관찰에 의하여 직접 기본방정식을 써 내리면

$$
\begin{aligned}
V_1 &= 2I_1 + 4(I_1 + I_2) = 6I_1 + 4I_2 \\
V_2 &= 3I_2 + 4(I_1 + I_2) = 4I_1 + 7I_2
\end{aligned}
$$

이상으로 T형회로의 임피던스 파라미터는

$$z_{11} = 6\,\Omega, \qquad z_{22} = 7\,\Omega, \qquad z_{12} = z_{21} = 4\,\Omega$$

예제 18.3

그림 18.8은 트랜지스터 증폭기의 모델이다. 이 2포트회로의 y 파라미터를 구하라.

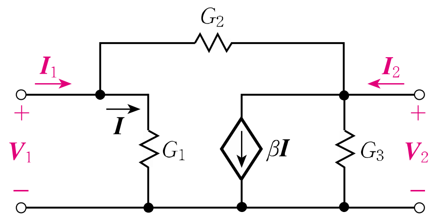

그림 18.8 예제 18.3의 회로

풀 이

I_1, I_2을 직접 V_1, V_2, V_2의 함수로 표시하여 보자($I=G_1V_1$).

$$
\begin{aligned}
I_1 &= G_1V_1+G_2(V_1-V_2)=(G_1+G_2)V_1-G_2V_2 \\
I_2 &= G_3V_2+G_2(V_2-V_1)+\beta(G_1V_1) \\
&= (\beta G_1-G_2)V_1+(G_2+G_3)V_2 \\
\therefore\ y_{11} &= G_1+G_2, \qquad y_{12}=-G_2 \\
y_{21} &= \beta G_1-G_2, \qquad y_{22}=G_2+G_3
\end{aligned}
$$

[비고] 일반적으로 수동회로에 대해서는(그림 18.5, 18.7)

$$y_{12}=y_{21}, \quad z_{12}=z_{21} \tag{18.5a}$$

능동회로에 대해서는(그림 18.8)

$$y_{12}\neq y_{21}, \quad z_{12}\neq z_{21} \tag{18.5b}$$

18.2 하이브리드 파라미터

2포트회로의 4개의 변수 V_1, I_1, V_2, I_2 중 임의의 2개를 나머지 두 변수로 표현하는 방법에는 ${}_4C_2=4\cdot 3/2!=6$가지가 있을 수 있다. y 파라미터는 두 전류를 두 전압으로, 반대로 z 파라미터는 두 전압을 두 전류로 표현하는 데 필요한 것이었다. **하이브리드 파라미터**(hybrid는 '혼합'이라는 뜻)는 한 포트의 단자전압과 다른 포트의 단자전류를 나머지 두 변수로 표현하는 데 필요한 것이다. 즉, V_1, I_2를 I_1, V_2의 선형결합으로 표현하면

$$
\boxed{
\begin{aligned}
V_1 &= h_{11}I_1+h_{12}V_2 \\
I_2 &= h_{21}I_1+h_{22}V_2
\end{aligned}
} \tag{18.6}
$$

반대로 I_1, V_2를 V_1, I_2의 선형결합으로 표현하면

$$\begin{aligned} I_1 &= g_{11} V_1 + g_{12} I_2 \\ V_2 &= g_{21} V_1 + g_{22} I_2 \end{aligned} \tag{18.7}$$

전자의 계수들을 **하이브리드 h 파라미터**, 후자의 것을 **하이브리드 g 파라미터**라고 한다. 이 중 어떤 것은 원(元)이 없고, 어떤 것은 임피던스 또는 어드미턴스의 원을 가짐을 알 수 있다. 하이브리드 파라미터의 물리적 의미도 전과 같이 한쪽 포트를 단락 또는 개방하고 생각하면 되고(그림 18.9), 예를 들면

$$\begin{aligned} h_{11} &= \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{V_2=0} &&: \text{단락입력임피던스}(= 1/y_{11}) \\ h_{21} &= \left.\frac{I_2}{I_1}\right|_{V_2=0} &&: \text{단락순방향 전류이득(gain)}(= y_{21}/y_{11}) \\ h_{12} &= \left.\frac{V_1}{V_2}\right|_{I_1=0} &&: \text{개방역방향 전압이득}(= z_{12}/z_{22}) \\ h_{22} &= \left.\frac{I_2}{V_2}\right|_{I_1=0} &&: \text{개방출력어드미턴스}(= 1/z_{22}) \end{aligned} \tag{18.8}$$

하이브리드 파라미터는 트랜지스터와 같은 능동 2포트회로를 취급하는 데 유용하다.

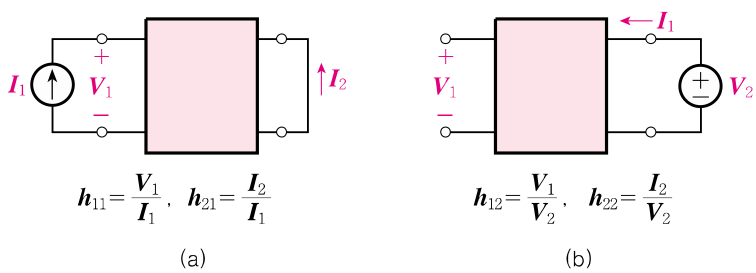

그림 18.9 하이브리드 h 파라미터의 정의

예제 18.4

그림 18.10 (a)의 2포트회로의 h 파라미터를 구하라.

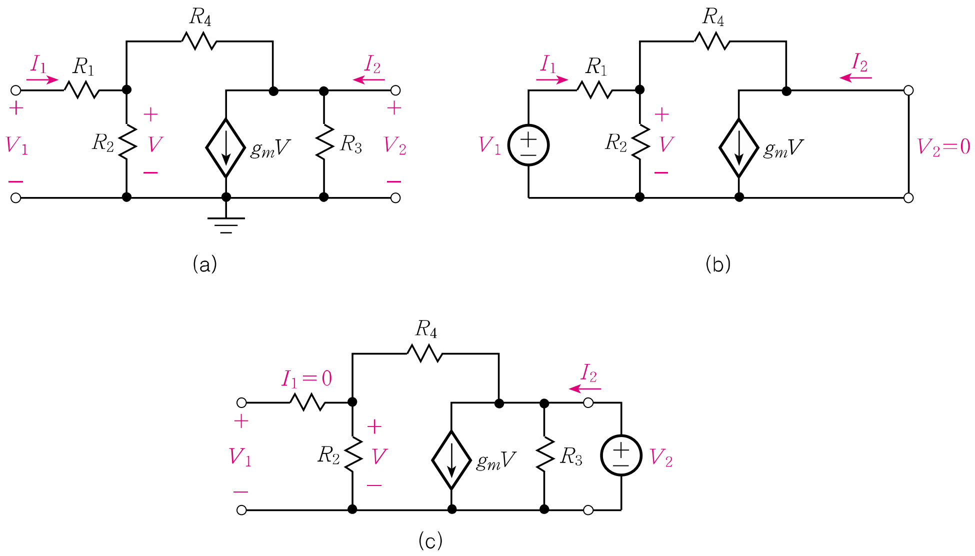

그림 18.10 예제 18.4의 회로

풀 이

h 파라미터의 물리적 의미를 이용하자. 출력단자를 단락했을 때 R_4가 접지되므로 그림 18.10 (b)로부터

$$h_{11} = \frac{V_1}{I_1} = R_1 + (R_2 /\!/ R_4)$$

이때
$$I_2 = g_m V - \frac{V}{R_4} = \left(g_m - \frac{1}{R_4}\right) V_1 \times \frac{R_2 /\!/ R_4}{R_1 + R_2 /\!/ R_4}$$

$$\therefore\ h_{21} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{I_2}{V_1}\,\frac{V_1}{I_1} = \left(g_m - \frac{1}{R_4}\right)(R_2 /\!/ R_4) = \frac{(g_m R_4 - 1)R_2}{R_2 + R_4}$$

다음에 입력단자를 개방했을 때 $I_1 = 0$이므로 그림 (c)에서 $V = V_2 \dfrac{R_2}{R_2 + R_4}$

$$\therefore\ h_{12} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{V}{V_2} = \frac{R_2}{R_2 + R_4}$$

이때
$$I_2 = \frac{V_2}{R_3} + g_m V + \frac{V}{R_2} = \frac{V_2}{R_3} + \left(g_m + \frac{1}{R_2}\right)\frac{R_2}{R_2 + R_4} V_2$$

$$\therefore\ h_{22} = \frac{I_2}{V_2} = \frac{1}{R_3} + \frac{g_m R_2 + 1}{R_2 + R_4}$$

(저항회로이므로 전류, 전압, h 파라미터에 굳이 볼드체를 쓰지 않아도 된다)

18.3 전송파라미터

특히 신호전송의 문제를 다룰 때에는 한 포트의 전압, 전류를 다른 포트의 전압, 전류로 표시하는 것이 편리하다.

$$\begin{aligned} V_1 &= AV_2 - BI_2 \\ I_1 &= CV_2 - DI_2 \end{aligned} \tag{18.9}$$

이 식의 A, B, C, D를 **전송파라미터**(transmission parameter) 또는 단순히 $ABCD$ **파라미터**라고 한다. 이들 중 어떤 것은 원이 없고 어떤 것은 임피던스 또는 어드미턴스의 원을 가지고 있음을 알 수 있다.

전송파라미터의 물리적 의미도 전과 같이 한쪽 포트를 개방 또는 단락시키고 생각하면 된다.

$$\begin{aligned}
A &= \left.\frac{V_1}{V_2}\right|_{I_2=0} &&: \text{개방역방향 전압이득} \\
C &= \left.\frac{I_1}{V_2}\right|_{I_2=0} &&: \text{개방역방향 전달어드미턴스}\left(=\frac{1}{z_{21}}\right) \\
B &= \left.\frac{V_1}{-I_2}\right|_{V_2=0} &&: \text{단락역방향 전달임피던스}\left(=-\frac{1}{y_{21}}\right) \\
D &= \left.\frac{I_1}{-I_2}\right|_{V_2=0} &&: \text{단락역방향 전류이득}
\end{aligned} \tag{18.10}$$

$ABCD$ 파라미터는 모두 입력포트의 양과 출력포트의 양의 비임에 주목하라.

예제 18.5

그림 18.11 (a)와 같은 T형회로의 $ABCD$ 파라미터를 구하라. 특히 그림 (b)의 회로에 대해서는 어떻게 되겠는가? 단, 전원주파수는 ω rad/s이다.

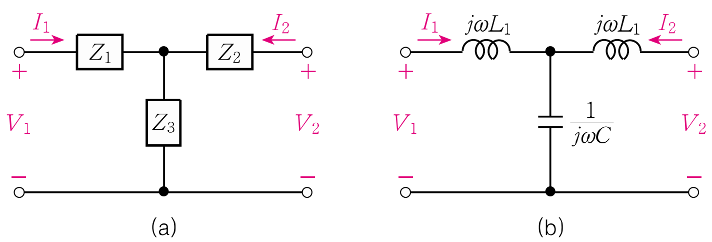

그림 18.11 예제 18.5의 회로

풀 이

그림 18.11 (a)에서 먼저 $ABCD$ 파라미터를 구해 보자. 물리적 의미를 이용할 수 있으나 여기서는 직접 V_1, I_1을 V_2, I_2로 표시하여 보자.

$$V_1 = V_2 - Z_2 I_2 + Z_1 I_1 = V_2 - Z_2 I_2 + Z_1\left(\frac{V_2 - Z_2 I_2}{Z_3} - I_2\right)$$

$$= \left(1 + \frac{Z_1}{Z_3}\right)V_2 - \left(Z_1 + Z_2 + \frac{Z_1 Z_2}{Z_3}\right)I_2$$

$$I_1 = -I_2 + \frac{V_2 - Z_2 I_2}{Z_3} = \frac{V_2}{Z_3} - \left(1 + \frac{Z_2}{Z_3}\right)I_2$$

따라서

$$A = 1 + \frac{Z_1}{Z_3}, \qquad B = Z_1 + Z_2 + \frac{Z_1 Z_2}{Z_3} \tag{18.11}$$

$$C = \frac{1}{Z_3}, \qquad D = 1 + \frac{Z_2}{Z_3}$$

특히 그림 (b)에 대해서는 $Z_1 = j\omega L_1$, $Z_2 = j\omega L_2$, $Z_3 = 1/j\omega C_3$을 대입하여

$$A = 1 - \omega^2 L_1 C_3, \qquad B = j\omega(L_1 + L_2) - j\omega^3 L_1 L_2 L_3$$

$$C = j\omega C_3, \qquad D = 1 - \omega^2 L_2 C_3$$

식 (18.9)로부터 V_2, I_2를 V_1, I_1의 함수로 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\begin{aligned} V_2 &= A' V_1 - B' I_1 \\ I_2 &= C' V_1 - D' I_1 \end{aligned} \tag{18.12}$$

$A'B'C'D'$ 파라미터의 물리적 의미는 식 (18.10)에 준하여 생각하면 된다.

2포트의 종속접속

그림 18.12와 같이 2개의 2포트회로가 종속접속된 경우 전체 2포트의 $ABCD$ 파라미터는 개개의 $ABCD$ 파라미터로서 쉽게 표시될 수 있다. 즉, 그림에서 V, I의 기호와 방향에 유의하면서 각 2포트회로의 $V-I$ 관계식을 쓰면

$$\begin{cases} V_1 = A_1 V_2 - B_1 I_2 \\ I_1 = C_1 V_2 - D_1 I_2 \end{cases} \qquad \begin{cases} V_2 = A_2 V_3 - B_2 I_3 \\ -I_2 = C_2 V_3 - D_2 I_3 \end{cases}$$

이들 식에서 V_2, I_2를 소거하면

$$V_1 = (A_1 A_2 + B_1 C_2) V_3 - (A_1 B_2 + B_1 D_2) I_3$$

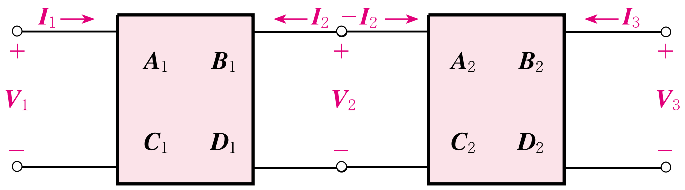

그림 18.12 2개의 2포트회로의 종속접속

$$I_1 = (C_1 A_2 + D_1 C_2) V_3 - (C_1 B_2 + D_1 D_2) I_3$$

이것을 전체회로의 관계식 $V_1 = AV_3 - BI_3$, $I_1 = CV_3 - DI_3$와 비교하면

$$\begin{aligned} A &= A_1 A_2 + B_1 C_2, \quad B = A_1 B_2 + B_1 D_2 \\ C &= C_1 A_2 + D_1 C_2, \quad D = C_1 B_2 + D_1 D_2 \end{aligned} \tag{18.13}$$

이것을 매트릭스로 표시하면

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{pmatrix} \tag{18.14}$$

표 18.1에는 이제까지 배운 6가지 파라미터를 사용한 2포트회로의 $V-I$ 관계를 총괄하였다. 제 2 란과 제 3 란에 관해서는 다음 절에서 설명한다.

표 18.1 2포트의 $V-I$ 관계식

관 계 식	가역조건	대칭조건
$V_1 = z_{11} I_1 + z_{12} I_2$ $V_2 = z_{21} I_1 + z_{22} I_2$	$z_{12} = z_{21}$	$z_{11} = z_{22}$
$I_1 = y_{11} V_1 + y_{12} V_2$ $I_2 = y_{21} V_1 + y_{22} V_2$	$y_{12} = y_{21}$	$y_{11} = y_{22}$
$V_1 = AV_2 - BI_2$ $I_1 = CV_2 - DI_2$	$\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} = 1$	$A = D$
$V_2 = A' V_1 - B' I_1$ $I_2 = C' V_1 - DI_1$	$\begin{vmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{vmatrix} = 1$	$A' = D'$
$V_1 = h_{11} I_1 + h_{12} V_2$ $I_2 = h_{21} I_1 + h_{22} V_2$	$h_{12} = -h_{21}$	$\begin{vmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{vmatrix} = 1$
$I_1 = g_{11} V_1 + g_{12} I_2$ $V_2 = g_{21} V_1 + g_{22} I_2$	$g_{12} = -g_{21}$	$\begin{vmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{vmatrix} = 1$

18.4 2포트회로 파라미터간의 관계

주어진 2포트회로에서 한 종류의 파라미터를 알면 다른 종류의 파라미터를 구할 수 있다. 예컨대 y 파라미터를 알고 있을 때 z 파라미터를 구하고자 하면 식 (18.1)을 V_1, V_2에 관하여 풀어서

$$V_1 = \frac{y_{22}}{\triangle_y} I_1 - \frac{y_{12}}{\triangle_y} I_2, \quad V_2 = -\frac{y_{21}}{\triangle_y} I_1 + \frac{y_{11}}{\triangle_y} I_2$$

단, $$\triangle_y = \begin{vmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{vmatrix} = y_{11} y_{22} - y_{12} y_{21}$$

따라서 $$z_{11} = \frac{y_{22}}{\triangle_y}, \qquad z_{12} = -\frac{y_{12}}{\triangle_y}$$

$$z_{21} = -\frac{y_{21}}{\triangle_y}, \qquad z_{22} = -\frac{y_{11}}{\triangle_y} \tag{18.15}$$

다음에 y 파라미터를 알고 있을 때 $ABCD$ 파라미터를 구하고자 하면 식 (18.1)을 V_1, I_1에 관하여 풀어서

$$V_1 = -\frac{y_{22}}{y_{21}} V_2 + \frac{1}{y_{21}} I_2, \qquad I_1 = -\frac{\triangle_y}{y_{21}} V_2 + \frac{y_{11}}{y_{21}} I_2$$

따라서 $$A = -\frac{y_{22}}{y_{21}}, \qquad B = -\frac{1}{y_{21}}$$

$$C = -\frac{\triangle_y}{y_{21}}, \qquad D = -\frac{y_{11}}{y_{21}} \tag{18.16}$$

다른 관계식들도 이와 같은 방법으로 구할 수 있다.

가역성과 대칭성

$y_{12} = y_{21}$이 성립되는 2포트회로를 **가역적**(reciprocal)이라고 말한다. 수동 2포트회로에서는 항상 가역성이 성립된다. 이 가역조건을 다른 파라미터로 표시한 결과가 표 18.1의 제 2 란에 주어져 있다. 즉,

$$\left.\begin{array}{ll} y_{12} = y_{21}, & z_{12} = z_{21} \\ h_{21} = -h_{12}, & g_{21} = -g_{12} \\ \begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} = AD - BC = 1, & A'D' - B'C' = 1 \end{array}\right\} \text{(수동회로에 대하여)} \tag{18.17}$$

그러므로 수동 2포트회로에 대해서는 일반적으로 독립적인 파라미터가 3개뿐이다. 예제 18.1, 18.2, 18.5의 수동회로에서 가역성이 성립하고 있음을 확인하라. 능동회로에 대해서는 가역성이 성립되지 않는다(예제 18.4에서 $h_{12} \neq -h_{21}$).

$y_{11} = y_{22}$가 성립되는 2포트회로는 **대칭적**이라고 말한다. 구조적으로 대칭적인 2포트회로(예 : 그림 18.5 (a)의 회로에서 $Y_b = Y_c$인 경우)에서는 물론 위 조건이 만족되지만 구조적으로 대칭이 아니더라도 전기적으로는 대칭인 2포트회로도 존재한다(연습문제 18.1). 표 18.1의 제 3 란에 각 파라미터로 표시된 대칭조건이 주어져 있다. 가역적이고 동시에 대칭적인 2포트회로에서는 한 조의 파라미터 중에서 독립적인 것은 2개뿐이다.

18.5 2포트회로의 등가회로

2개의 2포트회로에서 한 종류의 파라미터가 모두 서로 같으면 입력 및 출력포트에서의 특성이 양 회로에서 동일할 것이므로 서로 대치할 수 있다. 즉, 이때 두 2포트회로는 단자 외부에 관한 한 서로 등가가 된다. 일반적으로 수동 2포트회로에서는 독립적인 파라미터가 3개뿐이므로 3개의 지로를 갖는 T형 또는 π형의 등가회로를 만들 수 있다.

주어진 수동 2포트회로의 임피던스 파라미터 z_{11}, z_{12}, z_{22}가 기지일 때, 이와 등가인 T형회로는 그림 18.13과 같다. 왜냐하면 이 그림의 z 파라미터를 식 (18.5)의 정의에 의하여 구해 보면 z_{11}, $z_{12}(=z_{21})$, z_{22}가 되기 때문이다.

주어진 수동 2포트회로의 어드미턴스 파라미터 y_{11}, $y_{12}(=y_{21})$, y_{22}가 기지일

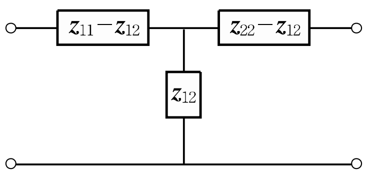

그림 18.13 임의의 수동 2포트회로의 등가 T형회로

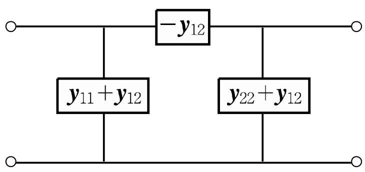

그림 18.14 임의의 수동 2포트회로의 등가 π형회로

때, 이와 등가인 회로는 그림 18.14와 같다. 왜냐하면 이 그림의 y 파라미터를 식 (18.2)의 정의에 의하여 구해 보면 y_{11}, y_{12}, y_{22}가 되기 때문이다.

다음 예제에서 보는 바와 같이 T형 또는 π형의 등가회로는 2포트회로를 포함한 회로해석에 유용하게 이용될 수 있다.

예제 18.6

임피던스 파라미터가 z_{11}, z_{22}, z_{12}인 수동 2포트회로의 출력단자에 부하임피던스 Z_L을 연결할 때 입력임피던스 $Z_{in} = V_1/I_1$ 및 전달임피던스 $Z_{21} = V_2/I_1$을 구하라[그림 18.15 (a)].

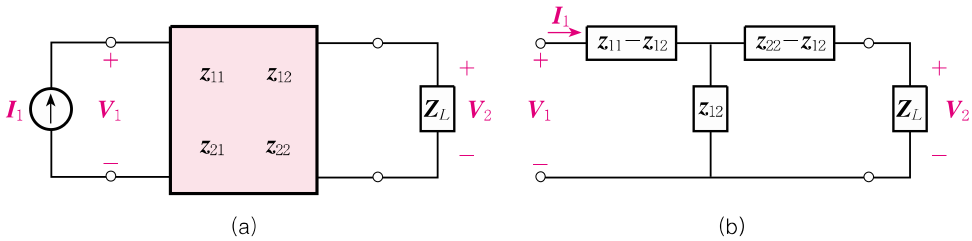

그림 18.15

풀 이

주어진 수동 2포트회로를 그림 18.15 (b)와 같이 등가 T형회로로 대치한 다음 생각하는 것이 가장 간단하다. 즉, 이 그림으로부터

$$Z_{in} = z_{11} - z_{12} + \frac{z_{12}(z_{22} - z_{12} + Z_L)}{z_{12} + (z_{22} - z_{12} + Z_L)}$$

$$= \frac{(z_{11}z_{22} - z_{12}^2) + z_{11}Z_L}{z_{22} + Z_L} \qquad (18.18)$$

또 $$V_2 = Z_L \frac{z_{12}}{z_{12} + (z_{22} - z_{12} + Z_L)} I_1 \quad \text{(전류분배의 법칙)}$$

$$\therefore\ Z_{21} = \frac{z_{12}Z_L}{z_{22} + Z_L}$$

예제 18.7

어떤 2포트 저항회로의 y 파라미터가 다음과 같이 주어져 있다.

$$y_{11} = 5\,\mathrm{S}, \qquad y_{12} = y_{21} = -2\,\mathrm{S}, \qquad y_{22} = 3\,\mathrm{S}$$

이 2포트회로를 그림 18.16 (a)와 같이 종단시켰을 때 V_L을 구하라.

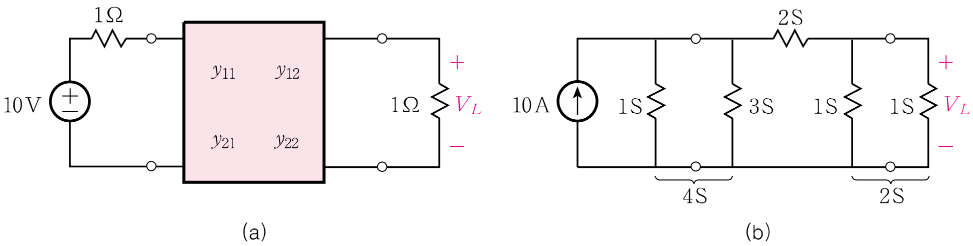

그림 18.16 예제 18.7의 회로

풀 이

2포트회로에 대한 등가 π형회로를 생각하고, 또 입력신호원을 변환하면 그림 18.16 (b)의 등가회로를 얻는다. 이로부터 V_L은 (두 2S의 직렬= 1S) 전류분배의 법칙을 이용하여

$$V_L = 10\,\mathrm{A} \times \frac{1\,\mathrm{S}}{(4+1)\,\mathrm{S}} \times \frac{1}{2\,\mathrm{S}} = 1\,\mathrm{V}$$

연/습/문/제

18.1 그림 18.1의 2포트회로는 구조적으로는 비대칭이나 전기적으로는 대칭($y_{11} = y_{22}$)임을 보여라.

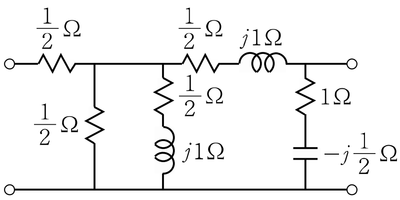

그림 p 18.1

18.2 그림 p 18.2의 2포트회로의 y 파라미터를 구하라. 가역성이 있는가?

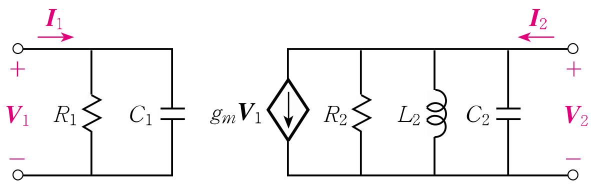

그림 p 18.2

18.3 그림 p 18.3 (a)의 T형회로의 (a) 어드미턴스 파라미터, (b) 임피던스 파라미터, (c) $ABCD$ 파라미터를 구하고 (d) 이 비평형 2포트회로가 그림 (b)의 평형 2포트회로와 포트 외부에 관한 한 등가임을 밝혀라.

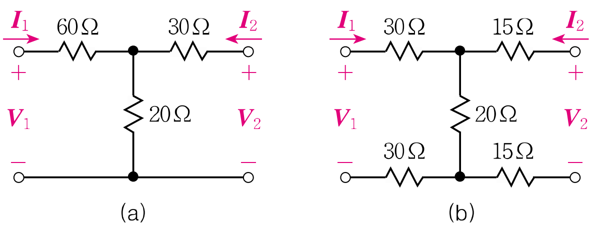

그림 p 18.3

18.4 그림 p 18.4의 각 2포트의 h 파라미터를 구하라[(b)는 예제 18.3 참고]. 가역성이 있는가?

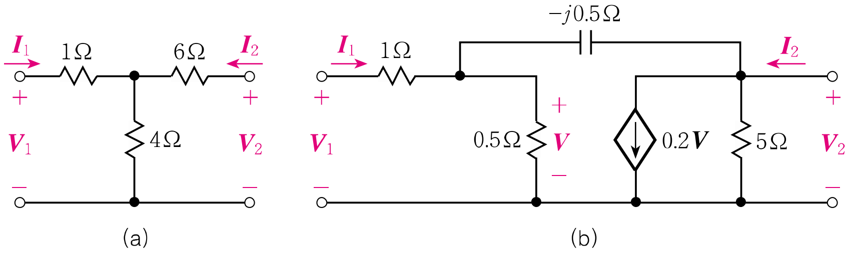

그림 p 18.4

18.5 (a) 식 (18.7)에서 정의되는 하이브리드 g 파라미터의 물리적 의미를 말하고 (b) 그림 p 18.4 (a)의 회로의 g 파라미터의 값을 구하라.

18.6 그림 p 18.6의 2포트회로를 T형회로와 π형회로의 종속접속으로 보고 각각의 $ABCD$ 파라미터로부터 전체회로의 $ABCD$ 파라미터를 구하라.

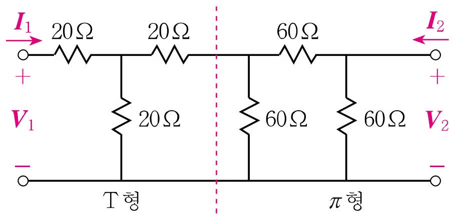

그림 p 18.6

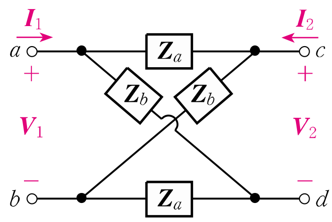

그림 p 18.7

18.7 그림 p 18.7의 격자형회로(lattice circuit)의 z 파라미터와 y 파라미터가 다음과 같음을 보여라.

$$z_{11} = z_{22} = \frac{1}{2}(Z_b + Z_a), \qquad z_{12} = z_{21} = \frac{1}{2}(Z_b - Z_a)$$

$$y_{11} = y_{22} = \frac{1}{2}(Y_b + Y_a), \qquad y_{12} = y_{21} = \frac{1}{2}(Y_b - Y_a)$$

여기서 $Y_a = 1/Z_a, Y_a = 1/Z_b$이다.

18.8 수동 2포트회로에서 다음을 여러 가지 2포트 파라미터로 표시하라.

(a) 출력포트를 개방하고 입력포트에서 본 임피던스 Z_{o1}

(b) 입력포트를 개방하고 출력포트에서 본 임피던스 Z_{o2}

(c) 출력포트를 단락하고 입력포트에서 본 임피던스 Z_{s1}

(d) 입력포트를 단락하고 출력포트에서 본 임피던스 Z_{s2}

18.9 그림 p 18.9의 bridged T형회로에 대한 y 파라미터를 구하라.
(힌트 : 4.4절의 T−π 변환을 이용하여 하나의 π형회로로 등가변환하여라)

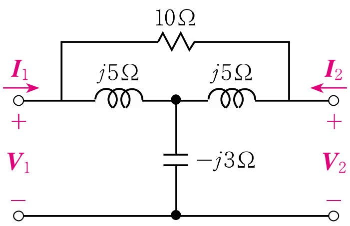

그림 p 18.9

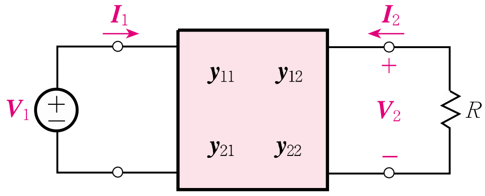

그림 p 18.10

18.10 그림 p 18.10에서 2포트회로의 y 파라미터가 기지일 때, 전달어드미턴스 $Y_{21} = I_2 / V_1$을 다음 두 가지 방법으로 구하라.

(a) y 파라미터를 쓴 2포트회로의 기본방정식과 $V_2 = -RI_2$의 관계를 이용하여

(b) 등가 π형회로를 이용하여

18.11 그림 p 18.11과 같이 $ABCD$ 파라미터가 주어진 2포트회로를 입력측을 내부임피던스 Z_S을 갖는 전압전원 V_S로서 종단하고 출력측을 부하임피던스 Z_L로서 종단한 경우 다음을 구하라. (힌트 : 2포트 관계식과 입・출력측에서의 관계식 $V_1 = V_S - Z_S I_1$, $V_2 = -Z_L I_2$를 이용하여라)

(a) $Z_{in} = \dfrac{V_1}{I_1}$ (b) I_1 (c) I_2

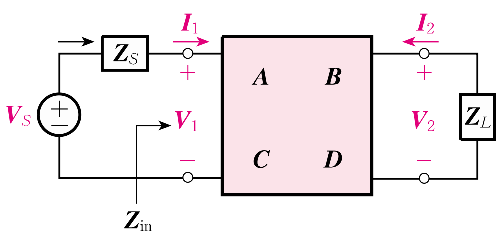

그림 p 18.11

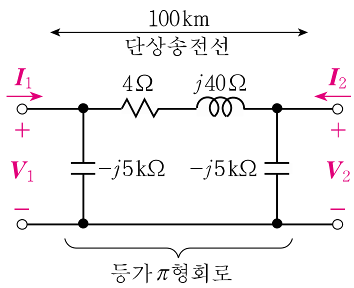

그림 p 18.12

18.12 그림 p 18.12는 60 Hz, 단상 100 km 송전선에 대한 등가 π형회로이다. 그 $ABCD$ 파라미터의 값을 구하라.