## 算法分析与设计基础作业4

## 软件71 骆炳君 2017013573

## 2019年3月25日

1.

记中位数点的位置为x,不妨设 $\alpha \leq \frac{1}{2} \leq 1 - \alpha$ ,考虑 $P_0 = P(x \leq \alpha \leq \frac{1}{2})$ .因为仅考虑划分比例,可认为数组A是无限长的,即选出三个元素的过程是相互独立的,同时因为选出的三个元素的位置在所有位置中是等可能的,所以可应用几何概型,将 $P_0$ 分为两种情况:有且仅有2个元素落在前 $\alpha$ 区间、三个元素均落在前 $\alpha$ 区间.

则

$$P_0 = \alpha^3 + {3 \choose 2} \alpha^2 (1 - \alpha) = 3\alpha^2 - 2\alpha^3$$

由划分的对称性可得,所求概率为 $1-2P_0=1-6\alpha^2+4\alpha^3$ 

**2**.

a.

此时每一次划分都将数组分为(n-1):1,即快速排序的最坏情况, $T(n)=\Theta(n^2).$ 

b.

- 1 x=A[r]
- $_{2}$   $_{i=p-1}$
- j=p-1
- 4 for k=p to r
- if A[k] < x

```
i\!=\!i\!+\!1
 6
 7
                   j=j+1
                   exchange A[k] with A[j]
 8
                  exchange A[j] with A[i]
 9
              elif A[k]=x
10
                   j=j+1
11
                   exchange A[k] with A[j]
12
13
         return i+1, j
c.
 1
        import random
 2
         \mathbf{def} PARTITION(A, p, r):
 3
             x = A[r]
 4
              i = p-1
 5
              j = p-1
 6
              for k in range (p, r+1):
 7
                   if A[k] < x:
 8
                       i = i+1
 9
                       j = j+1
10
                       A\,[\,k\,]\;,\;\;A\,[\,j\,]\;=\,A\,[\,j\,]\;,\;\;A\,[\,k\,]
11
12
                       A[j], A[i] = A[i], A[j]
                   elif A[k] == x:
13
                       j = j+1
14
                       A[k], A[j] = A[j], A[k]
15
              return i+1, j
16
17
18
         \mathbf{def} RANDOMIZED.PARTITON(A, p, r):
19
              i = random.randint(p, r)
20
             A[r], A[i] = A[i], A[r]
21
             return PARTITION(A, p, r)
22
23
```

应该改变(7.2)以后的分析方法,在算法实现过程中可以将与x相等的元素划分到小于x的集合中且不改变时间复杂度,这样即使没有互异的假设,也能保证一旦一个满足 $z_i \leq x < z_j$ 的主元被选定后,所有这样的 $z_i$ 、 $z_j$ 都不会相互比较了,因此不会影响其后的分析和结论.