

Assignment 2

Q1. 举出反例: 背包容量 W

物品 1: 重量 1, 价值 $1+\epsilon$, 密度 $1+\epsilon$

物品 2: 重量 W , 价值 W , 密度 1

贪心算法先选择密度高的物品 1, 物品 2 放不下, 总价值 $1+\epsilon$.

最优: 只拿物品 2, 价值 W .

$\frac{W}{1+\epsilon}$ 在 $W \rightarrow \infty$ 时无限大, 因此无常数因子近似比.

Q2. 单调性: 若 $A \subseteq B$

则 $\bigcup_{C_i \in A} C_i \subseteq \bigcup_{C_i \in B} C_i$, 那么 $|\bigcup_{C_i \in A} C_i| \leq |\bigcup_{C_i \in B} C_i|$, 即 $f(A) \leq f(B)$, f 单调

次模性: 记 $\Delta_f(A, X) = f(A \cup \{X\}) - f(A)$, $R_A = \bigcup_{C_i \in A} C_i$

由 $A \subseteq B$ 知 $R_A \subseteq R_B$

那么, $\Delta_f(A, X) = |X \setminus R_A|$, $\Delta_f(B, X) = |X \setminus R_B|$

由 $R_A \subseteq R_B$, $X \setminus R_B \subseteq X \setminus R_A$, 所以 $|X \setminus R_A| \geq |X \setminus R_B|$

即 $\Delta_f(A, X) \geq \Delta_f(B, X)$, 因此 f 是次模的.

Q3. 输入: $G = (V, E)$, $V = \{1, 2, \dots, n\}$

输出: 最大独立集大小

initialize $dp[0] = 0$

for $S = 1$ to n :

for each $S \subseteq V$ 且 $|S| = s$:

if S 是独立集:

$dp[s] = |S|$

else:

选顶点 $v \in S$

$S_1 = S \setminus \{v\}$

$S_2 = S \setminus (\{v\} \cup N(v))$ // $N(v)$ 是邻居

$dp[s] = \max(dp[S_1], dp[S_2] + 1)$

return $dp[n]$

No.

Date

状态总数: 2^n

每个状态: 检查独立集 $O(s^2)$, ($s \leq n$)

总时间复杂度: $O(2^n \cdot n^2)$

总空间复杂度: $O(2^n)$ 存状态表