TCS HW7

罗淦

2200013522

5.3 构造生成下述语言的文法

(1) $\{ww \mid w\in\{a,b\}^*\}$

思路：生成之后又复制了一份，可以先生成 ww^R，w^R 为 w 对称（反转）。
然后反转回 w

文法： $S\to CD$ $\quad C\to aCA$

$C\to bCB$ 前四个文法保证了可以生成"ww^RD"（A看成a，B看成b

$C\to\varepsilon$

$AD\to aD$

$BD\to bD$

$Aa\to aA$ $\quad Ab\to bA$

$Ba\to aB$ $\quad Bb\to bB$

ww^RD 变化

且D只能把它左边第一个从大写变小写

这里的交换可实现反转（因为每个大写字母都需在D左边才可变化）

(2) $\{a^{n^2}\mid n\in N\}$

思路：要有种生成"平方"的方法

先生成n个A和n个B，每对AB生成一个a（n^2对）

$S\to CXD$ $\quad X\to BXA$ C和D为边界符，且生成的B总在A左边

$X\to\varepsilon$ $\quad BA\to AaB$ BA对生成a之后换位，A遇到C才消失

B遇到D才消失

$Ba\to aB$ $\quad aA\to Aa$

这两个之所以不是对称的 $Aa\to aA$ 和 $Ba\to aB$

因为 $\xrightarrow{*} cBBAAD \xrightarrow{*} CaBaBAD \to CaBaAaBD$

$\to Ca\underline{\underline{BaA}}aD$

问题在于此！

$CA\to\varepsilon$ $\quad BD\to D$

$C\to\varepsilon$ $\quad D\to\varepsilon$

5.4 证明：对于每一个文法G都存在文法G'，使得 $L(G)=L(G')$ 且 G' 的产生式左端不含任何终极符

证明：对于文法 $G=(V,T,I,S)$，如果存在属于 I 的产生式 P，s.t $P: u\to v$，

u中含有T中元素。那么 $\forall a\in T$，引入新的 $X_a\to a$，把 $\forall P\in I$，P中的a更换为 X_a

这样得到 $V'=V\cup\{X_a\}_{a\in T}$，I'，新文法 $G'=(V',T,I',S)$。

① 问题1，记为Π_1。

所有的实例集合为 $\{(x,y) \mid x,y\in S\} = S\times S$

所有答案为"是"的实例集合 $\{(x,y)\in S\times S \mid x$ 和 y 在同一等价类中$\} ::= L$

$\Pi_1 = (S\times S, L)$

② 问题2，记为Π_2。

实例集合为 $V\times V$

所有答案为"是"的实例集合 $\{(\cancel{x,y}\ u,v)\in V\times V \mid uv\in E\}$

$\Pi_2 = (V\times V, E)$

③ $f:\ S\times S \longrightarrow V\times V$

$(x,y) \longmapsto (u,v)$

对应关系：(1) $x,y\in S$，S有穷集合，集合S到无向图G的顶点集V有一一对应

$\tilde{f}(x)=u$

(2) x和y存在等价关系 $\Leftrightarrow (x,y)\in L$

$\Leftrightarrow (\tilde{f}(x),\tilde{f}(y))\in E$

$\Leftrightarrow (u,v)\in E$

是一个归纳

④ A可以解决Π_2

即 $\forall (u,v)\in V\times V$，$A((u,v)) = \begin{cases} 1 & (u,v)\times E \\ 0 & 否则 \end{cases}$

用于解决Π_1，令 $A(f(x,y))$ 即可

P89 6.1 证明存在TM s.t. 下述问题不可解：

任给格局σ，M从σ开始最终是否会以完全空白的带停机？

证明：~~Π_1：(全体实例~~

Π_1：$(q_0B?$ 停机格局?

全体实例集合 = 全体初始格局 = $\{q_0Bw \mid w\in A^*\}$

全体"是"的实例集合 = $\{q_0Bw \mid w\in A^*$，$M(q_0Bw)$停机且输出空白$\}$

方法：已知某些不可判定问题，构造等价

M是TM，这个TM的停机问题不可解

构造TM：M_1。M_1的输入：M的输入左和右各加定界符#和*

M_1的操作：若越过#和*，先左(右)移动#和*，再操作，其余相同

若M停机~~接受~~：M_1把#移至最左，*移至最右，然后从#开始删除，删完*，停机接受

则 M停机 $\Leftrightarrow$ M停机输出空白

6.8 证明不可解

(1) $\forall G_1, G_2$，~~否~~ $L(G_1) \subseteq L(G_2)$？

(2) $\forall G_1, G_2$ $L(G_1) = L(G_2)$？

证明：

(1) 取 DTM：M，L(M)非递归 r.e.

$\forall x \in A^*$，$x \in L(M)$？不可解.

Δ：(1) 已知任给文法 G，$L(G) = \phi$？是不可判定的.

$\Downarrow$ 归约

因为 π_2 中 G 是任给的

故取 π_2 中任给的 $G_1 = G$，故 $L(G_1) = \phi$？不可判定

对 π_2 中任给的 G_2

如果"取" $G_2 = (V_2, T_2, I_2, S)$ 且 I_2 只有 $S \to S$

即取特殊情况了，$L(G_2) = \emptyset$

那么，$L(G_1) = \phi \Leftrightarrow L(G_1) \subseteq L(G_2)$ 不可判定

那么，更大的 π_2 也不可判定

(2) 也归约

$G_1 = G$，$L(G_1) = \emptyset$ 不可判定

特殊情况、$L(G_2) = \emptyset$

故 $L(G_1) = L(G_2)$ 不可判定

更大 π_2 不可判定