英語二甲 A107320075 羅佳琪

例6.7

設μ表示消費者更換手機之平均時間，母體分配未知，樣本$n=36$ >30為大樣本，因此因中央極限定理得知，樣本平均數$\bar{x}$會近似常態分配，而μ之區間估計值為$\bar{x}\pm z_{\frac{\alpha}{2}}$，經計算結果得知，$\bar{x}=16.33$(月)，$s=4.29$(公斤)，其中$\sigma$未知，故以s估計之

(1) $1-\alpha=0.95$，$\frac{\alpha}{2}=0.025$，$z=\frac{\alpha}{2}=z_{0.025}=1.96$，所以$\mu$之95%信賴區間為$\bar{x}\pm z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{s}{\sqrt{n}}=16.33\pm1.96\frac{4.29}{\sqrt{36}}=16.33\pm1.40$，即$(14.93, 17.73)$

我們有95%信心，消費者更換手機之平均時間介於$(14.93, 17.73)$之間

(2) $1-\alpha=0.90$，$\frac{\alpha}{2}=0.05$，$z_{\frac{\alpha}{2}}=z_{0.05}=1.645$，所以$\mu$之90%信賴區間為$\bar{x}\pm z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{s}{n}=16.33\pm1.645\frac{4.29}{\sqrt{36}}=16.33\pm1.18$，即$(15.15, 17.51)$

例6.9

設μ表示新品牌省電燈泡的平均壽命，由於母體為常態分配，且母體標準差σ未知，$n=12$為小樣本，所以樣本平均數$\bar{x}$之抽樣分配為t分配，其區間估計值為$\bar{x}\pm t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\frac{s}{\sqrt{n}}$

依題意，$n=12$，$\bar{x}=15291.67$，$s=\sqrt{\Sigma(x_i-\bar{x})^2/(n-1)}=197.52$

(1) μ之點估計值為$\bar{x}=15291.67$

(2) $1-\alpha=0.90$，$\frac{\alpha}{2}=0.05$，自由度為$n-1=12-1=11$，

$t_{0.05}(11)=1.796$，因此μ之90%信賴區間為$\bar{x}\pm t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\frac{s}{\sqrt{n}}$ $=15291.67\pm1.796\frac{197.52}{\sqrt{12}}=15291.67\pm102.41$，即$(15189.26, 15394.08)$，表示有90%的信心，認為每個省電燈泡的平均壽命介於15189.26至15394.08小時之間

(3) $15394.08-15189.26=204.82$

μ之90%的區間長度為204.82 #

例6.19

依題意，$1-\alpha=0.95$，$Z_{\frac{\alpha}{2}}=Z_{0.025}=1.96$，$e=0.01$，$s=0.05$，由於$\sigma$未知，故由s估計值代入，則所需樣本數為

$$n=\left(\frac{Z_{\frac{\alpha}{2}}s}{e}\right)^2=\left(\frac{1.96\times0.05}{0.01}\right)^2=96.04$$

取$n=97$，樣本數應再抽$97-35=62$袋，才能確保μ的估計誤差界限不超過0.01公斤的機率為0.95