TÌM THAM SỐ ĐỂ HÀM SỐ ĐƠN ĐIỆU TRÊN TẬP HỢP

Câu 1. Cho hàm số $y=\dfrac{mx-2m-3}{x-m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của S.

A. Vô số **B.** 3 **C.** 5 **D.** 4

Lời giải

Chọn B

$y'=\dfrac{-m^2+2m+3}{(x-m)^2}$ hàm số đồng biến trên khoảng xác định khi $-1<m<3$ nên có 3 giá trị của m nguyên

Câu 2. Có tất cả bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y=\dfrac{(m+1)x-2}{x-m}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{m\}$

$y'=\dfrac{-m^2-m+2}{(x-m)^2}$.

Để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định của ta cần tìm m để $y'\ge 0$ trên $(-\infty;m)$ và $(m;+\infty)$ và dấu $"="$ chỉ xảy ra tại hữu hạn điểm trên các khoảng đó

ĐK: $-m^2-m+2>0 \Leftrightarrow -2<m<1$. Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m=-1,\ 0$.

Câu 3. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y=\dfrac{x+m^2}{x+4}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

A. 5. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-4\}$, $y'=\dfrac{4-m^2}{(x+4)^2}$.

Để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định của nó thì $4-m^2>0 \Leftrightarrow -2<m<2$.
Do đó có 3 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn.

Câu 4. Tìm tất cả giá trị của m để hàm số $y=\dfrac{x+2-m}{x+1}$ nghịch biến trên các khoảng mà nó xác định?

A. $m\le 1$. **B.** $m\le -3$. **C.** $m<-3$. **D.** $m<1$.

Lời giải

Với $m=1$ thì hàm số là hàm hằng $(\forall x\ne -1)$ nên không nghịch biến.

Ta có $y'=\dfrac{m-1}{(x+1)^2}, \forall x\ne -1$.

Hàm số nghịch biến trên từng khoảng của tập xác định khi và chỉ khi $y'<0,\ x\ne -1 \Leftrightarrow m<1$.

Câu 5. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=\dfrac{mx-4}{x-m}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó.

A. $\left[\begin{array}{l} m\le -2 \\ m\ge 2 \end{array}\right.$. **B.** $-2<m<2$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m<-2 \\ m>2 \end{array}\right.$. **D.** $-2\le m\le 2$.

Lời giải

Tập xác định $D=(-\infty;m)\cup(m;+\infty)$.

Ta có $y=\frac{mx-4}{x-m}\Rightarrow y'=\frac{-m^2+4}{(x-m)^2}$. Vì hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó nên $-m^2+4<0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<-2 \\ m>2 \end{array}\right.$.

Câu 6. Có tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số $y=\frac{(m-2)x-2}{mx-m-1}$ đồng biến trên mỗi khoảng xác định

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Ta có: $y'=\frac{(m-2)(-m-1)-2m}{(mx-m-1)^2}=\frac{-m^2-m+2}{(mx-m-1)^2}$

Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định khi $-m^2-m+2>0\Leftrightarrow -2<m<1$.

Câu 7. Có bao nhiêu giá trị m nguyên để hàm số $y=\frac{x+1}{x^2+x+m}$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. 0. **B.** 3. **C.** 8. **D.** vô số.

Để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ thì hàm số đã cho phải thỏa mãn các điều kiện sau

ĐK1. Hàm số xác định trên $\mathbb{R}$

Tức là $x^2+x+m=0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta=1-4m<0\Leftrightarrow m>\frac{1}{4}$

ĐK2. $y'=\frac{m-(x+1)^2}{(x^2+x+m)^2}\le 0\Leftrightarrow m\le 0$

Vậy không có giá trị nào.

Câu 8. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số *m* để hàm số $y=\frac{x+m}{x^2+x+1}$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

+ TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=\frac{-x^2-2mx+1-m}{(x^2+x+1)^2}$

Để hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$ thì

$y'\le 0\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow -x^2-2mx+1-m\le 0\Leftrightarrow \Delta'=m^2+1-m\le 0$

Câu 9. Cho hàm số $f(x)=\frac{mx-4}{x-m}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{m\}$.

Đạo hàm $f'(x)=\frac{-m^2+4}{(x-m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$ khi và chỉ khi

$$f'(x)>0\ \forall x\in(0;+\infty)\Leftrightarrow \begin{cases} -m^2+4>0 \\ m\notin(0;+\infty) \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} -2<m<2 \\ m\le 0 \end{cases}\Leftrightarrow -2<m\le 0.$$

Do $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m=\{-1;0\}$. Vậy có hai giá trị nguyên của m thỏa mãn đề bài.

Câu 10. Tập hợp tất cả các giá trị của m để hàm số $y=\dfrac{x+4}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-7)$ là

A. $[4;7)$. **B.** $(4;7]$. **C.** $(4;7)$. **D.** $(4;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus \ -m$.

Ta có: $y'=\dfrac{m-4}{(x+m)^2}$.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;-7)$ $\Leftrightarrow y'>0$, $\forall x\in(-\infty;-7)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} m-4>0 \\ -m\notin(-\infty;-7) \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m>4 \\ -m\geq -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>4 \\ m\leq 7 \end{cases} \Leftrightarrow 4<m\leq 7$.

Câu 11. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+3m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-6)$

A. 2 **B.** 6 **C.** Vô số **D.** 1

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D=(-\infty;-3m)\cup(-3m;+\infty)$.

Ta có $y'=\dfrac{3m-2}{(x+3m)^2}$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-6) \Leftrightarrow \begin{cases} 3m-2>0 \\ -6\leq -3m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>\dfrac{2}{3} \\ m\leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \dfrac{2}{3}<m\leq 2$.

Mà m nguyên nên $m=\{1;2\}$.

Câu 12. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y=\dfrac{x+1}{x+3m}$ nghịch biến trên khoảng $(6;+\infty)$?

A. 0 **B.** 6 **C.** 3 **D.** Vô số

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-3m\}$; $y'=\dfrac{3m-1}{(x+3m)^2}$.

Hàm số $y=\dfrac{x+1}{x+3m}$ nghịch biến trên khoảng $(6;+\infty)$ khi và chỉ khi:

$\begin{cases} y'<0 \\ (6;+\infty)\subset D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m-1<0 \\ -3m\leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<\dfrac{1}{3} \\ m\geq -2 \end{cases} \Leftrightarrow -2\leq m<\dfrac{1}{3}$.

Vì $m\in\mathbb{Z} \Rightarrow m\in\{-2;-1;0\}$.

Câu 13. Tập hợp tất cả các giá trị của m để hàm số $y=\dfrac{mx-4}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$ là

A. $(-2;1]$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(-2;-1]$. **D.** $(-2;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Đạo hàm $y'=\dfrac{-m^2+4}{(x-m)^2}>0, \forall x\neq m$.

Do đó hàm số đồng biến trên $\left(-1;+\infty\right)$ khi $y'>0,\forall x\in\left(-1;+\infty\right)\Leftrightarrow\begin{cases}-m^2+4>0\\ x-m\ne 0,\forall x\in\left(-1;+\infty\right)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-m^2+4>0\\ x\ne m,\forall x\in\left(-1;+\infty\right)\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}-2<m<2\\ m\le -1\end{cases}\Leftrightarrow -2<m\le -1.$

Câu 14. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=\dfrac{mx-1}{m-4x}$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;\dfrac{1}{4}\right)$.

A. $m>2$. **B.** $1\le m<2$. **C.** $-2<m<2$. **D.** $-2\le m\le 2$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{m}{4}\right\}$.

Ta có $y'=\dfrac{m^2-4}{\left(m-4x\right)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;\dfrac{1}{4}\right)$ khi và chỉ khi $\begin{cases}m^2-4<0\\ \dfrac{m}{4}\notin\left(-\infty;\dfrac{1}{4}\right)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2<m<2\\ \dfrac{m}{4}\ge\dfrac{1}{4}\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}-2<m<2\\ m\ge 1\end{cases}\Rightarrow 1\le m<2$.

Vậy $1\le m<2$.

Câu 15. Cho hàm số $y=\dfrac{mx-2m+3}{x+m}$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(2;+\infty\right)$. Tìm số phần tử của S.

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định: $x\ne -m$.

Ta có: $y'=\dfrac{m^2+2m-3}{\left(x+m\right)^2}$.

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(2;+\infty\right)$ thì:

$\begin{cases}y'<0;\forall x\in\left(2;+\infty\right)\\ x\ne -m\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2+2m-3<0\\ -m\le 2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-3<m<1\\ m\ge -2\end{cases}\Leftrightarrow -2\le m<1.$

Vậy giá trị nguyên của m là $S=\left\{-2;-1;0\right\}$.

Câu 16. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{mx+9}{4x+m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;4\right)$?

A. 5. **B.** 11. **C.** 6. **D.** 7.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x\ne -\dfrac{m}{4}$.

Ta có: $y'=\dfrac{m^2-36}{\left(4x+m\right)^2}$.

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(0;4\right)\Leftrightarrow y'<0,\ \forall x\in\left(0;4\right)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2-36<0 \\ -\dfrac{m}{4} \notin (0;4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6<m<6 \\ \left[\begin{array}{l} -\dfrac{m}{4} \le 0 \\ -\dfrac{m}{4} \ge 4 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6<m<6 \\ \left[\begin{array}{l} m \ge 0 \\ m \le -16 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow 0 \le m < 6.$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{0,1,2,3,4,5\}$.

Vậy có 6 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 17. Tìm tất cả các giá trị của m sao cho hàm số $y = \dfrac{-mx+3m+4}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$

A. $-1<m<4$. **B.** $-1<m\le 1$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m<-1 \\ m>4 \end{array}\right.$. **D.** $1\le m<4$.

Lời giải

Chọn B

$$y' = \frac{m^2-3m-4}{(x-m)^2}$$

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$ thì $y'<0, \forall x \in (1;+\infty)$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2-3m-4<0 \\ m \notin (1;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in (-1;4) \\ m \le 1 \end{cases} \Leftrightarrow -1<m\le 1.$$

Câu 18. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-2020;2020)$ sao cho hàm số $y = \dfrac{3x+18}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-3)$?

A. 2020. **B.** 2026. **C.** 2018. **D.** 2023.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x \ne m$ nên $m \notin (-\infty;-3)$

$$y = \frac{3x+18}{x-m} \Rightarrow y' = \frac{-3m-18}{(x-m)^2}$$

Để hàm số $y = \dfrac{3x+18}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-3)$ thì $-3m-18<0 \Leftrightarrow m>-6$

Vì $m \in (-2020;2020)$ và $m \notin (-\infty;-3)$ nên $m \in [-2;2020]$

Vậy có 2023 giá trị m nguyên thoả mãn.

Câu 19. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của m để hàm số $y = \dfrac{x+4}{2x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(-3;4)$.

A. Vô số. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{m}{2}\right\}$.

Có $y' = -\dfrac{m+8}{(2x-m)^2}$

Hàm số nghịch biến trên $(-3;4) \Leftrightarrow y'<0\ \forall x \in (-3;4) \Leftrightarrow -\dfrac{m+8}{(2x-m)^2}<0\ \forall x \in (-3;4)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -(m+8)<0 \\ \dfrac{m}{2} \notin (-3;4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>-8 \\ \left[\begin{array}{l} \dfrac{m}{2} \le -3 \\ \dfrac{m}{2} \ge 4 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -8<m\le -6 \\ m \ge 8 \end{array}\right..$$

Do m nguyên âm nên $m\in\left\{-7;-6\right\}$, gồm 2 giá trị thỏa mãn.

Câu 20. Gọi S là tập hợp các số nguyên $m\in\left[-2020;2020\right]$ để hàm số $y=\frac{m^2x+5}{2mx+1}$ nghịch biến trên khoảng $\left(3;+\infty\right)$. Khi đó số phần tử của S bằng

A. 2020. **B.** 9. **C.** 45. **D.** 2021.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\backslash\left\{-\frac{1}{2m}\right\}$.

Ta có $y=\frac{m^2x+5}{2mx+1}\Rightarrow y'=\frac{m^2-10m}{\left(2mx+1\right)^2}$.

Để hàm số $y=\frac{m^2x+5}{2mx+1}$ nghịch biến trên khoảng $\left(3;+\infty\right)$ thì $\begin{cases}m^2-10m<0\\-\frac{1}{2m}\notin\left(3;+\infty\right)\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}0<m<10\\-\frac{1}{2m}\le 3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}0<m<10\\\frac{1+6m}{2m}\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}0<m<10\\\left[\begin{array}{l}m\le-\frac{1}{6}\\m\ge 0\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow 0<m<10.$$

Ta có $\begin{cases}0<m<10\\-2020\le m\le 2020\end{cases}\Leftrightarrow 0<m<10\xrightarrow{m\in\mathbb{Z}}m\in\left\{1;2;3;...;9\right\}\longrightarrow$ có 9 phần tử.

Câu 21. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $\left[1;20\right]$ sao cho ứng với mỗi m, hàm số $y=\frac{-x^2+3x-m-1}{3x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(2;3\right)$?

A. 17. **B.** 14. **C.** 15. **D.** 13.

Điều kiện: $x\ne\frac{m}{3}$.

• Ta có $y'=\frac{-3x^2+2mx+3}{\left(3x-m\right)^2}$.

• Hàm số $y=\frac{-x^2+3x-m-1}{3x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(2;3\right)$

$$\Leftrightarrow\frac{-3x^2+2mx+3}{\left(3x-m\right)^2}\ge 0;\ \forall x\in\left(2;3\right)\Leftrightarrow\begin{cases}-3x^2+2mx+3\ge 0;\ \forall x\in\left(2;3\right) & (1)\\\frac{m}{3}\notin\left(2;3\right) & (2)\end{cases}.$$

• Ta có $\left(2\right)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\frac{m}{3}\ge 3\\\frac{m}{3}\le 2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\ge 9\\m\le 6\end{array}\right.$.

• $\left(1\right)\Leftrightarrow 2m\ge 3x-\frac{3}{x}=g\left(x\right),\ \forall x\in\left(2;3\right)$.

• Mà $g'\left(x\right)=3+\frac{3}{x^2}>0,\ \forall x\in\left(2;3\right)\Rightarrow g\left(x\right)$ luôn đồng biến trên $\left(2;3\right)$.

• Do đó $2m\ge 3x-\frac{3}{x}=g\left(x\right),\ \forall x\in\left(2;3\right)\Leftrightarrow 2m\ge g\left(3\right)\Leftrightarrow 2m\ge 8\Leftrightarrow m\ge 4$.

•Kết hợp hai điều kiện ta được $\left[\begin{array}{l} m\ge 9 \\ 4\le m\le 6 \end{array}\right.$. Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{4;5;6;9;10;...;20\}$.

•Vậy có 15 số nguyên m thỏa mãn.

Câu 22. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+6}{x+5m}$ nghịch biến trên khoảng $(10;+\infty)$

A. 3 **B.** Vô số **C.** 4 **D.** 5

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D=\mathbb{R}\backslash\{-5m\}$.

Ta có $y'=\dfrac{5m-6}{(x+5m)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên $(10;+\infty)$ khi và chỉ khi $y'<0,\forall x\in(10;+\infty)\Leftrightarrow\begin{cases} 5m-6<0 \\ -5m\notin(10;+\infty) \end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases} 5m-6<0 \\ -5m\le 10 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} m<\dfrac{6}{5} \\ m\ge -2 \end{cases}$. Mà $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-2;-1;0;1\}$.

Câu 23. Tập hợp tất cả các giá trị của m để hàm số $y=\dfrac{mx-9}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ là

A. $(-3;0]$. **B.** $(-3;0)$. **C.** $[-3;0]$. **D.** $[-3;0)$.

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $D=\mathbb{R}\backslash\{m\}$.

Ta có $y'=\dfrac{-m^2+9}{(x-m)^2}$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow\begin{cases} -m^2+9>0 \\ m\le 0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} -3<m<3 \\ m\le 0 \end{cases}\Leftrightarrow -3<m\le 0$.

Câu 24. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[1;25]$ sao cho ứng với mỗi m, hàm số $y=\dfrac{-x^2+2x-m+5}{2x-m}$ đồng biến trên khoảng $(1;3)$.

A. 24. **B.** 2. **C.** 20. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\dfrac{m}{2}\right\}$.

Ta có $y'=\dfrac{-2x^2+2mx-10}{(2x-m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;3)$ thì $y'\ge 0,\forall x\in(1;3)$.

tức là $\begin{cases} -2x^2+2mx-10\ge 0,\forall x\in(1;3) \\ x\ne\dfrac{m}{2},\forall x\in(1;3) \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} m\ge\dfrac{x^2+5}{x},\forall x\in(1;3)\ \left(Do\ x>0,\forall x\in(1;3)\right) \\ \left[\begin{array}{l} \dfrac{m}{2}\le 1 \\ \dfrac{m}{2}\ge 3 \end{array}\right. \end{cases}$.

Xét hàm số $g(x)=\dfrac{x^2+5}{x}, \forall x\in[1;3]$.

Ta có $g'(x)=\dfrac{x^2-5}{x^2}$. $g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\sqrt{5} \\ x=-\sqrt{5} \end{array}\right. (x\neq 0)$.

Bảng biến thiên

x	1		$\sqrt{5}$		3
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	6	$\searrow$	$2\sqrt{5}$	$\nearrow$	$\dfrac{14}{3}$

Từ bảng biến thiên, ta có $\left\{\begin{array}{l} m\geq \dfrac{x^2+5}{x}, \forall x\in(1;3) \\ \left[\begin{array}{l} \dfrac{m}{2}\leq 1 \\ \dfrac{m}{2}\geq 3 \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m\geq 6 \\ \left[\begin{array}{l} m\leq 2 \\ m\geq 6 \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow m\geq 6$.

Mà m là số nguyên thuộc đoạn $[1;25]$ nên $m\in\{6;7;8;9;10;....;25\}$.

Vậy có 20 giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[1;25]$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 25. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2;25]$ sao cho ứng với mỗi m, hàm số $y=\dfrac{x^2+5x-m-1}{5x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(1;4)$.

A. 8. **B.** 15. **C.** 14. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{m}{5}\right\}$.

Ta có $y'=\dfrac{5x^2-2mx+5}{(5x-m)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;4)$ thì $y'\leq 0, \forall x\in(1;4)$.

tức là $\left\{\begin{array}{l} 5x^2-2mx+5\leq 0, \forall x\in(1;4) \\ x\neq \dfrac{m}{5}, \forall x\in(1;4) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m\geq \dfrac{5x^2+5}{2x}, \forall x\in(1;4)\ \left(Do\ 2x>0, \forall x\in(1;4)\right) \\ \left[\begin{array}{l} \dfrac{m}{5}\leq 1 \\ \dfrac{m}{5}\geq 4 \end{array}\right. \end{array}\right.$.

Xét hàm số $g(x)=\dfrac{5x^2+5}{2x}, \forall x\in[1;4]$.

Ta có $g'(x)=\dfrac{5x^2-5}{2x^2}>0, \forall x\in[1;4]$. Hàm số đồng biến trên $(1;4)$.

Suy ra $\underset{x\in[1;4]}{Max}\, g(x)=g(4)=\dfrac{85}{8}$.

Khi đó, ta có $\begin{cases} m \ge \dfrac{5x^2+5}{2x}, \forall x \in (1;4) \\ \left[\begin{array}{l} \dfrac{m}{5} \le 1 \\ \dfrac{m}{5} \ge 4 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ge \dfrac{85}{8} \\ \left[\begin{array}{l} m \le 5 \\ m \ge 20 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m \ge 20$.

Mà m là số nguyên thuộc đoạn $[-2;25]$ nên $m \in \{20;21;22;23;24;25\}$.

Vậy có 6 giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2;25]$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 26. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-25;3]$ sao cho ứng với mỗi m, hàm số $y = \dfrac{-x^2+4x-m-5}{4x-m}$ đồng biến trên khoảng $(-3;-1)$.

A. 17. **B.** 15. **C.** 14. **D.** 16.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{m}{4}\right\}$.

Ta có $y' = \dfrac{-4x^2+2mx+20}{(4x-m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;-1)$ thì $y' \ge 0, \forall x \in (-3;-1)$.

tức là

$$\begin{cases} -4x^2+2mx+20 \ge 0, \forall x \in (-3;-1) \\ x \ne \dfrac{m}{4}, \forall x \in (-3;-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \le \dfrac{2x^2-10}{x}, \forall x \in (-3;-1) \ \left(Do\ x<0, \forall x \in (-3;\right. \\ \left[\begin{array}{l} \dfrac{m}{4} \le -3 \\ \dfrac{m}{4} \ge -1 \end{array}\right. \end{cases}.$$

Xét hàm số $g(x) = \dfrac{2x^2-10}{x}, \forall x \in [-3;-1]$.

Ta có $g'(x) = \dfrac{2x^2+10}{x^2} > 0, \forall x \in [-3;-1]$. Suy ra hàm số đồng biến trên $(-3;-1)$.

Suy ra $\underset{[-3;-1]}{Min}\, g(x) = g(-3) = -\dfrac{8}{3}$.

Khi đó, ta có

$$\begin{cases} m \le \dfrac{2x^2-10}{x}, \forall x \in (-3;-1) \\ \left[\begin{array}{l} \dfrac{m}{4} \le -3 \\ \dfrac{m}{4} \ge -1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \le -\dfrac{8}{3} \\ \left[\begin{array}{l} m \le -12 \\ m \ge -4 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-\infty;-12] \cup \left[-4;-\dfrac{8}{3}\right].$$

Mà m là số nguyên thuộc đoạn $[-25;3]$ nên $m \in \{-25;-24;-23;...;-12\} \cup \{-4;-3\}$.

Vậy 16 giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-25;3]$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 27. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2024;2024]$ sao cho ứng với mỗi m, hàm số $y=\dfrac{mx-6m+5}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(2;7)$.

A. 1027. **B.** 4045. **C.** 4043. **D.** 2025.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{m\}$.

Ta có $y'=\dfrac{-m^2+6m-5}{(x-m)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;7)$ thì $y'<0,\forall x\in(2;7)$.

tức là $\begin{cases}-m^2+6m-5<0\\ x\neq m,\forall x\in(2;7)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m<1\\ m>5\end{array}\right.\\ \left[\begin{array}{l}m\le 2\\ m\ge 7\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow m\in(-\infty;1)\cup[7;+\infty)$.

Mà m là số nguyên thuộc đoạn $[-2024;2024]$ nên $m\in\{-2024;-2023;...;0\}\cup\{7;8;9;...;2024\}$.

Vậy có 4043 giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2024;2024]$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 28. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{\sqrt{1-x}+1}{\sqrt{1-x}+m}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-5;5]$ để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-3;0)$?

A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

Lời giải. Đặt $t=\sqrt{1-x}$, với $x\in\ -3;0\ \longrightarrow t\in\ 1;2$.

Hàm số trở thành $f\ t\ =\dfrac{t+1}{t+m}\longrightarrow f'\ t\ =\dfrac{m-1}{t+m\ ^2}$.

Ta có $t'=\dfrac{-1}{2\sqrt{1-x}}<0,\ \forall x\in\ -3;0$. Suy ra $t=\sqrt{1-x}$ **nghịch biến** trên $-3;0$.

Do đó YCBT $\Leftrightarrow f\ t$ nghịch biến trên $1;2\ \Leftrightarrow f'\ t\ <0,\ \forall t\in\ 1;2$

$\Leftrightarrow\begin{cases}m-1<0\\ t+m\neq 0\end{cases},\ \forall t\in\ 1;2\ \Leftrightarrow\begin{cases}m-1<0\\ -m\neq t\end{cases},\ \forall t\in\ 1;2\ \Leftrightarrow\begin{cases}m-1<0\\ -m\notin\ 1;2\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}m-1<0\\ \left[\begin{array}{l}-m\ge 2\\ -m\le 1\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-1\le m<1\\ m\le -2\end{array}\right.\xrightarrow[m\in\ -5\ 5]{m\in\mathbb{Z}}m\in\ -5;-4;...;0$. **Chọn C.**

Câu 29. Tập hợp tất cả các giá trị của m để hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2-8x}-4}{\sqrt{x^2-8x}+m}$ nghịch biến trên $(-1;0)$ là

A. $(-\infty;4)$. **B.** $(-4;-3]\cup[0;+\infty)$. **C.** $(-4;-3)\cup(0;+\infty)$. **D.** $(-4;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=\sqrt{x^2-8x}$.

Điều kiện xác định: $x^2-8x\ge 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\le 0\\ x\ge 8\end{array}\right.$.

Xét hàm: $t=\sqrt{x^2-8x}$ với $x\in(-1;0)$

Ta có: $t'=\dfrac{2x-8}{2\sqrt{x^2-8x}}=\dfrac{x-4}{\sqrt{x^2-8x}}<0\ \forall x\in(-1;0)$

Bảng biến thiên:

x		-1		0	
t'	////	||	$-$	||	////
t	////	3	$\searrow$	0	////

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số $t=\sqrt{x^2-8x}$ nghịch biến trên khoảng $-1;0$ và $t\in(0;3)$.

Khi đó yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y=\dfrac{t-4}{t+m}$ đồng biến $(0;3)$

Điều kiện xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-m\}$

Ta có: $y'=\dfrac{m+4}{(t+m)^2},\ \forall x\in D$

Để hàm số đồng biến trên $(0;3)$ thì $\begin{cases} y'>0 \\ -m\notin(0;3)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+4>0 \\ \left[\begin{array}{l} -m\le 0 \\ -m\ge 3\end{array}\right.\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>-4 \\ \left[\begin{array}{l} m\ge 0 \\ m\le -3\end{array}\right.\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -4<m\le -3 \\ m\ge 0\end{array}\right.$

Câu 30. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-20;20]$ để hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2-2x+2}+1}{2m-3-\sqrt{x^2-2x+2}}$ đồng biến trên $(-\infty;1)$?

A. 21. **B.** 19. **C.** 22. **D.** 20.

Chọn A

Đặt $u=\sqrt{x^2-2x+2}$. Xét trên $(-\infty;1)$ thì $u\in(1;+\infty)$

Để $(-\infty;1)$ nằm trong TXĐ của hàm số đã cho thì: $2m-3\ne\sqrt{x^2-2x+2},\ \forall x\in(-\infty;1)$ $\Leftrightarrow 2m-3\le 1\Leftrightarrow m\le 2$

Ta có hàm số $y=\dfrac{u+1}{2m-3-u}\longrightarrow y'=\dfrac{2m-2}{(2m-3-u)^2}\cdot u'=\dfrac{2m-2}{(2m-3-u)^2}\cdot\dfrac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+2}}$

Để hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)$ thì $y'=\dfrac{2m-2}{(2m-3-u)^2}\cdot\dfrac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+2}}>0,\ \forall x\in(-\infty;1)$

Suy ra $2m-2<0\Leftrightarrow m<1$

Từ, suy ra $m<1$, mà $m\in[-20;20],\ m\in\mathbb{Z}\longrightarrow m=\{-20,-19,\dots,0\}$.

Vậy có 21 giá trị m nguyên thỏa mãn yêu cầu.

Câu 31. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in(-10;10)$ để hàm số $y=\dfrac{1-2\sin x}{2\sin x+m}$ đồng biến trên khoảng $\left(\dfrac{\pi}{2};\pi\right)$

A. 18. **B.** 11. **C.** 10. **D.** 9.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y=\dfrac{-2\sin x+1}{2\sin x+m}\Rightarrow y'=\dfrac{-2m-2}{(2\sin x+m)}.\cos x\ge 0,\forall\left(\dfrac{\pi}{2};\pi\right)\Leftrightarrow\dfrac{2m+2}{(2\sin x+m)}\ge 0,\forall\left(\dfrac{\pi}{2};\pi\right)$

$\Leftrightarrow\begin{cases} 2m+2\ge 0 \\ m\ne -2\sin x\in(-2;0)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} m\in[-1;+\infty) \\ m\in(-\infty;-2]\cup[0;+\infty)\end{cases}\Leftrightarrow m\in[0;+\infty).$

Do m nguyên thuộc khoảng $(-10;10)\Rightarrow m\in\{0;1;2;\dots;9\}$.

Vậy có 10 giá trị nguyên của tham số m thỏa.

Câu 32. Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên thuộc khoảng $(-2020;2021)$ của tham số m để hàm số $y=\dfrac{2\cos x-3m}{\cos x+m}$ đồng biến trên khoảng $(0;\pi)$. Số phần tử của S là

A. 2020. **B.** 2021. **C.** 2019. **D.** 2018.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=\cos x$, với $x\in(0;\pi)\Rightarrow t\in(-1;1)$, hàm số có dạng $y=\dfrac{2t-3m}{t+m}$.

Hàm số $y=\dfrac{2\cos x-3m}{\cos x+m}$ đồng biến trên khoảng $(0;\pi)\Leftrightarrow$ hàm số $y=\dfrac{2t-3m}{t+m}$ đồng biến trên khoảng $(-1;1)$. $\Leftrightarrow\begin{cases} y'=\dfrac{5m}{(t+m)^2}>0\\ \left[\begin{array}{l}-m\ge 1\\ -m\le -1\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} m>0\\ \left[\begin{array}{l}m\le -1\\ m\ge 1\end{array}\right.\Leftrightarrow m\ge 1\end{cases}$

Kết hợp $m\in(-2020;2021)$ và $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{1;2;3;...;2020\}$

$\Rightarrow$ có 2020 số nguyen m thoả mãn.

Câu 33. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc khoảng $(-8;8)$ để hàm số $y=\dfrac{2\sqrt{9-x^2}-m}{\sqrt{9-x^2}-m}$ đồng biến trên khoảng $(0;\sqrt{5})$?

A. 9. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

Đặt $\sqrt{9-x^2}=t$. Do $x\in(0;\sqrt{5})\Rightarrow t\in(2;3)$

Hàm số đã cho trở thành: $f(t)=\dfrac{2t-m}{t-m}$ trên khoảng $(2;3)$, $t\ne m$

Ta có $f'(t)=\dfrac{-m}{(t-m)^2}$, $\forall t\in(2;3); t\ne m$

Khi đó để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;\sqrt{5})$ thì hàm số $f(t)$ nghịch biến trên khoảng $t\in(2;3)$ vì $t'=\dfrac{-x}{\sqrt{9-x^2}}<0, \forall x\in(0;\sqrt{5})$

$\Rightarrow f'(t)=\dfrac{-m}{(t-m)^2}<0\,\forall t\in(2;3); t\ne m$

$\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{-m}{(t-m)^2}<0\\ m\notin(2;3)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-m<0\\ \left[\begin{array}{l}m\le 2\\ m\ge 3\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>0\\ \left[\begin{array}{l}m\le 2\\ m\ge 3\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}0<m\le 2\\ m\ge 3\end{array}\right.$

Do m là các số nguyên thuộc khoảng $(-8;8)$ nên $m=\{1;2;3;4;5;6;7\}$

Vậy có 7 giá trị của m để thoả mãn điều kiện bài toán.

Câu 34. Có tất cả bao nhiêu số nguyên dương m để hàm $y=\dfrac{\cos x+1}{10\cos x+m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$.

A. 9. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 11.

Lời giải

Chọn A

 Đặt $t=\cos x\,(0<t<1)\Rightarrow y=\dfrac{t+1}{10t+m}\Rightarrow y'=\dfrac{m-10}{(10t+m)^2}.t'$

 Hàm số $y=\dfrac{\cos x+1}{10\cos x+m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)\Leftrightarrow y'=\dfrac{m-10}{(10t+m)^2}.t'>0,\ \forall x\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$

. Vì trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ hàm số $t=\cos x$ nghịch biến nên $t'<0, \forall x\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$

 Từ đó suy ra:

$$\begin{cases} m-10<0 \\ -\dfrac{m}{10}\notin(0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<10 \\ \left[\begin{array}{l} m\le -10 \\ m\ge 0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\le -10 \\ 0\le m<10 \end{array}\right. .$$

m nguyên dương nên $m\in\{1,2,\ldots,9\}$.

Câu 35. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=\dfrac{\cot x-2}{\cot x-m}$ nghịch biến trên $\left(\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{2}\right)$.

A. $1\le m<2$. **B.** $m>2$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m\le 0 \\ 1\le m<2 \end{array}\right.$. **D.** $m\le 0$.

Lời giải

Chọn C

$y=\dfrac{\cot x-2}{\cot x-m}\Rightarrow y'=\dfrac{-m+2}{(\cot x-m)^2}.\dfrac{-1}{\sin^2 x}$

Để hàm số $y=\dfrac{\cot x-2}{\cot x-m}$ nghịch biến trên $\left(\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{2}\right)$ thì

$y'<0\forall x\in\left(\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{2}\right)\Leftrightarrow\begin{cases} -m+2>0 \\ m\notin(0;1) \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} m<2 \\ m\le 0\vee m\ge 1 \end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m\le 0 \\ 1\le m<2 \end{array}\right.$

Câu 36. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m sao cho hàm số $y=\dfrac{\tan x-2}{\tan x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{4};0\right)$?

A. Có vô số. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=\tan x$.

Do $x\in\left(-\dfrac{\pi}{4};0\right)\Rightarrow t\in(-1;0)$ và hàm số $t=\tan x$ đồng biến trên $\left(-\dfrac{\pi}{4};0\right)$.

Khi đó: $y=\dfrac{t-2}{t-m}$ với $t\in(-1;0)$

$y'=\dfrac{-m+2}{(t-m)^2}$

Để hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{4};0\right)\Leftrightarrow$ Hàm số $y=\dfrac{t-2}{t-m}$ đồng biến trên $(-1;0)$

$$\Leftrightarrow y'>0\ \forall t\in(-1;0)\Leftrightarrow\begin{cases} -m+2>0 \\ m\notin(-1;0) \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} m<2 \\ \left[\begin{array}{l} m\ge 0 \\ m\le -1 \end{array}\right. \end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} 0\le m<2 \\ m\le -1 \end{array}\right. .$$

Do m là số nguyên dương $\Rightarrow m=1$