Implementazione di una Rete Convoluzionale in CUDA

Michele Valsesia

Nicholas Aspes

Anno accademico 2018/2019

Introduzione

Obiettivi

- Descrivere brevemente l'architettura ed il funzionamento di una *Rete Neurale*

Introduzione

Obiettivi

- Descrivere brevemente l'architettura ed il funzionamento di una *Rete Neurale*

- Motivare le differenti scelte implementative adottate durante lo svolgimento del progetto

Introduzione

Obiettivi

- Descrivere brevemente l'architettura ed il funzionamento di una *Rete Neurale*
- Motivare le differenti scelte implementative adottate durante lo svolgimento del progetto
- Valutare l'accuratezza e lo speed-up della rete rispetto ad una sua implementazione sequenziale

Reti Neurali

Reti Neurali

Scopo

- Le *Reti Neurali* vengono principalmente usate per la classificazione di immagini

Reti Neurali

Scopo

- Le *Reti Neurali* vengono principalmente usate per la classificazione di immagini

- Il processo di classificazione consiste nell'assegnare ad un immagine un'etichetta che identifichi nel miglior modo possibile il suo contenuto semantico

Reti Neurali

Scopo

- Le *Reti Neurali* vengono principalmente usate per la classificazione di immagini
- Il processo di classificazione consiste nell'assegnare ad un immagine un'etichetta che identifichi nel miglior modo possibile il suo contenuto semantico
- L'insieme delle immagini che hanno tutte la stessa etichetta costituiscono una *classe*

Reti Neurali

Scopo

- Le *Reti Neurali* vengono principalmente usate per la classificazione di immagini
- Il processo di classificazione consiste nell'assegnare ad un immagine un'etichetta che identifichi nel miglior modo possibile il suo contenuto semantico
- L'insieme delle immagini che hanno tutte la stessa etichetta costituiscono una *classe*
- Le reti neurali ricevono in input un'immagine e forniscono in output la relativa classe

Reti Neurali

Funzionamento

- Una rete neurale deve *apprendere* come assegnare correttamente le immagini alle varie classi

Reti Neurali

Funzionamento

- Una rete neurale deve *apprendere* come assegnare correttamente le immagini alle varie classi
- Un *esempio* è una coppia (immagine, etichetta)

Reti Neurali

Funzionamento

- Una rete neurale deve *apprendere* come assegnare correttamente le immagini alle varie classi
- Un *esempio* è una coppia (immagine, etichetta)
- Un team di persone valuta il contenuto semantico di ciascuna immagine e assegna all'esempio l'etichetta corrispondente

Reti Neurali

Funzionamento

- Una rete neurale deve *apprendere* come assegnare correttamente le immagini alle varie classi
- Un *esempio* è una coppia (immagine, etichetta)
- Un team di persone valuta il contenuto semantico di ciascuna immagine e assegna all'esempio l'etichetta corrispondente
- Il *training set* ed il *test set* sono insiemi di esempi

Reti Neurali

Funzionamento

- Una rete neurale deve *apprendere* come assegnare correttamente le immagini alle varie classi
- Un *esempio* è una coppia (immagine, etichetta)
- Un team di persone valuta il contenuto semantico di ciascuna immagine e assegna all'esempio l'etichetta corrispondente
- Il *training set* ed il *test set* sono insiemi di esempi
- Il training set viene usato per l'addestramento (training) della rete

Reti Neurali

Funzionamento

- Una rete neurale deve *apprendere* come assegnare correttamente le immagini alle varie classi
- Un *esempio* è una coppia (immagine, etichetta)
- Un team di persone valuta il contenuto semantico di ciascuna immagine e assegna all'esempio l'etichetta corrispondente
- Il *training set* ed il *test set* sono insiemi di esempi
- Il training set viene usato per l'addestramento (training) della rete
- Il test set serve a controllare che la rete abbia imparato a discriminare correttamente le immagini

Reti Neurali

Training

- Per ognuno degli esempi del training set

Reti Neurali

Training

- Per ognuno degli esempi del training set
  - La rete riceve in input l'immagine relativa all'esempio considerato e l'associa ad una delle classi presenti

Reti Neurali

Training

- Per ognuno degli esempi del training set
  - La rete riceve in input l'immagine relativa all'esempio considerato e l'associa ad una delle classi presenti
  - Se la classe in output è diversa dall'etichetta dell'esempio, la rete corregge i suoi parametri interni e passa all'immagine successiva

Reti Neurali

Testing

- L'*accuratezza* della rete è data dal rapporto tra il numero di esempi classificati scorrettamente ed il numero totale di esempi

Reti Neurali

Testing

- L'*accuratezza* della rete è data dal rapporto tra il numero di esempi classificati scorrettamente ed il numero totale di esempi

- Per ognuno degli esempi del test set

Reti Neurali

Testing

- L'*accuratezza* della rete è data dal rapporto tra il numero di esempi classificati scorrettamente ed il numero totale di esempi

- Per ognuno degli esempi del test set

  - La rete riceve in input l'immagine dell'esempio considerato e l'associa ad una delle classi presenti

Reti Neurali

Testing

- L'*accuratezza* della rete è data dal rapporto tra il numero di esempi classificati scorrettamente ed il numero totale di esempi

- Per ognuno degli esempi del test set
  - La rete riceve in input l'immagine dell'esempio considerato e l'associa ad una delle classi presenti
  - Ogni volta che l'output della rete non corrisponde all'etichetta dell'esempio viene incrementato un contatore, necessario per il calcolo dell'accuratezza

Reti Neurali

Significato Biologico

- Le *Reti Neurali* nascono con lo scopo di modellare una rete neurale biologica

Reti Neurali

Significato Biologico

- Le *Reti Neurali* nascono con lo scopo di modellare una rete neurale biologica

- Una rete neurale biologica si compone di unità cellulari di base: i *neuroni*

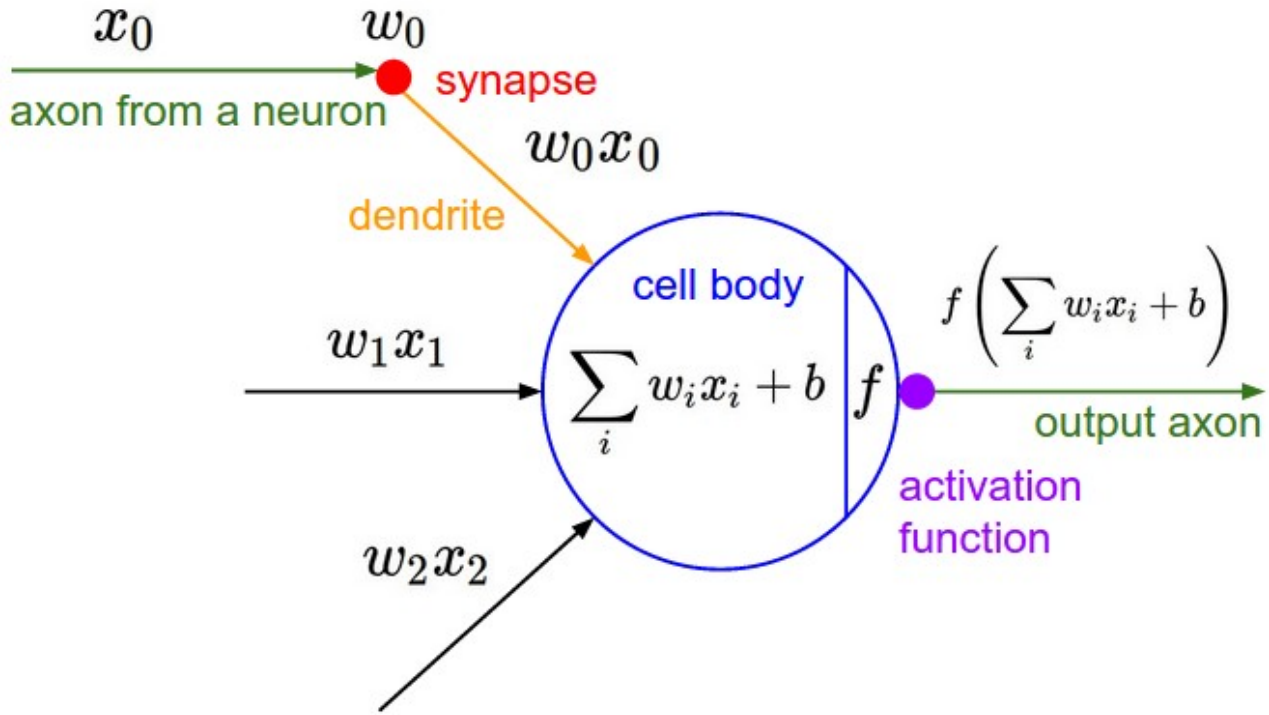
Reti Neurali

Significato Biologico

- Le *Reti Neurali* nascono con lo scopo di modellare una rete neurale biologica
- Una rete neurale biologica si compone di unità cellulari di base: i *neuroni*
- I neuroni sono collegati tra loro per mezzo di specifiche giunture chiamate *sinapsi*

Reti Neurali

Neurone



Modello matematico di un neurone

Reti Neurali

Funzionamento Neurone

- Attraverso un meccanismo di eccitazione ed inibizione i pesi sinaptici controllano quanto un neurone sia influenzato dagli altri

Reti Neurali

Funzionamento Neurone

- Attraverso un meccanismo di eccitazione ed inibizione i pesi sinaptici controllano quanto un neurone sia influenzato dagli altri

- I segnali in ingresso al neurone vengono pesati dalle differenti sinapsi, trasportati dai dendriti all'interno del corpo cellulare e sommati tra loro

Reti Neurali

Funzionamento Neurone

- Attraverso un meccanismo di eccitazione ed inibizione i pesi sinaptici controllano quanto un neurone sia influenzato dagli altri
- I segnali in ingresso al neurone vengono pesati dalle differenti sinapsi, trasportati dai dendriti all'interno del corpo cellulare e sommati tra loro
- Quando la somma supera una certa soglia, il neurone *spara* un segnale lungo l'assone

Reti Neurali

Funzionamento Neurone

- Attraverso un meccanismo di eccitazione ed inibizione i pesi sinaptici controllano quanto un neurone sia influenzato dagli altri
- I segnali in ingresso al neurone vengono pesati dalle differenti sinapsi, trasportati dai dendriti all'interno del corpo cellulare e sommati tra loro
- Quando la somma supera una certa soglia, il neurone *spara* un segnale lungo l'assone
- La *frequenza di sparo* del neurone viene modellata con una funzione di attivazione f

Reti Neurali

Funzioni di Attivazione

Definizione

Una *funzione di attivazione* è una funzione matematica non lineare che viene usata per calcolare l'output di un neurone. Il suo input è dato dalla somma pesata dei segnali in ingresso al neurone

Reti Neurali

Funzioni di Attivazione

Definizione

Una *funzione di attivazione* è una funzione matematica non lineare che viene usata per calcolare l'output di un neurone. Il suo input è dato dalla somma pesata dei segnali in ingresso al neurone

- *Rectifier Linear Unit*

Reti Neurali

Funzioni di Attivazione

Definizione

Una *funzione di attivazione* è una funzione matematica non lineare che viene usata per calcolare l'output di un neurone. Il suo input è dato dalla somma pesata dei segnali in ingresso al neurone

- *Rectifier Linear Unit*
- *Sigmoide*

Reti Neurali

Funzioni di Attivazione

Definizione

Una *funzione di attivazione* è una funzione matematica non lineare che viene usata per calcolare l'output di un neurone. Il suo input è dato dalla somma pesata dei segnali in ingresso al neurone

- *Rectifier Linear Unit*
- *Sigmoide*
- *Tangente Iperbolica*

Reti Neurali

Funzioni di Attivazione

Definizione

Una *funzione di attivazione* è una funzione matematica non lineare che viene usata per calcolare l'output di un neurone. Il suo input è dato dalla somma pesata dei segnali in ingresso al neurone

- *Rectifier Linear Unit*
- *Sigmoide*
- *Tangente Iperbolica*
- *Softplus*

Reti Neurali

Rectifier Linear Unit

Definizione

La *Rectifier Linear Unit (ReLU)* $r : \mathbb{R} \to [0, +\infty)$ è definita come $r(x) = \max(0, x)$

Reti Neurali

Rectifier Linear Unit

Definizione

La *Rectifier Linear Unit (ReLU)* $r : \mathbb{R} \to [0, +\infty)$ è definita come $r(x) = \max(0, x)$

- Si differenzia da una funzione di tipo lineare per metà del suo dominio in quanto $\forall x < 0, max(0, x) = 0$

Reti Neurali

Rectifier Linear Unit

Definizione

La *Rectifier Linear Unit (ReLU)* $r : \mathbb{R} \to [0, +\infty)$ è definita come $r(x) = \max(0, x)$

- Si differenzia da una funzione di tipo lineare per metà del suo dominio in quanto $\forall x < 0, max(0, x) = 0$
- Presenta un punto di discontinuità in $x = 0$

Reti Neurali

Rectifier Linear Unit

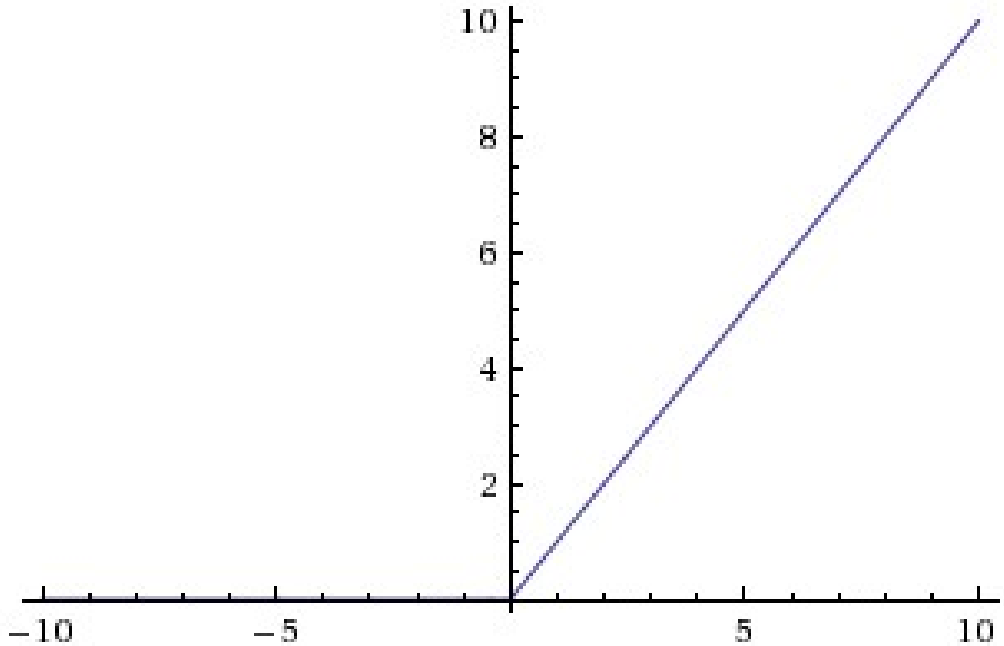
Definizione

La *Rectifier Linear Unit (ReLU)* $r : \mathbb{R} \to [0, +\infty)$ è definita come $r(x) = \max(0, x)$

- Si differenzia da una funzione di tipo lineare per metà del suo dominio in quanto $\forall x < 0, max(0, x) = 0$
- Presenta un punto di discontinuità in $x = 0$
- La sua derivata è pari a $\mathbb{1}(x \geq 0)$

Reti Neurali

Rectifier Linear Unit



Rappresentazione grafica ReLU

Reti Neurali

Sigmoide

Definizione

La *Sigmoide* $\sigma : \mathbb{R} \to [0, 1]$ è definita come $\sigma(x) = \frac{1}{(1+e^{-x})}$

Reti Neurali

Sigmoide

Definizione

La *Sigmoide* $\sigma : \mathbb{R} \to [0, 1]$ è definita come $\sigma(x) = \frac{1}{(1+e^{-x})}$

- Per elevati valori negativi di input la sigmoide restituisce 0: il neurone non spara affatto

Reti Neurali

Sigmoide

Definizione

La *Sigmoide* $\sigma : \mathbb{R} \to [0, 1]$ è definita come $\sigma(x) = \frac{1}{(1+e^{-x})}$

- Per elevati valori negativi di input la sigmoide restituisce 0: il neurone non spara affatto
- Per elevati valori positivi la sigmoide restituisce 1: il neurone satura e spara con frequenza di sparo pari a 1

Reti Neurali

Sigmoide

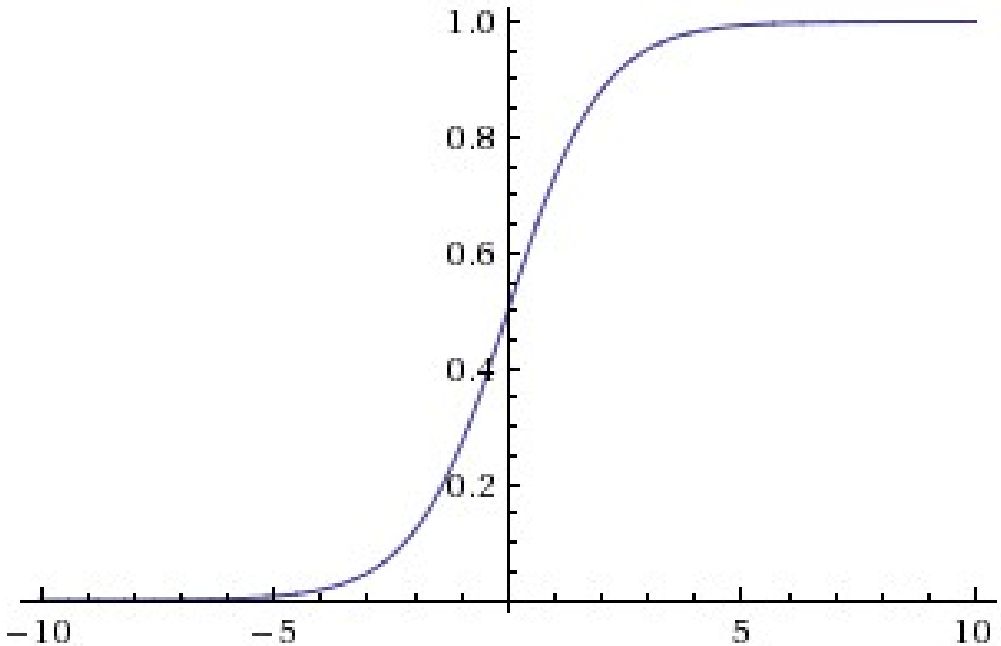
Definizione

La *Sigmoide* $\sigma : \mathbb{R} \to [0, 1]$ è definita come $\sigma(x) = \frac{1}{(1+e^{-x})}$

- Per elevati valori negativi di input la sigmoide restituisce 0: il neurone non spara affatto
- Per elevati valori positivi la sigmoide restituisce 1: il neurone satura e spara con frequenza di sparo pari a 1
- La sua derivata è uguale a $\sigma'(x) = \sigma(x)(1 - \sigma(x))$

Reti Neurali

Sigmoide



Rappresentazione grafica Sigmoide

Reti Neurali

Tangente Iperbolica

Definizione

La *Tangente Iperbolica* $\tanh : \mathbb{R} \to [-1, 1]$ è definita come $\tanh(x) = 2\sigma(2x) - 1$

Reti Neurali

Tangente Iperbolica

Definizione

La *Tangente Iperbolica* $\tanh : \mathbb{R} \to [-1, 1]$ è definita come $\tanh(x) = 2\sigma(2x) - 1$

- La tangente iperbolica è una sigmoide scalata

Reti Neurali

Tangente Iperbolica

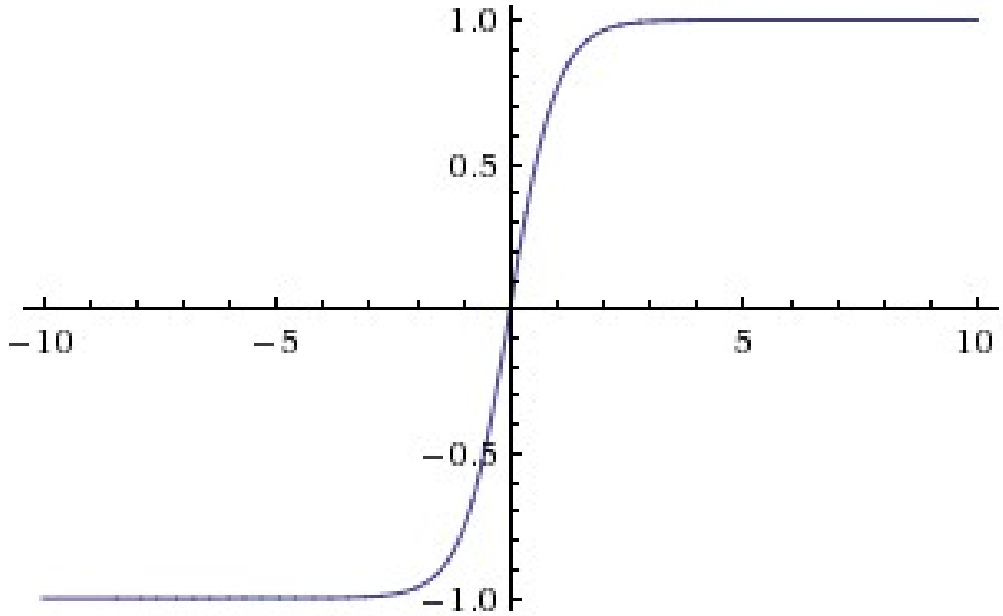
Definizione

La *Tangente Iperbolica* $\tanh : \mathbb{R} \to [-1, 1]$ è definita come $\tanh(x) = 2\sigma(2x) - 1$

- La tangente iperbolica è una sigmoide scalata
- La sua derivata è uguale a $\tanh'(x) = 1 - \tanh^2(x)$

Reti Neurali

Tangente Iperbolica



Rappresentazione grafica Tangente Iperbolica

Reti Neurali

Softplus

Definizione

La *Softplus* $s : \mathbb{R} \to (0, +\infty)$ è definita come $s(x) = \log(1 + e^x)$

Reti Neurali

Softplus

Definizione

La *Softplus* $s : \mathbb{R} \to (0, +\infty)$ è definita come $s(x) = \log(1 + e^x)$

- La softplus è una buona approssimazione della ReLU

Reti Neurali

Softplus

Definizione

La *Softplus* $s : \mathbb{R} \to (0, +\infty)$ è definita come $s(x) = \log(1 + e^x)$

- La softplus è una buona approssimazione della ReLU
- Viene solitamente usata per sostituire la ReLU perché non presenta punti di discontinuità

Reti Neurali

Softplus

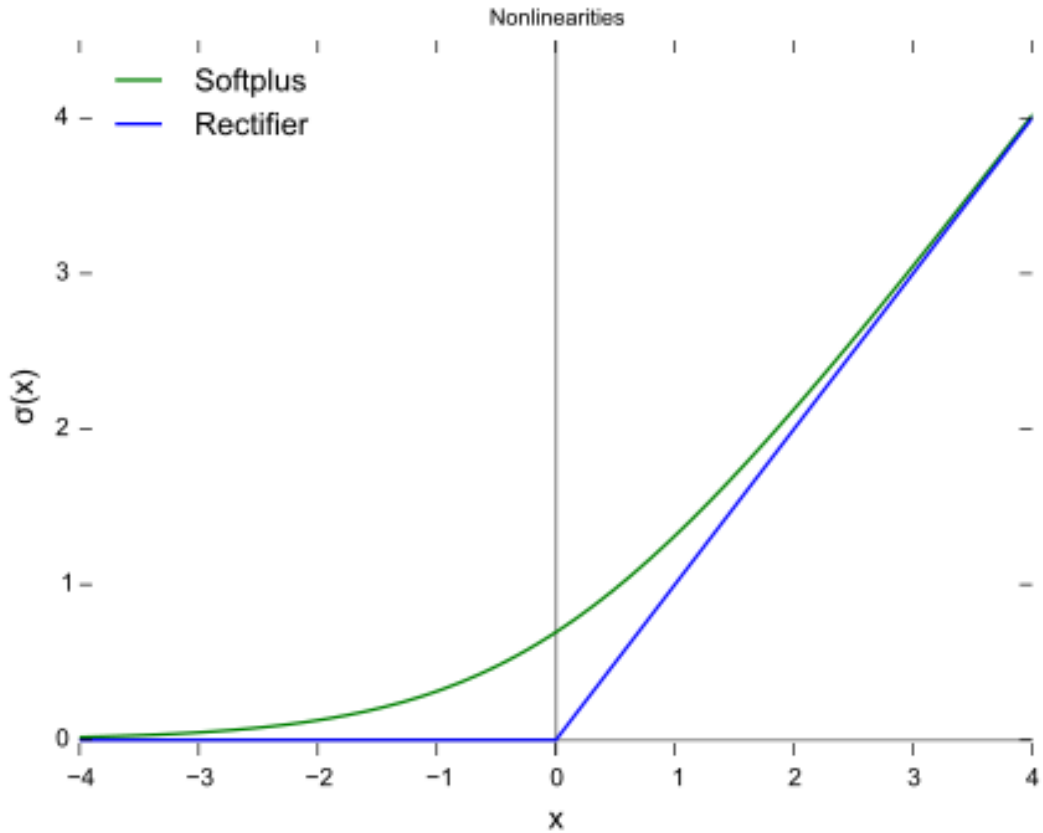
Definizione

La *Softplus* $s : \mathbb{R} \to (0, +\infty)$ è definita come $s(x) = \log(1 + e^x)$

- La softplus è una buona approssimazione della ReLU
- Viene solitamente usata per sostituire la ReLU perché non presenta punti di discontinuità
- La sua derivata è uguale a $s'(x) = \frac{1}{(1+e^{-x})}$

Reti Neurali

Softplus



Confronto grafico tra ReLU e Softplus

Reti Neurali

Rete Neurale

Definizione

Una *Rete Neurale* è composta da un insieme di neuroni connessi tra loro in un grafo aciclico

Reti Neurali

Rete Neurale

Definizione

Una *Rete Neurale* è composta da un insieme di neuroni connessi tra loro in un grafo aciclico

- I neuroni sono organizzati in insiemi distinti chiamati *livelli* o *layer*

Reti Neurali

Rete Neurale

Definizione

Una *Rete Neurale* è composta da un insieme di neuroni connessi tra loro in un grafo aciclico

- I neuroni sono organizzati in insiemi distinti chiamati *livelli* o *layer*
- I livelli sono posti uno di seguito all'altro in modo da formare una sequenza

Reti Neurali

Rete Neurale

Definizione

Una *Rete Neurale* è composta da un insieme di neuroni connessi tra loro in un grafo aciclico

- I neuroni sono organizzati in insiemi distinti chiamati *livelli* o *layer*
- I livelli sono posti uno di seguito all'altro in modo da formare una sequenza
- I livelli intermedi prendono il nome di *hidden*

Reti Neurali

Rete Neurale

Definizione

Una *Rete Neurale* è composta da un insieme di neuroni connessi tra loro in un grafo aciclico

- I neuroni sono organizzati in insiemi distinti chiamati *livelli* o *layer*
- I livelli sono posti uno di seguito all'altro in modo da formare una sequenza
- I livelli intermedi prendono il nome di *hidden*
- L'output dei neuroni di un livello diventano l'input dei neuroni del livello successivo

Reti Neurali

Rete Neurale

- Quando si effettua il conteggio dei livelli di una rete non si considera il livello di input

Reti Neurali

Rete Neurale

- Quando si effettua il conteggio dei livelli di una rete non si considera il livello di input

- Una rete a *singolo livello* non presenta livelli hidden

Reti Neurali

Rete Neurale

- Quando si effettua il conteggio dei livelli di una rete non si considera il livello di input
- Una rete a *singolo livello* non presenta livelli hidden
- Per determinare la grandezza di una rete ci si concentra sul numero di neuroni e sui relativi pesi ad essi associati

Reti Neurali

Livello Fully-Connected

Definizione

Un livello è di tipo *Fully-Connected* quando i neuroni appartenenti a due livelli adiacenti sono completamente connessi tra loro mentre i neuroni associati ad un singolo livello non condividono nessuna connessione

Reti Neurali

Livello Fully-Connected

Definizione

Un livello è di tipo *Fully-Connected* quando i neuroni appartenenti a due livelli adiacenti sono completamente connessi tra loro mentre i neuroni associati ad un singolo livello non condividono nessuna connessione

- I pesi dei neuroni di ciascun livello sono salvati all'interno di matrici

Reti Neurali

Livello Fully-Connected

Definizione

Un livello è di tipo *Fully-Connected* quando i neuroni appartenenti a due livelli adiacenti sono completamente connessi tra loro mentre i neuroni associati ad un singolo livello non condividono nessuna connessione

- I pesi dei neuroni di ciascun livello sono salvati all'interno di matrici
- Le righe di una matrice identificano i neuroni del livello mentre le colonne contengono i pesi di ciascun neurone

Reti Neurali

Livello Fully-Connected

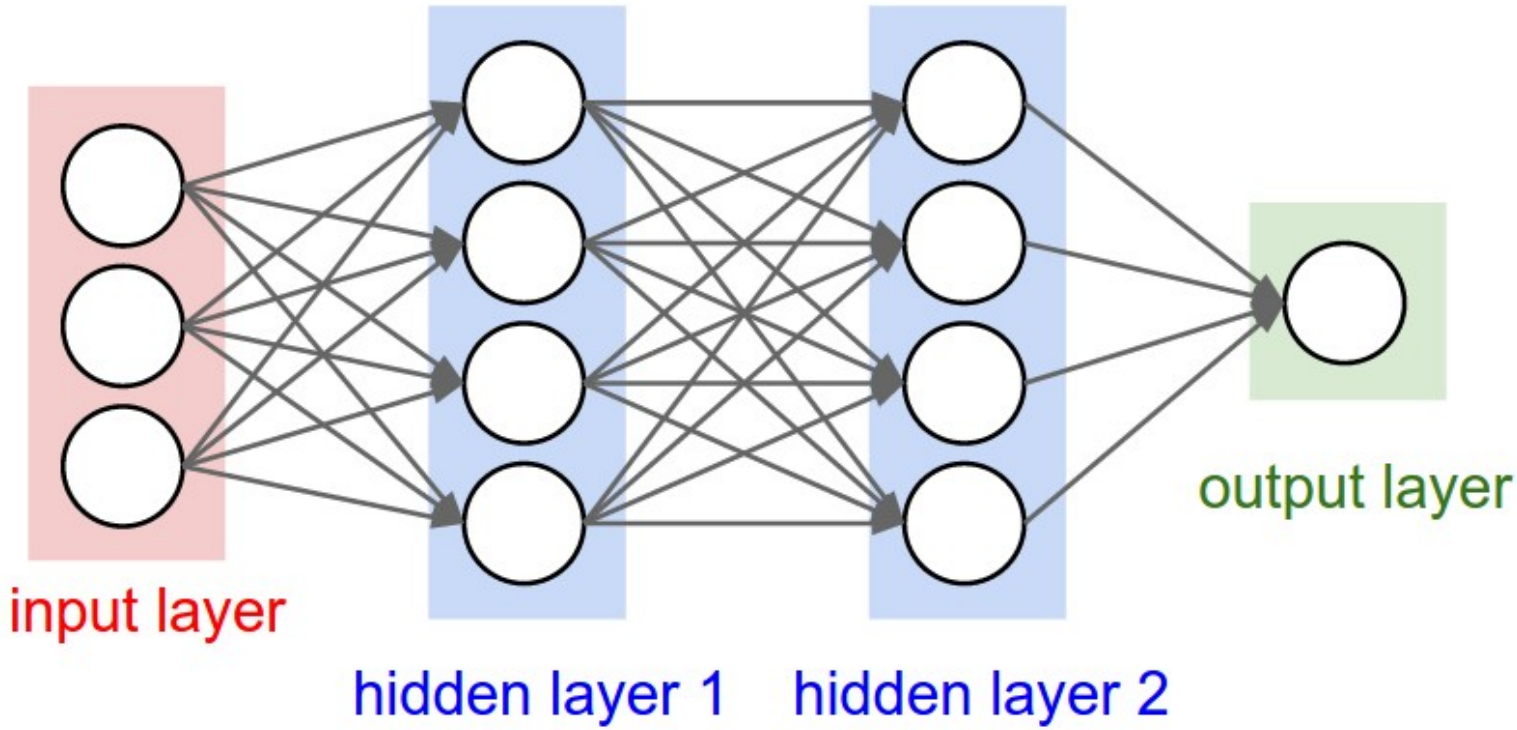
Definizione

Un livello è di tipo *Fully-Connected* quando i neuroni appartenenti a due livelli adiacenti sono completamente connessi tra loro mentre i neuroni associati ad un singolo livello non condividono nessuna connessione

- I pesi dei neuroni di ciascun livello sono salvati all'interno di matrici
- Le righe di una matrice identificano i neuroni del livello mentre le colonne contengono i pesi di ciascun neurone
- La struttura a livelli di una rete neurale permette di sfruttare le potenzialità del calcolo matriciale

Reti Neurali

Livello Fully-Connected



Una rete neurale a 3 livelli

Reti Neurali

Funzionamento

Il processo di apprendimento di una rete neurale è suddiviso in quattro fasi distinte

Reti Neurali

Funzionamento

Il processo di apprendimento di una rete neurale è suddiviso in quattro fasi distinte

- *Inizializzazione dei pesi*

Reti Neurali

Funzionamento

Il processo di apprendimento di una rete neurale è suddiviso in quattro fasi distinte

- *Inizializzazione dei pesi*
- *Forward Propagation*

Reti Neurali

Funzionamento

Il processo di apprendimento di una rete neurale è suddiviso in quattro fasi distinte

- *Inizializzazione dei pesi*
- *Forward Propagation*
- *Calcolo della Funzione di Perdita*

Reti Neurali

Funzionamento

Il processo di apprendimento di una rete neurale è suddiviso in quattro fasi distinte

- *Inizializzazione dei pesi*
- *Forward Propagation*
- *Calcolo della Funzione di Perdita*
- *Back Propagation*

Reti Neurali

Inizializzazione dei pesi

- Al momento della nascita gli esseri umani non sono in grado di discriminare nessun tipo di oggetto a causa del mancato addestramento della loro rete neurale biologica

Reti Neurali

Inizializzazione dei pesi

- Al momento della nascita gli esseri umani non sono in grado di discriminare nessun tipo di oggetto a causa del mancato addestramento della loro rete neurale biologica

- Per riprodurre questo comportamento, all'inizio della fase di training, i pesi sinaptici w_i di ciascun livello vengono inizializzati in maniera casuale

Reti Neurali

Forward Propagation

Definizione

La *Forward Propagation* è il meccanismo utilizzato da una rete neurale per associare un'immagine ad una determinata classe

Reti Neurali

Forward Propagation

Definizione

La *Forward Propagation* è il meccanismo utilizzato da una rete neurale per associare un'immagine ad una determinata classe

- L'output dei neuroni del livello i viene moltiplicato per la matrice dei pesi del livello $i + 1$ ottenendo il vettore v

Reti Neurali

Forward Propagation

Definizione

La *Forward Propagation* è il meccanismo utilizzato da una rete neurale per associare un'immagine ad una determinata classe

- L'output dei neuroni del livello i viene moltiplicato per la matrice dei pesi del livello $i + 1$ ottenendo il vettore v
- Al vettore v viene aggiunto il vettore dei bias del livello $i + 1$

Reti Neurali

Forward Propagation

Definizione

La *Forward Propagation* è il meccanismo utilizzato da una rete neurale per associare un'immagine ad una determinata classe

- L'output dei neuroni del livello i viene moltiplicato per la matrice dei pesi del livello $i+1$ ottenendo il vettore v
- Al vettore v viene aggiunto il vettore dei bias del livello $i+1$
- L'output del livello $i+1$ si ottiene applicando la funzione di attivazione f ad ogni entry del vettore v

Reti Neurali

Forward Propagation

Definizione

La *Forward Propagation* è il meccanismo utilizzato da una rete neurale per associare un'immagine ad una determinata classe

- L'output dei neuroni del livello i viene moltiplicato per la matrice dei pesi del livello $i+1$ ottenendo il vettore v
- Al vettore v viene aggiunto il vettore dei bias del livello $i+1$
- L'output del livello $i+1$ si ottiene applicando la funzione di attivazione f ad ogni entry del vettore v
- Le operazioni precedenti sono svolte per tutti i livelli ad eccezione dell'ultimo

Reti Neurali

Calcolo della funzione di perdita

Definizione

Una *funzione di perdita* L viene utilizzata per determinare l'errore di classificazione di una rete neurale

Reti Neurali

Calcolo della funzione di perdita

Definizione

Una *funzione di perdita* L viene utilizzata per determinare l'errore di classificazione di una rete neurale

- La funzione di perdita più usata è la *Mean Squared Error (MSE)* $L = \frac{1}{2}\sum(y - o)^2$

Reti Neurali

Calcolo della funzione di perdita

Definizione

Una *funzione di perdita* L viene utilizzata per determinare l'errore di classificazione di una rete neurale

- La funzione di perdita più usata è la *Mean Squared Error (MSE)* $L = \frac{1}{2}\sum(y - o)^2$
- y identifica l'output della rete mentre o l'etichetta dell'esempio considerato

Reti Neurali

Calcolo della funzione di perdita

Definizione

Una *funzione di perdita* L viene utilizzata per determinare l'errore di classificazione di una rete neurale

- La funzione di perdita più usata è la *Mean Squared Error (MSE)* $L = \frac{1}{2}\sum(y - o)^2$
- y identifica l'output della rete mentre o l'etichetta dell'esempio considerato
- Minimizzando la funzione di perdita L si riduce l'errore di una rete neurale

Reti Neurali

Calcolo della funzione di perdita

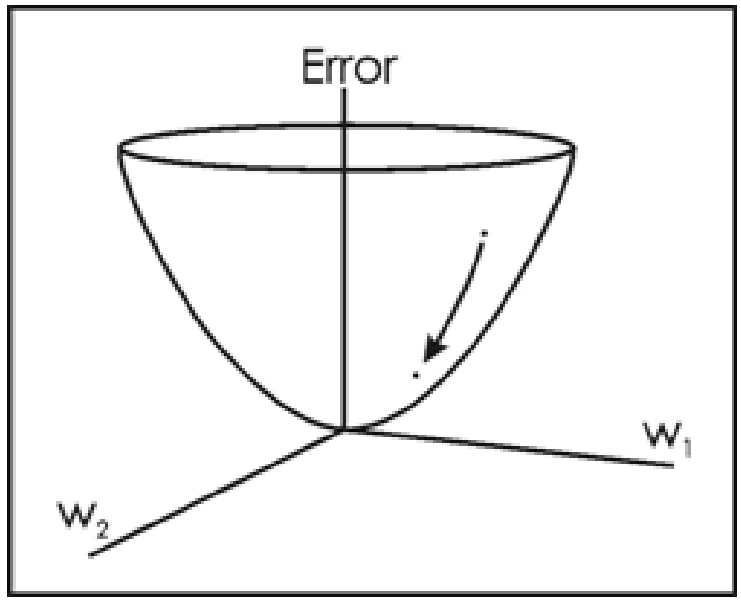
Definizione

Una *funzione di perdita* L viene utilizzata per determinare l'errore di classificazione di una rete neurale

- La funzione di perdita più usata è la *Mean Squared Error (MSE)* $L = \frac{1}{2}\sum(y - o)^2$
- y identifica l'output della rete mentre o l'etichetta dell'esempio considerato
- Minimizzando la funzione di perdita L si riduce l'errore di una rete neurale
- Calcolando la derivata di L in funzione dei pesi w_i si individua il minimo globale della funzione di perdita

Reti Neurali

Funzione di perdita



Mean Squared Error (MSE). I pesi w_1 e w_2 sono le variabili indipendenti. La funzione di perdita L è la variabile dipendente

Reti Neurali

Back Propagation

Definizione

La *Back Propagation* è il meccanismo utilizzato da una rete neurale per correggere gli errori di classificazione. Vengono individuati i pesi w_i che hanno influenzato maggiormente l'errore commesso e viene aggiornato il loro valore in modo da ridurre la funzione di perdita

Reti Neurali

Back Propagation

Definizione

La *Back Propagation* è il meccanismo utilizzato da una rete neurale per correggere gli errori di classificazione. Vengono individuati i pesi w_i che hanno influenzato maggiormente l'errore commesso e viene aggiornato il loro valore in modo da ridurre la funzione di perdita

- Per calcolare la derivata della funzione L in funzione dei pesi w_i viene usata la *regola della catena (chain rule)*

Reti Neurali

Back Propagation

Definizione

La *Back Propagation* è il meccanismo utilizzato da una rete neurale per correggere gli errori di classificazione. Vengono individuati i pesi w_i che hanno influenzato maggiormente l'errore commesso e viene aggiornato il loro valore in modo da ridurre la funzione di perdita

- Per calcolare la derivata della funzione L in funzione dei pesi w_i viene usata la *regola della catena (chain rule)*
- Questa regola è usata per trovare la derivata di una funzione composta

Reti Neurali

Aggiornamento dei Pesi e Learning Rate

- Il nuovo valore del peso w_i è dato dalla regola di aggiornamento $w_i = w_i - \eta \frac{\partial L}{\partial w_i} = w_i + \Delta w_i$

Reti Neurali

Aggiornamento dei Pesi e Learning Rate

- Il nuovo valore del peso w_i è dato dalla regola di aggiornamento $w_i = w_i - \eta \frac{\partial L}{\partial w_i} = w_i + \Delta w_i$

- Il *learning rate* η è un parametro usato per controllare la velocità di aggiornamento dei pesi

Reti Neurali

Aggiornamento dei Pesi e Learning Rate

- Il nuovo valore del peso w_i è dato dalla regola di aggiornamento $w_i = w_i - \eta \frac{\partial L}{\partial w_i} = w_i + \Delta w_i$
- Il *learning rate* η è un parametro usato per controllare la velocità di aggiornamento dei pesi
- Un learning rate alto comporta aggiornamenti rapidi, un tempo di esecuzione più basso, ma una maggiore probabilità di terminare in un minimo locale

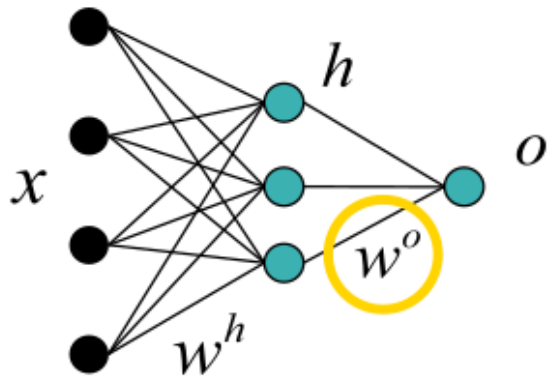
Reti Neurali

Aggiornamento dei Pesi e Learning Rate

- Il nuovo valore del peso w_i è dato dalla regola di aggiornamento $w_i = w_i - \eta \frac{\partial L}{\partial w_i} = w_i + \Delta w_i$
- Il *learning rate* η è un parametro usato per controllare la velocità di aggiornamento dei pesi
- Un learning rate alto comporta aggiornamenti rapidi, un tempo di esecuzione più basso, ma una maggiore probabilità di terminare in un minimo locale
- Al contrario, un basso learning rate riduce la probabilità di terminare in un minimo locale, ma i tempi di esecuzione si allungano notevolmente

Reti Neurali

Esempio Back Propagation



$$\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^{n,1} \quad \boldsymbol{w^h} \in \mathbb{R}^{n,m}$$

$$\boldsymbol{h} \in \mathbb{R}^{m,1} \quad \boldsymbol{w^o} \in \mathbb{R}^{1,m}$$

$$z_j^h = \sum_{i=0}^{n} w_{ij}^h x_i \qquad z^o = \sum_{j=0}^{m} w_j^o h_j$$

$$h_j = f(z_j^h) \qquad o = f(z^o)$$

Reti Neurali

Esempio Back Propagation

- Derivata della funzione L in funzione del peso w_j^o

$$\frac{\partial L}{\partial w_j^o} = \frac{\partial L}{\partial o} \cdot \frac{\partial o}{\partial z^o} \cdot \frac{\partial z^o}{\partial w_j}$$

Reti Neurali

Esempio Back Propagation

- Derivata della funzione L in funzione del peso w_j^o

$$\frac{\partial L}{\partial w_j^o} = \frac{\partial L}{\partial o} \cdot \frac{\partial o}{\partial z^o} \cdot \frac{\partial z^o}{\partial w_j}$$

  - $\frac{\partial L}{\partial o} = \frac{\partial}{\partial o}\left[\frac{1}{2}(y-o)^2\right] = -(y-o)$

Reti Neurali

Esempio Back Propagation

- Derivata della funzione L in funzione del peso w_j^o

$$\frac{\partial L}{\partial w_j^o} = \frac{\partial L}{\partial o} \cdot \frac{\partial o}{\partial z^o} \cdot \frac{\partial z^o}{\partial w_j}$$

  - $\frac{\partial L}{\partial o} = \frac{\partial}{\partial o}\left[\frac{1}{2}(y-o)^2\right] = -(y-o)$
  - $\frac{\partial o}{\partial z^o} = f'(z^o)$

Reti Neurali

Esempio Back Propagation

- Derivata della funzione L in funzione del peso w_j^o

$$\frac{\partial L}{\partial w_j^o} = \frac{\partial L}{\partial o} \cdot \frac{\partial o}{\partial z^o} \cdot \frac{\partial z^o}{\partial w_j}$$

  - $\frac{\partial L}{\partial o} = \frac{\partial}{\partial o}\left[\frac{1}{2}(y-o)^2\right] = -(y-o)$
  - $\frac{\partial o}{\partial z^o} = f'(z^o)$
  - $\frac{\partial z^o}{\partial w_j^o} = h_j$

Reti Neurali

Esempio Back Propagation

- Risultato della derivata della funzione L in funzione del peso w_j^o

$$\frac{\partial L}{\partial w_j^o} = -(y - o) \cdot f'(z^o) \cdot h_j = -\delta_j^o h_j$$

Reti Neurali

Esempio Back Propagation

- Risultato della derivata della funzione L in funzione del peso w_j^o

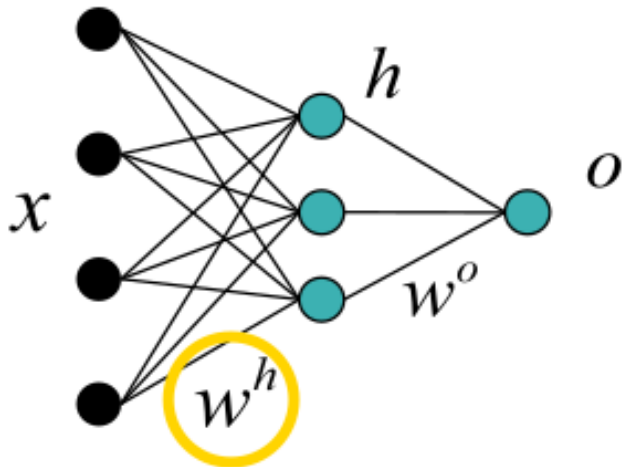
$$\frac{\partial L}{\partial w_j^o} = -(y - o) \cdot f'(z^o) \cdot h_j = -\delta_j^o h_j$$

- Aggiornamento del peso w_j^o

$$\Delta w_j^o = \eta \delta_j^o h_j$$

Reti Neurali

Esempio Back Propagation



$$\frac{\partial L}{\partial w_{ij}^h} = \frac{\partial L}{\partial o} \cdot \frac{\partial o}{\partial z^o} \cdot \frac{\partial z^o}{\partial h_j} \cdot \frac{\partial h_j}{\partial z_j^h} \cdot \frac{\partial z_j^h}{\partial w_{ij}^h}$$

Reti Neurali

Esempio Back Propagation

$$\frac{\partial L}{\partial o} = \frac{\partial}{\partial o}\left[\frac{1}{2}(y-o)^2\right] = -(y-o)$$

Reti Neurali

Esempio Back Propagation

$$\frac{\partial L}{\partial o} = \frac{\partial}{\partial o}\left[\frac{1}{2}(y-o)^2\right] = -(y-o)$$

$$\frac{\partial o}{\partial z^o} = f'(z^o)$$

Reti Neurali

Esempio Back Propagation

$$\frac{\partial L}{\partial o} = \frac{\partial}{\partial o}\left[\frac{1}{2}(y-o)^2\right] = -(y-o)$$

$$\frac{\partial o}{\partial z^o} = f'(z^o)$$

$$\frac{\partial z^o}{\partial h_j} = w_j^o$$

Reti Neurali

Esempio Back Propagation

$$\frac{\partial L}{\partial o} = \frac{\partial}{\partial o}\left[\frac{1}{2}(y-o)^2\right] = -(y-o)$$

$$\frac{\partial o}{\partial z^o} = f'(z^o)$$

$$\frac{\partial z^o}{\partial h_j} = w_j^o$$

$$\frac{\partial h_j}{\partial z_j^h} = f'(z_j^h)$$

Reti Neurali

Esempio Back Propagation

$$\frac{\partial L}{\partial o} = \frac{\partial}{\partial o}\left[\frac{1}{2}(y-o)^2\right] = -(y-o)$$

$$\frac{\partial o}{\partial z^o} = f'(z^o)$$

$$\frac{\partial z^o}{\partial h_j} = w_j^o$$

$$\frac{\partial h_j}{\partial z_j^h} = f'(z_j^h)$$

$$\frac{\partial z_j^h}{\partial w_{ij}^h} = x_i$$

Reti Neurali

Esempio Back Propagation

- Risultato della derivata della funzione L in funzione del peso w_{ij}^h

$$\frac{\partial L}{\partial w_{ij}^h} = -(y - o) \cdot f'(z^o) \cdot w_j^o \cdot f'(z_j^h) \cdot x_i = -\delta_j^h x_i$$

Reti Neurali

Esempio Back Propagation

- Risultato della derivata della funzione L in funzione del peso w_{ij}^h

$$\frac{\partial L}{\partial w_{ij}^h} = -(y - o) \cdot f'(z^o) \cdot w_j^o \cdot f'(z_j^h) \cdot x_i = -\delta_j^h x_i$$

- Aggiornamento del peso w_{ij}^h

$$\Delta w_{ij}^h = \eta \delta_j^h x_i$$

Reti Neurali

Rete Neurale Convoluzionale

Definizione

Una *Rete Neurale Convoluzionale* è una variante di una rete neurale classica. Permette la condivisione dei pesi sinaptici tra i neuroni di un livello e consente di discriminare le varie feature che compongono un'immagine

Reti Neurali

Rete Neurale Convoluzionale

Definizione

Una *Rete Neurale Convoluzionale* è una variante di una rete neurale classica. Permette la condivisione dei pesi sinaptici tra i neuroni di un livello e consente di discriminare le varie feature che compongono un'immagine

- Viene definito un nuovo tipo di livello: il *Livello Convoluzionale*

Reti Neurali

Rete Neurale Convoluzionale

Definizione

Una *Rete Neurale Convoluzionale* è una variante di una rete neurale classica. Permette la condivisione dei pesi sinaptici tra i neuroni di un livello e consente di discriminare le varie feature che compongono un'immagine

- Viene definito un nuovo tipo di livello: il *Livello Convoluzionale*
- Un livello convoluzionale è formato da diversi *filtri*

Reti Neurali

Rete Neurale Convoluzionale

Definizione

Una *Rete Neurale Convoluzionale* è una variante di una rete neurale classica. Permette la condivisione dei pesi sinaptici tra i neuroni di un livello e consente di discriminare le varie feature che compongono un'immagine

- Viene definito un nuovo tipo di livello: il *Livello Convoluzionale*
- Un livello convoluzionale è formato da diversi *filtri*
- La *profondità (depth)* di un livello convoluzionale è data dal numero di filtri che lo compongono

Reti Neurali

Filtri e Livelli Convoluzionali

- I filtri sono le matrici contenenti i pesi sinaptici del livello convoluzionale

Reti Neurali

Filtri e Livelli Convoluzionali

- I filtri sono le matrici contenenti i pesi sinaptici del livello convoluzionale
- Ogni filtro ricerca all'interno delle immagini della rete una o più *feature*: linee, curve, pattern

Reti Neurali

Filtri e Livelli Convoluzionali

- I filtri sono le matrici contenenti i pesi sinaptici del livello convoluzionale
- Ogni filtro ricerca all'interno delle immagini della rete una o più *feature*: linee, curve, pattern
- Per apprendere nel miglior modo possibile il contenuto semantico di un'immagine, la rete deve saper ricercare feature sempre più complesse

Reti Neurali

Filtri e Livelli Convoluzionali

- I filtri sono le matrici contenenti i pesi sinaptici del livello convoluzionale
- Ogni filtro ricerca all'interno delle immagini della rete una o più *feature*: linee, curve, pattern
- Per apprendere nel miglior modo possibile il contenuto semantico di un'immagine, la rete deve saper ricercare feature sempre più complesse
- Mettendo in sequenza più livelli convoluzionali si possono ottenere feature complesse

Reti Neurali

Filtri e Livelli Convoluzionali

- I filtri sono le matrici contenenti i pesi sinaptici del livello convoluzionale
- Ogni filtro ricerca all'interno delle immagini della rete una o più *feature*: linee, curve, pattern
- Per apprendere nel miglior modo possibile il contenuto semantico di un'immagine, la rete deve saper ricercare feature sempre più complesse
- Mettendo in sequenza più livelli convoluzionali si possono ottenere feature complesse
- L'output di un generico livello convoluzionale i diventa l'input del successivo livello $i + 1$. Le feature prodotte da i sono meno complesse di quelle ottenute da $i + 1$

Reti Neurali

Funzionamento

- I pesi dei filtri di un livello convoluzionale sono inizializzati in maniera casuale

Reti Neurali

Funzionamento

- I pesi dei filtri di un livello convoluzionale sono inizializzati in maniera casuale

- Vengono utilizzate le stesse funzioni di attivazione e le stesse funzioni di perdita dei livelli fully-connected

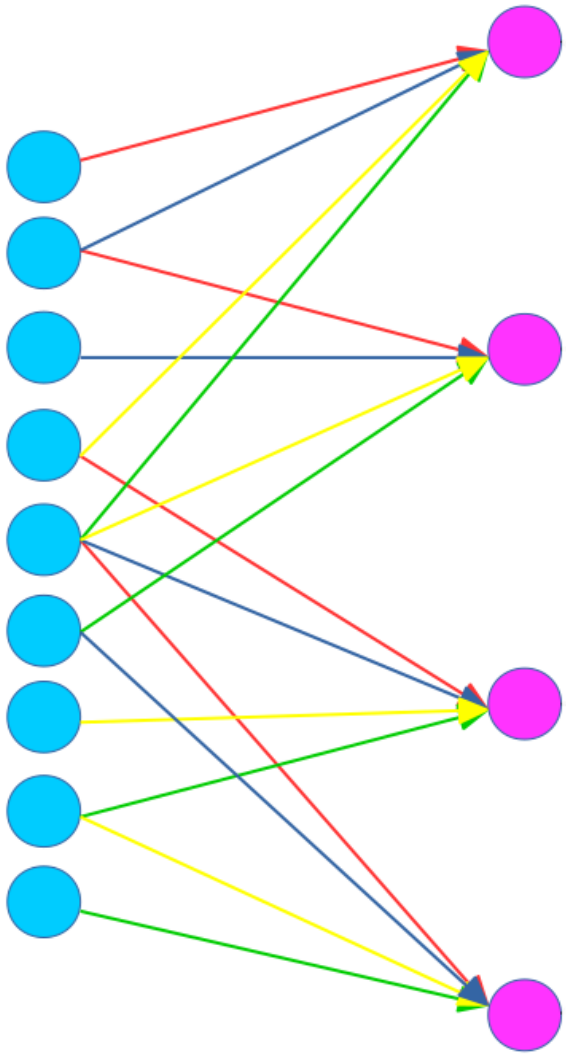
Reti Neurali

Funzionamento

- I pesi dei filtri di un livello convoluzionale sono inizializzati in maniera casuale
- Vengono utilizzate le stesse funzioni di attivazione e le stesse funzioni di perdita dei livelli fully-connected
- La forward e la back propagation sono le uniche fasi definite diversamente

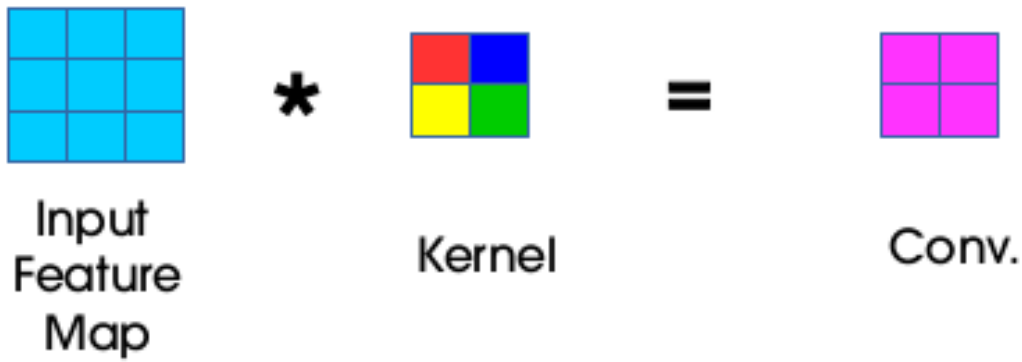
Reti Neurali

Forward Propagation



Reti Neurali

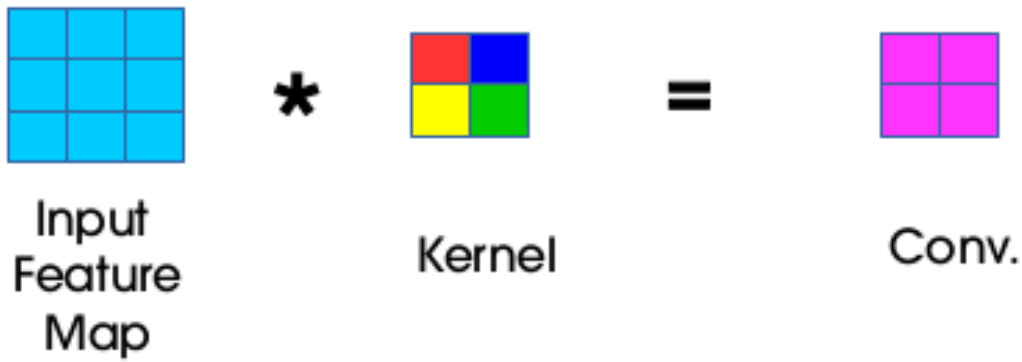
Forward Propagation



- Le matrici di input e di output di un livello convoluzionale prendono il nome di *feature map*

Reti Neurali

Forward Propagation



- Le matrici di input e di output di un livello convoluzionale prendono il nome di *feature map*
- I filtri sono meglio conosciuti con il nome di *kernel*

Reti Neurali

Forward Propagation

- All'inizio della forward propagation, il kernel viene sovrapposto alla parte superiore sinistra della feature map di input

Reti Neurali

Forward Propagation

- All'inizio della forward propagation, il kernel viene sovrapposto alla parte superiore sinistra della feature map di input
- Viene eseguita la *convoluzione* tra le due sottomatrici ed il risultato ottenuto viene salvato nella feature map di output

Reti Neurali

Forward Propagation

- All'inizio della forward propagation, il kernel viene sovrapposto alla parte superiore sinistra della feature map di input
- Viene eseguita la *convoluzione* tra le due sottomatrici ed il risultato ottenuto viene salvato nella feature map di output
- Il kernel viene spostato di una posizione verso destra e viene rieseguita nuovamente la convoluzione

Reti Neurali

Forward Propagation

- All'inizio della forward propagation, il kernel viene sovrapposto alla parte superiore sinistra della feature map di input
- Viene eseguita la *convoluzione* tra le due sottomatrici ed il risultato ottenuto viene salvato nella feature map di output
- Il kernel viene spostato di una posizione verso destra e viene rieseguita nuovamente la convoluzione
- Terminata la riga, il kernel viene posizionato nuovamente nella parte sinistra della feature map di input, ma una riga più in basso

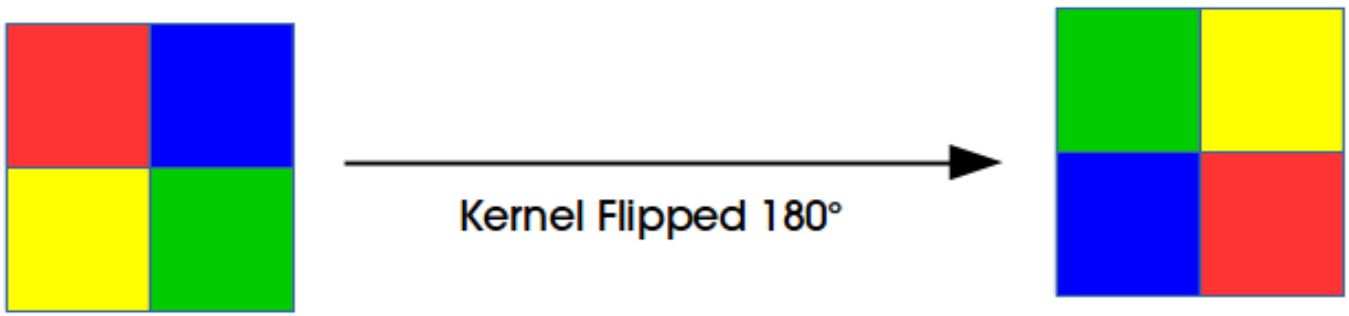
Reti Neurali

Forward Propagation

- All'inizio della forward propagation, il kernel viene sovrapposto alla parte superiore sinistra della feature map di input
- Viene eseguita la *convoluzione* tra le due sottomatrici ed il risultato ottenuto viene salvato nella feature map di output
- Il kernel viene spostato di una posizione verso destra e viene rieseguita nuovamente la convoluzione
- Terminata la riga, il kernel viene posizionato nuovamente nella parte sinistra della feature map di input, ma una riga più in basso
- Gli ultimi due passaggi vengono ripetuti fino a quando non è stata riempita completamente tutta la feature map di output

Reti Neurali

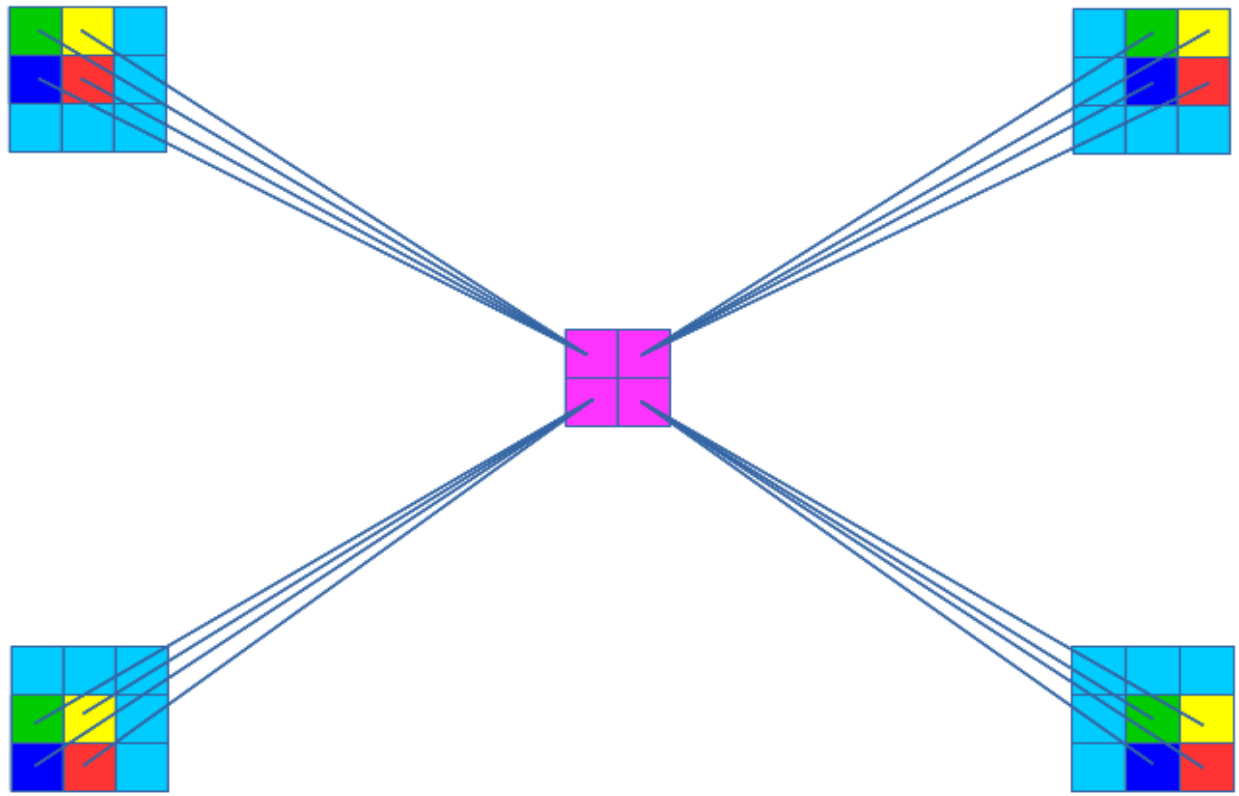
Forward Propagation



Il kernel deve essere ruotato di 180° *per poter eseguire l'operazione di convoluzione*

Reti Neurali

Forward Propagation



Forward Propagation di un livello convoluzionale

Reti Neurali

Considerazioni Forward Propagation

- Terminata la forward propagation, viene applicata la funzione di attivazione f ad ogni entry della feature map di output

Reti Neurali

Considerazioni Forward Propagation

- Terminata la forward propagation, viene applicata la funzione di attivazione f ad ogni entry della feature map di output

- La dimensione della feature map di output è data da $O = (W - K) + 1$

Reti Neurali

Considerazioni Forward Propagation

- Terminata la forward propagation, viene applicata la funzione di attivazione f ad ogni entry della feature map di output
- La dimensione della feature map di output è data da $O = (W - K) + 1$
- O rappresenta sia l'altezza che la larghezza della feature map di output, W quella della feature map di input e K la dimensione del kernel

Reti Neurali

Back Propagation

Una *Rete Neurale Convoluzionale* si differenzia da una più classica in quanto assume che l'input della rete sia un'immagine

Implementazione della Rete

Implementazione della Rete

Obiettivo

- Si vuole costruire una rete neurale convoluzionale che permetta il riconoscimento di cifre numeriche scritte a mano

Implementazione della Rete

Obiettivo

- Si vuole costruire una rete neurale convoluzionale che permetta il riconoscimento di cifre numeriche scritte a mano

- Le cifre da riconoscere sono salvate come immagini in scala di grigio a 8 bit. Un pixel può assumere solo i valori che sono compresi nell'intervallo $[0, 255]$

Implementazione della Rete

Obiettivo

- Si vuole costruire una rete neurale convoluzionale che permetta il riconoscimento di cifre numeriche scritte a mano
- Le cifre da riconoscere sono salvate come immagini in scala di grigio a 8 bit. Un pixel può assumere solo i valori che sono compresi nell'intervallo $[0, 255]$
- L'output della rete è dato dalle 10 cifre numeriche che si vogliono riconoscere

Implementazione della Rete

Obiettivo

- Si vuole costruire una rete neurale convoluzionale che permetta il riconoscimento di cifre numeriche scritte a mano
- Le cifre da riconoscere sono salvate come immagini in scala di grigio a 8 bit. Un pixel può assumere solo i valori che sono compresi nell'intervallo $[0, 255]$
- L'output della rete è dato dalle 10 cifre numeriche che si vogliono riconoscere
- La rete riceve in input un'immagine e le associa la cifra numerica corrispondente

Implementazione della Rete

Dati

- Le immagini che identificano gli esempi del training e del test set hanno una dimensione di 28×28 mentre le etichette rappresentano le cifre corrispondenti alle immagini

Implementazione della Rete

Dati

- Le immagini che identificano gli esempi del training e del test set hanno una dimensione di 28×28 mentre le etichette rappresentano le cifre corrispondenti alle immagini

- Il training ed il test set provengono dal database *MNIST* e contengono rispettativamente 60000 esempi di train e 10000 di test

Implementazione della Rete

Struttura

- La rete neurale convoluzionale sviluppata si compone di 3 livelli

Implementazione della Rete

Struttura

- La rete neurale convoluzionale sviluppata si compone di 3 livelli
- Due livelli hidden di tipo convoluzionale ed un livello di output di tipo fully-connected

Implementazione della Rete

Struttura

- La rete neurale convoluzionale sviluppata si compone di 3 livelli
- Due livelli hidden di tipo convoluzionale ed un livello di output di tipo fully-connected
- La struttura si basa su una rete neurale convoluzionale chiamata *Dnn*

Implementazione della Rete

Struttura

- La rete neurale convoluzionale sviluppata si compone di 3 livelli
- Due livelli hidden di tipo convoluzionale ed un livello di output di tipo fully-connected
- La struttura si basa su una rete neurale convoluzionale chiamata *Dnn*
- La Dnn è scritta in linguaggio C e adotta un approccio di tipo sequenziale

Implementazione della Rete

Struttura

	Input	Hidden 1	Hidden 2	Output
Dimensione	28×28	24×24	20×20	10×1
Numero di Nodi	784	2880	2000	10
Profondità	1	1	1	1
Dimensione filtro		5	5	

Table: Struttura Rete Neurale

	Input	Hidden 1	Hidden 2	Output
Sigmoide		✓	✓	✓
Tanh		✓	✓	✓
Softplus		✓	✓	✓

Table: Funzioni di attivazione per livello

Implementazione della Rete

Considerazioni

- I calcoli interni alla rete sono svolti usando il formato di dato *double* in modo da non perdere precisione numerica nei vari passaggi

Implementazione della Rete

Considerazioni

- I calcoli interni alla rete sono svolti usando il formato di dato *double* in modo da non perdere precisione numerica nei vari passaggi
- All'inizio della fase di training i pixel delle immagini vengono riscalati nell'intervallo $[0, 1]$ per poter essere compatibili con il formato di dato usato dalla rete

Implementazione della Rete

Considerazioni

- I calcoli interni alla rete sono svolti usando il formato di dato *double* in modo da non perdere precisione numerica nei vari passaggi
- All'inizio della fase di training i pixel delle immagini vengono riscalati nell'intervallo $[0, 1]$ per poter essere compatibili con il formato di dato usato dalla rete
- Tutti i dati e le strutture dati necessarie al funzionamento della rete vengono allocate all'inizio dell'esecuzione e deallocate al suo termine

Implementazione della Rete

Considerazioni

- I calcoli interni alla rete sono svolti usando il formato di dato *double* in modo da non perdere precisione numerica nei vari passaggi
- All'inizio della fase di training i pixel delle immagini vengono riscalati nell'intervallo $[0, 1]$ per poter essere compatibili con il formato di dato usato dalla rete
- Tutti i dati e le strutture dati necessarie al funzionamento della rete vengono allocate all'inizio dell'esecuzione e deallocate al suo termine
- In modo da poter confrontare tra loro i risultati ottenuti le funzioni di attivazione utilizzate sono le stesse della rete sequenziale

Analisi dei Risultati