

Introducere în teoria fasciculelor

Seminar 1

Luni, 17.02.2014.

1. (Conceptul de prefascicul) Scrieți explicit definiția conceptelor de prefascicul de grupuri / prefascicul de inele / prefascicul de R -module (R inel comutativ).

Puteți imagina un concept și mai general?

2. (Proprietate topologică relevantă pentru fasciculul de funcții local constante) Fie X un spațiu topologic și fie A o mulțime înzestrată cu topologia discretă. Fie $f : X \rightarrow A$ o funcție. Demonstrați echivalența: f este local constantă $\Leftrightarrow f$ este continuă.

3. (Prefascicule: verificarea axiomelor) Verificați că axiomele de prefascicul sunt verificate pentru:

- a) prefasciculul de funcții constante;
- b) prefasciculul de funcții local constante;
- c) *skyscraper*.

4. (Fascicule: verificarea axiomelor) Verificați că axiomele de fascicul sunt verificate pentru:

- a) prefasciculul de funcții local constante;
- b) *skyscraper*.

5. (Sinteză) Fie $X = \{0, 1\}$ o mulțime cu două puncte, înzestrată cu topologia discretă. Considerăm următoarele asocieri:

$$\mathcal{F}(\emptyset) = \{0_{\mathbb{R}}\}; \mathcal{F}(\{0\}) = \mathcal{F}(\{1\}) = \mathbb{R}; \mathcal{F}(X) = \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$$

și aplicațiile de proiecție

$$\rho_{\{0\}}^X = pr_1; \rho_{\{1\}}^X = pr_2$$

(proiecțiile pe prima, respectiv a doua componentă).

- a) Completați lista de proiecții astfel ca \mathcal{F} să fie un prefascicul.
- b) Stabiliți dacă \mathcal{F} verifică axiomele de fascicul (F_1) , (F_2) .