Огнева М. В.

История

- «Отец» теории графов Леонард Эйлер
- Задача о семи мостах Кенигсберга
- Письмо итальянскому математику и инженеру Маринони от 13 марта 1736 года. В этом письме Эйлер пишет о том, что он смог найти правило, пользуясь которым легко определить, можно ли пройти по всем мостам, не проходя дважды ни по одному из них (в случае семи мостов Кёнигсберга это невозможно).

Эйлеров граф / цикл

Мосты Кенингсберга – возникший в XIII веке город Кенигсберг формально состоял из трех независимых городских поселений, нескольких слобод и поселков. Они располагались На берегах и островах реки Прегель, делившей город на четыре основные части: Альтштадт и Лёбенихт, Кнайпхоф, Ломзе, Фортштадт. Степень и вершины нечетные — невозможно пройти.

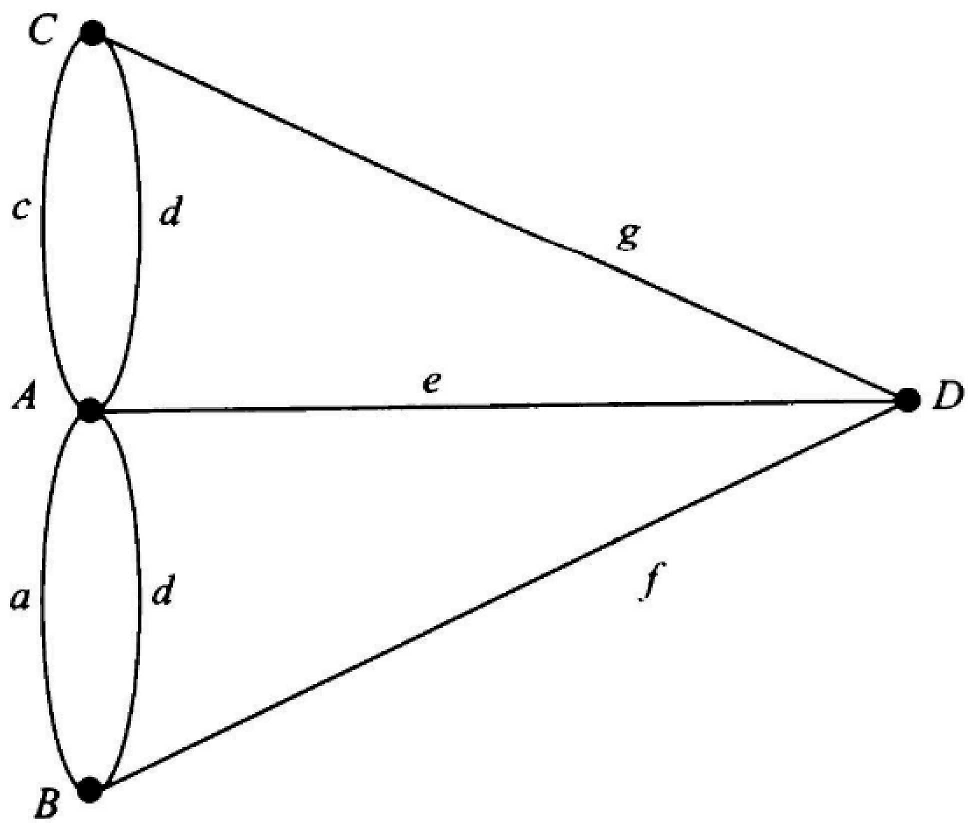

Рисунок 7.2. Модель задачи о мостах Кенигсберга

Эйлеровым путем в графе называется путь, который проходит по каждому ребру, причем ровно один раз.
Эйлеров цикл — замкнутый эйлеров путь.
Граф называется **эйлеровым**, если он содержит эйлеров цикл.
В связном графе существует эйлеров цикл тогда и только тогда, когда все его вершины имеют четную степень.
В связном графе существует эйлеров путь тогда и только тогда, когда количество вершин с нечетной степенью равно двум.
Если дана геометрическая фигура, как начертить ее на бумаге одним росчерком пера, не проводя дважды ни одну линию?

Прикладные задачи

Физик Густав Роберт Кирхгоф (1847 год):

- Теория графов для исследования электрических цепей
- Множество фундаментальных циклов в графе
  Математик Артур Кэли (1857 год):
- Задачи органической химии
- Перечислить число предельных углеводородов с данным числом n атомов углерода

- На языке графов: найти число всех деревьев с заданным количеством вершин и со степенями вершин 1 и 4

Гамильтон

Сэр Уйльям Роуэн Гамильтон (1859 год)

- Головоломка «Вокруг света»
- Додекаэдр, каждому из 20 вершин приписано название города
- Обойти «вокруг света» по ребрам многогранника, посещая каждую вершину ровно один раз
- Г**амильтоновым путём** называется простой путь, приходящий через каждую вершину графа ровно один раз
- **Гамильтоновым циклом** называют замкнутый гамильтонов путь
- Граф называется **гамильтоновым**, если он содержит гамильтонов цикл.
- Достаточные условия гамильтоновости графа

Задача коммивояжера

Задача коммивояжера — задача, в которой коммивояжер должен посетить N городов, побывав в каждом из них ровно по одному разу и завершив путешествие в том городе, с которого он начал.

Туристические приложения

Задача — обойти как можно больше достопримечательностей на карте. Сервисы такие как Google Maps, Rome2Rio и туристические приложения используют TSP для построения оптимальных маршрутов.

Конвейер на заводе

Оптимизация маршрута перемещения деталей между станками или участками. Например, робот на заводе должен пройти через несколько точек, эта задача сводится к TSP.

Маршруты курьеров

Логистика и доставка, то есть раздача заданий курьерам и планирование их маршрутов. Это прямая задача для курьерских служб и служб доставки, таких как DHL, FedEx и прочих. Например, такая система строит маршрут для конкретного курьера, чтобы он посетил все точки с минимальными затратами времени и топлива. Похожие задачи решают службы доставки в электронных магазинах, торговых сетях и производственных предприятий. Они пытаются оптимизировать маршруты доставки заказов по городу, сбора товаров с разных складов.

Задача о домиках и колодцах

Три поссорившихся соседа имеют три общих колодца. Можно ли провести непересекающиеся дорожки от каждого дома к каждому колодцу?

Полный двудольный граф ,

Доказано, что данный граф непланарен, то есть задача о домиках и колодцах не имеет решения на плоскости

Критерий Понтрягина-Куратовского

Граф планарен тогда и только тогда, когда он не содержит подграфов, гомеоморфных и ,

Задача о раскраске карт или гипотеза о четырех красках

1850-1852 г.г. Ф. Гатри постановка задачи: «сколько потребуется красок для раскраски любой плоской карты таким образом, чтобы никакие две смежные области не были окрашены в один и тот же цвет».
Гипотеза: достаточно четырех красок. Ссылка
Огастес Де Морган (23 октября 1852 года), профессор математики Университетского колледжа в Лондоне, написал письмо своему другу сэру Уильяму Роуэну Гамильтону, выдающемуся ирландскому математику и физику. В нем впервые была упомянута гипотеза о четырех красках.
Сегодня один мой студент попросил объяснить ему утверждение, о котором я ранее не знал и в верности которого до сих пор не уверен. Он говорит, что если фигура каким-либо образом разделена на части и эти части окрашены в разные цвета так, что фигуры, имеющие общую границу, окрашены в разный цвет - может потребоваться четыре цвета, но не более - в его случае требуется четыре цвета.
Вопрос: нельзя ли придумать пример, в котором возникнет необходимость в пяти или более цветов? Что вы скажете? И было ли это утверждение замечено ранее, если оно верно? Мой студент говорит, что догадался об этом раскрашивая карту Англии...

- 1879 г. британский математик Альфред Брей Кемпе дал ошибочное доказательство
- 1890 г. лектор Дурхэмского университета Перси Джон Хивуд опровергнул доказательство Кемпе и показал, что гипотеза верна для пяти красок
- 1925 г. Филипп Франклин, оставив в стороне общую проблему четырех красок, сумел доказать, что для раскрашивания любой карты, содержащей не более 25 областей, требуются только четыре краски.
- 1940 г. Винн распространил доказательство на карты с 35 областями

- 1970 г. Оре и Стемпл увеличили число областей до 39
- 1975 г. известный популяризатор науки и многолетний ведущий раздела «Математические игры» журнала «Scientific American» Мартин Гарднер опубликовал карту, для раскрашивания которой якобы требовались пять красок.
- 1976 г. два математика из Иллинойского университета, Вольфганг Хакен и Кеннет Аппель, предложили новый метод, перевернувший традиционные представления о математическом доказательстве.
- Хакену и Аппелю удалось свести проблему четырех красок «всего лишь» к 1482 конфигурациям, служащим теми строительными блоками, из которых можно составить любую карту.
- В июне 1976 года, затратив 1200 часов машинного времени, Хакен и Аппель заявили во всеуслышание, что им удалось проанализировать все 1482 карты и для раскрашивания ни одной из них не требуется более четырех красок.

Д/з

1. Постройте набор точек на плоскости, которые представляют два класса (n≤10), где каждая точка будет неправильно классифицирована соответствии с ее ближайшим соседом