

# 5

## 인덕턴스 및 커패시턴스

### 5.1 인덕턴스

### 5.2 커패시턴스

### 5.3 쌍 대 성

### 5.4 선형회로의 해석

### 연습문제

이제까지는 저항회로에 관하여 상당히 깊이 다루었다. 이 장에서는 또 다른 회로소자인 인덕턴스  $L$ 과 커패시턴스  $C$ 에 관해서 그 정의와 성질을 배운다.  $R$ 에서는 에너지 소비가 있지만,  $L$ 과  $C$ 에서는 에너지의 소비는 없고 다만 전자기적 에너지의 축적만이 가능하고 이 에너지는 외부에 도로 반환될 수 있다. 그리고 불변 DC에서는  $L$ 은 단락,  $C$ 는 개방상태가 된다. 따라서  $R, L, C$ 가 공존하는 회로라도 회로의  $v, i$ 가 시간적으로 변하지 않는 DC 정상상태에서는 저항만의 회로와 마찬가지로 된다. 마지막으로  $L$ 과  $C$ 는 여러 가지 점에서 상반되는 성질을 갖는다.

## 5.1 인덕턴스

### 인덕턴스의 정의

도선에 전류가 흐르면 그 주위에 **자장**이 생기는 것을 실험적으로 알 수 있다. 자장의 모양은 소위 자력선을 그림으로써 일목요연하게 알 수 있으며, 실험적으

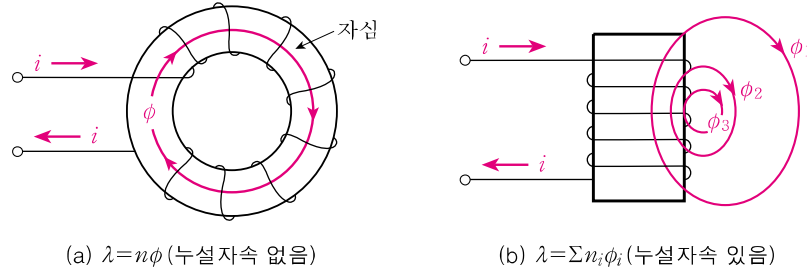


그림 5.1 전류의 방향과 자속의 방향

로 밝혀진 바에 의하면 전류의 방향으로 나사를 향하여 돌릴 때 그 도는 방향으로 자력선이 생긴다(나사의 법칙; 그림 5.1). 어떤 단면을 통하는 자력선을 한 묶음으로 생각하여 이것을 자속\*이라 하며 보통  $\phi$ 로써 표시한다. 자속의 MKS 단위는 웨버(weber)이다. 전류에 의하여 생기는 자장의 자력선 또는 자속은 반드시 폐회로를 이루며, 전류와 채교(link; 전류를 둘러싸고 자속의 고리가 생기는 것)한다. 자속이 전류와 채교하는 수를 자속채교수(number of flux linkage)라 하고 보통  $\lambda$ 로 표시하며, 그 단위는 웨버-턴(weber-turn)이다. 도선을 여러 번 감은 코일(coil)에서 만일 자속의 전부가 코일과 채교하면[그림 5.1 (a)] 총자속채교수는 코일의 권수  $n$ 과 자속  $\phi$ 와의 곱과 같다. 즉,

$$\lambda = n\phi \quad \text{weber-turn} \quad (5.1)$$

그러나 자속의 일부가 도중에서 누설(leak)되고 있을 때에는 각 자속과 이와 채교하는 권수와의 곱의 총합을 생각해야 한다. 즉,

$$\lambda = n_1\phi_1 + n_2\phi_2 + \cdots = \sum n_i\phi_i$$

가령 그림 5.1 (b)의 경우에는  $\lambda = 5\phi_1 + 3\phi_2 + \phi_3$ 와 같다. 이런 경우에도 코일의 모든 권선을 관통하는 적당한 자속  $\phi$ 를 가상하여 이것에 의한 자속채교수  $n\phi$ 가 실제의 총자속채교수  $\sum n_i\phi_i$ 와 같게 되도록 하는 것이 편리하다. 그러면 언제든  $\lambda = n\phi$ 라고 쓸 수 있기 때문이다.

한 회로의 전류와 이로 인하여 생기는 자속채교수가 그림 5.2와 같이 직선적으로 변할 때

\* 자속 또는 자속밀도의 엄밀한 정의는 전자기학에 관한 교과서를 참고하기 바란다.

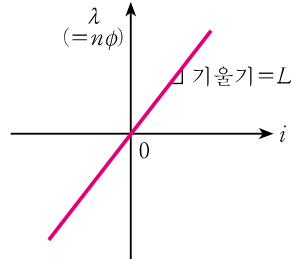


그림 5.2 인덕터에서 전류에 따른 자속쇄교수의 변화

$$\lambda = Li \quad \text{weber-turn} \quad (5.2)$$

라 쓸 수 있다. 여기서  $L$ 은 직선의 기울기이고, 회로의 **인덕턴스(inductance)**라고 한다. 식 (5.2)로부터

$$L = \frac{\lambda}{i} = \frac{n\phi}{i} = \text{단위전류에 의한 자속쇄교수} \quad (5.3)$$

인덕턴스의 MKS 단위는 **헨리(Henry ; H)**이다. 윗식에 의하면 1헨리는 1암페어의 전류에 의하여 생기는 자속쇄교수가 1웨버-턴일 때의 인덕턴스이다.

전기적 성질이 주로 인덕턴스인 실물을 **인덕터(inductor)** 또는 속칭 **코일(coil)**이라 한다.

### 인덕턴스에서의 $v-i$ 관계

**패러데이의 법칙(Faraday's law)**에 의하면 한 회로에서 자속쇄교수가 변하면 그 시간적 변화율에 비례하는 기전력이 회로에 **유기(induce)**된다. 즉,

$$v = \frac{d\lambda}{dt} \quad \text{V} \quad (5.4)$$

이것을 **유기전압**이라고 한다. 인덕터에 흐르는 전류를 변화시키려면(따라서 전류에 의해서 생기는 자속을 변화시키려면) 이때 생기는 유기전압과 평형되는 외부 전압을 걸어주어야 하는데, 그것이 곧 인덕터의 단자전압이다. 따라서 유기전압과 단자전압은 구별할 필요가 없다.

식 (5.2)를 식 (5.4)에 대입하면

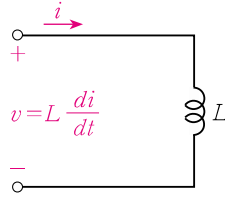


그림 5.3 인덕턴스에서의 전류, 전압의 기준방향

$$v = L \frac{di}{dt} \quad \text{V} \quad (5.5)$$

이것이 자속쇄교수가 전류에 비례하는 회로소자에서의 단자전압과 전류와의 관계이며, 단자전압이 전류의 시간적 변화율에 비례함을 알 수 있다. 이 비례계수가 곧 인덕턴스이다.

식 (5.5)를 사용하는 데 유의할 것은 인덕터를 흐르는 전류의 방향으로 생기는 전압강하를  $v$ 라고 해야지(그림 5.3), 만일  $v, i$  중 한쪽의 기준방향을 반대로 택하면  $v = -L \frac{di}{dt}$ 가 된다는 것이다.

식 (5.5)에 의하면 1헨리는 매초 1암페어의 율로 전류를 변화시키는 데 필요한 단자전압이 1볼트인 경우의 인덕턴스라고도 할 수 있다.

식 (5.5)로부터  $\frac{di}{dt} = \frac{1}{L}v$  이므로 시간에 관하여 적분하면

$$i(t) = \frac{1}{L} \int v dt = i(0) + \frac{1}{L} \int_0^t v dt \quad \text{A} \quad (5.6)$$

와 같은 관계식도 얻어진다. 여기서  $i(0)$ 는  $t=0$ 에서  $L$ 을 흐르는 전류이다.

$L$ 을 흐르는 전류가 시간적으로 불변(DC)일 때에는 식 (5.5)에 의하여  $v=0$  이므로  $L$  양단은 단락(short)상태가 된다.

동일구조의 인덕터에서 단위전류에 의해서 생기는  $\phi$ 는  $n$ 에 비례하므로 식 (5.3)으로부터  $L$ 은  $n^2$ 에 비례함을 알 수 있다. 즉,

---

\* 식 (5.5)를 뉴턴의 법칙  $f = m \frac{du}{dt}$  ( $u$ 는 물체의 속도)와 대비해 보면  $v \leftrightarrow f, L \leftrightarrow m, i \leftrightarrow u$ 의 대응관계가 있다. 그래서 물체가 현재의 속도를 유지하려는 관성이 있는 것과 마찬가지로 인덕터는 이를 흐르는 전류를 유지하려는 관성이 있다고 생각할 수 있다.

$$L \propto n^2 \quad (\text{동일구조의 코일에서}) \quad (5.7)$$

**[수치예]** (a) 2A의 전류에 의해서 생기는 자속쇄교수가 10 weber-turn일 때 이 소자의  $L = \frac{10}{2} = 5 \text{ H}$

(b) 어떤 소자의 양단에 흐르는 전류를 매초 5A의 율로 직선적으로 증가시킬 때 전류의 방향으로 2V의 일정한 전압강하가 나타남을 실험적으로 알았다면, 이 소자는  $L$ 이고 그 값은  $2\text{V}/(5\text{A/s}) = 0.4\text{H}$

(c)  $t=0$ 에서 전류가 흐르지 않는 10mH의 인덕터 양단에  $v = e^{-t} \text{ V}$ 로 표시되는 전압을 인가할 때 0.1초 후에 흐르는 전류의 값은

$$\frac{1}{10 \times 10^{-3}} \int_0^{0.1} e^{-t} dt = 100 [-e^{-t}]_0^{0.1} = 100 [1 - e^{-0.1}] = 9.52 \text{ A}$$

### 예제 5.1

인덕턴스 0.1 H를 갖는 무손실공심(air core) 코일에 그림 5.4 (a)에 표시한 바와 같은 전류가 흐르고 있다고 하자. 코일 양단에 전류의 방향으로 생기는 전압강하를 구하고, 그래프를 그려라.

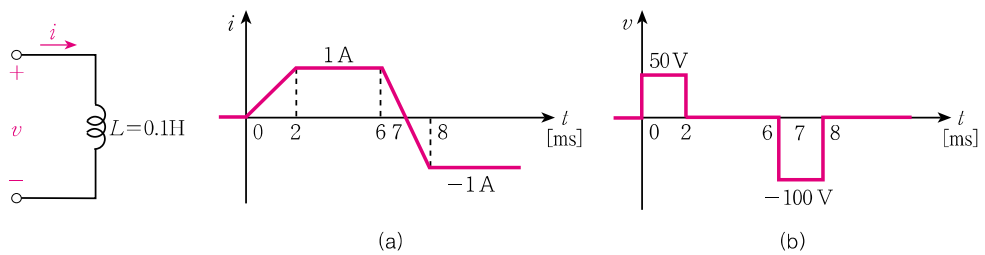


그림 5.4 예제 5.1의 그림

### 풀이

$v = L \frac{di}{dt} = 0.1 \frac{di}{dt}$  를 이용한다.

$$0 < t < 2 : v = 0.1 \times \frac{1}{2 \times 10^{-3}} = 50 \text{ V}$$

$$2 < t < 6 : v = 0.1 \times 0 = 0$$

$$6 < t < 8 : v = 0.1 - \frac{1}{10^{-3}} = -100 \text{ V}$$

$$t > 8 : v = 0$$

그래프는 그림 5.4 (b)와 같다.

### 인덕턴스에서의 전력과 에너지

인덕턴스에서 전류  $i$ 의 방향으로의 전압강하를  $v$ 라 하면 인덕턴스에 유입하는 순간전력은

$$p = vi = Li \frac{di}{dt}$$

이  $p$ 는 저항의 경우와 달리  $+$ 가 되는 순간도 있고  $-$ 가 되는 순간도 있다.  $p > 0$ 인 동안에는 에너지가 인덕터에 공급되고,  $p < 0$ 인 동안에는 에너지가 인덕터에서 외부로 반환된다. 이것은 인덕터가 에너지를 축적하는 성질을 가짐을 뜻한다. 물리적으로 인덕터에 전류가 흐르면 그 주위에 생기는 자장에 **자기에너지**가 축적된다.

지금 시간  $t_1 \sim t_2$  사이에 인덕터에 공급되는 에너지를  $w_L$ 이라 하면

$$w_L = \int_{t_1}^{t_2} p dt = \int_{t_1}^{t_2} Li \frac{di}{dt} dt = \int_{i_1}^{i_2} Li di = \frac{1}{2} Li_2^2 - \frac{1}{2} Li_1^2 \quad (5.8)$$

여기서  $i_1, i_2$ 는 각각 시간  $t_1, t_2$ 에서의 전류이다. 전류가 0에서  $i$ 가 될 때까지 인덕터에 공급되는 에너지는 위식에서  $i_1 = 0, i_2 = i$ 라 놓음으로써

$$w_L = \frac{1}{2} Li^2 > 0 \quad (+\text{는 에너지의 유입을 의미}) \quad (5.9)$$

또 전류가  $i$ 에서 다시 0이 될 때까지 공급되는 에너지  $w_L'$ 는 식 (5.8)에서  $i_1 = i, i_2 = 0$ 이라 놓음으로써

$$w_L' = 0 - \frac{1}{2} Li^2 < 0 \quad (-\text{는 에너지의 유출을 의미})$$

이것은 전에 공급된 에너지  $\frac{1}{2} Li^2$ 이 인덕터에 축적되었다가 소모됨이 없이 고스란히 외부에 도로 반환됨을 의미한다.

전류가 흐르는 유도회로에서 스위치를 열 때 스파크가 일어나는 것은 우리가 흔히 경험하는 바인데, 이 에너지는 처음에 회로에 축적되었던 자기에너지에서 오는 것이다.

[수치예] 인덕턴스 = 5mH에 4A의 전류가 흐를 때 축적되는 자기에너지는

$$\frac{1}{2} \times 5 \times 10^{-3} \times 4^2 = 0.04 \text{ J}$$

### 예제 5.2

예제 5.1에서 인덕터에 공급되는 전력과 인덕터에 축적되는 자기에너지의 시간에 따른 변화를 그래프로 그리고 그것을 해석하라.

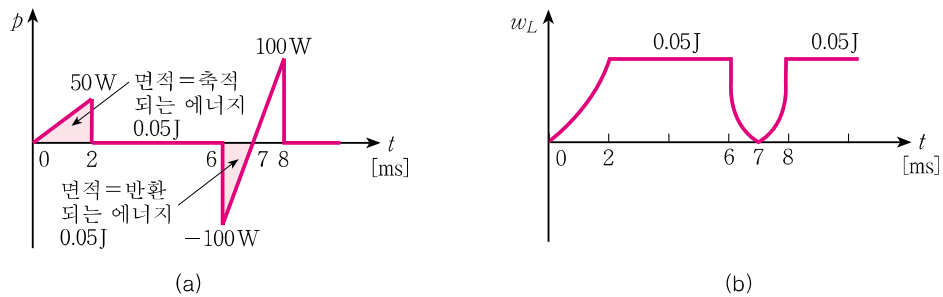


그림 5.5 예제 5.2의 그림

### 풀이

그림 5.4의 (a), (b)의 두 곡선을 곱하여  $p$ 의 곡선을 그리면 그림 5.5 (a)와 같이 된다. 또 이것을 적분하면 인덕터에 공급되는 에너지  $w_L$ 은 그림 5.5 (b)와 같이 된다.

$0 < t < 2$ 에서는  $p > 0$ 이므로 에너지가 코일에 공급되고, 코일에는 자기에너지가 점점 더 축적되어  $t = 2$ 에서 0.05J에 이른다. 그 후  $t = 6$ 까지는  $p = 0$ 이므로 에너지 출입이 없고  $w_L$ 은 그대로 일정치 0.05J을 유지한다.

$6 < t < 8$ 에서는  $p < 0$ , 따라서 에너지는 코일에서 외부회로로 유출되고  $w_L$ 은 감소한다.  $t = 7$ 에 이르러 ( $i = 0$ ) 전에  $0 < t < 2$  사이에 공급받은 에너지는 고스란히 다시 반환되어 버린다.  $7 < t < 8$ 에서  $p > 0$ 이므로 다시 에너지는 코일에 유입되며, 따라서  $w_L$ 은 다시 증가한다.  $t > 8$  이후에는  $p = 0$ 이므로  $w_L$ 은  $t = 8$ 일 때의 값 0.05J을 그대로 유지한다.

### 인덕턴스의 직렬 및 병렬

예컨대 그림 5.6 (a)와 같이 2개의 인덕턴스  $L_1$ ,  $L_2$ 가 직렬연결된 경우 여기에 유입되는 전류를  $i$ , 단자전압을  $v$ , 각  $L$ 에서의 전압강하를  $v_1$ ,  $v_2$ 라 하면

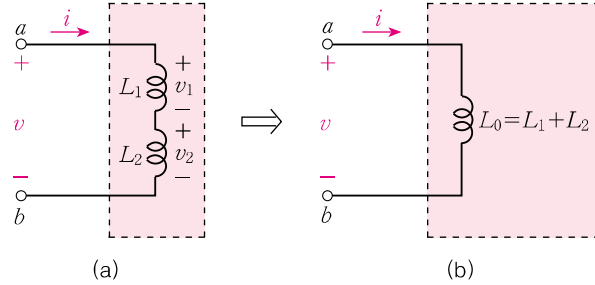


그림 5.6 인덕턴스의 직렬

$$v = v_1 + v_2 = L_1 \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} = (L_1 + L_2) \frac{di}{dt} = L_0 \frac{di}{dt}$$

여기서  $L_0 = L_1 + L_2$  (5.10)

따라서 단자  $a-b$ 에서 볼 때 그림 (b)와 같이 하나의 등가인덕턴스  $L_0$ 로 대체할 수 있다.

그림 5.7 (a)와 같이  $L_1, L_2$ 가 병렬연결되었을 때 단자전압을  $v$ , 단자전류를  $i$ , 각 인덕턴스를 흐르는 전류를  $i_1, i_2$ 라 하면

$$\begin{aligned} i &= i_1 + i_2 = i_1(0) + \frac{1}{L_1} \int_0^t v dt + i_2(0) + \frac{1}{L_2} \int_0^t v dt \\ &= i_1(0) + i_2(0) + \left( \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \right) \int_0^t v dt = i(0) + \frac{1}{L_0} \int_0^t v dt \end{aligned}$$

여기서  $i(0) = i_1(0) + i_2(0)$

$$\frac{1}{L_0} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \quad \text{또는} \quad L_0 = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} \quad (5.11)$$

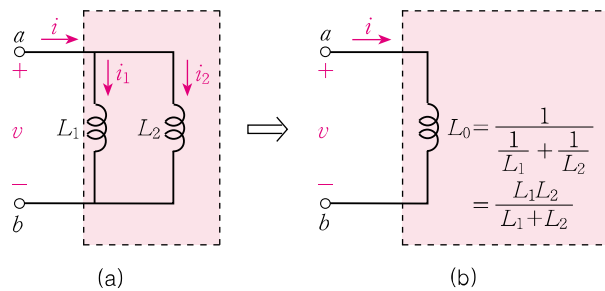


그림 5.7 인덕턴스의 병렬



따라서 단자  $a-b$ 에서 볼 때 그림 (b)와 같이 하나의 인덕턴스  $L_0$ 로 대치할 수 있다.

이상에서  $L$ 이 더 많은 경우에 대한 등가인덕턴스의 표시식도 자명하다.

**[수치예]** 1H, 2H, 3H가 직렬로 된 경우 등가  $L=6\text{H}$

$$\text{병렬로 된 경우 등가 } L = \frac{1}{\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = \frac{6}{11} \text{ H}$$

### 실제적 인덕터

실제적 인덕터에는 손실이 있는데(도선에서의 열손실, 자성재료에서의 hysteresis 손실, 도체표면에서의 eddy current 손실 등), 이 손실을 나타내기 위하여 실제적 인덕터의 등가회로에서는  $R$ 을 포함시켜야 한다. 상기한 손실은 모두 주파수의 함수이고 주파수가 증가하면 증가한다. 또 매우 높은 주파수에서는 도선의 선간커패시턴스(커패시턴스에 관해서는 다음 절에서 설명하기로 한다)도 고려해야 한다. 그림 5.8은 실제적 인덕터의 주파수에 따른 등가회로이다.

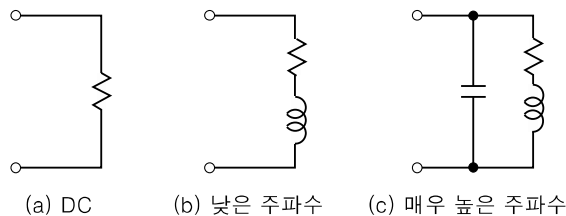


그림 5.8 주파수에 따른 실제적 인덕터의 등가회로

## 5.2 커패시턴스

### 커패시턴스의 정의

절연체를 사이에 두고 대립하고 있는 도체간에 전위차가 존재하면 전위가 높은 도체에  $+$ 의 전하, 전위가 낮은 도체에 같은 양의  $-$ 의 전하가 축적된다. 이때 축적되는 전하와 전위차가 그림 5.9와 같이 직선으로 변할 때

$$q = Cv \quad \text{coulomb} \quad (5.12)$$

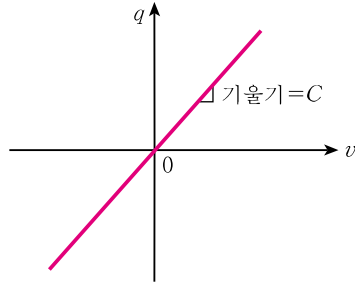


그림 5.9 커패시터의 전하-전압 관계

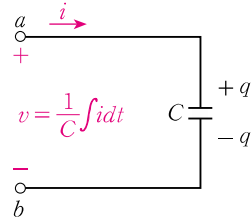


그림 5.10 커패시턴스에서의 전류, 전압의 기준방향

라 놓을 수 있다. 여기서  $C$ 는 직선의 기울기이고, 두 도체간의 커패시턴스(capacitance)라고 한다. 커패시턴스의 MKS 단위는 패러드(farad; F)이다. 1패러드는 1볼트의 전위차에 의하여 1쿨롬의 전하가 축적될 때의 커패시턴스이다. 패러드라는 단위는 너무 크므로 보통  $\mu\text{F} = 10^{-6}\text{F}$  또는  $\mu\mu\text{F} = \text{pF} = 10^{-12}\text{F}$ 를 쓴다 [ $\mu$ 는 마이크로(micro), p는 피카(pica)라고 읽는다].

전기적 성질이 주로 커패시턴스의 실물을 커패시터(capacitor)라고 한다.

### 커패시턴스에서의 $v-i$ 관계

식 (5.12)의 양변을 시간에 대하여 미분하면

$$i = C \frac{dv}{dt} \quad \text{A} \quad (5.13)$$

이것이 축적되는 전하가 전압에 비례하는 소자에서의 단자전류와 단자전압과의 관계이며, 전류가 전압의 시간적 변화율에 비례함을 알 수 있다. 그 비례계수가 곧 그 소자의 커패시턴스이다.

식 (5.13)으로부터  $\frac{dv}{dt} = \frac{1}{C} i$ , 이것을 시간에 관하여 적분하면

$$v(t) = \frac{1}{C} \int i dt = v(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i dt \quad \text{V} \quad (5.14)$$

여기서  $v(0)$ 는  $t=0$ 에서의 커패시턴스 양단의 전압이다.  $C$ 에 걸리는 전압이 시간적으로 불변(DC)일 때에는 식 (5.13)에 의하여  $i=0$ 이므로  $C$ 는 개방(open) 상태가 된다.

이상의 여러 식을 사용하는 데 있어서 주의할 것은 전류  $i$ 의 방향으로의 전압

강하를  $v$  라 하고, 또  $v$  의 +쪽의 극판의 전하를  $+q$ 로 해야 한다는 것이다(그림 5.10). 만일 어느 하나의 기준방향을 반대로 택하면 이에 관계되는 여러 식에  $-$ 의 부호를 붙여야 한다.

- [수치예]** (a) 어떤 커패시터에  $0.1\text{C}$ 의 전하가 축적될 때 전위차가  $1\text{kV}$ 라면 그 커패시터의  $C$ 는  $0.1/10^3 = 10^{-4}\text{F} = 100\mu\text{F}$   
 (b) 처음에 축적된 전하가 없는  $10\mu\text{F}$ 의 커패시터에  $1\text{mA}$ 의 일정전류를  $2$ 초 동안 흘리면 커패시터 양단전압은  $\frac{1}{10 \times 10^{-6}} \times 10^{-3} \times 2 = 200\text{V}$

### 예제 5.3

회로 내의 커패시터 양단의 전압강하  $v$ 가 그림 5.11 (a)와 같이 변한다고 하자. 커패시터의 커패시턴스가  $10\mu\text{F}$ 일 때 전압강하의 방향으로 흐르는 전류를 구하고, 그 결과를 그래프로 그려라.

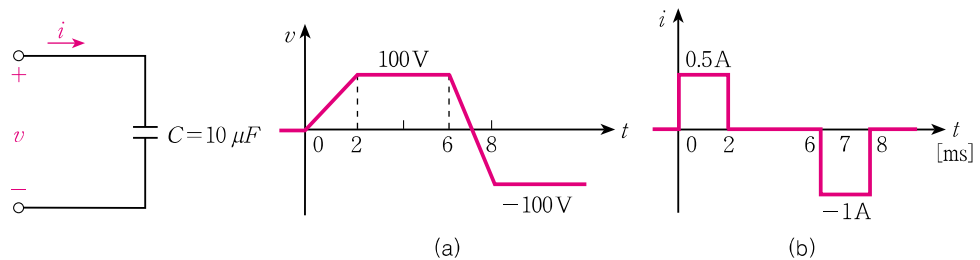


그림 5.11 예제 5.3의 그림

### 풀이

$i = C \frac{dv}{dt} = 10^{-5} \frac{dv}{dt}$  를 이용한다.

$$0 < t < 2 : i = 10^{-5} \times \frac{100}{2 \times 10^{-3}} = 0.5\text{A}$$

$$2 < t < 6 \text{ 및 } t > 8 : i = 10^{-5} \times 0 = 0$$

$$6 < t < 8 : i = 10^{-5} \times \left( \frac{-100}{1 \times 10^{-3}} \right) = -1\text{A}$$

$$t > 8 : i = 0$$

그래프를 그리면 그림 5.11 (b)와 같다.

커패시터에 관하여 알아두어야 할 한 가지 사실은 각 순간에서 커패시터의 한

단자에서 유입된 전류만큼 다른 단자에서 유출되지만 커패시터를 이루는 두 도체간을 통해서는 전하의 이동이 없다는 것이다. 이것은 진공 속에 있는 대립 두 도체를 생각해 보아도 알 수 있다. 결국 커패시터에 유·출입하는 전류는 두 도체에 축적되는 양·음의 전하를 변화시킬 뿐이다.

### 커패시터에서의 전력과 에너지

인덕터에서와 마찬가지로 커패시터에서도 순간전력  $p > 0$ 인 동안 에너지가 인덕터에 공급되고,  $p < 0$ 인 동안 인덕터에 축적되었던 에너지가 외부로 반환된다. 물리적으로 인덕터에 전압이 걸리면 두 극판 사이에 생기는 전장에 정전에너지(electrostatic energy)로 축적된다.

인덕터에서와 마찬가지로 과정으로 커패시터에 공급되는 순간전력은

$$p = vi = vC \frac{dv}{dt}$$

또 시간  $t_1 \sim t_2$  사이에 커패시터에 공급되는 에너지는

$$w_C = \int_{t_1}^{t_2} p dt = \int_{v_1}^{v_2} Cv dv = \frac{1}{2} C v_2^2 - \frac{1}{2} C v_1^2 \quad (5.15)$$

여기서  $v_1, v_2$ 는 각각 시간  $t_1, t_2$ 에서의 전압이다. 커패시터 극판간의 전압이 0에서  $v$ 가 될 때까지 커패시터에 공급되는 에너지는 식 (5.15)에서  $v_1 = 0, v_2 = v$ 라 놓음으로써

$$w_C = \frac{1}{2} C v^2 \quad \text{J} \quad (+\text{는 에너지의 유입을 의미}) \quad (5.16)$$

또 전압이  $v$ 에서 다시 0이 될 때까지 공급되는 에너지는 식 (5.15)에서  $v_1 = v, v_2 = 0$ 이라 놓음으로써

$$w_C' = -\frac{1}{2} C v^2 \quad \text{J} \quad (-\text{는 에너지의 유출을 의미})$$

이것은 전에 공급되었던 에너지  $\frac{1}{2} C v^2$ 이 커패시터에 축적되었다가 소모됨이 없이 고스란히 외부에 도로 반환됨을 의미한다.

충전된 커패시터를 단락시킬 때 생기는 스파크는 처음에 커패시터에 축적되었던 정전에너지에서 오는 것이다.

**[수치예]** 커패시턴스 =  $10\mu\text{F}$ 의 커패시터 양단전압이  $100\text{V}$ 일 때 축적되는 정전에너지는  $\frac{1}{2} \times 10 \times 10^{-6} \times 100^2 = 0.05\text{J}$

#### 예제 5.4

예제 5.2에서 커패시터에 공급되는 전력과 커패시터에 축적되는 전기에너지의 시간에 따른 변화를 그래프로 그리고 그것을 해석하라.

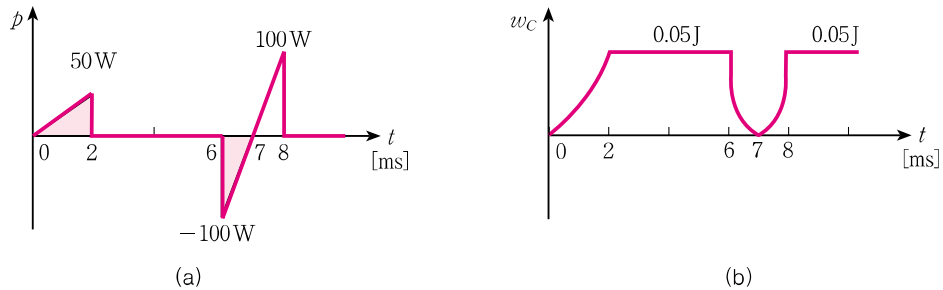


그림 5.12 예제 5.4의 그림

#### 풀이

그림 5.11의 (a), (b)의 두 곡선을 곱하여  $p$ 의 곡선을 그리면 그림 5.12 (a)와 같고, 또 이것을 적분하여  $w_C$ 의 곡선을 그리면 그림 5.12 (b)와 같다. 이 곡선들의 해석은 예제 5.2에 되풀이되므로 생략한다.  $t=7$ 에서는  $v=0$ 이며 전압의 도중의 변화 여하에 불구하고  $t=0$ 일 때와 같이  $w_C=0$ 이 된다.

#### 커패시턴스의 직렬 및 병렬

예컨대 그림 5.13 (a)와 같이 2개의 커패시턴스  $C_1$ ,  $C_2$ 가 병렬로 연결된 경우 단자전압  $v$ 에 의해서 각 커패시터에 축적되는 전하를  $q_1$ ,  $q_2$ 라 하면 전(全)전하  $q_0$ 는

$$q_0 = q_1 + q_2 = C_1 v + C_2 v = (C_1 + C_2)v = C_0 v$$

여기서  $C_0 = C_1 + C_2$  (5.17)

따라서 단자  $a-b$ 에서 볼 때 그림 (b)와 같은 등가회로를 생각할 수 있다.

다음에 그림 5.14 (a)와 같이 2개의 커패시턴스  $C_1$ ,  $C_2$ 가 직렬로 연결된 경우

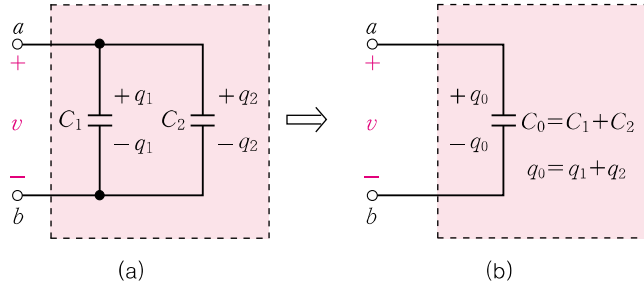


그림 5.13 여러 개의  $C$ 의 병렬

단자전압  $v$ 에 의하여 생기는  $C_1, C_2$ 에서의 전압강하를  $v_1, v_2$ 라 하면  $C_1, C_2$ 에 축적되는 전하는 같으므로 이것을  $q$ 라 하면( $C_1$ 의 아래쪽 극판의 전하가  $-q$ 이면  $C_2$ 의 위쪽 극판의 전하는  $+q$ 가 되어야 한다 — 원래 여기에는 전하가 없었기 때문에)

$$v = v_1 + v_2 = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} = q \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) = q \frac{1}{C_0}$$

여기서  $\frac{1}{C_0} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$ , 즉  $C_0 = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$  (5.18)

단자  $a-b$ 에서 볼 때 그림 (b)와 같이 하나의 커패시턴스  $C_0$ 로 대체할 수 있다.  
식 (5.17), (5.18)은 커패시턴스가 더 많은 경우에 확장될 수 있다.

---

**[수치예]**  $1\mu\text{F}, 2\mu\text{F}, 3\mu\text{F}$ 가 병렬로 된 경우의 등가  $C$ 는  $1+2+3=6\mu\text{F}$ , 직렬로 된 경우의 등가  $C$ 는  $\frac{1}{\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = \frac{6}{11}\mu\text{F}$

---

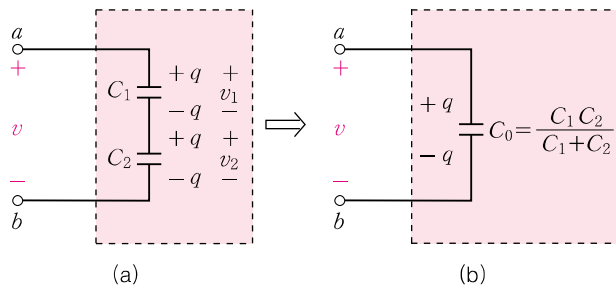


그림 5.14 여러 개의  $C$ 의 직렬

## 5.3 쌍 대 성

독자는 이미 위의 두 절에서  $L$ 과  $C$ 에 관계되는 여러 식에 밀접한 대응관계가 있음을 알아차렸을 것이다. 즉,

$$\left\{ \begin{array}{l} v = L \frac{di}{dt} \\ i = C \frac{dv}{dt} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \lambda = Li \\ q = Cv \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} w_L = \frac{1}{2} Li^2 \\ w_C = \frac{1}{2} Cv^2 \end{array} \right. \quad \text{등}$$

다음에 그림 5.15 (a)와 같은  $R-L-C$  직렬회로에 스위치 SW를 닫아 전압전원  $v_g$ 를 인가할 때 각 소자에 공통으로 흐르는 전류를  $i$ 라 하면 KVL에 의하여

$$v_g = v_R + v_L + v_C = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt \quad (5.19)$$

또 그림 (b)와 같은  $G-C-L$  병렬회로에서 스위치 SW를 열어 전류전원  $i_g$ 를 인가할 때 각 소자에 공통으로 걸리는 전압을  $v$ 라 하면 KCL에 의하여

$$i_g = i_G + i_C + i_L = Gv + C \frac{dv}{dt} + \frac{1}{L} \int v dt \quad (5.20)$$

이상의 진술과 또 식 (5.19), (5.20)을 대조하여 보면 다음 표 5.1과 같은 대응관계가 있음을 알 수 있다.

이와 같은 대응관계에 주목한다면 그림 5.15의 (a), (b)의 두 회로를 따로따로 취급할 필요가 없고, 한쪽 회로에 대한 해석결과에서 대응관계에 있는 양으로 바꾸어 놓으면 다른 쪽 회로에 대한 해석결과가 얻어진다. 이와 같은 대응관계, 유사성을 전기회로의 쌍대성(duality)이라고 한다. 표 5.1의 좌·우측에는 서로 쌍대적(dual)인 양과 관련된 쌍대적인 표시식이 주어져 있다. 또 식 (5.19)와

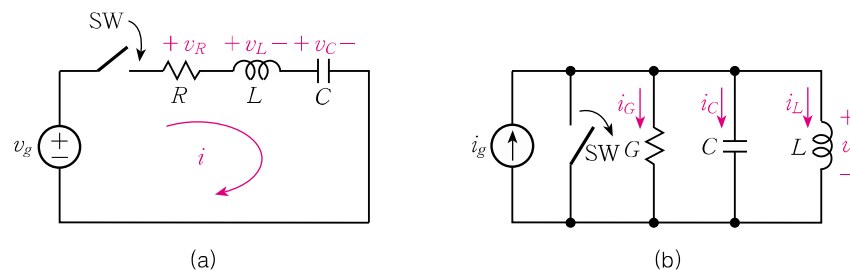


그림 5.15 쌍대적 회로

(5.20)은 쌍대적인 방정식, 그림 5.15의 (a)와 (b)는 쌍대적인 회로라고 한다. 대부분의 회로에 대해서 쌍대적인 회로가 존재하므로 쌍대성을 이용하면 취급해야 할 회로의 수를 반으로 줄일 수 있다. 이와 관련해서 예제 5.1과 5.3, 예제 5.2와 5.4를 비교하여 보아라.

표 5.1 쌍대적인 양

직렬 회로	병렬 회로
키르히호프의 전압법칙 $\left(\sum_k v_k = 0\right)$	키르히호프의 전류법칙 $\left(\sum_k i_k = 0\right)$
전압원	전류원
$R$ $(v = Ri)$	$G$ $(i = Gv)$
$L$ $\left(v = L \frac{di}{dt}\right)$	$C$ $\left(i = C \frac{dv}{dt}\right)$
$C$ $\left(v = \frac{1}{C} \int i dt\right)$	$L$ $\left(i = \frac{1}{L} \int v dt\right)$
$v$	$i$
$i$	$v$
$\lambda$ $(\lambda = Li)$	$q$ $(q = Cv)$
자기에너지 $\left(w_L = \frac{1}{2} Li^2\right)$	정전에너지 $\left(w_C = \frac{1}{2} Cv^2\right)$
직렬스위치의 닫음	병렬스위치의 개방

## 5.4 선형회로의 해석

1. 전기회로를 구성하는 소자를 다음과 같이 구분한다.

수동소자(passive element) : 저항기, 인덕터, 커패시터

능동소자(active element) : 이상적 전압원, 이상적 전류원

한편  $R, L, C$ 를 **회로상수**(circuit constant)라고 한다(소자와 상수를 혼용하는 경우가 많다). 수동소자는 전력을 발생시킬 수 없는 소자이고, 능동소자는 전력을 발생시키는 소자이다. (회로상수에는 이 이외에 제 13장에서 취급할 상호인덕턴스가 있다. 또 능동소자에는 제 16장에서 취급할 종속전원이 있다)

2. 실제의 소자에서 단자에서의  $v-i$  관계가 그림 1.11과 같이 직선적으로 변하지 않는 것을 비선형저항(예: 반도체 다이오드),  $\lambda-i$  관계가 그림 5.2와 같이 직선적으로 변하지 않는 것을 비선형 인덕터(예: 철심코일),  $q-v$  관계가 그림 5.9와 같이 직선적으로 변하지 않는 것을 비선형 커패시터(예: 전해콘덴서)라고 한다. 이와 같은 **비선형소자**(non-linear element)들도 좁은 동작범위에서는 선형



으로 취급할 수 있다. 이 책에서는 선형소자로 구성된 회로, 즉 **선형회로**(linear circuit)만을 취급한다. 선형회로의 가장 큰 특징은 중첩의 원리가 성립한다는 것이다. 저항기에서는 전력의 소모만이 있는 데 반하여 인덕터에서는 자기에너지, 커패시터에서는 정전에너지가 축적될 뿐 에너지 소비는 없다.

3. 우리는 주어진 선형회로에 어떤 전원이 인가되었을 때 — 이것을 **여기**(excitation), **구동**(driving) 또는 **입력**(input)이라고도 함 — 회로의 임의의 부분에 흐르는 전류 또는 임의의 두 점간의 전압 — 이것을 **응답**(response) 또는 **출력**(output)이라 함 — 을 계산하는 것을 목적으로 한다. 이것이 **회로해석**(circuit analysis)의 주과제이다. 일단 회로 내의 전류, 전압의 분포가 알려지면 전력과 에너지는 식 (1.11), (1.12)에 의하여 구해진다.

4. 회로해석은 **과도상태**(transient state)의 해석과 **정상상태**(steady state)의 해석 두 가지로 나눌 수 있다.  $L$ ,  $C$ 를 포함한 전기회로에서 전원의 인가, 제거 또는 기타의 소자의 변동 등으로 인하여 갑자기 교란이 일어났을 때에는 일반적으로 회로 내의 전류, 전압은 복잡한 변동을 거쳐서 정상상태에 이른다. 가령 그림 5.16의 (a), (b)는 각각 어떤 회로에 DC 전원, 교류전원을 갑자기 인가했을 때의 전류파형의 일례이다. 정상상태로 이행하는 기간을 **과도기**라 하고, 과도기에 일어나는 현상을 **과도현상**이라 한다. 수학적으로는 정상상태에 도달하기까지 무한대의 시간이 걸리지만 실제적으로는 과도기는 비교적 단시간 내에 끝난다고 볼 수 있다(회로에 따라 다르지만 보통은 길어도 수초 이내). 이 책에서 과도현상은 제 19, 20 장에서 배운다.

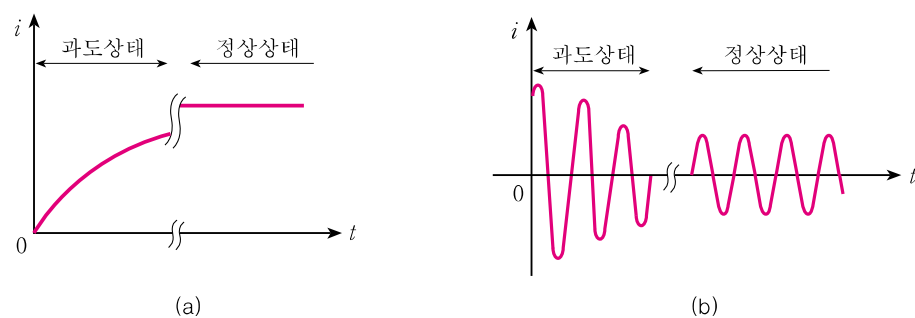


그림 5.16 과도상태와 정상상태

## 연/습/문/제

- 5.1  $2\mu\text{F}$ 의 커패시터에  $10\text{mA}$ 의 일정전류가 유입될 때  
 (a) 커패시터 양단의 전압은 시간에 따라 어떻게 변하는가?  
 단,  $t=0$ 에서 커패시터에는 전하가 없었다고 한다.  
 (b) 1초 후 커패시터에 축적되는 에너지는 얼마인가?
- 5.2  $2\text{mH}$ 의 인덕터에 흐르는 전류가  $5\text{A/s}$ 의 율로 감소할 때  
 (a) 전류방향으로의 전압강하는 어떻게 변하는가?  
 (b) 1초 후 인덕터에 축적되는 에너지는 얼마인가?  
 단,  $t=0$ 에서 인덕턴스 전류는 0이라고 가정한다.
- 5.3  $20\text{J}$ 의 에너지를 축적하고 있는 소자가 있다.  
 (a) 이것이  $2\text{A}$ 의 전류가 흘러서 생긴 것이라면 그 소자는  $L$ 인가  $C$ 인가? 또 그 값은?  
 (b) 이것이  $500\text{V}$ 의 전압이 걸려서 생긴 것이라면 그 소자는  $L$ 인가  $C$ 인가? 또 그 값은?
- 5.4 공심코일을 흐르는 전류가 매초  $2\text{A}$ 의 율로 균일하게 증가하고 있을 때  $0.4\text{V}$ 의 유기전압이 생겼다고 한다.  
 (a) 이 코일의 인덕턴스를 구하라.  
 (b) 이 코일의 권수가 100회라고 하면  $1\text{A}$ 에 의해서 생기는 자속은 얼마나 되겠는가? 단, 생긴 자속은 전부 권선과 쇠교하고 누설이 없는 것으로 가정한다.  
 (c) 이 코일의 권수를 200회로 하면 인덕턴스는 얼마나 되겠는가?  
 단, 코일의 기하학적 구조는 그대로 유지한다.
- 5.5 그림 p 5.5에서 세로축이 인덕터 양단의 전류를 나타낼 때 그 단자전압과 축적에너지를 시간의 함수로 그려라.
- 5.6 그림 p 5.5에서 세로축이 커패시터 양단의 전압을 나타낼 때 그 단자전류와 축적에너지를 시간의 함수로 그려라.

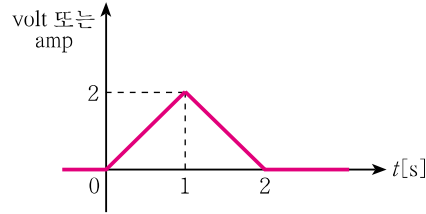


그림 p 5.5

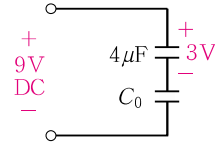


그림 p 5.7

5.7 그림 p 5.7의 회로에서  $C_0$ 에 축적된 에너지를 구하라. (힌트 : 두 커패시터에 축적된 전하는 같다)

5.8 그림 p 5.8에서 다음을 구하라.

(a) 단자  $a-b$ 에서 본 등가커패시턴스

(b)  $V_{ab} = 10V$ 일 때 각 커패시턴스 양단의 전압과 축적에너지

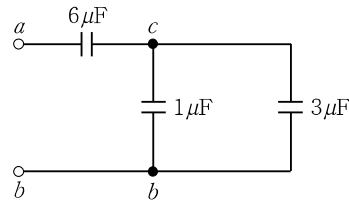


그림 p 5.8

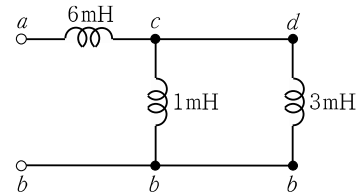


그림 p 5.9

5.9 그림 p 5.9에서 다음을 구하라.

(a) 단자  $a-b$ 에서 본 등가인덕턴스

(b) 입력전류  $i_{ab} = 10A$ 일 때 각 인덕턴스를 흐르는 전류와 축적에너지

5.10 그림 p 5.10의 회로에서  $v_g$ 가 DC 10V일 때 정상상태에서의  $i_1$ ,  $i_2$  및  $v_C$ 를 구하라.

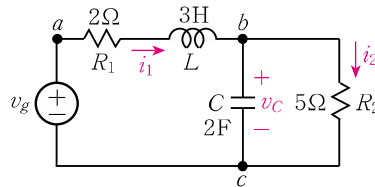


그림 p 5.10

5.11 그림 p 5.10에서  $i_2 = e^{-2t}$ 일 때, 각 소자의  $v-i$  관계 및 키르히호프의 법칙을 적용하여  $v_g$ 를 구하라.

**5.12** 그림 p 5.12의 회로에서 전원전압의 시간적 변화가  $v_s = 20t^2 \text{ V}(t \geq 0)$ 와 같을 때 다음을 구하라(단위 포함).

- 커패시터의 위쪽 극판에 모여지는 전하  $q$ 의 시간적 표시식과  $t = 2\text{s}$ 에서의  $q$
- 커패시터에 유입하는 전류  $i$ 의 시간적 표시식
- 커패시터에 공급되는 전력의 시간적 표시식
- $t = 5\text{s}$ 에서 커패시터에 축적되는 에너지

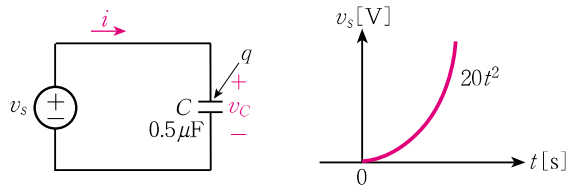


그림 p 5.12