直流单臂电桥

田佳业 计算机学院 2013599 A组13号

2023.4.18

实验原理

适用范围

本实验所讨论的是直流单臂电桥（又称惠斯登电桥），主要是用来测量中等阻值(10 $10^5\Omega$)电阻的。

测量公式

直流单臂电桥的原理性电路如图9.1所示。它是由四个电阻R_a、R_b、R_0、R_x串联成一个四边形回路，这四个电阻称做电桥的四个“臂”。在这个四边形回路的一条对角线的顶点间接入直流工作电源，另一条对角线的顶点间接入电流计，这个支路一般称做“桥”。适当地调节R_0值， 可使C、D两点电位相同，电流计中无电流流过，这时称电桥达到了平衡。在电桥平衡时有：

$$
\begin{aligned}
&R_aI_a = R_bI_b \\
&R_xI_x = R_0I_0 \\
&I_a = I_x, I_b = I_o
\end{aligned}
$$

则上式整理可得:

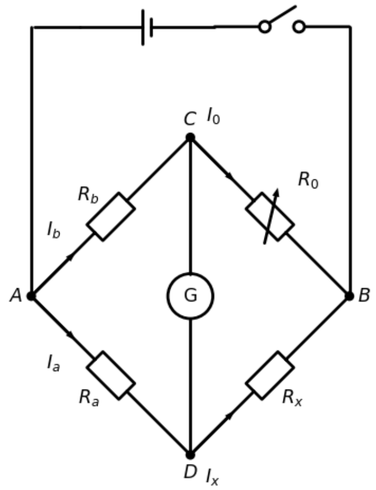
$$R_x = \frac{\mathrm{R_a}}{\mathrm{R_b}}R_0$$

为了计算方便，通常把R_a/R_b比值选作成$10^n(n=0，\pm1，\pm2，...)$。令$C=R_a/R_b$， 则：

$$R_x = CR_0$$

可见电桥平衡时, 由已知的 R_a、$\mathrm{R_b}$ (或C) 及 R_0 值便可算出 R_0 人们常把 $\mathrm{R_a}$、$\mathrm{R_b}$ 称做比例臂, C 为比例臂的倍率; R_0 称做比较臂:R_x称做待测臂。

电路图



比例臂选取原则

电桥由非平衡态达到平衡态的过程中，需要调节比较臂电阻。显然R_0调节位数越多， 对电桥的平衡调节得越精细，由此给测量带来的误差就越小。为此在测量时要恰当地选取倍率C，以使尼调节的有效位数尽量多。

电桥灵敏度概念和影响因素

电桥的平衡在实验上是通过电流计的示数来判断的。当通过电流计的电流小于其分辨率 δ 时, 我们不能判断电桥是否偏离平衡, 仍认为电桥处于平衡态, 从而给测量带来误差。对此, 引入电桥灵敏度的概念, 定义为:

$$S=\frac{\Delta I}{\frac{\Delta R_X}{R_X}} \text{ 或 } S=\frac{\Delta I}{\frac{\Delta R_0}{R_0}}$$

式中 R_0 是电桥平衡时的阻值; ΔR_0 是在电桥 平衡后 R_o 的微小改变量; ΔI 是电桥偏离平衡而引起电流计的示数改变量。故由电桥灵敏度引入被测量 R 的相对误差为:

$$\frac{\Delta R_X}{R_X}=\frac{\Delta I}{S}$$

可见电桥灵敏度 S 越大, 电桥越灵敏, 对电桥平衡的判断越精细，测量误差越小。那么怎样才能增大电桥灵敏度吧? 电桥灵敏度 S 也可由基尔霍夫定律推出。若忽略电源 内阻，其表达式为:

$$S=\frac{\mathrm{E}}{\mathrm{K}\left[\left(\mathrm{R_a}+\mathrm{R_b}+R_0+R_X\right)+\left(2+\frac{\mathrm{R_b}}{R_0}+\frac{R_X}{\mathrm{R_a}}\right)\mathrm{R_g}\right]}$$

式中 K、R_8 分别为电流计的电流常数和内阻。由此式可见, 适当提高电源电压 E、选择电流常数 K 和内阻 R_g 适当小的灵敏电流计、适当减小桥臂电阻
$(R_a+R_\Delta+R_0+R_r)$ 、尽量把桥臂配置成均 压状态 (即四臂电压相等), 使上式中的 $\left(2+\frac{\mathrm{R_b}}{\mathrm{R_0}}+\frac{\mathrm{R}_X}{\mathrm{R_a}}\right)$ 值最小, 这些对提高电桥灵敏度均有作用, 但需根据具体情况灵活运用。

换臂法

此外, 采取一定的测量方法, 可以消除某些误差, 提高测量精度。例如在自组单桥测电 阻 R_r 中, 当选取倍率 $\mathrm{C}=1$ 进行测量时, 可方便地采用换臂法完全消除倍率 C 的误差。若电桥平衡时比较臂为 R_0', 将 $\mathrm{R_a}$、R_b 交换位置后, 若电桥再次平衡比较臂为
R_0'', 待测电阻 R_x 则为:

$$R_x=\sqrt{R_0'\cdot R_0''}\approx\frac{1}{2}\left(R_0'+R_0''\right)$$

式中倍率C 不见了, 它的误差自然也就被消除了。

数据处理

测量未知电阻R_x和灵敏度

R_x约1200Ω

$R_a=R_b=100\Omega$,比例臂倍率$C=1$

$$S=\frac{\Delta I}{\frac{\Delta R_0}{R_0}}$$

电桥状态	R_0	R_x	ΔR_0	ΔI	S_I
换臂前	1183.9	1183.9	1.5	27.9	22020.6
换臂后	1183.8	1183.8	1.5	27.8	21939.8

$$\rho_x=\sqrt{\rho_0^2+\rho_C^2+\left(\frac{0.1}{S}\right)^2}$$

换臂后

$$R_x=\sqrt{R_0'\cdot R_0''}\approx\frac{1}{2}\left(R_0'+R_0''\right)$$
$$\rho_x=\sqrt{\rho_0^2+\left(\frac{0.1}{S}\right)^2}$$

且

$$\Delta R_x=\rho_x R_{测}$$
$$R_x=R_{测}\pm\Delta R_x$$

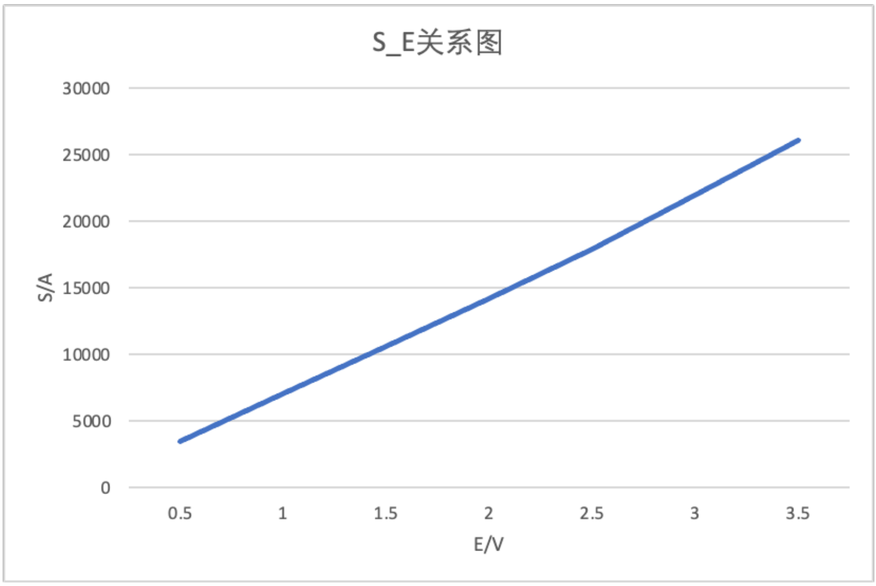
$\rho_C=0.1\%,\rho_0=0.1\%$根据上述公式，得到

$$R_x=1183.9\pm1.6\Omega(换臂前)$$
$$R_x=1183.8\pm1.1\Omega(换臂后)$$

观察电桥灵敏度和电源电压关系

$R_a=R_b=100\Omega$,R_x约为1200Ω。改变电源电压E，测量不同电压下的电桥灵敏度，并做$S-E$关系图

电源电压E/V	**0.5**	**1.0**	**1.5**	**2.0**	**2.5**	**3.0**	**3.5**
R_0	1183.8	1183.8	1183.8	1183.8	1183.8	1183.8	1183.8
ΔR_0	7.0	5.0	3.0	2.0	2.0	1.5	1.0
ΔI	20.3	29.8	26.8	23.9	30.3	27.8	22.0
S	3433.0	7055.4	10575.3	14146.4	17934.6	21939.8	26043.6



测量未知电阻R_2和灵敏度

R_2约50Ω

$R_a = 10\Omega \quad R_b = 1000\Omega$,比例臂倍率$C = 1/100$

电桥状态	R_0	R_x	ΔR_0	ΔI	S_I
数据记录	5001.8	50.018	20.0	26.7	6677.4

$R_x = 50.01 \pm 0.11\Omega$

$\rho_C = 0.2\%, \rho_0 = 0.1\%$

思考题

不要求电路中其他电阻值准确，但要求电路稳定。

附录

电路图代码

```
import schemdraw
import schemdraw.elements as elm
import math
# use IEC style
```

```
elm.style(elm.STYLE_IEC)
d = schemdraw.Drawing()
Line = d.add(elm.Line().right().length(1))
Battery = d.add(elm.BatteryCell())
d.add(elm.Switch())
d.add(elm.Line().down().length(6))
DotB = d.add(elm.Dot().label('$B$', loc='right'))
d.push()
d.add(elm.ResistorVarIEC().theta(135).flip().label('$R_0$').length
(5))
DotC = d.add(elm.Dot().label('$C$'))
d.push()
Rb = d.add(elm.Resistor().theta(225).length(5).label('$R_b$'))
DotA = d.add(elm.Dot().label('$A$', loc='left'))
d.add(elm.Line().up().toy(Line.start))
d.pop()
# rewrite the MeterA for MeterG
MeterG = elm.MeterA()
d.add(MeterG.down().length(5 * 2 / math.sqrt(2)))
MeterG.segments[2].text = 'G'
DotD = d.add(elm.Dot().label('$D$', loc='bottom'))
d.add(elm.Resistor().theta(135).length(5).label('$R_a$',
loc='bottom').hold())
d.add(elm.Resistor().theta(45).length(5).label('$R_x$',
loc='bottom'))
# add arrow for current
d.add(elm.Wire('-', arrow='->').at(DotA.center).delta(1,
1).label('$I_b$', loc='top'))
d.add(elm.Wire('-', arrow='->').at(DotC.center).delta(1,
-1).label('$I_0$', loc='top'))
d.add(elm.Wire('-', arrow='->').at(DotA.center).delta(1,
-1).label('$I_a$', loc='bottom'))
d.add(elm.Wire('-', arrow='->').at(DotD.center).delta(1,
1).label('$I_x$', loc='bottom'))
d.draw()
```

计算过程

```
import math

def calc_s(delta_i, delta_r, r):
    return delta_i * r / delta_r

def calc_rho_x(S, rho_0=1e-3, rho_c=1e-3, is_swap=False):
    if is_swap:
        rho_c = 0
    G_err = 0.1 / S
    return math.sqrt(rho_0 * rho_0 + rho_c * rho_c + G_err *
G_err)
```

```
r0_1 = 1183.9
r0_2 = 1183.8
delta_r0 = 1.5
delta_i_1 = 27.9
delta_i_2 = 27.8
s_1 = calc_s(delta_i_1, delta_r0, r0_1)
s_2 = calc_s(delta_i_2, delta_r0, r0_2)
print("s_1={}".format(s_1))
print("s_2={}".format(s_2))
rho_x_1 = calc_rho_x(s_1, is_swap=False)
print("换臂前rho_x={}".format(rho_x_1))
avg_r_x = (r0_1 + r0_2) / 2
avg_s = (s_1 + s_2) / 2
rho_x_2 = calc_rho_x(avg_s, is_swap=True)
print("换臂后rho_x={}".format(rho_x_2))
delta_rx_1 = r0_1 * rho_x_1
delta_rx_2 = avg_r_x * rho_x_2
print("换臂前Rx={0}±{1}".format(r0_1, delta_rx_1))
print("换臂后Rx={0}±{1}".format(avg_r_x, delta_rx_2))
# s_1=22020.539999999997
# s_2=21939.76
# 换臂前rho_x=0.0014142085355540З
# 换臂后rho_x=0.0010000103491922187
```

```
# 换臂前Rx=1183.9±1.6742960685242416
# 换臂后Rx=1183.85±1.183862251891208
```

```
r0=5001.8
rx=r0/100
delta_r0=20
delta_i=26.7
s=calc_s(delta_i,delta_r0,r0)
print("S={0}".format(s))
rho_x=calc_rho_x(s,is_swap=False,rho_c=2e-3)
delta_rx=rx*rho_x
print("rho_x={0}".format(rho_x))
print("Rx={0}±{1}".format(rx,delta_rx))
# S=6677.403
# rho_x=0.002236118126809135
# Rx=50.018±0.1118461564667393
```