9 페이저에 의한 회로소자의 전압-전류 관계 및 복소임피던스

이 장에서는 페이저에 의한 사인파의 가감방법을 배운 다음 회로소자의 단자전압과 단자전류의 관계를 유도하고 복소임피던스의 개념을 도입함으로써 저항회로의 해석과 페이저 및 복소임피던스에 의한 교류회로해석이 완전히 같은 과정으로 이루어짐을 보인다.

9.1 페이저에 의한 사인파전압의 더하기

교류회로해석에서는 동일주파수의 여러 전압 또는 전류를 가감해야 하는데, 이것은 앞절에서 도입한 페이저를 이용하면 아주 간단히 수행할 수 있다.

그림 9.1은 교류회로의 일부이며 v_1, v_2의 순간치가

$$
\begin{aligned}
v_1 &= \sqrt{2}\,V_1 \sin(\omega t + \alpha_1) \\
v_2 &= \sqrt{2}\,V_2 \sin(\omega t + \alpha_2)
\end{aligned}
\tag{9.1}
$$

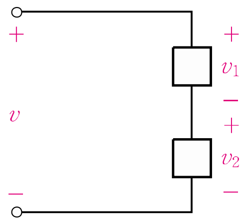


그림 9.1 동일주파수의 두 사인파의 더하기

일 때 그 합인 $v = v_1 + v_2$를 구하자면 삼각함수공식을 이용할 수 있겠지만(7.2절), 더 쉽게는

$$v_1 \text{ 의 페이저 } \boldsymbol{V}_1 = V_1 \underline{/\alpha_1}$$
$$v_2 \text{ 의 페이저 } \boldsymbol{V}_2 = V_2 \underline{/\alpha_2} \tag{9.2}$$

의 합을

$$\boldsymbol{V}_1 + \boldsymbol{V}_2 = \boldsymbol{V} = V \underline{/\alpha} \tag{9.3}$$

와 같이 표시하면 v는

$$v = \sqrt{2}\, V \sin(\omega t + \alpha) \tag{9.4}$$

와 같이 표시된다. 즉, 합한 사인파의 페이저는 각 전압의 페이저의 합과 같다.

이 증명은 다음과 같이 기하학적으로 하는 것이 이해하기 쉽다.

그림 9.2 (a)에서 화살표선분 $\overrightarrow{OP}$는 $v = V_m \sin(\omega t + \theta)$의 페이저 $V_m \underline{/\theta}$ (편의상 최대치를 쓴다)을 나타내며, 이것이 ω의 각속도로 반시계방향으로 회전할 때 화살표 끝점 P의 수직축상의 투영이 전압의 순간치를 나타낸다. 그림 (b)는 시간에 따른 이 전압의 순간치 변화를 나타낸 것이다.

그림 (c)는 v_1, v_2의 페이저 $\boldsymbol{V}_1$, $\boldsymbol{V}_2$ 및 그 합으로서의 페이저 $\boldsymbol{V}$를 평행사변형법에 의하여 나타내었다. 이 그림에서 사선을 친 삼각형은 합동(合同)이므로 각 페이저의 수직투영 사이에는 $v(0) = v_1(0) + v_2(0)$이 성립한다. 이 세 화살표가 동일각속도 ω로서 반시계방향으로 회전하면서 각각 사인파를 발생시킬 때 평행사변형의 모양은 그대로 유지되므로 임의의 시간 t_1에서의 상황을 나타낸 그림 (d)에서도 사선을 친 두 삼각형이 합동이 되어 세 화살표의 수직투영 사이에는 $v(t_1) = v_1(t_1) + v_2(t_1)$이 성립한다. 이것은 $\boldsymbol{V}$로 대표되는 사인파 $v(t)$가 어느 순간에서도 두 사인파의 합 $v_1(t) + v_2(t)$와 같다는 것을 의미한다. (Q.E.D.)

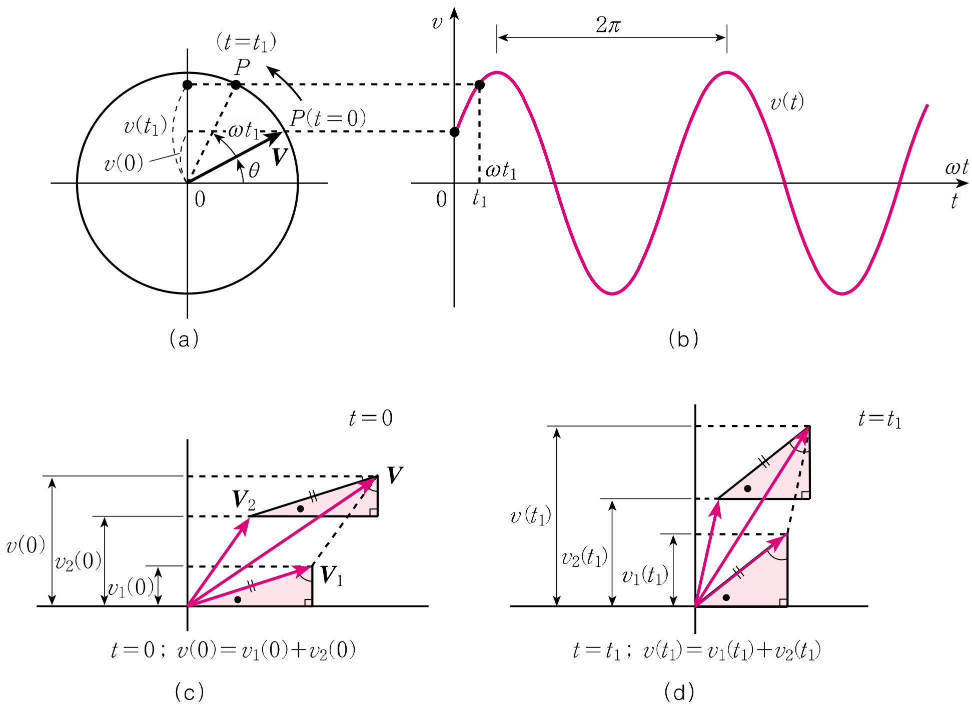


그림 9.2 두 사인파전압의 페이저적 합에 대한 설명

표 9.1은 페이저에 의한 두 사인파의 합을 구하는 과정을 요약한 것이다. 주의할 것은 합하려는 두 사인파가 동일주파수이어야 이 방법이 적용된다는 것이다.

표 9.1 페이저에 의한 두 사인파의 더하기

$v_1 = \sqrt{2}\, V_1 \sin(\omega t + \alpha_1)$	$\xrightarrow{\quad}$ ①	$\boldsymbol{V}_1 = V_1 \angle \alpha_1$	
$v_2 = \sqrt{2}\, V_2 \sin(\omega t + \alpha_2)$	$\xrightarrow{\quad}$	$\boldsymbol{V}_2 = V_2 \angle \alpha_2$ (+	
$v = v_1 + v_2 = \sqrt{2}\, V \sin(\omega t + \alpha)$	$\xleftarrow{\quad}$ ③	$\boldsymbol{V} = \boldsymbol{V}_1 + \boldsymbol{V}_2 = V \angle \alpha$	②
(순간치표시)		(복소수표시)	

예제 9.1

그림 9.3 (a)는 교류회로의 한 접합점에 유입 또는 유출되는 전류를 나타낸 것이다.

$$i_1 = \sqrt{2}\, 15 \sin \omega t\,\mathrm{A},\ i_2 = \sqrt{2}\, 5 \sin(\omega t + 60°)\mathrm{A},\ i_3 = \sqrt{2}\, 8 \sin(\omega t - 45°)\mathrm{A}$$

일 때 i_4를 구하라.

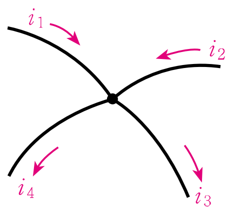


그림 9.3 예제 9.1의 그림

풀 이

KCL로부터

$$i_4 = i_1 + i_2 - i_3 = i_1 + i_2 + (-i_3)$$

우선 각 전류를 대표하는 페이저를 구하면

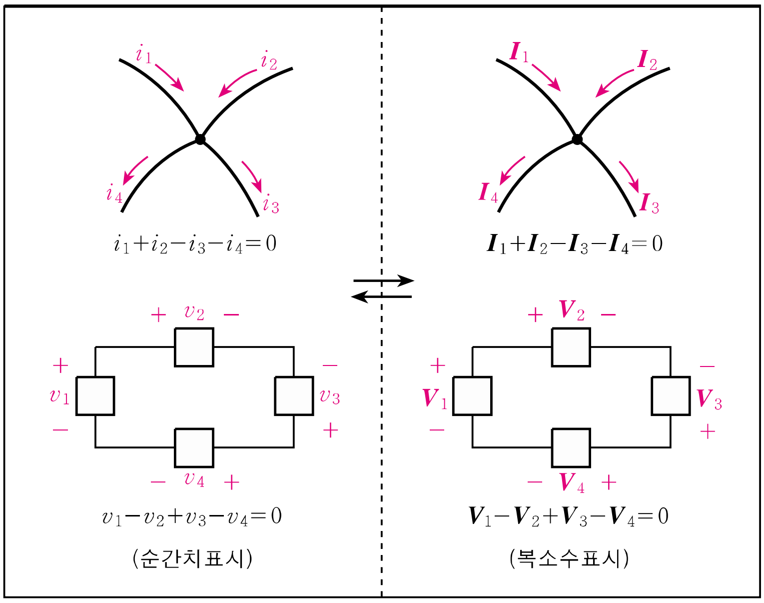
$$I_1 = 15\underline{/0°},\ I_2 = 5\underline{/60°},\ I_3 = 8\underline{/-45°}$$

$$\begin{aligned}\therefore\ I_4 &= I_1 + I_2 + (-I_3) = 15\underline{/0°} + 5\underline{/60°} - 8\underline{/-45°}\\ &= (15 + j\,0) + (2.50 + j\,4.34) - (5.56 - j\,5.66)\\ &= 11.84 + j\,10.00 = 15.6\underline{/40.2°}\ \mathrm{A}\end{aligned}$$

$$\therefore\ i_4 = \sqrt{2}\ 15.6\sin(\omega t + 40.2)\ \mathrm{A}$$

식 (9.3)의 $V = V_1 + V$를 순간치표시식 $v = v_1 + v_2$와 비교하면 형식이 완전히 같음을 알 수 있다. 또 위의 예제에서도 KCL $i_4 = i_1 + i_2 - i_3$와 이것을 페이저

표 9.2 키르히호프의 법칙



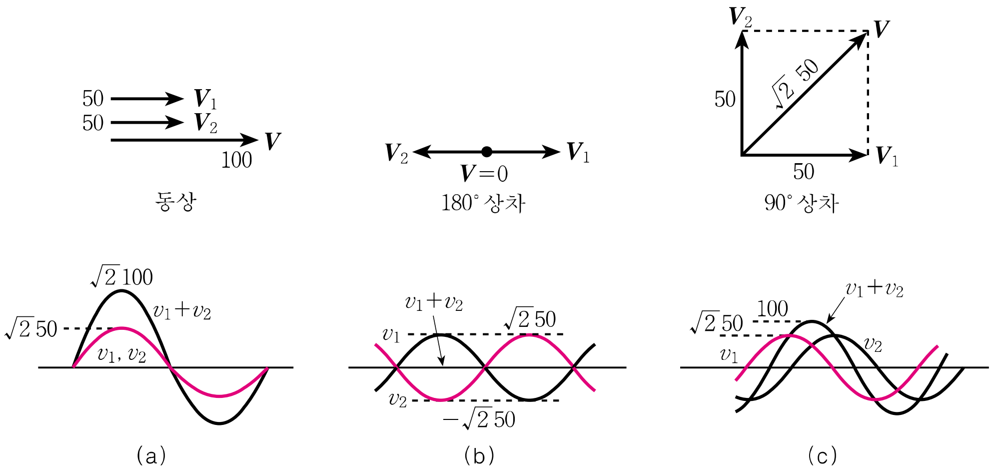


그림 9.4 **상차(相差)에 따른 합성전압의 실효치의 변화**
($\boldsymbol{V}=\boldsymbol{V}_1+\boldsymbol{V}_2$, 그러나 $V\neq V_1+V_2$)

로 고쳐 쓴 $\boldsymbol{I}_4=\boldsymbol{I}_1+\boldsymbol{I}_2-\boldsymbol{I}_3$를 비교하면 부호를 포함해서 양자가 동일형식임을 알 수 있다. 실제의 회로계산은 복소수로써 행해지므로 회로도에도 전류, 전압의 기호로서 v, i와 같은 순간치 대신에 $\boldsymbol{V}$, $\boldsymbol{I}$와 같은 페이저로써 표시하는 경우가 많다. 이 경우 전류의 양의 방향을 표시하는 화살표, 전압의 극성을 표시하는 +, +, −의 기호를 그대로 유지해야만 두 가지 표시법(순간치표시법과 복소수표시법)에서 키르히호프의 법칙들이 동일형식을 가진다. 표 9.2는 이 관계를 명백히 표시한 것이다.

매우 중요한 것은 키르히호프의 법칙은 순간치나 페이저에 대해서 성립하지만 실효치에 대해서는 성립하지 않는다는 것이다. 가령 예제 9.1에서 $i_4=i_1+i_2-i_3$ 또는 $\boldsymbol{I}_4=\boldsymbol{I}_1+\boldsymbol{I}_2-\boldsymbol{I}_3$이지만 $I_4\neq I_1+I_2-I_3=15+5-8=12$ A이다(실제의 $I_4=$ 15.6 A이었다). 마찬가지로 50 V의 두 교류전압을 합하면 동상(同相)의 경우를 제외하고 100 V의 실효치가 되지 않는다. 두 전압의 위상에 따라서 합성전압의 실효치는 0 V와 100 V 사이의 여러 가지 값을 가질 수 있다. 그림 9.4의 페이저도 및 사인파곡선은 이것을 단적으로 알려준다.

예제 9.2

그림 9.5 (a)에서 i_1, i_2는 100 V, 60 Hz의 배전선에 병렬로 연결된 두 부하에 흐르는 실효치가 각각 15 A, 20 A인 전류이다. 그리고 i_1은 인가전압 v보다 위상이 20° 앞서고 i_2는 v보다 위상이 30° 늦다고 한다. 배전선전류 i의 실효치와 인가전압과의 상차(相差)를 구하라.

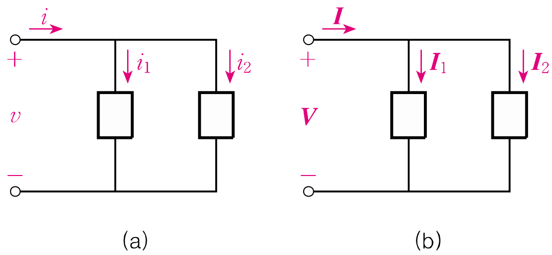


그림 9.5 예제 9.2의 회로 및 페이저도

풀 이

페이저를 써서 푼다. 즉, 그림 9.5 (b)와 같이 고쳐 그린 다음 인가전압을 기준페이저로 택하여 $\boldsymbol{V} = V\underline{/0°}$ V라 하면

$$\boldsymbol{I}_1 = 15\underline{/20°}, \quad \boldsymbol{I}_2 = 20\underline{/-30°}\ \mathrm{A}$$

따라서

$$\begin{aligned}\boldsymbol{I} &= \boldsymbol{I}_1 + \boldsymbol{I}_2 = 15\underline{/20°} + 20\underline{/-30°} \\ &= (14.2 + j\,5.1) + (17.3 - j\,10) \\ &= 31.4 - j\,4.9 = 31.8\underline{/-8.8°}\ \mathrm{A}\end{aligned}$$

즉, 배전선전류의 실효치는 31.8 A이고 인가전압보다 8.8° 늦다(이 예제에서도 $I \neq I_1 + I_2$임을 주목하라).

9.2 페이저에 의한 회로소자의 전압-전류 관계

앞절에서는 페이저에 의한 키르히호프 법칙의 표시를 고찰하였다. 이 절에서는 회로해석의 또 하나의 기본이 되는 회로소자의 전압-전류 관계를 페이저로 표현하여 본다. R, L, C 각 소자에

$$i = \sqrt{2}\, I \sin(\omega t + \alpha) \tag{9.5}$$

로 표시되는 사인파전류가 흐를 때 전류방향으로 생기는 전압강하는 각각

$$v_R = Ri = \sqrt{2}\, RI \sin(\omega t + \alpha)$$

$$v_L = L\frac{di}{dt} = \sqrt{2}\, \omega LI \sin(\omega t + \alpha + 90°)$$

$$v_C = \frac{1}{C}\int i\, dt = \sqrt{2}\, \frac{1}{\omega C} I \sin(\omega t + \alpha - 90°)$$

와 같이 된다[식 (7.13)~(7.15)]. 이 전류, 전압들을 페이저로써 표시하면(표 8.1 참고)

$$I = I\underline{/\alpha} \tag{9.6}$$

$$V_R = RI\underline{/\alpha} = RI \tag{9.7}$$

$$V_L = \omega LI\underline{/\alpha + 90°} = j\omega LI \tag{9.8}$$

$$V_C = \frac{1}{\omega C} I\underline{/\alpha - 90°} = -j\frac{1}{\omega C} I \tag{9.9}$$

마지막의 두 식에서 최종형식의 유도에는 각각 식 (8.21)의 제 1, 2 식을 이용하였다. 복소수로써 표시된 이와 같은 소자 양단의 전압-전류 관계식은 우리가 이미 알고 있는 전압, 전류의 실효치의 비와 위상관계(표 7.1 참고)를 동시에 표현하고 있음을 알 수 있다. 즉, 식 (9.7)은 $V_R = RI$ 이고 전류와 전압이 동상임을 말하고, 식 (9.8)은 $V_L = \omega LI$ 이고 전압이 전류보다 90° 앞섬을 말하고, 또 식 (9.9)는 $V_C = \frac{1}{\omega C} I$ 이고 전압이 전류보다 90° 늦음을 말한다.

표 9.3은 순간치와 페이저에 의한 수동소자의 전압-전류 관계식을 대조시켜서 일괄한 것이며 페이저도도 아울러 그렸다. 이 페이저도는 I를 기준으로 하여 그린 것이며, 만일 전류의 순간치가 식 (9.5)와 같이 표시되도록 시간의 원점을 선정한 경우에는 페이저도는 이 표에 있는 것을 모두 각 α 만큼 반시계방향으로 회전시킨 것이 된다.

이 표에서 보는 바와 같이 소자의 전압-전류 관계식은 순간치로 표시할 때에는 미분 또는 적분이 포함되지만 페이저로 표시할 때에는 모두 V=(계수)×I와 같은 대수적 형식을 갖는다. 페이저를 도입함으로써 얻어지는 또 하나의 이점은

표 9.3 수동소자의 전압-전류 관계

(순간치표시)	(복소수표시)	페 이 저 도
i, R, $+\ v\ -$; $v = Ri$ 또는 $i = Gv$	$\boldsymbol{I}$, R, $+\ \boldsymbol{V}\ -$; $\boldsymbol{V} = R\boldsymbol{I}$ 또는 $\boldsymbol{I} = G\boldsymbol{V}$	$\boldsymbol{V} = R\boldsymbol{I}$, $\boldsymbol{I}$
i, L, $+\ v\ -$; $v = L\frac{di}{dt}$ 또는 $i = \frac{1}{L}\int v\,dt$	$\boldsymbol{I}$, L, $+\ \boldsymbol{V}\ -$; $\boldsymbol{V} = j\omega L\boldsymbol{I}$ 또는 $\boldsymbol{I} = \frac{\boldsymbol{V}}{j\omega L}$	$\boldsymbol{V} = j\omega L\boldsymbol{I}$, $\boldsymbol{I}$
i, C, $+\ v\ -$; $v = \frac{1}{C}\int i\,dt$ 또는 $i = C\frac{dv}{dt}$	$\boldsymbol{I}$, C, $+\ \boldsymbol{V}\ -$; $\boldsymbol{V} = \frac{1}{j\omega C}\boldsymbol{I}$ 또는 $\boldsymbol{I} = j\omega C\boldsymbol{V}$	$\boldsymbol{I}$, $\boldsymbol{V} = -j\frac{1}{\omega C}\boldsymbol{I}$

여기에 있다. 이 형식이 갖는 중요한 의미는 다음 두 절에서 더욱 명확히 밝혀질 것이다. 어쨌든 페이저를 이용하면 순간치에 의한 회로해석(7.2절의 방법)에서처럼 미·적분이나 삼각함수의 가감이 불필요하고 모든 계산이 복소수의 대수적 연산(가감승제)만으로써 이루어질 수 있으므로 매우 쉽게 된다.

마지막으로 이 표에서 관찰할 수 있는 또 하나의 사실은 좌측의 순간치표시식에서 v, i 대신에 $\boldsymbol{V}, \boldsymbol{I}$라 놓고 상수 R, L, C는 그대로 두고, 미분기호 d/dt 대신에 $j\omega$, 적분기호 $\int(\cdot)dt$ 대신에 $1/j\omega$이라 놓으면 우측의 복소수표시법이 얻어진다. 어떤 사인파에 양의 실수를 곱하면 위상이 그대로 유지되나 사인파를 미분하면 크기가 ω배가 되고 위상이 90° 앞서는 사인파가 얻어지고, 또 적분하면 크기가 $1/\omega$배가 되고 위상이 90° 늦은 사인파가 얻어진다는 사실(7.1절)을 상기한다면 이상의 변환은 당연하다 하겠다. 표 9.3은 이상 말한 것을 일괄한 것이며, 여기에는 $R-L-C$ 직렬회로의 KVL 식을 변환하는 예도 포함되어 있다.

이상으로서 페이저에 의한 교류회로해석의 준비는 다 된 셈이나, 이 방법을 더욱 유용하게 단순화하는 것은 다음 절에서 정의되는 복소임피던스의 개념이다.

표 9.4 순간치표시식으로부터 복소수표시식으로의 변환규칙

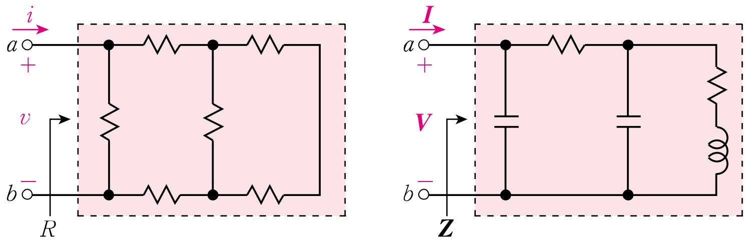
(순간치표시)		(복소수표시)
v, i	→	$\boldsymbol{V}, \boldsymbol{I}$
R, L, C	→	R, L, C
$\dfrac{d}{dt}$	→	$j\omega$
$\int(\cdot)dt$	→	$\dfrac{1}{j\omega}$
$v = Ri + L\dfrac{di}{dt} + \dfrac{1}{C}\int i\,dt$	→	$\boldsymbol{V} = R\boldsymbol{I} + j\omega L\boldsymbol{I} + \dfrac{1}{j\omega C}\boldsymbol{I}$

9.3 복소임피던스

그림 9.6 (a)에서 점선 내부는 R만으로 된 임의의 회로로서 단자전압, 전류를 v, i라 하면

$$v = Ri \quad \text{또는} \quad i = \frac{v}{R} \quad \text{또는} \quad R = \frac{v}{i} \tag{9.10}$$

와 같이 된다. 여기서 R은 이 회로의 등가저항이다. 이 등가저항만 알면 전류, 전압 중 하나가 주어질 때 다른 것을 구할 수 있다. 그러므로 저항회로해석에서



(a) (b)

그림 9.6 저항회로와 교류회로

는 회로의 등가저항을 구하는 것이 매우 중요한 문제가 된다.

그림 (b)에서 점선 내부는 리액턴스소자를 포함한 회로이고, 단자전압과 전류 중 한 쪽이 사인파이면 다른 쪽도 동일주파수의 사인파가 된다. 이 전압, 전류를 대표하는 페이저 ── 이하 단순히 전압페이저, 전류페이저라고 한다 ── 를 $\boldsymbol{V}$, $\boldsymbol{I}$ 라 하면 양자의 비는 하나의 복소수가 된다. 이것을 이 수동회로의 복소임피던스(complex impedance)라 하며, 보통 $\boldsymbol{Z}$로 표시한다. 즉,

$$\boldsymbol{Z} = \frac{\boldsymbol{V}}{\boldsymbol{I}} \quad \text{또는} \quad \boldsymbol{I} = \frac{\boldsymbol{V}}{\boldsymbol{Z}} \quad \text{또는} \quad \boldsymbol{V} = \boldsymbol{ZI} \tag{9.11}$$

이것은 직류회로에 대한 식 (9.10)과 동일형식이며 교류회로에서의 옴의 법칙이라고 할 수 있다. 지금 $\boldsymbol{Z}$, $\boldsymbol{V}$, $\boldsymbol{I}$를 모두 극좌표형식으로 표시하면

$$Z\underline{/\theta} = \frac{V\underline{/\theta_v}}{I\underline{/\theta_i}} = \frac{V}{I}\underline{/\theta_v - \theta_i} \quad (\theta_v, \theta_i \text{는 } \boldsymbol{V}, \boldsymbol{I}\text{의 위상각}) \tag{9.12}$$

따라서 $$Z = \frac{V}{I} \quad \text{또는} \quad I = \frac{V}{Z} \quad \text{또는} \quad V = ZI \tag{9.13}$$

또 $$\theta = \theta_v - \theta_i \tag{9.14}$$

즉, 복소임피던스의 크기는 전압, 전류의 실효치의 비(따라서 최대치의 비)와 같고 복소임피던스의 각은 전압의 위상각에서 전류의 위상각을 뺀 것(즉, 전압, 전류의 상차)과 같다. 결국 복소임피던스는 7.3절에서 정의된 임피던스의 크기와 각을 복소수형식으로 함께 표현한 것이다. 이하 복소임피던스를 단순히 임피던스라고 부르겠다.

$I = V/Z$를 보면 임피던스의 크기는 직류회로에서의 저항과 마찬가지로 교류회로에서 일정한 사인파전압에 의하여 전류가 흐르는 것에 저항하는 정도를 나타내며 임피던스가 클수록 전류는 적게 흐른다. 또 $V = ZI$에 의하여 보면 임피던스가 클수록 동일한 전류에 의하여 생기는 단자전압강하가 커진다. 한편 임피던스의 각은 전류가 전압보다 늦어지는(또는 전압이 전류보다 앞서는) 위상각을 나타내며 $\theta > 0$이면 지상전류(또는 진상전압), $\theta < 0$이면 진상전류(또는 지상전압)가 흐른다.

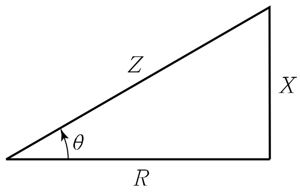
한 2단자회로의 임피던스 $\boldsymbol{Z}$를 알면 주어진 전압페이저에 의하여 흐르는 전류페이저는 $\boldsymbol{I} = \boldsymbol{V}/\boldsymbol{Z}$에 의하여 결정되고(이것은 전압의 순간치표시식이 주어지면 전류의 순간치표시식을 구할 수 있다는 것을 의미한다), 반대로 주어진 전류페이저에 의하여 단자간에 나타나는 전압페이저는 $\boldsymbol{V} = \boldsymbol{ZI}$에 의하여 결정된다(이것은 전류의 순간치표시식이 주어지면 전압의 순간치표시식을 구할 수 있다는 것을 의미한다). 즉, 교류회로에서 2단자회로의 응답은 그 회로의 임피던스에 의하여 완전히 결정된다. 그러므로 임피던스 계산은 교류회로해석에서 매우 중요한 문제가 된다. 이것은 저항회로에서 등가저항의 계산이 중요한 것과 마찬가지이다.

복소임피던스를 직각좌표형식으로 쓰면

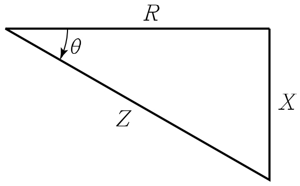
$$Z = R + jX \tag{9.15}$$

여기서 R, X는 각각 임피던스의 실수부, 허수부이며, 임피던스의 **저항성분**, **리액턴스성분**이라고 한다. 또는 단순히 저항, 리액턴스라고 하기도 한다. R, X, $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$는 모두 같은 원을 가지고 그 단위는 옴(Ω)이다. R, X, Z의 관계는 그림 9.7에 표시된 **임피던스 삼각도**에 의해서 기억하는 것이 편리하다.

다음에 가장 간단한 회로, 즉 한 소자만으로 된 회로의 임피던스를 구해 보자. 식 (9.7)~(9.9)에서 $\boldsymbol{V}/\boldsymbol{I}$를 구하면



(a) $X>0$, 즉 $\theta>0$일 때



(b) $X<0$, 즉 $\theta<0$일 때

그림 9.7 임피던스 삼각도

$$Z_R = R + j0 \tag{9.16}$$

$$Z_L = j\omega L = +jX_L \quad ; \quad X_L = \omega L \tag{9.17}$$

$$Z_C = -j\frac{1}{\omega C} = +jX_C \quad ; \quad X_C = -\frac{1}{\omega C} \tag{9.18}$$

이 식들은 우리가 이미 알고 있는 수동소자에서의 단자전압-전류의 크기의 비와 위상관계를 동시에 나타내고 있다. 특히 순(純)인덕턴스회로의 임피던스는 $\omega L \underline{/90°}$이므로 이것은 전류가 전압보다 위상이 90° 늦음을 말하고, 또 순커패시턴스회로의 임피던스는 $\frac{1}{\omega C}\underline{/-90°}$이므로 이것은 전류가 전압보다 위상이 90° 앞섬을 의미한다.

저항과 리액턴스가 공존하는 일반 수동회로에서는 전압, 전류의 상차는 $-90°$와 90° 사이의 어떤 값이 되며, 따라서 임피던스는 실수부와 허수부를 다 가진다. 저항회로에서 등가저항은 회로구성을 알면 이로부터 계산할 수 있고, 또는 회로구성을 몰라도 단자에서의 전압과 전류를 측정함으로써 구할 수도 있는 것과 마찬가지로, 교류회로의 임피던스는 기지의 회로구성으로부터 계산할 수도 있고 또는 단자전압과 전류(크기와 상차)의 측정으로부터 구할 수도 있다.

[수치예] (a) $Z = 4 - j3\Omega$일 때 $Z = |Z| = 5\Omega$, Z의 각 $= -36.9°$, 저항성분 $= 4\Omega$, 리액턴스성분 $= -3\Omega$

(b) 2단자회로의 임피던스 $Z = 10\underline{/40°}\,\Omega$일 때 단자전류 $I = 3\underline{/10°}\,\text{A}$이면 전류의 방향으로의 전압강하는 $V = ZI = 30\underline{/50°}\,\text{V}$

예제 9.3

어떤 회로에 100 V, 60 Hz의 교류전압을 인가하였더니 20 A의 전류가 흘렀고, 전류는 전압보다 위상이 36.9° 늦음을 알았다.

(a) 이 회로의 복소임피던스를 구하고 복소평면상에 표시하라.

(b) 임피던스 삼각도를 그려라.

(c) 전압를 기준으로 한 페이저도를 그려라.

(d) 전류를 기준으로 한 페이저도를 그려라.

풀 이

(a) $Z = \dfrac{100}{20}\underline{/\theta_v - \theta_i} = 5\underline{/36.9°} = 4 + j3\Omega$

이 Z를 복소평면상에 표시하면 그림 9.8 (a)와 같다.

(b) 임피던스 삼각도는 그림 (b)와 같다.

(c) 전압을 기준으로 택하면 전압페이저, 전류페이저는

$$\boldsymbol{V} = 100\underline{/0^\circ}\,\text{V}, \quad \boldsymbol{I} = 20\underline{/-36.9^\circ}\,\text{A}$$

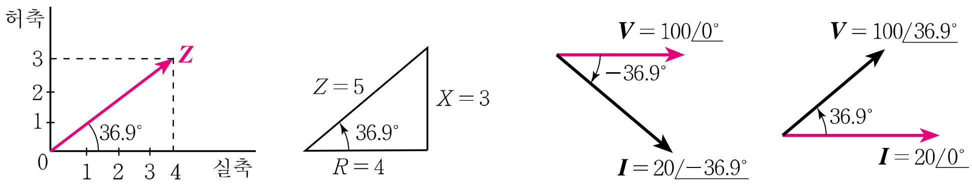
따라서 이때의 페이저도는 그림 (c)와 같다.

(d) 전류페이저를 기준으로 택하면

$$\boldsymbol{I} = 20\underline{/0^\circ}\,\text{A}, \quad \boldsymbol{V} = 100\underline{/36.9^\circ}\,\text{V}$$

따라서 이때의 페이저도는 그림 (d)와 같다.

[그림 (c)를 40°만큼 반시계방향으로 회전한 것과 같다]



(a) 복소임피던스의 복소평면상의 표시 (b) 임피던스 삼각도 (c) $\boldsymbol{V}$을 기준으로 한 페이저도 (d) $\boldsymbol{I}$을 기준으로 한 페이저도

그림 9.8 예제 9.3의 풀이 그림

[비고] 임피던스는 기준페이저의 선정과는 관계없이 일정하며, 가령 위에서 $\boldsymbol{V} = 100\underline{/\alpha}$라 하면 $\boldsymbol{I} = 20\underline{/\alpha - 36.9^\circ}$가 되므로

$$\boldsymbol{Z} = \frac{100\underline{/\alpha}}{20\underline{/\alpha - 36.9^\circ}} = 5\underline{/36.9^\circ}\,\Omega$$

이 절을 끝마치면서 몇 가지 주의할 점을 든다.

(1) 복소임피던스는 전압, 전류의 순간치가 아니라 페이저의 비로써 정의되므로 $\boldsymbol{Z} = v/i$ 또는 $Z = v/i$ 와 같이 써서는 안된다.

(2) 전압페이저, 전류페이저의 어느 한쪽의 기준방향을 그림 9.6 (b)에 표시한 것과 반대방향으로 택할 때에는 식 (9.11)의 여러 식에 −의 부호를 붙여야 한다.

(3) 리액턴스소자를 포함한 2단자회로의 입력임피던스는 단자전압 또는 단자전류의 크기와 위상에 무관계하지만 주파수에 따라서 매우 달라진다. 임피던스의 실수부, 허수부 역시 일반적으로 주파수의 함수이다. 이것에 대해서는 10.4절에서 재론하도록 한다.

(4) 임피던스 $\boldsymbol{Z}$는 복소수이지만 페이저 $\boldsymbol{V}, \boldsymbol{I}$와 달라서 어떤 사인파를 대표하는

것이 아니다. 따라서 복소평면상에서 Z를 나타내는 선분은 고정되어 있으며, 또 이것을 ω의 각속도로 회전시킨다든지 하는 것은 완전히 난센스이다. 다 같은 복소수이긴 하지만 임피던스와 페이저는 그 물리적 내용이 전혀 상이함을 알아야 한다.

9.4 저항회로의 해석법과 교류회로의 해석법의 비교

어떠한 회로의 해석에서도 기본이 되는 것은 키르히호프의 두 법칙 KCL, KVL과 회로소자의 전압-전류 관계이다. 저항회로해석의 기본이 되는 것은 KCL, KVL과 옴의 법칙이다. 교류회로(사인파 정상상태회로)의 해석은 전류, 전압의 순간치 대신에 페이저를 이용함으로써 간단해지며, 이 경우 KCL, KVL은 페이저의 가감의 형식을 취하고 R, C, L 각 소자의 전압-전류 관계식은 모두 $V = ZI$ $\left(Z_R = R,\ Z = j\omega L,\ Z_C = -j\dfrac{1}{\omega C}\right)$의 형식으로 표현되며, 이것은 옴의 법칙과 동일형식이다. 회로해석의 기본이 되는 법칙, 관계식이 동일한 형식을 가지므로(표 9.5 참고) 저항회로와 교류회로의 해석이 동일한 과정으로 이루어지는 것을 기대할 수 있다. 실제로 그러함을 간단한 직렬회로의 예를 들어서 비교하겠다. 간단을 위하여 전류페이저, 전압페이저를 단순히 전류, 전압이라 하겠다.

표 9.5 회로해석의 기본이 되는 식

	저 항 회 로	교 류 회 로
KCL	$\sum i = 0$	$\sum I = 0$
KVL	$\sum v = 0$	$\sum V = 0$
소자의 전압-전류 관계 (옴의 법칙)	$v = Ri$	$V = ZI$

그림 9.9와 같이 저항 R_1, R_2가 직렬로 된 회로에 전압 v가 인가될 때 회로에 흐르는 전류를 구해 보자.

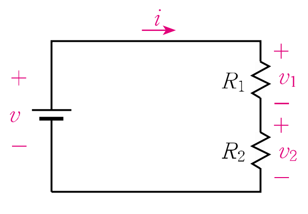


그림 9.9 저항회로

그림 9.10과 같이 임피던스 Z_1, Z_2가 직렬로 된 교류회로에 전압 V가 인가될 때 회로에 흐르는 전류를 구해 보자.

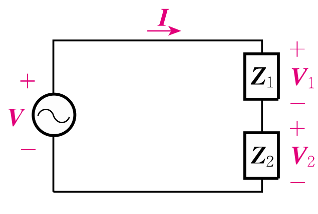


그림 9.10 교류회로

인가전압 v의 상승방향으로 흐르는 전류를 i라 하고, i의 방향으로 생기는 R_1, R_2에서의 전압강하를 v_1, v_2라 하면 KVL에 의하여

$$v = v_1 + v_2$$

옴의 법칙에 의하여

$$v_1 = R_1 i, \quad v_2 = R_2 i$$

이것을 처음 식에 대입하면

$$v = R_1 i + R_2 i = (R_1 + R_2)i$$

$$\therefore\ i = \frac{v}{R_1 + R_2}$$

와 같이 구해진다.

회로의 등가저항을 R이라 하면

$$R = \frac{v}{i} = R_1 + R_2$$

즉, 직렬회로의 등가저항은 각 저항의 합과 같다.

인가전압 V의 상승방향으로 흐르는 전류를 I라 하고, I의 방향으로 생기는 Z_1, Z_2에서의 전압강하를 V_1, V_2라 하면 KVL에 의하여

$$V = V_1 + V_2$$

교류회로의 옴의 법칙에 의하여

$$V_1 = Z_1 I, \quad V_2 = Z_2 I$$

이것을 처음 식에 대입하면

$$V = Z_1 I + Z_2 I = (Z_1 + Z_2)I$$

$$\therefore\ I = \frac{V}{Z_1 + Z_2} \tag{9.19}$$

와 같이 구해진다.

회로의 등가임피던스를 Z라 하면

$$Z = \frac{V}{I} = Z_1 + Z_2 \tag{9.20}$$

즉, 직렬회로의 등가임피던스는 각 임피던스의 합과 같다.

직렬회로뿐만 아니라 기타 어떠한 회로에서도 페이저에 의한 교류회로해석법은 저항회로해석법과 일치하며 거의 기계적으로 할 수 있다. 다만, 실제의 수치 계산이 모두 복소수로써 행하여진다는 것이 다를 뿐이다. 만일 전류 또는 전압이 순간치로서 주어졌으면 표 8.1에 의하여 페이저로 변환한 다음에 계산하고, 최종에 가서 필요하면 다시 순간치로 변환하면 된다.

페이저를 이용한 이와 같은 해석법이 적용되기 위해서는

(1) 회로는 선형이어야 하고

(2) 전원은 사인파를 발생해야 하고 더욱이 한 회로 내의 수 개의 전원이 포함되어 있을 때에는 그들이 발생하는 사인파의 주파수는 동일해야 하며

(3) 회로는 정상상태에 있어야 한다. 즉, 파형이 $-\infty < t < \infty$에서 동일해야 한다.

이 세 가지 조건은 앞으로의 해석에서 대전제가 된다.

이상으로서 페이저에 의한 교류회로해석 준비는 다 되었으므로 다음 절부터 본격적인 해석에 들어간다.

연/습/문/제

9.1 그림 p 9.1의 접합점에서

(a) $i_1 = 5\sin\omega t$, $i_2 = 3\sin(\omega t - 120°)$일 때 i_3의 최대치와 i_1의 상차를 구하라.

(b) 페이저도를 그려서 $I_1 + I_2 - I_3 = 0$임을 확인하라.

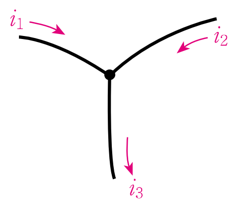


그림 p 9.1

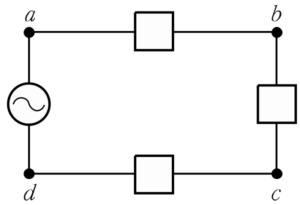


그림 p 9.2

9.2 그림 p 9.2에서 $v_{ab} = \sqrt{2}\,3\sin\omega t$ V, $v_{bc} = \sqrt{2}\,4\cos\omega t$ V, $v_{cd} = \sqrt{2}\,5\sin(\omega t + 30°)$ V라고 한다.

(a) v_{ad}를 계산하라.

(b) 페이저도를 그려서 v_{ad}를 구하고, 그 위에 v_{ad}와 v_{bd}와의 상차를 나타내는 각을 표시하라.

9.3 그림 p 9.3의 $G-C-L$ 병렬회로에 대하여

(a) 시간영역에서 KCL을 써라.

(b) 교류정상상태하에서 전류, 전압을 페이저로써 표시하면 상기 KCL은 어떻게 변환되는가?

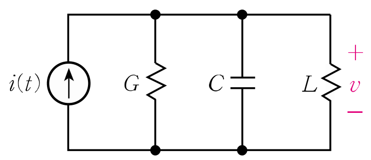


그림 p 9.3

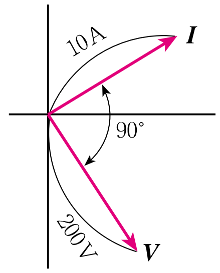


그림 p 9.4

9.4 어떤 리액턴스소자 양단의 전압, 전류의 페이저도가 그림 p 9.4에 표시한 바와 같다고 한다. 이 소자는 L인가, C인가? 또 그 값은 얼마인가? 단, $f = 60$ Hz이다.

9.5 어떤 회로의 단자전압 및 단자전류의 순간치가 각각 다음과 같다고 한다.

$$v=\sqrt{2}\,220\sin\left(377t+\frac{\pi}{4}\right),\quad i=\sqrt{2}\,5\sin\left(377t+\frac{\pi}{3}\right)$$

(a) 이 회로의 복소임피던스 Z를 구하라.

(b) V, I의 페이저도 및 임피던스도를 그려라.

9.6 $Z=16+j12\,\Omega$의 회로에 전류 $I=5+j2\,\text{A}$를 흘리는 데 요하는 전압을 구하라. 또 전류, 전압의 순간치표시식을 쓰고(단, $f=1000\,\text{Hz}$) 페이저도를 그려라.

9.7 주파수 60 Hz, 실효치 220 V의 전압을 $Z=30+j40\,\Omega$의 회로에 인가할 때 흐르는 전류의 실효치 및 인가전압과의 위상관계를 구하라.

9.8 그림 9.9에서 $Z_1=R$, $Z_2=j\omega L$이라 하면 $R-L$ 직렬회로의 복소임피던스는 어떻게 표시되는가? 또 $R=10\,\Omega$, $\omega L=10\,\Omega$, $V=100\underline{/0°}\,\text{V}$일 때 I를 구하라.

9.9 그림 9.9에서 $Z_1=R$, $Z_2=-j\dfrac{1}{\omega C}$라 하면 $R-L$ 직렬회로의 복소임피던스는 어떻게 표시되는가? 또 $R=10\,\Omega$, $1/\omega C=10\,\Omega$, $i=5\sin(\omega t+30°)\,\text{A}$일 때 단자전압 v를 구하라.

9.10 그림 p 9.10의 회로에 대하여 KVL을 적용하면

$$V_L=V-ZI$$

(a) $V=220\underline{/0°}\,\text{V}$, $I=80-j60\,\text{A}$, $Z=0.10+j0.5\,\Omega$일 때 V_L를 구하라.

(b) V와 I의 위상차를 구하라.

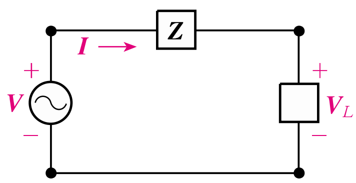


그림 p 9.10