

# 直流双臂电桥

田佳业 计算机学院 2013599 A组13号

2023.4.25

## 实验原理

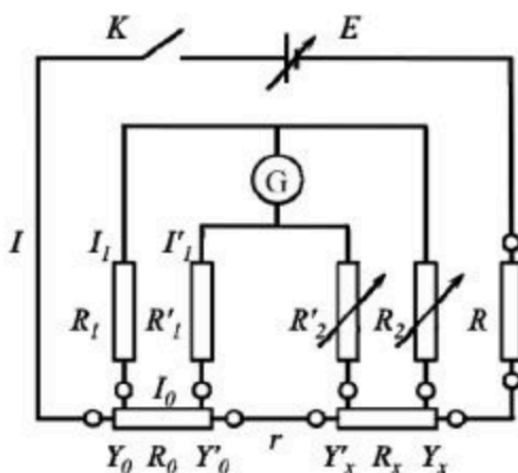
### 直流双臂电桥适用范围

阻值比较小的电阻，由于有接触电阻和接线电阻的存在，会给测量带来很大的误差，尤其是当这些附加电阻和待测电阻可以比拟时，测量误差就更大了。为了消除这些附加电阻的影响，人们常把低阻做成四端结构，并采用直流双臂电桥进行测量。

### 四端法

低值电阻为了抵消测量电压时的触电阻和接线电阻，提供了四个端口。外面两个端口接入工作电流，称为“电流接头”，内侧两个端口接测量电压的微安表，称为“电压接头”

### 测量方法



根据基尔霍夫定律：

$$\left. \begin{aligned} I_1 R_1 &= I_0 R_0 + I'_1 R'_1 \\ I_1 R_2 &= I_0 R_X + I'_1 R'_2 \\ (I_0 - I'_1)r &= I'_1 (R'_1 + R'_2) \end{aligned} \right\}$$

式中  $I_1$ 、 $I_0$ 、 $I'_1$  分别为电桥平衡时通过电阻  $R_1$ 、 $R_0$ 、 $R'_1$  的电流。整理有：

$$R_1 R_X = R_2 R_0 + (R_2 R'_1 - R_1 R'_2) \frac{r}{(r + R'_1 + R'_2)}$$

如果电桥的平衡是在保证  $R_2 R'_1 - R_1 R'_2 = 0$ , 即  $\frac{R_2}{R_1} = \frac{R'_2}{R'_1}$  的条件下调得的, 那么则可得测量公式:

$$R_X = \frac{R_2}{R_1} R_0$$

已知  $R_0$  和比值  $R_2/R_1$  就可算出  $R_0$  由此知双桥的测量平衡条件为:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{R'_2}{R'_1} = \frac{R_X}{R_0}$$

选定标准电阻  $R_0$  后同步调节比例臂电阻  $R_2$  和  $R'_2$ , 保持平衡条件成立。

## 电桥灵敏度

双桥平衡后, 将比例臂电阻  $R_2$ 、 $R'_2$  同步地偏调  $\Delta R_2 = \Delta R'_2$ , 若电流计示数改变  $\Delta I$ , 则灵敏度  $S$  为:

$$S = \frac{\Delta I}{\frac{\Delta R_2}{R_2}}$$

且  $S = \frac{\Delta I}{\frac{\Delta R_2}{R_2}} = \frac{\Delta I}{\frac{\Delta R_X}{R_X}}$ , 故由灵敏度  $S$  引入被测量  $R_x$  的相对误差为:

$$\frac{\Delta R_X}{R_X} = \frac{\Delta I}{S}$$

# 数据处理

## 铜棍电阻率测量

1)铜棍长度(两电压接头之间) $l = 436.4 \pm 0.5mm$

2)铜棍直径

| 测量次数   | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | avg    |
|--------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 直径(mm) | 4.950 | 4.951 | 4.950 | 4.952 | 4.950 | 4.9506 |

测量直径 $d = 4.951 \pm 0.023mm$

3)调节电桥平衡

| 电桥状态 | $R_2(= R'_2)$ | $R_x$            | $\Delta R_2(= \Delta R'_2)$ | $\Delta I$ | $S$    |
|------|---------------|------------------|-----------------------------|------------|--------|
| 数据记录 | 385.0         | $3.85 * 10^{-4}$ | 20                          | 3.3        | 63.525 |

$$R_x = \frac{R_2}{R_1} R_0$$

$$R_0 = 0.001\Omega, R_1 = 1000\Omega$$

$$S = \frac{\Delta I}{\frac{\Delta R_2}{R_2}}$$

$$R_x = 3.6712 \pm 0.0014 * 10^{-3}\Omega$$

$R_x$ 总相对不确定度为

$$\rho_X = \sqrt{(1 + k)^2 (\rho_2^2 + \rho_1^2) + k^2 (\rho_2'^2 + \rho_1'^2) + \rho_0^2 + \left(\frac{\delta}{S}\right)^2} = 0.003$$

式中  $\rho_1$ 、 $\rho_2$ 、 $\rho_1'$ 、 $\rho_2'$ 、 $\rho_0$  分别为  $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_1'$ 、 $R_2'$ 、 $R_0$  的相对标准不确定度。

上式中五个 $\rho$ 均取0.1%, $\delta = 0.1$ , $k$ 没拍到，按照1算。下面有脚本，如果取错了可以按照程序重新计算，希望不因此扣分。

$$\rho = \frac{R_x S}{l} = \frac{\pi R_x d^2}{4l} = 1.698 * 10^{-7}$$
$$\rho_\rho = \sqrt{(\rho_X)^2 + (\rho_L)^2 + (2\rho_d)^2} = 0.006$$

$$\rho = 1.698 \pm 0.010 * 10^{-8} \Omega m$$

## 铝棍电阻率测量

1)铝棍长度(两电压接头之间) $l = 436.1 \pm 0.5mm$

2)铝棍直径

| 测量次数   | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | avg    |
|--------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 直径(mm) | 4.912 | 4.915 | 4.913 | 4.912 | 4.914 | 4.9132 |

$$\text{测量直径} d = 4.913 \pm 0.023mm$$

3)调节电桥平衡

| 电桥状态 | $R_2(= R'_2)$ | $R_x$            | $\Delta R_2(= \Delta R'_2)$ | $\Delta I$ | $S$    |
|------|---------------|------------------|-----------------------------|------------|--------|
| 数据记录 | 929.0         | $9.29 * 10^{-4}$ | 20                          | 3.0        | 139.35 |

$$R_x = 3.3934 \pm 0.0031 * 10^{-3} \Omega$$

$R_x$ 总相对不确定度为

$$\rho_X = \sqrt{(1 + k)^2 (\rho_2^2 + \rho_1^2) + k^2 (\rho_2'^2 + \rho_1'^2) + \rho_0^2 + \left(\frac{\delta}{S}\right)^2} = 0.003$$

式中  $\rho_1$ 、 $\rho_2$ 、 $\rho_1'$ 、 $\rho_2'$ 、 $\rho_0$  分别为  $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_1'$ 、 $R_2'$ 、 $R_0$  的相对标准不确定度。

上式中五个 $\rho$ 均取0.1%, $\delta = 0.1$ , $k$ 没拍到，按照1算。下面有脚本，如果取错了可以按照程序重新计算，希望不因此扣分。

$$\rho = \frac{R_x S}{l} = \frac{\pi R_x d^2}{4l} = 4.038 * 10^{-8}$$

$$\rho_\rho = \sqrt{(\rho_X)^2 + (\rho_L)^2 + (2\rho_d)^2} = 0.006$$

$$\rho = 4.038 \pm 0.024 * 10^{-8} \Omega m$$

## 铁棍电阻率测量

1)铁棍长度(两电压接头之间) $l = 436.9 \pm 0.5mm$

2)铁棍直径

| 测量次数   | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | avg    |
|--------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 直径(mm) | 4.919 | 4.925 | 4.920 | 4.923 | 4.925 | 4.9222 |

测量指直径 $d = 4.922 \pm 0.023mm$

3)调节电桥平衡

| 电桥状态 | $R_2(= R'_2)$ | $R_x$   | $\Delta R_2(= \Delta R'_2)$ | $\Delta I$ | $S$     |
|------|---------------|---------|-----------------------------|------------|---------|
| 数据记录 | 15990.0       | 0.01599 | 200                         | 2.3        | 183.885 |

$$R_x = 1.599 \pm 0.005 * 10^{-2} \Omega$$

$R_x$ 总相对不确定度为

$$\rho_X = \sqrt{(1+k)^2 (\rho_2^2 + \rho_1^2) + k^2 (\rho_2'^2 + \rho_1'^2) + \rho_0^2 + \left(\frac{\delta}{S}\right)^2} = 0.003$$

式中 $\rho_1$ 、 $\rho_2$ 、 $\rho_1'$ 、 $\rho_2'$ 、 $\rho_0$ 分别为 $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_1'$ 、 $R_2'$ 、 $R_0$ 的相对标准不确定度。

上式中五个 $\rho$ 均取0.1%, $\delta = 0.1$ , $k$ 没拍到,按照1算。下面有脚本,如果取错了可以按照程序重新计算,希望不因此扣分。

$$\rho = \frac{R_x S}{l} = \frac{\pi R_x d^2}{4l} = 6.964 * 10^{-8}$$

$$\rho_\rho = \sqrt{(\rho_X)^2 + (\rho_L)^2 + (2\rho_d)^2} = 0.006$$

$$\rho = 6.965 \pm 0.041 * 10^{-8} \Omega m$$

## 计算过程

```
import math

# t(0.683,2) = 1.32, t(0.683,3) = 1.20, etc.
ConfidenceProbability = [1.32, 1.20, 1.14, 1.11, 1.09, 1.08, 1.07,
1.06, 1.03, 1]
exp = []

def get_uncertainty_a(data):
    """
    Calculate the uncertainty of the data.
    """
    n = len(data)
    t = 0
    if n == 0:
        raise ValueError("测量次数不能为零！")
    elif n < 3:
        print("测量次数不能少于三次！")
    elif n < 10:
        t = ConfidenceProbability[n - 3]
    elif n < 20:
        t = ConfidenceProbability[7]
    elif n == 20:
        t = ConfidenceProbability[8]
    else:
        t = ConfidenceProbability[9]
    x_sum = 0
    for i in range(n):
        x_sum += data[i]
```

```

x_aver = x_sum / n
x_SquDif = 0
for i in range(n):
    x_SquDif += (data[i] - x_aver) ** 2
s_x = math.sqrt(x_SquDif / (n - 1))
s_x_bar = s_x / math.sqrt(n)
ua = t * s_x_bar
return ua

```

```

def collect_data(name, length, diameter, R_2, delta_R_2, delta_i):
    global exp
    data = {'name': name, 'length': length, 'diameter': diameter,
            'R_2': R_2, 'delta_R_2': delta_R_2,
            'delta_i': delta_i}
    exp.append(data)

```

```

def cal_data(data):
    # given datas:
    R0 = 0.001
    R1 = 1000
    u_RC = 1e-3
    k = 1
    del_t = 0.1
    u_L = 5e-4
    print("实验名称: {}".format(data['name']))
    L = data['length'] * 1e-3
    d = [i * 1e-3 for i in data['diameter']]
    avg_d = sum(d) / len(d)
    print("平均直径: {}".format(avg_d))
    u_da = get_uncertainty_a(d)
    u_db = 4e-5 / math.sqrt(3)
    u_d = math.sqrt(u_da ** 2 + u_db ** 2)
    print("直径不确定度: {}".format(u_d))
    R = R0 * data['R_2'] / R1
    print("R = {}".format(R))

```

```

S = data['R_2'] * data['delta_i'] / data['delta_R_2']
print("S = {}".format(S))
inner = ((1 + k) ** 2) * (2 * (u_RC ** 2)) + (k ** 2) * (2 *
(u_RC ** 2)) + u_RC ** 2 + (delt / S) ** 2
phoR_x = math.sqrt(inner)
print("R_X相对不确定度= {}".format(phoR_x))
uR_x = phoR_x * R
print("R_X不确定度 = {}".format(uR_x))
pho = (math.pi * R * (avg_d ** 2)) / (4 * L)
print("电阻率 = {}".format(pho))
pho_pho = math.sqrt(phoR_x ** 2 + (u_d / avg_d) ** 2 + (u_L /
L) ** 2)
print("电阻率相对不确定度 = {}".format(pho_pho))
u_ph = pho_pho * pho
print("电阻率不确定度 = {}".format(u_ph))

if __name__ == "__main__":
    # 铜棍数据
    collect_data('铜棍', 436.4, [4.950, 4.951, 4.950, 4.952,
4.950], 385.0, 20, 3.3)
    # 铝棍数据
    collect_data('铝棍', 436.1, [4.912, 4.915, 4.913, 4.912,
4.914], 929.0, 20, 3.0)
    # 铁棍数据
    collect_data('铁棍', 436.9, [4.919, 4.925, 4.920, 4.923,
4.925], 15990.0, 200, 2.3)
    for exp_data in exp:
        cal_data(exp_data)

```