gsm HW3

1. (1) $MU_x = \frac{\partial u}{\partial x} = 3$; $MU_y = \frac{\partial u}{\partial y} = 1$

(2) $u(x,y) = 3x+y$, $MU_x > 0$, $MU_y > 0$, 是单调的

(3) $MRS = -\frac{MU_x}{MU_y} = -3$

对于无差异曲线, $3x+y=u_0$, 故 $MU_x dx + MU_y dy = 0$

说明: Peter 多1本书, 朋友要少3本书才可保证效用不变

(4) 不是。MRS定值, 而非单减

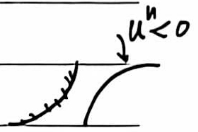
2. (1) 收益的期望: $w^* = \pi w_g + (1-\pi) w_b = w + \pi x r_g + (1-\pi) x r_b$

$= w + x[\pi r_g + (1-\pi) r_b]$

$\frac{dw^*}{dx} = \underset{(+)}{\pi r_g} + \underset{(-)}{(1-\pi) r_b}$

因此, $\pi r_g + (1-\pi) r_b \geq 0 \Leftrightarrow \pi(r_g - r_b) \geq -r_b \Leftrightarrow \pi \geq \frac{-r_b}{r_g - r_b}$

最优选择: $x = \begin{cases} w, & 若\ \pi \in [\frac{-r_b}{r_g - r_b}, 1] \\ 0, & 否则 \end{cases}$



~~(2)~~ (1) 题目注明了: 风险厌恶。因此是在期望效用 setting 上分析, U上凸。(故 $U''<0$) 凹函数

$EU(x) = \pi U(w + x r_g) + (1-\pi) U(w + x r_b)$

$EU'(x) = \pi r_g U'(w + x r_g) + (1-\pi) r_b U'(w + x r_b)$

$EU''(x) = \pi r_g^2 U''(w + x r_g) + (1-\pi) r_b^2 U''(w + x r_b) < 0$

$EU'(x)$ 单减, $EU'(0) = [\pi r_g + (1-\pi) r_b] U'(w)$ 。~~不妨设~~ 常理来说, 随着资产增加, 人会更开心, 不妨设 $U'(w) > 0$, ($U'(y) > 0$, $y \in [w, w + w r_g]$)。那么 $EU(x)$ 单增 or 单减由固定。

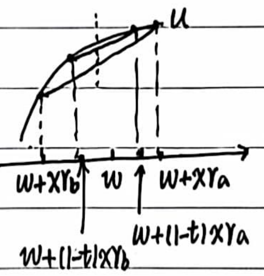
最优点会在 $x=0$ 或 $x=w$ 取到

(2) $E\tilde{U}(x) = \pi U(w + x(1-t) r_g) + (1-\pi) U(w + x(1-t) r_b)$

类似地, $E\tilde{U}''(x) < 0$, $E\tilde{U}'(x)$ 单减, 但由于 U 是上凸函数。

故 $E\tilde{U}(x) \geq EU(x)$

此时在最优选择下的期望效用会比(1)中最高的期望效用高



3. $\max\ c_1c_2$
   s.t. $1.1c_1+c_2=8800$

$L=c_1c_2+\lambda(1.1c_1+c_2-8800)$

$\frac{\partial L}{\partial c_1}=c_2+1.1\lambda=0$

$\frac{\partial L}{\partial c_2}=c_1+\lambda=0$

$\frac{\partial L}{\partial \lambda}=1.1c_1+c_2-8800=0$

$\begin{cases} c_1^*=4000 \\ c_2^*=4400 \end{cases}$

4. $u(c,H)=\ln c-\frac{\gamma}{H}$, $m=c+H$

(1) $\max\limits_{c+H=m} EU(c,H)$ 即 $\max\limits_{c+H=m} (1-\gamma)\ln c+\gamma[\ln c-\frac{1}{H}]$

(2) $L=\ln c-\frac{\gamma}{H}+\lambda(m-c-H)$

$\frac{\partial L}{\partial c}=\frac{1}{c}-\lambda=0$

$\frac{\partial L}{\partial H}=\frac{\gamma}{H^2}-\lambda=0$, $H^*=\frac{-\gamma+\sqrt{\gamma^2+4\gamma m}}{2}$, $c^*=\frac{\gamma+2m-\sqrt{\gamma^2+4\gamma m}}{2}$

$\frac{\partial L}{\partial \lambda}=m-c-H=0$

(3) $\frac{\partial H^*}{\partial m}=\frac{1}{2}\cdot\frac{4\gamma}{2\sqrt{\gamma^2+4\gamma m}}=\frac{\gamma}{\sqrt{\gamma^2+4\gamma m}}>0$，收入变多，$H^*$变多

5. (a) independence axiom $\Rightarrow$ 凸性

$L\succ \alpha L'+(1-\alpha)L \succ \alpha L'+(1-\alpha)L''$

(b) 偏好 violate convexity.

Eg: $L\succ L'\succ L''$, $L<\alpha L'+(1-\alpha)L''$

① L

② $L\succsim \alpha L'+(1-\alpha)L''$.

③ $\alpha L'+(1-\alpha)L''\succsim \alpha L+(1-\alpha)L''$，因为独立

④ $\alpha L+(1-\alpha)L''\succsim L$

a sure loss of money