# Implementazione di una Rete Convoluzionale in CUDA

Michele Valsesia Nicholas Aspes

Anno accademico 2018/2019

# Introduzione

Obiettivi

► Descrivere brevemente l'architettura ed il funzionamento di una Rete Neurale

# Introduzione

#### Obiettivi

- ► Descrivere brevemente l'architettura ed il funzionamento di una Rete Neurale
- ► Motivare le differenti scelte implementative adottate durante lo svolgimento del progetto

# Introduzione

#### Obiettivi

- ► Descrivere brevemente l'architettura ed il funzionamento di una Rete Neurale
- Motivare le differenti scelte implementative adottate durante lo svolgimento del progetto
- Valutare l'accuratezza e lo speed-up della rete rispetto ad una sua implementazione sequenziale

#### Scopo

► Le *Reti Neurali* vengono principalmente usate per la classificazione delle immagini

#### Scopo

- ► Le *Reti Neurali* vengono principalmente usate per la classificazione delle immagini
- ► Il processo di classificazione consiste nell'associare ad un'immagine un'etichetta che identifica nel miglior modo possibile il suo contenuto semantico

#### Scopo

- ► Le *Reti Neurali* vengono principalmente usate per la classificazione delle immagini
- ► Il processo di classificazione consiste nell'associare ad un'immagine un'etichetta che identifica nel miglior modo possibile il suo contenuto semantico
- ▶ Una *classe* non è altro che l'etichetta di un'immagine

#### Scopo

- ► Le *Reti Neurali* vengono principalmente usate per la classificazione delle immagini
- ► Il processo di classificazione consiste nell'associare ad un'immagine un'etichetta che identifica nel miglior modo possibile il suo contenuto semantico
- ▶ Una classe non è altro che l'etichetta di un'immagine
- ► Le reti neurali ricevono in input un'immagine e forniscono in output la relativa classe

#### **Apprendimento**

► Per poter classificare, una rete neurale deve *imparare* ad associare correttamente le immagini alle varie classi

#### **Apprendimento**

- ► Per poter classificare, una rete neurale deve *imparare* ad associare correttamente le immagini alle varie classi
- ▶ Il training set ed il test set sono due insiemi composti da coppie (immagini, etichette) chiamate esempi

#### **Apprendimento**

- ► Per poter classificare, una rete neurale deve *imparare* ad associare correttamente le immagini alle varie classi
- ▶ Il training set ed il test set sono due insiemi composti da coppie (immagini, etichette) chiamate esempi
- ► Le etichette di ciascun esempio vengono assegnate in maniera soggettiva da personale umano

#### **Training Set**

► Il training set viene usato durante la fase di apprendimento della rete

#### **Training Set**

► Il training set viene usato durante la fase di apprendimento della rete

► Per ognuno degli esempi del training set

#### **Training Set**

- ► Il training set viene usato durante la fase di apprendimento della rete
- ► Per ognuno degli esempi del training set
  - La rete riceve in input l'immagine dell'esempio considerato e l'associa ad una delle classi presenti

#### **Training Set**

- ► Il training set viene usato durante la fase di apprendimento della rete
- ► Per ognuno degli esempi del training set
  - La rete riceve in input l'immagine dell'esempio considerato e l'associa ad una delle classi presenti
  - Se la classe di output non corrisponde all'etichetta dell'esempio, la rete corregge i suoi parametri interni e passa all'immagine successiva

#### Test Set

► Il test set verifica che la rete abbia imparato a discriminare correttamente le immagini

- ▶ Il test set verifica che la rete abbia imparato a discriminare correttamente le immagini
- Viene valutata l'accuratezza della rete come il rapporto tra il numero di esempi classificati scorrettamente ed il numero totale di esempi

- ▶ Il test set verifica che la rete abbia imparato a discriminare correttamente le immagini
- ► Viene valutata l'accuratezza della rete come il rapporto tra il numero di esempi classificati scorrettamente ed il numero totale di esempi
- ► Per ognuno degli esempi del test set

- ► Il test set verifica che la rete abbia imparato a discriminare correttamente le immagini
- ► Viene valutata l'accuratezza della rete come il rapporto tra il numero di esempi classificati scorrettamente ed il numero totale di esempi
- ► Per ognuno degli esempi del test set
  - La rete riceve in input l'immagine dell'esempio considerato e l'associa ad una delle classi presenti

- ► Il test set verifica che la rete abbia imparato a discriminare correttamente le immagini
- ► Viene valutata l'accuratezza della rete come il rapporto tra il numero di esempi classificati scorrettamente ed il numero totale di esempi
- ► Per ognuno degli esempi del test set
  - La rete riceve in input l'immagine dell'esempio considerato e l'associa ad una delle classi presenti
  - Ogni volta che l'output della rete non corrisponde all'etichetta dell'esempio, viene incrementato un contatore, necessario al calcolo dell'accuratezza

Significato Biologico

► Le *Reti Neurali* nascono con lo scopo di modellare una rete neurale biologica

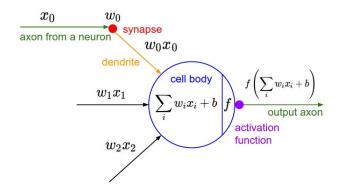
#### Significato Biologico

- ► Le *Reti Neurali* nascono con lo scopo di modellare una rete neurale biologica
- ► Una rete neurale biologica si compone di unità cellulari di base: i neuroni

#### Significato Biologico

- ► Le *Reti Neurali* nascono con lo scopo di modellare una rete neurale biologica
- ► Una rete neurale biologica si compone di unità cellulari di base: i neuroni
- ▶ I neuroni sono collegati tra loro per mezzo di specifiche giunture chiamate *sinapsi*

#### Neurone



Modello matematico di un neurone

#### **Funzionamento Neurone**

► Attraverso un meccanismo di eccitazione ed inibizione i pesi sinaptici controllano quanto un neurone venga influenzato dagli altri

#### **Funzionamento Neurone**

- Attraverso un meccanismo di eccitazione ed inibizione i pesi sinaptici controllano quanto un neurone venga influenzato dagli altri
- ▶ I segnali pesati dalle differenti sinapsi vengono trasportati dai dendriti all'interno del neurone e sommati tra loro

#### **Funzionamento Neurone**

- ► Attraverso un meccanismo di eccitazione ed inibizione i pesi sinaptici controllano quanto un neurone venga influenzato dagli altri
- ▶ I segnali pesati dalle differenti sinapsi vengono trasportati dai dendriti all'interno del neurone e sommati tra loro
- ► Se la somma supera una certa soglia, il neurone *spara* un segnale lungo l'assone

#### **Funzionamento Neurone**

- ► Attraverso un meccanismo di eccitazione ed inibizione i pesi sinaptici controllano quanto un neurone venga influenzato dagli altri
- ▶ I segnali pesati dalle differenti sinapsi vengono trasportati dai dendriti all'interno del neurone e sommati tra loro
- ► Se la somma supera una certa soglia, il neurone *spara* un segnale lungo l'assone
- ► La *frequenza di sparo* del neurone viene modellata con una funzione di attivazione *f*

Funzioni di Attivazione

#### **Definizione**

Una funzione di attivazione è una funzione matematica non lineare usata per calcolare l'output di un neurone. Riceve come input la somma pesata dei segnali in ingresso al neurone

Funzioni di Attivazione

#### **Definizione**

Una funzione di attivazione è una funzione matematica non lineare usata per calcolare l'output di un neurone. Riceve come input la somma pesata dei segnali in ingresso al neurone

► Sigmoide

Funzioni di Attivazione

#### **Definizione**

Una funzione di attivazione è una funzione matematica non lineare usata per calcolare l'output di un neurone. Riceve come input la somma pesata dei segnali in ingresso al neurone

- ► Sigmoide
- ► Tangente Iperbolica

Funzioni di Attivazione

#### **Definizione**

Una funzione di attivazione è una funzione matematica non lineare usata per calcolare l'output di un neurone. Riceve come input la somma pesata dei segnali in ingresso al neurone

- ► Sigmoide
- ► Tangente Iperbolica
- ► Softplus

Sigmoide

#### **Definizione**

La Sigmoide  $\sigma: \mathbb{R} \to [0,1]$  è definita come  $\sigma(x) = \frac{1}{(1+e^{-x})}$ 

Sigmoide

#### **Definizione**

La Sigmoide  $\sigma: \mathbb{R} \to [0,1]$  è definita come  $\sigma(x) = \frac{1}{(1+e^{-x})}$ 

► Per elevati valori negativi di input la sigmoide restituisce 0: il neurone non spara affatto

Sigmoide

#### **Definizione**

La Sigmoide  $\sigma:\mathbb{R} \to [0,1]$  è definita come  $\sigma(x)=\frac{1}{(1+e^{-x})}$ 

- ► Per elevati valori negativi di input la sigmoide restituisce 0: il neurone non spara affatto
- ▶ Per elevati valori positivi di input la sigmoide restituisce 1: il neurone satura e spara con una frequenza di sparo pari a 1

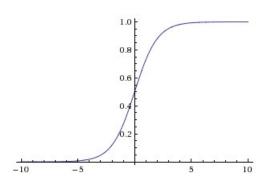
Sigmoide

#### **Definizione**

La Sigmoide 
$$\sigma:\mathbb{R} \to [0,1]$$
 è definita come  $\sigma(x)=\frac{1}{(1+e^{-x})}$ 

- ► Per elevati valori negativi di input la sigmoide restituisce 0: il neurone non spara affatto
- ► Per elevati valori positivi di input la sigmoide restituisce 1: il neurone satura e spara con una frequenza di sparo pari a 1
- ▶ La sua derivata è uguale a  $\sigma'(x) = 1 \sigma(x)$

Sigmoide



Rappresentazione grafica Sigmoide

Tangente Iperbolica

### **Definizione**

La Tangente Iperbolica  $\tanh:\mathbb{R}\to[-1,1]$  è definita come  $\tanh(x)=2\sigma(2x)-1$ 

Tangente Iperbolica

#### **Definizione**

La Tangente Iperbolica  $tanh : \mathbb{R} \to [-1,1]$  è definita come  $tanh(x) = 2\sigma(2x) - 1$ 

► La tangente iperbolica è una sigmoide scalata

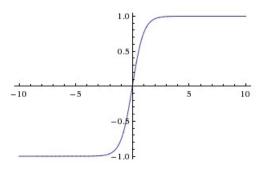
Tangente Iperbolica

#### **Definizione**

La Tangente Iperbolica  $tanh: \mathbb{R} \to [-1,1]$  è definita come  $tanh(x) = 2\sigma(2x) - 1$ 

- ▶ La tangente iperbolica è una sigmoide scalata
- ► La sua derivata è uguale a  $tanh'(x) = 1 tanh^2(x)$

### Tangente Iperbolica



Rappresentazione grafica Tangente Iperbolica

Softplus

### **Definizione**

La *Softplus*  $s: \mathbb{R} \to [0, +\infty]$  è definita come  $s(x) = \log(1 + e^x)$ 

Softplus

#### **Definizione**

La Softplus 
$$s: \mathbb{R} \to [0, +\infty]$$
 è definita come  $s(x) = \log(1 + e^x)$ 

► La softplus è un approssimazione della *Rectifier Linear Unit* (*ReLU*)

Softplus

### **Definizione**

La Softplus  $s: \mathbb{R} \to [0, +\infty]$  è definita come  $s(x) = \log(1 + e^x)$ 

- ► La softplus è un approssimazione della *Rectifier Linear Unit* (*ReLU*)
- Viene usata per sostituire la ReLU che presenta un punto di discontinuità in 0

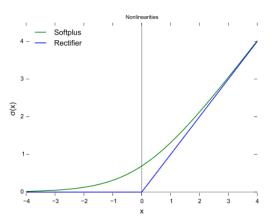
Softplus

### **Definizione**

La Softplus 
$$s: \mathbb{R} \to [0, +\infty]$$
 è definita come  $s(x) = \log(1 + e^x)$ 

- ► La softplus è un approssimazione della *Rectifier Linear Unit* (*ReLU*)
- Viene usata per sostituire la ReLU che presenta un punto di discontinuità in 0
- ▶ La sua derivata è uguale a  $s'(x) = \frac{1}{(1+e^{-x})}$

### Softplus



Confronto grafico tra ReLU e Softplus

Rete Neurale

### **Definizione**

Rete Neurale

### **Definizione**

Una *Rete Neurale* è composta da un insieme di neuroni connessi tra loro in un grafo aciclico

▶ I neuroni sono organizzati in insiemi distinti chiamati *livelli* o *layer* 

Rete Neurale

### **Definizione**

- ▶ I neuroni sono organizzati in insiemi distinti chiamati *livelli* o *layer*
- ▶ I livelli vengono posti uno di seguito all'altro in modo da formare una sequenza

Rete Neurale

### **Definizione**

- ▶ I neuroni sono organizzati in insiemi distinti chiamati *livelli* o *layer*
- ▶ I livelli vengono posti uno di seguito all'altro in modo da formare una sequenza
- ▶ I livelli intermedi prendono il nome di *hidden*

Rete Neurale

### **Definizione**

- ▶ I neuroni sono organizzati in insiemi distinti chiamati *livelli* o *layer*
- ▶ I livelli vengono posti uno di seguito all'altro in modo da formare una sequenza
- ▶ I livelli intermedi prendono il nome di hidden
- ► L'output dei neuroni di un livello diventano l'input dei neuroni del livello successivo

#### Rete Neurale

► Quando si effettua il conteggio dei livelli di una rete non si considera il livello di input

#### Rete Neurale

- ► Quando si effettua il conteggio dei livelli di una rete non si considera il livello di input
- ▶ Una rete a *singolo livello* non presenta livelli hidden

#### Rete Neurale

- ► Quando si effettua il conteggio dei livelli di una rete non si considera il livello di input
- ▶ Una rete a singolo livello non presenta livelli hidden
- ► Per determinare la grandezza di una rete ci si concentra sul numero di neuroni e sui relativi pesi ad essi associati

Livello Fully-Connected

#### **Definizione**

Un livello è di tipo *Fully-Connected* quando i neuroni appartenenti a due livelli adiacenti sono completamente connessi tra loro mentre i neuroni associati ad un singolo livello non condividono nessuna connessione

Livello Fully-Connected

#### **Definizione**

Un livello è di tipo *Fully-Connected* quando i neuroni appartenenti a due livelli adiacenti sono completamente connessi tra loro mentre i neuroni associati ad un singolo livello non condividono nessuna connessione

▶ I pesi dei neuroni di un livello vengono salvati all'interno di matrici

Livello Fully-Connected

### **Definizione**

Un livello è di tipo *Fully-Connected* quando i neuroni appartenenti a due livelli adiacenti sono completamente connessi tra loro mentre i neuroni associati ad un singolo livello non condividono nessuna connessione

- ► I pesi dei neuroni di un livello vengono salvati all'interno di matrici
- ► Le righe della matrice identificano i neuroni del livello mentre le colonne rappresentano i pesi di ciascun neurone

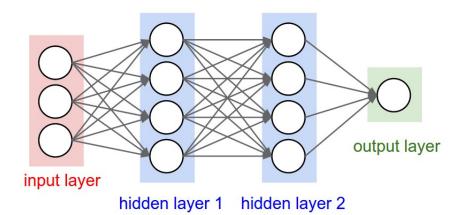
Livello Fully-Connected

### **Definizione**

Un livello è di tipo *Fully-Connected* quando i neuroni appartenenti a due livelli adiacenti sono completamente connessi tra loro mentre i neuroni associati ad un singolo livello non condividono nessuna connessione

- ▶ I pesi dei neuroni di un livello vengono salvati all'interno di matrici
- ► Le righe della matrice identificano i neuroni del livello mentre le colonne rappresentano i pesi di ciascun neurone
- ► La struttura a livelli di una rete neurale consente di facilitare le varie operazioni sfruttando il calcolo matriciale

Livello Fully-Connected



Una rete neurale a 3 livelli

#### **Funzionamento**

#### **Funzionamento**

Il processo di apprendimento di una rete neurale è suddiviso in quattro fasi distinte

► Inizializzazione dei pesi

#### **Funzionamento**

- ► Inizializzazione dei pesi
- ► Forward Propagation

#### **Funzionamento**

- ► Inizializzazione dei pesi
- ► Forward Propagation
- ► Funzione di perdita

#### **Funzionamento**

- ► Inizializzazione dei pesi
- ► Forward Propagation
- ► Funzione di perdita
- ► Back Propagation

Inizializzazione dei pesi

► Al momento della nascita gli esseri umani non sono in grado di discriminare nessun tipo di oggetto a causa del mancato addestramento della loro rete neurale biologica

### Inizializzazione dei pesi

- ► Al momento della nascita gli esseri umani non sono in grado di discriminare nessun tipo di oggetto a causa del mancato addestramento della loro rete neurale biologica
- ▶ Per riprodurre questo comportamento, all'inizio della fase di training, i pesi sinaptici *w<sub>i</sub>* di ciascun livello vengono inizializzati in maniera casuale

**Forward Propagation** 

### **Definizione**

**Forward Propagation** 

### **Definizione**

La Forward Propagation è il meccanismo utilizzato da una rete neurale per associare un'immagine ad una determinata classe

lackbox L'output dei neuroni del livello i viene moltiplicato per la matrice dei pesi del livello i+1 ottenendo il vettore v

**Forward Propagation** 

### **Definizione**

- ightharpoonup L'output dei neuroni del livello i viene moltiplicato per la matrice dei pesi del livello i+1 ottenendo il vettore v
- ▶ Al vettore v viene aggiunto il vettore dei bias del livello i+1

### **Forward Propagation**

### **Definizione**

- ightharpoonup L'output dei neuroni del livello i viene moltiplicato per la matrice dei pesi del livello i+1 ottenendo il vettore v
- ▶ Al vettore v viene aggiunto il vettore dei bias del livello i+1
- ▶ L'output del livello i+1 si ottiene applicando la funzione di attivazione f ad ogni entry del vettore v

### **Forward Propagation**

### **Definizione**

- ightharpoonup L'output dei neuroni del livello i viene moltiplicato per la matrice dei pesi del livello i+1 ottenendo il vettore v
- ▶ Al vettore v viene aggiunto il vettore dei bias del livello i+1
- lackbox L'output del livello i+1 si ottiene applicando la funzione di attivazione f ad ogni entry del vettore v
- ► Le operazioni precedenti sono svolte per tutti i livelli ad eccezione dell'ultimo

Funzione di perdita

## **Definizione**

Funzione di perdita

#### **Definizione**

Una *funzione di perdita L* viene utilizzata per determinare l'errore di classificazione di una rete neurale

▶ La funzione di perdita più usata è la *Mean Squared Error (MSE)*  $L = \frac{1}{2} \sum (y - o)^2$ 

Funzione di perdita

#### **Definizione**

- ▶ La funzione di perdita più usata è la *Mean Squared Error (MSE)*  $L = \frac{1}{2} \sum (y o)^2$
- ▶ y identifica l'output della rete mentre o l'etichetta dell'esempio considerato

Funzione di perdita

#### **Definizione**

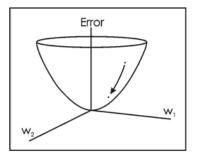
- ▶ La funzione di perdita più usata è la *Mean Squared Error (MSE)*  $L = \frac{1}{2} \sum (y o)^2$
- ▶ y identifica l'output della rete mentre o l'etichetta dell'esempio considerato
- ► Minimizzando la funzione di perdita *L* si riduce l'errore di una rete neurale

Funzione di perdita

#### **Definizione**

- ▶ La funzione di perdita più usata è la *Mean Squared Error (MSE)*  $L = \frac{1}{2} \sum (y o)^2$
- ▶ y identifica l'output della rete mentre o l'etichetta dell'esempio considerato
- ► Minimizzando la funzione di perdita *L* si riduce l'errore di una rete neurale
- ightharpoonup Zalcolando la derivata di L in funzione dei pesi  $w_i$  si individua il minimo globale della funzione di perdita

#### Funzione di perdita



Mean Squared Error (MSE). I pesi  $w_1$  e  $w_2$  sono le variabili indipendenti. La funzione di perdita L è la variabile dipendente

**Back Propagation** 

#### **Definizione**

La  $Back\ Propagation\ è$  il meccanismo utilizzato da una rete neurale per correggere gli errori di classificazione. Si individuano i pesi  $w_i$  che hanno influenzato maggiormente l'errore commesso e si aggiusta il loro valore in modo da ridurre la funzione di perdita

**Back Propagation** 

#### **Definizione**

La Back Propagation è il meccanismo utilizzato da una rete neurale per correggere gli errori di classificazione. Si individuano i pesi  $w_i$  che hanno influenzato maggiormente l'errore commesso e si aggiusta il loro valore in modo da ridurre la funzione di perdita

▶ Per calcolare la derivata della funzione L in funzione dei pesi  $w_i$  viene usata la regola della catena (chain rule)

**Back Propagation** 

#### **Definizione**

La Back Propagation è il meccanismo utilizzato da una rete neurale per correggere gli errori di classificazione. Si individuano i pesi  $w_i$  che hanno influenzato maggiormente l'errore commesso e si aggiusta il loro valore in modo da ridurre la funzione di perdita

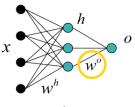
- ▶ Per calcolare la derivata della funzione L in funzione dei pesi  $w_i$  viene usata la regola della catena (chain rule)
- Questa regola viene usata per trovare la derivata di una funzione composta

Aggiornamento dei Pesi e Learning Rate

▶ Il nuovo valore del peso  $w_i$  è dato da  $w_i = w_i - \eta \frac{\partial L}{\partial w_i} = w_i + \Delta w_i$ 

#### Aggiornamento dei Pesi e Learning Rate

- ▶ Il nuovo valore del peso  $w_i$  è dato da  $w_i = w_i \eta \frac{\partial L}{\partial w_i} = w_i + \Delta w_i$
- ▶ Il learning rate  $\eta$  è un parametro usato per controllare la velocità di convergenza della rete al valore minimo. Un learning rate alto comporta step elevati nell'aggiornamento dei pesi, un tempo di esecuzione più basso, ma una maggiore probabilità di terminare in un minimo locale



$$oldsymbol{x} \in \mathbb{R}^{n,1} \quad oldsymbol{w^h} \in \mathbb{R}^{n,m}$$

$$oldsymbol{h} \in \mathbb{R}^{m,1} \quad oldsymbol{w^o} \in \mathbb{R}^{1,m}$$

$$z_j^h = \sum_{i=0}^n w_{ij}^h x_i$$

$$z^o = \sum_{j=0}^m w_j^o h_j$$

$$h_j = f(z_j^h)$$

$$o = f(z^o)$$

#### **Esempio Back Propagation**

$$\frac{\partial L}{\partial w_{i}^{o}} = \frac{\partial L}{\partial o} \cdot \frac{\partial o}{\partial z^{o}} \cdot \frac{\partial z^{o}}{\partial w_{i}}$$

#### **Esempio Back Propagation**

$$\frac{\partial L}{\partial w_i^o} = \frac{\partial L}{\partial o} \cdot \frac{\partial o}{\partial z^o} \cdot \frac{\partial z^o}{\partial w_j}$$

$$\frac{\partial L}{\partial o} = \frac{\partial}{\partial o} \left[ \frac{1}{2} (y - o)^2 \right] = -(y - o)$$

#### **Esempio Back Propagation**

$$\frac{\partial L}{\partial w_i^o} = \frac{\partial L}{\partial o} \cdot \frac{\partial o}{\partial z^o} \cdot \frac{\partial z^o}{\partial w_j}$$

$$\frac{\partial L}{\partial o} = \frac{\partial}{\partial o} \left[ \frac{1}{2} (y - o)^2 \right] = -(y - o)$$

#### **Esempio Back Propagation**

$$\frac{\partial L}{\partial w_j^o} = \frac{\partial L}{\partial o} \cdot \frac{\partial o}{\partial z^o} \cdot \frac{\partial z^o}{\partial w_j}$$

$$\frac{\partial L}{\partial o} = \frac{\partial}{\partial o} \left[ \frac{1}{2} (y - o)^2 \right] = -(y - o)$$

#### **Esempio Back Propagation**

lacktriangle Derivata della funzione L in funzione del peso  $w_j^o$ 

$$\frac{\partial L}{\partial w_j^o} = -(y - o) \cdot f'(z^o) \cdot h_j = -\delta_j^o h_j$$

#### **Esempio Back Propagation**

lacktriangle Derivata della funzione L in funzione del peso  $w_j^o$ 

$$\frac{\partial L}{\partial w_j^o} = -(y - o) \cdot f'(z^o) \cdot h_j = -\delta_j^o h_j$$

lacktriangle Aggiornamento del peso  $w_j^o$ 

$$\Delta w_j^o = \eta \delta_j^o h_j$$



$$\frac{\partial L}{\partial w_{ij}^h} = \frac{\partial L}{\partial o} \cdot \frac{\partial o}{\partial z^o} \cdot \frac{\partial z^o}{\partial h_j} \cdot \frac{\partial h_j}{\partial z_j^h} \cdot \frac{\partial z_j^h}{\partial w_{ij}^h}$$

$$\frac{\partial L}{\partial o} = \frac{\partial}{\partial o} [\frac{1}{2} (y - o)^2] = -(y - o)$$

$$\frac{\partial L}{\partial o} = \frac{\partial}{\partial o} \left[ \frac{1}{2} (y - o)^2 \right] = -(y - o)$$

$$\frac{\partial o}{\partial z^o} = f'(z^o)$$

$$\frac{\partial L}{\partial o} = \frac{\partial}{\partial o} \left[ \frac{1}{2} (y - o)^2 \right] = -(y - o)$$

$$\frac{\partial o}{\partial z^o} = f'(z^o)$$

$$\frac{\partial z^o}{\partial h_j} = w_j^o$$

$$\frac{\partial L}{\partial o} = \frac{\partial}{\partial o} \left[ \frac{1}{2} (y - o)^2 \right] = -(y - o)$$

$$\frac{\partial o}{\partial z^o} = f'(z^o)$$

$$\frac{\partial z^o}{\partial h_j} = w_j^o$$

$$\frac{\partial h_j}{\partial z_j^h} = f'(z_j^h)$$

$$\frac{\partial L}{\partial o} = \frac{\partial}{\partial o} \left[ \frac{1}{2} (y - o)^2 \right] = -(y - o)$$

$$\frac{\partial o}{\partial z^o} = f'(z^o)$$

$$\frac{\partial z^o}{\partial h_j} = w_j^o$$

$$\frac{\partial h_j}{\partial z_j^h} = f'(z_j^h)$$

$$\frac{\partial z_j^h}{\partial w_{ij}^h} = x_i$$

#### **Esempio Back Propagation**

▶ Derivata della funzione L in funzione del peso  $w_{ij}^h$ 

$$\frac{\partial L}{\partial w_{ij}^h} = -(y - o) \cdot f'(z^o) \cdot w_j^o \cdot f'(z_j^h) \cdot x_i = -\delta_j^h x_i$$

#### **Esempio Back Propagation**

lacktriangle Derivata della funzione L in funzione del peso  $w_{ij}^h$ 

$$\frac{\partial L}{\partial w_{ij}^h} = -(y - o) \cdot f'(z^o) \cdot w_j^o \cdot f'(z_j^h) \cdot x_i = -\delta_j^h x_i$$

ightharpoonup Aggiornamento del peso  $w_{ij}^h$ 

$$\Delta w_{ij}^h = \eta \delta_j^h x_i$$

Rete Neurale Convoluzionale

Una Rete Neurale Convoluzionale si differenzia da una più classica in quanto assume che l'input della rete sia un'immagine

# Implementazione della Rete

## Analisi dei Risultati