

《数据结构与算法实验》第 5 次实验

学院：

专业：

年级：

姓名：

学号：

日期： 2022 年 3 月 26 日

设计实验：一元多项式相加

一、问题描述

已知 $A(x)=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n$ 和 $B(x)=b_0+b_1x+b_2x^2+\cdots+b_mx^m$ ，并且在 $A(x)$ 和 $B(x)$ 中指数相差很多，求 $A(x)+B(x)$

二、基本要求

- 设计储存结构表示一元多项式；
- 设计算法实现一元多项式相加；
- 分析算法的时间复杂度和空间复杂度。

三、设计思想

一元多项式。求和实质上是合并同类项的过程，其运算规则为：

- (1) 若两项的指数相同，则系数相加；
- (2) 若两项的指数不等，则将两项加在结果中。

一元多项式 $A(x)=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n$ 由 $n+1$ 个系数唯一确定，因此，可以用一个线性表 $(a_0, a_1, a_2, \cdots, a_n)$ 来表示，每一项的指数 i 隐含在其系数 a_i 的序号里。但是，当多项式的指数很高且变化很大时，在表示多项式的线性表中就会存在很多 0 元素。一个较好的储存方法是只储存非 0 元素，但是需要在储存非 0 元素系数的同时储存相应的指数，这样，一元多项式的每一个非 0 项可由系数和指数唯一表示。

由于两个多项式相加后会改变多项式的系数和指数，因此不适合采用顺序表，我们选用单链表储存，每一个非 0 项对应单链表中的一个结点，且单链表应按照指数递增有序排列。

1. 有参构造函数

按照指数升幂次序依次输入系数（不为 0）和指数，使用尾插法，每次将新输入的

结点插到最后。这样得到了一个从头到尾按照指数升幂排列的链表。

2. 加法函数

这个函数是本次实验的核心函数。对于多项式 $A(x)$, $B(x)$, 把它们存入单链表 A, B 之后, 我们考虑将相加的结果存入单链表 C 。

首先, 用两个指针 pre, qre 指向链表 A 和 B 的第一个非空结点, 指针 p, q 分别指向 pre, qre 的下一个结点, 然后进行如下算法:

- 判断 p, q 是否为空结点。
- 当 p, q 均不是空结点时, 比较 p, q 的指数, 如果不相等则进行排序; 如果相等则将两者的系数相加, 储存。然后让指针均后移, 指向下一个结点。
- 当存在空结点时, 直接指向下一个结点。

3. 输出函数要注意的问题

- 非首项的系数若为正数, 输出的时候有 $+$ 号。
- x 的 1 次方的指数不输出。
- 非 0 次项的系数 1 和 -1 的 1 不输出。
- 考虑相加后多项式为 0 的情况。

3. 抽象数据类型设计

设计一个 C++ 类。

成员变量: 系数 $coef$, 指数 exp , 指向后一个结点的指针 $next$ 。

成员函数: 无参构造函数 (构造一个只有空头结点的链表), 有参构造函数 (传入参数长度, 预处理线性表), 析构函数, 输出函数, 加法函数。

四、代码实现

1. 设计头文件-LinkedList.h

```
#ifndef LinkedList_H
#define LinkedList_H

struct Node
{
    double coef;
    int exp;
```

```
    Node *next;
};

class LinkList
{
public:
    LinkList();
    LinkList(double a[],int b[],int n);
    ~LinkList(); // 析构函数
    void PrintList();
    friend void Add(LinkList &A,LinkList &B);
private:
    Node *first;
};

#endif
```

2. 设计成员函数-LinkList.cpp

```
#include <iostream>
#include <cmath>
using namespace std;
#include "LinkList.h"

LinkList::LinkList()
{
    first = new Node;
    first -> next = NULL;
}

LinkList::LinkList(double a[],int b[],int n)
{
    Node *r,*s;
    first = new Node;
    r = first;
    for(int i = 0;i < n;i++)
    {
        s = new Node;
        s -> coef = a[i];
        s -> exp = b[i];
        r -> next = s;
        r = s;
    }
    r -> next = NULL;
}
```

```
LinkedList::~~LinkedList()
{
    Node *q;
    while(first != NULL)
    {
        q = first;
        first = first -> next;
        delete q;
    }
}

void LinkedList:: PrintList()
{
    Node *p = first -> next;
    if (p == NULL)
    {
        cout<<"0"<<endl;
        return;
    }
    while (p != NULL)
    {
        if (p -> coef > 0 && p != first -> next)
        {
            cout<<"+";
        }
        if (p -> coef == 1 && p -> exp != 0)
        {
            ;
        }
        else if (p -> coef == -1)
        {
            if(p -> exp == 0) cout<<"-1";
            else cout<<"-";
        }
        else cout<<p -> coef;
        if(p -> exp > 0) cout<<"x";
        if(p -> exp > 1) cout<<"^"<<p -> exp;
        p = p -> next;
    }
    cout<<endl;
}

void Add(LinkedList &A,LinkedList &B)
{

```

```
Node *pre = A.first,*p = pre->next;
Node *qre = B.first,*q = qre->next;
while (p != NULL && q != NULL)
{
    if (p -> exp < q -> exp)
    {
        pre = p;
        p = p -> next;
    }
    else if (p -> exp > q -> exp)
    {
        Node *v = q -> next;
        pre -> next = q;
        q -> next = p;
        q = v;
    }
    else
    {
        p -> coef = p -> coef + q -> coef;
        if (p -> coef == 0)
        {
            pre -> next = p -> next;
            delete p;
            p = pre -> next;
        }
        else
        {
            pre = p;
            p = p -> next;
        }
        qre -> next = q -> next;
        delete q;
        q = qre -> next;
    }
}
if(q != NULL) pre -> next = q;
delete B.first;
}
```

3. 设计主函数-LinkedList.cpp

```
#include <iostream>
using namespace std;
#include "LinkedList.h"

int main()
```

```
{
    int n=0,m=0;
    //多项式 A
    cout<<"多项式 A: "<<endl;
    cout<<"请输入多项式的项数: ";
    cin>>n;
    double a1[n];
    int b1[n];
    cout<<"请按照升幂依次输入每一项的系数和次数: "<<endl;
    for(int i = 0;i < n;i++)
    {
        cout<<"第"<<(i+1)<<"项: ";
        cin>>a1[i];
        cin>>b1[i];
        cout<<endl;
    }
    LinkedList A(a1,b1,n);
    //多项式 B
    cout<<"多项式 B: "<<endl;
    cout<<"请输入多项式的项数: ";
    cin>>m;

    double a2[m];
    int b2[m];
    cout<<"请按照升幂依次输入每一项的系数和次数: "<<endl;
    for(int j = 0;j < m;j++)
    { cout<<"第"<<(j+1)<<"项: ";
        cin>>a2[j];
        cin>>b2[j];
        cout<<endl;
    }
    LinkedList B(a2,b2,m);
    //A+B
    cout<<"已知: "<<endl;
    cout<<"A=";A.PrintList();
    cout<<endl;
    cout<<"B=";B.PrintList();
    cout<<endl;
    Add(A,B);
    cout<<"则 A+B=";A.PrintList();
    return 0;
}
```

五、运行测试

测试结果如图。

```
多项式A:
请输入多项式的项数: 4
请按照升幂依次输入每一项的系数和次数:
第1项: 1 0
第2项: -10 6
第3项: 2 8
第4项: 7 14
多项式B:
请输入多项式的项数: 5
请按照升幂依次输入每一项的系数和次数:
第1项: -1 4
第2项: 10 6
第3项: -3 10
第4项: 8 14
第5项: 4 18
已知:
A=1-10x^6+2x^8+7x^14
B=-x^4+10x^6-3x^10+8x^14+4x^18
则A+B=1+2x^8-3x^10+15x^14+4x^18
-----
Process exited after 41.16 seconds with return value 0
请按任意键继续. . .
```

六、总结与心得

一元多项式相加主要是关注“一一对应”，难点是控制指针的移动和次数、系数、项数之间的关系。一元多项式的加法说起来其实也只是“合并同类项”，次数相同的系数相加，次数不同的直接记录即可。而在对结果进行输出的时候，也要进行分类讨论，考虑对于一项来说，要判断它的次数是否是0，系数为1的时候应该要隐藏等等细节。对于数据结构和链表的设计，要考虑其边界条件的处理，对于 NULL 的 p 指针，其并未指向一个结点，p->coef 和 p->exp 其实是根本不存在的。这个程序的设计实用性较强，更加方便人们对数学问题进行研究。