

衍射光栅研究

目的要求

- 了解光栅的分光特性
- 测量光栅常数

实验原理

二元光栅是平行等宽、等间距的多狭缝，它的分光原理如下图所示。狭缝 S 处于透镜 L_1 的焦平面上，并认为它是无限细的； G 是衍射光栅，它有 N 个宽度为 a 的狭缝，相邻狭缝间不透明部分的宽度为 b 。如果自透镜 L_1 出射的平行光垂直照射在光栅上，透镜 L_2 将与光栅法线成 θ 角的光会聚在焦平面上的 P 点。光栅在 θ 方向上有干涉主极大的条为：

$$(a + b) \sin \theta = k\lambda$$

是垂直入射条件下的光栅方程。式中， k 为光谱的级次、 λ 是波长、 θ 是衍射角、 $(a + b)$ 是光栅常数。光栅常数通常用 d 表示， $d = a + b$ 。

当入射光不是垂直照射在光栅上，而是与光栅的法线成 φ 角时，光栅方程变为：

$$d(\sin \varphi \pm \sin \theta) = k\lambda$$

式中“+”代表入射光和衍射光在法线同侧，用“-”代表在法线两侧。光栅的衍射角 θ 仍

定义为与光栅表面法线的夹角。

在复色光以相同的入射角照射到光栅，不同波长的光对应有不同的 θ 角，也就是说在经

过光栅后，不同波长的光在空间角方向上被分开了，并按一定的顺序排列。这就是光栅的分光原理。

数据处理

测量光栅常量

采用波长为546.1nm的绿光测量。

一级谱线

游标号	+k	-k	$\theta_+ + \theta_-$
1	273°39'	254°40'	18°59'
2	96°31'	77°41'	18°50'

无偏心角 $\theta_+ + \theta_- = 18^\circ 54' 30''$

由

$$\sin(\frac{\theta_+ + \theta_-}{2}) = \frac{k\lambda}{d}$$

得光栅常数 $d = 3324.63nm$

二级谱线比较模糊，误差较大，故未测量。

测波长

黄1

游标号	+k	-k	$\theta_+ + \theta_-$
1	284°35'	243°67'	40°28'
2	105°28'	64°59'	40°29'

无偏心角 $\theta_+ + \theta_- = 40^\circ 28' 30''$

由

$$\sin(\frac{\theta_+ + \theta_-}{2}) = \frac{k\lambda}{d}$$

$$\text{得}\lambda_1 = 575.01nm$$

$$\lambda_{1\text{真}} = 577.0nm$$

$$error = \frac{|\lambda_1 - \lambda_{1\text{真}}|}{\lambda_{1\text{真}}} = 0.34\%$$

黄2

游标号	+k	-k	$\theta_+ + \theta_-$
1	284°30′	243°52′	40°38′
2	104°33′	63°59′	40°34′

$$\text{无偏心角}\theta_+ + \theta_- = 40^{\circ}36$$

由

$$\sin(\frac{\theta_+ + \theta_-}{2}) = \frac{k\lambda}{d}$$

$$\text{得}\lambda_1 = 576.72nm$$

$$\lambda_{1\text{真}} = 579.1nm$$

$$error = \frac{|\lambda_1 - \lambda_{1\text{真}}|}{\lambda_{1\text{真}}} = 0.41\%$$

最终计算得到角色散

$$D = \frac{\Delta\phi}{\Delta\lambda} = 5.95\times10^7rad/m$$

附录

计算过程

```
import math

# 角度转弧度
def radian(angle):
    return angle / 180 * math.pi

def dm2d(d, m):
    return d + m / 60

def d2dm(d):
    return int(d), int((d - int(d)) * 60)

def dm_add(d1, m1, d2, m2):
    d = d1 + d2
    m = m1 + m2
    if m >= 60:
        d += 1
        m -= 60
    return d, m

def dm_sub(d1, m1, d2, m2):
    d = d1 - d2
    m = m1 - m2
    if m < 0:
        d -= 1
        m += 60
    return d, m
```

```

def dm_avg(d1, m1, d2, m2):
    d = (d1 + d2) / 2
    m = (m1 + m2) / 2
    if m >= 60:
        d += 1
        m -= 60
    return d, m

d1p, m1p = 273, 39
d1n, m1n = 254, 40
d2p, m2p = 96, 31
d2n, m2n = 77, 41

d1pn, m1pn = dm_sub(d1p, m1p, d1n, m1n)
print(R"正偏心角度差: {}°{}'".format(d1pn, m1pn))
d2pn, m2pn = dm_sub(d2p, m2p, d2n, m2n)
print(R"负偏心角度差: {}°{}'".format(d2pn, m2pn))
avg_d, avg_m = dm_avg(d1pn, m1pn, d2pn, m2pn)
print(R"无偏心角度差: {}°{}'".format(avg_d, avg_m))
k = 1
lambda_0 = 546.1e-9
d = k * lambda_0 / math.sin(radian(dm2d(avg_d, avg_m) / 2))
print("d={}".format(d))
d1p, m1p = 284, 35
d1n, m1n = 243, 67
d2p, m2p = 105, 28
d2n, m2n = 64, 59
d1pn, m1pn = dm_sub(d1p, m1p, d1n, m1n)
print(R"正偏心角度差: {}°{}'".format(d1pn, m1pn))
d2pn, m2pn = dm_sub(d2p, m2p, d2n, m2n)
print(R"负偏心角度差: {}°{}'".format(d2pn, m2pn))
avg_d, avg_m = dm_avg(d1pn, m1pn, d2pn, m2pn)
print(R"无偏心角度差: {}°{}'".format(avg_d, avg_m))
phi_1 = dm2d(avg_d, avg_m)
k = 2

```

```

lambda_1 = d * math.sin(radian(phi_1 / 2)) / k
print("lambda_1={}".format(lambda_1))
lamda_1_true = 577.0e-9
error = (lambda_1 - lamda_1_true) / lamda_1_true
print("error_1={}".format(error))
d1p, m1p = 284, 30
d1n, m1n = 243, 52
d2p, m2p = 104, 33
d2n, m2n = 63, 59
d1pn, m1pn = dm_sub(d1p, m1p, d1n, m1n)
print(R"正偏心角度差: {}°{}'".format(d1pn, m1pn))
d2pn, m2pn = dm_sub(d2p, m2p, d2n, m2n)
print(R"负偏心角度差: {}°{}'".format(d2pn, m2pn))
avg_d, avg_m = dm_avg(d1pn, m1pn, d2pn, m2pn)
print(R"无偏心角度差: {}°{}'".format(avg_d, avg_m))
phi_2 = dm2d(avg_d, avg_m)
k = 2
lambda_2 = d * math.sin(radian(phi_2 / 2)) / k
print("lambda_2={}".format(lambda_2))
lamda_2_true = 579.1e-9
error = (lambda_2 - lamda_2_true) / lamda_2_true
print("error_2={}".format(error))
delta_phi = abs(phi_1 - phi_2)
print("delta_phi={}".format(delta_phi))
c = 2.1e-9
D = delta_phi / c
print("D={}".format(D))

```

```

正偏心角度差: 18°59'
负偏心角度差: 18°50'
无偏心角度差: 18.0°54.5'
d=3.3246360445591326e-06
正偏心角度差: 40°28'
负偏心角度差: 40°29'
无偏心角度差: 40.0°28.5'
lambda_1=5.750163621996247e-07
error_1=-0.003437847141031868

```

正偏心角度差: $40^{\circ}38'$

负偏心角度差: $40^{\circ}34'$

无偏心角度差: $40.0^{\circ}36.0'$

$\lambda_2=5.767173861815274e-07$

$\text{error}_2=-0.004114339178850951$

$\Delta\phi=0.125$

$D=59523809.523809515$