

# gsm 微观 HW2

罗淦 2200013522

2024 年 10 月 28 日

## 1 HW 1

### 1.1 Rosa喝咖啡

解答. (1) Rosa的”至少一样好”的关系是不可传递的. A和B相差0.75茶勺, 因此无法分辨, A和B至少一样好:  $A \succeq B$ . B和C相差0.75茶勺, 因此无法分辨, B和C至少一样好:  $A \succeq C$ . 但是A和C差了1.5茶勺, 因此可以分辨, C比A好, 因此 $A \succeq C$ 不成立, 所以传递性不成立.

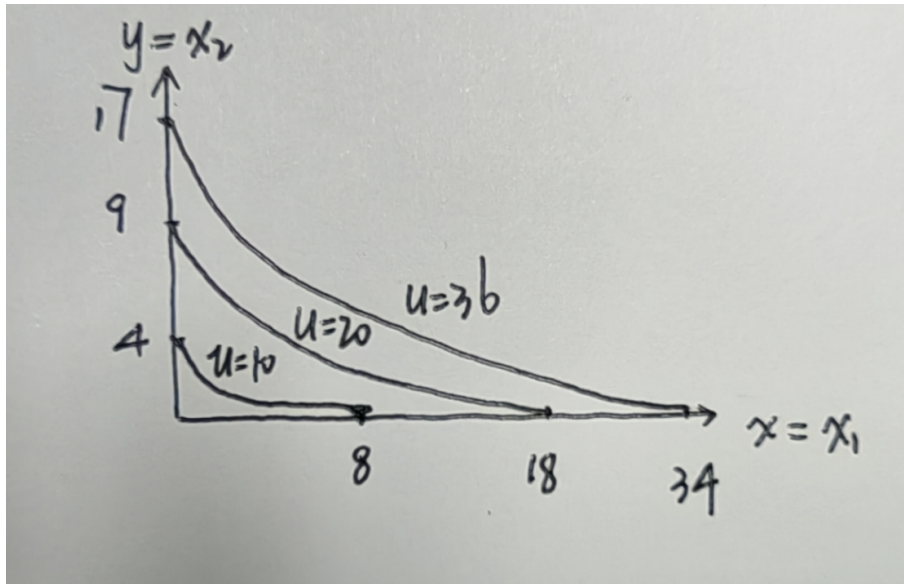
注: 在无法分辨的情况下,既可以说 $A \succeq B$ , 也可以说 $B \succeq A$ .

(2) Rosa的”无法区分”的关系是不可传递的. 已知 $A \sim B$ ,  $B \sim C$ , 但是 $A \not\sim C$ . 因此不具有传递性.

(3) Rosa的”更好”的关系是可传递的. 考虑其他的情况, 如果 $A \succ B$ ,  $B \succ C$ , 那么A至少比B多一茶勺, B至少比C多一茶勺. 那么A至少比C多两茶勺, 有 $A \succ C$ .  $\square$

### 1.2 小明同学的效用函数

解答. (1) 无差异曲线 $(x_A + 1)(x_B + 1) = u$ , 此处的 $u$ 是定值 (2)和(3)  $\square$



### 1.3 宁的效用函数

解答. For simplicity,  $x_A = x$ ,  $x_B = y$

(a) 预算约束:  $x + 2y \leq 40$ .

(b) 最优组合(20, 10)

$$\text{求解 } \max_{x+2y \leq 40} xy, L = xy + \lambda(x + 2y - 40), \begin{cases} L_x = y + \lambda = 0 \\ L_y = x + 2\lambda = 0 \\ L_x = x + 2y - 40 = 0 \end{cases} \Rightarrow x^* = 20, y^* = 10$$

(c) 最大效用  $u_{\max} = x^*y^* = 200$

(d) 此时, 新的预算约束  $x + 3y \leq 40$ .

$$\text{求解 } \max_{x+3y \leq 40} xy, L = xy + \lambda(x + 3y - 40), \begin{cases} L_x = y + \lambda = 0 \\ L_y = x + 3\lambda = 0 \\ L_x = x + 3y - 40 = 0 \end{cases} \Rightarrow x^* = 20, y^* = \frac{20}{3}$$

此时的效用是  $u = \frac{400}{3}$ .

要计算替代效用和收入效应, 那么在新的价格下, 如果保持购买力不变, 此时的补偿预算约束是:  $x + 3y \leq 50$

$$\text{求解 } \max_{x+3y \leq 50} xy, L = xy + \lambda(x + 3y - 50), \begin{cases} L_x = y + \lambda = 0 \\ L_y = x + 3\lambda = 0 \\ L_x = x + 3y - 50 = 0 \end{cases} \Rightarrow x^* = 25, y^* = \frac{25}{3}$$

因此:

替代效应:  $x_{\text{补偿}}^* - x_{\text{最初}}^* = 5, y_{\text{补偿}}^* - y_{\text{最初}}^* = -\frac{5}{3}$

收入效应:  $x_{\text{最终}}^* - x_{\text{补偿}}^* = -5, y_{\text{最终}}^* - y_{\text{补偿}}^* = -\frac{5}{3}$

## 1.4

□

4. 上周 B T  
P 2 2  
num 7.5 7.5

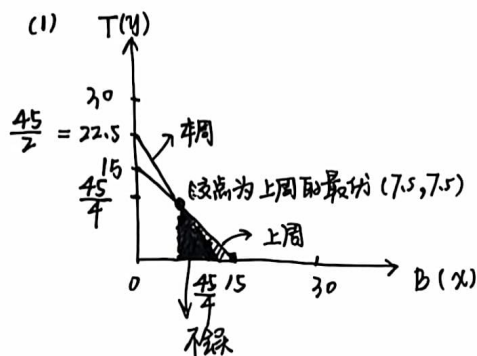
$$C = 4 \times 7.5 = 30$$

$$2x + 2y = 30$$

本周 B T  
P' 4 2  
num 7.5 7.5

$$C = 6 \times 7.5 = 45$$

$$4x + 2y = 45$$



(2) 这里分析替代效应 (称为  $\Delta p \Delta x < 0$ )

因为:  $P_1'x + P_2y = P_1'x' + P_2y'$  (其中  $(x', y')$  为本周最优 bundle)

$(x, y) = (7.5, 7.5)$  和  $(x', y')$  在  $C = 45$  买得起

买了  $(x', y')$ , 故  $C = 30$  时买不起  $(x', y')$  即  $P_1x' + P_2y' > P_1x + P_2y$

~~$$P_1x + P_2y < P_1x' + P_2y'$$~~

$$P_1(x' - x) > P_2(y - y') = P_1'(x' - x)$$

~~$$x(x' - P_1') < P_2(y - y') = P_1'(x' - x)$$~~

$$(P_1' - P_1)(x' - x) < 0$$

~~$$① m_0 = P_1x + P_2y$$~~

~~$$② m_1 = P_1'x + P_2y = P_1'x' + P_2y'$$~~

~~$$③ m_0 < m_1 \Leftrightarrow P_1x + P_2y < P_1'x' + P_2y'$$~~

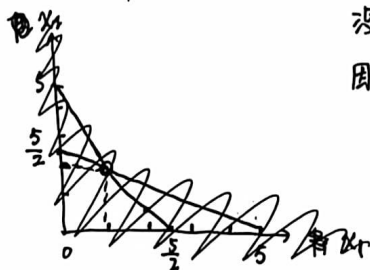
~~$$P_1'x' + P_2y' < P_1x + P_2y$$~~

没有违反:

因为  $P^0 \rightarrow P^1, \Delta P_2 = 1, \Delta x_2 = 0$

$P^1 \rightarrow P^2, \Delta P_1 = 1, \Delta x_1 = 0, \Delta P \cdot \Delta x \leq 0$

5.



b.  $m_0 = 16$ ,  $u(w) = \sqrt{w}$

(a) 购买保险:  $\begin{matrix} 90\% & 16-R \\ 5\% & 16-7-R=9-R \\ 5\% & 16-7-R=9-R \end{matrix}$  故  $EU_1 = 0.9 \times \sqrt{16-R} + 0.1 \times \sqrt{9-R}$

(b) 不买保险:  $\begin{matrix} 90\% & 16 \\ 5\% & 9 \\ 5\% & 4 \end{matrix}$   $EU_2 = 0.9 \times 16 + 0.05 \times 9 + 0.05 \times 4$   
 $= 1.44 + 0.45 + 0.2$   
 $= 2.09$

$$\begin{array}{r} 1.44 \\ 0.45 \\ 0.20 \\ \hline 2.09 \end{array}$$

(c)  $EU_1 \geq EU_2$

$R^* \approx 6.68$  故  $R \leq 6.68$

7. (1)

$$\alpha \cdot A \left( \begin{matrix} 2500 & \frac{1}{2} \\ 400 & \frac{1}{2} \end{matrix} \right) + (1-\alpha) \cdot B \left( \begin{matrix} 1600 & \frac{1}{2} \\ 900 & \frac{1}{2} \end{matrix} \right)$$

A的EU:  $EU_A = \frac{1}{2} \cdot 50 + \frac{1}{2} \cdot 20 = 35$

B的EU:  $EU_B = \frac{1}{2} \cdot 40 + \frac{1}{2} \cdot 30 = 35$

$\alpha A + (1-\alpha)B$  的EU:  $EU(\alpha) = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2500\alpha + 1600(1-\alpha)} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{400\alpha + 900(1-\alpha)} = \frac{1}{2} \sqrt{1600 + 900\alpha} + \frac{1}{2} \sqrt{900 - 500\alpha}$

$\arg\max_{\alpha} EU(\alpha) = \arg\max_{\alpha} \frac{5(16 + 9\alpha - 9 + 5\alpha)}{\sqrt{16 + 9\alpha} - \sqrt{9 - 5\alpha}} = 5(\sqrt{16 + 9\alpha} + \sqrt{9 - 5\alpha})$

$= \arg\max_{\alpha} \frac{5(7 + 4\alpha)}{\sqrt{16 + 9\alpha} - \sqrt{9 - 5\alpha}}$

$\frac{dEU(\alpha)}{d\alpha} = \frac{5}{2} \left( \frac{9}{\sqrt{16 + 9\alpha}} - \frac{5}{\sqrt{9 - 5\alpha}} \right) = 0 \Leftrightarrow \alpha^* = \frac{47}{90}$

(2) 买保险收益:  $\frac{1}{2} \cdot \sqrt{2500 - 400} + \frac{1}{2} \sqrt{400 - 400 + 800} = \frac{1}{2} \sqrt{2100} + \frac{1}{2} \sqrt{800} = 5(\sqrt{21} + \sqrt{8}) \approx 37.05$

即  $EU(\frac{47}{90}) = 35.37$

买保险更好!