

# 用伸长法测定金属丝的杨氏模量

2013599 田佳业 2023.3.14

## 实验目的

- 1.用伸长法测定金属丝的杨氏模量。
- 2.了解望远镜尺组的结构及使用方法。
- 3.掌握用光杠杆放大原理测量微小长度变化量的方法。
- 4.学习用对立影响法消除系统误差的思想方法。
- 5.学习用环差法处理数据。

## 仪器用具

由于实验室空间有限，本次实验使用的是可以通过二次放大减小观察距离的B款杨氏模量测定仪。

其他用具包括杨氏模量测定仪、螺旋测微器、游标卡尺、钢卷尺等。

## 原理

### 测量原理--放大法

若长为  $L$ 、截面积为  $S$  的均匀金属丝, 在其长度方向上施加作用文使其伸长  $\Delta L$ , 根据胡克定律: 在弹性限度范围内, 正应力  $F/S$  (单位面积矢的垂直作用力) 与线应变  $\Delta L/L$  (金属丝相对伸长) 成正比, 即

$$\frac{F}{S} = E \frac{\Delta L}{L}$$

上式中比例系数  $E$  即为该金属丝的杨氏模量。改写为

$$E = \frac{FL}{S\Delta L_L}$$

$F$ 、 $S$  及  $L$  比较容易测量, 由于金属的杨氏模量一般较大, 因此,  $\Delta L$  是一个微小的长度变化, 很难用普通测黄信度的仪器将它测准。

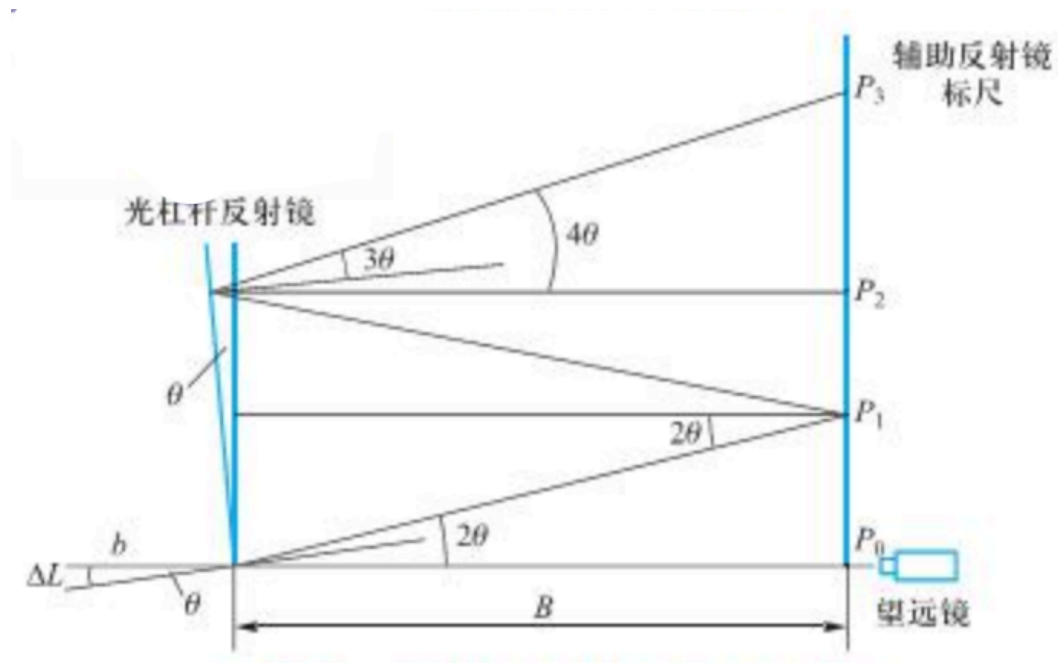
放大法是一种应用分广泛的测量技术。如螺旋测微器是通过机械放大而提高测量精度的; 光 杠杆属于光放大技术, 且其被广泛地应用到许多高灵敏度仪器中, 如光电反射式检

若微小变化量用  $\Delta L$  表示, 放大后的测量值为  $N$ , 则

$$A = \frac{N}{\Delta L}$$

为放大器的放大倍数, 原则上  $A$  越大, 越有利于测量, 但往往会引起信号失真。

## 光杠杆放大法工作原理



$$\begin{aligned}\Delta h &= |P_3 - P_0| = |P_3 - P_2| + |P_2 - P_1| + |P_1 - P_0| \\ &= B \tan 4\theta + B \tan 2\theta + B \tan 2\theta\end{aligned}$$

由于  $\theta$  很小, 即可做近似  $\tan \theta = \theta = \frac{\Delta L}{b}$ , 所以  $\Delta h = 8B\theta = 8B\frac{\Delta L}{b}$ ,  $\Delta L = \frac{b\Delta h}{8B}$  代入可得

$$E = \frac{32BLmg}{\pi D^2 b \Delta h}$$

# 数据处理

## 原始数据

金属丝直径d

螺旋测微器 分度值： 0.01mm 零点读数 $d_0$ =-0.002mm

n	1	2	3	4	5	6	avg
$d_i$	0.796	0.808	0.800	0.795	0.798	0.805	0.800

伸长量记录(cm)

次数	拉力示值	N+	N-	平均
1	0.3	2.72	2.71	2.715
2	0.4	3.18	3.20	3.19
3	0.5	3.68	3.75	3.715
4	0.6	4.25	4.21	4.23
5	0.7	4.69	4.62	4.655
6	0.8	5.12	5.15	5.135
7	0.9	5.57	5.70	5.635
8	1.0	6.08	6.12	6.1
9	1.1	6.45	6.40	6.425
10	1.2	6.95	6.95	6.95

环差值

<b>N1=P6-P1</b>	<b>N2</b>	<b>N3</b>	<b>N4</b>	<b>N5</b>	<b>N</b>
2.42	2.445	2.385	2.195	2.295	2.348

金属丝长度

$$L=38.20-0.55\text{cm}=37.65\text{cm}$$

平面镜到标尺距离

$$D=70.98-1.00=69.98\text{cm}$$

光杠杆常量

$$b=6.60-2.00=4.60\text{cm}$$

等效砝码质量

$$m=5*10*0.1\text{kg}=5\text{kg}$$

$$\bar{E} = \frac{32DLmg}{\pi d^2 b N} = 1.90 \times 10^{11} Pa$$

$$\mu_{NA} = t_{(0.683,4)} S_{\bar{N}} = 1.14 \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 (N_i - \bar{N})^2}{5(5-1)}}$$

$$\mu_{NB} = \frac{0.05 \text{ cm}}{\sqrt{3}}$$

$$\mu_N = \sqrt{\mu_{NA}^2 + \mu_{NB}^2}$$

$$\mu_{dA} = t_{(0.683,5)} S_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^6 (d_i - \bar{d})^2}{6(6-1)}}$$

$$\mu_{dB} = \frac{0.004 \text{ cm}}{\sqrt{3}}$$

$$\mu_d = \sqrt{\mu_{dA}^2 + \mu_{dB}^2}$$

$$\mu_L = \mu_D = \mu_b = 0.05 \text{ cm}$$

$$\mu_E = \bar{E} \sqrt{\left(\frac{\mu_L}{L}\right)^2 + \left(\frac{\mu_D}{D}\right)^2 + \left(\frac{2\mu_d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\mu_N}{N}\right)^2 + \left(\frac{\mu_b}{b}\right)^2}$$

$$E = \bar{E} \pm \mu_E = 1.90 \pm 0.12 \times 10^{11} Pa$$

## 计算过程

```
import math

# t(0.683,2) = 1.32, t(0.683,3) = 1.20,etc.
ConfidenceProbability = [1.32, 1.20, 1.14, 1.11, 1.09, 1.08, 1.07, 1.06, 1.03, 1]

def get_uncertainty_a(data):
    """
    Calculate the uncertainty of the data.
    """
    n = len(data)
    t = 0
    if n == 0:
        raise ValueError("测量次数不能为零！")
    elif n < 3:
        print("测量次数不能少于三次！")
    elif n < 10:
        t = ConfidenceProbability[n - 3]
    elif n < 20:
        t = ConfidenceProbability[7]
    elif n == 20:
        t = ConfidenceProbability[8]
    else:
        t = ConfidenceProbability[9]
    x_sum = 0
    for i in range(n):
        x_sum += data[i]
    x_aver = x_sum / n
    x_SquDif = 0
    for i in range(n):
        x_SquDif += (data[i] - x_aver) ** 2
    s_x = math.sqrt(x_SquDif / (n - 1))
```

```

s_x_bar = s_x / math.sqrt(n)
ua = t * s_x_bar
return ua

if __name__ == "__main__":
    # 金属丝伸长长度,单位cm
    N_list = [2.42, 2.445, 2.385, 2.195, 2.295]
    N_list = [i * 1e-2 for i in N_list]
    u_NA = get_uncertainty_a(N_list)
    u_NB = 5e-4 / math.sqrt(3)
    u_N = math.sqrt(u_NA ** 2 + u_NB ** 2)
    print("u_N = {}".format(u_N))
    # 金属丝直径,单位mm
    d_list = [0.796, 0.808, 0.800, 0.795, 0.798, 0.805]
    d_list = [i * 1e-3 for i in d_list]
    u_dA = get_uncertainty_a(d_list)
    u_dB = 4e-5 / math.sqrt(3)
    u_d = math.sqrt(u_dA ** 2 + u_dB ** 2)
    u_L = 5e-4
    u_D = 5e-4
    u_b = 5e-4
    D = 0.6998
    L = 0.3765
    m = 5
    g = 9.8
    d_sum = 0
    for i in range(len(d_list)):
        d_sum += d_list[i]
    d = d_sum / len(d_list)
    b = 0.0460
    N_sum = 0
    for i in range(len(N_list)):
        N_sum += N_list[i]
    N = N_sum / len(N_list)
    E = 32 * D * L * m * g / (math.pi * d * d * b * N)
    print("E = {}".format(E))

```

```

# 科学计数法表示
print("E = {:.2e}".format(E))
u_E = math.sqrt(
    math.pow(u_L / L, 2) + math.pow(u_D / D, 2) + math.pow(u_N
/ N, 2) + math.pow(2*u_d / d, 2) + math.pow(
    u_b / b, 2)) * E
print("u_E = {}".format(u_E))
# 科学计数法表示
print("u_E = {:.2e}".format(u_E))

```

## 问题讨论

### 考查题

#### 1. 实验中公式成立的条件

力的方向在长度方向上；平面镜的偏转角很小；光杠杆三足尖在同一水平面内；平面镜及标尺竖直

保证的办法：使金属丝竖直放置，望远镜与光杠杆距离适当加大

#### 2. 尺读望远镜的部件及其调节步骤

尺读望远镜的主要构成部件：内调焦望远镜、灯尺、三脚架立柱、反光镜

快速找到标尺成像的步骤：

调节望远镜的目镜与物镜焦距

使望远镜镜头与光杠杆平面镜等高

将望远镜向后移动1m左右

从目镜端以准星仔细瞄准目标(标尺)

调节内调焦手轮，调整视距

3.使用杨氏模量测定仪时要注意什么？其中哪些是为了保护仪器的，哪些是为了提高测量精度的？

- 保持光学镜面清洁，不得用手触摸，镜面有灰尘时，应以软毛刷轻拭，且用毕应盖好物镜罩。
- 调节望远镜时，动作要轻，且尽量不靠微动手轮瞄准目标，伸长仪及望远镜尺组应避免撞击和剧烈振动：
- 应保护光杠杆刀刃、足尖及平面镜，严禁磕碰和跌落：其固定螺丝不得旋得过紧，以防平面镜变形：
- 测像移过程中不得碰动仪器的任何部位，且加减砝码时动作要轻，防止砝码托摆动，以提高测量精度。

4.哪些量要多次测量，哪些单次测量，为什么

测量误差较大的使用多次测量，即金属丝直径和伸长量。容易测量，且对实验结果影响小的量单次测量即可，如平面镜到标尺距离。

5.调节好仪器后的第一个读数，如果是在直尺的最上端或最下端附近，对实验的进行有否影响？如何改进？

有影响。读数可能会偏差较大。如果在最上端附近可以一开始多加几个砝码。反之同理。

## 思考题

1.哪两个量的测量误差较大？在测量和数据处理中采取了什措施？

金属丝直径和伸长量。直径采用多次不同位置方向测量求平均值。伸长量采用光放大法测量，使用对立影响法减小系统误差，处理数据用了环差法。

2.根据光杠杆放大原理： $\Delta h = 2B \Delta L / b$ ，能否以增大B减小b的方法来提高放大倍率？这样做有无好处？有无限度？应怎样考虑之？

可以。但实验空间有限，且要保证能够看清标尺，B不可能无限增加，b由于仪器制作工艺减小的程度也有限。可以像B类测量仪一样采用多次放大。