

gsm 微观 HW2

罗淦 2200013522

2024 年 10 月 28 日

1 HW 1

1.1 Rosa喝咖啡

解答. (1) Rosa的”至少一样好”的关系是不可传递的. A和B相差0.75茶勺, 因此无法分辨, A和B至少一样好: $A \succeq B$. B和C相差0.75茶勺, 因此无法分辨, B和C至少一样好: $A \succeq C$. 但是A和C差了1.5茶勺, 因此可以分辨, C比A好, 因此 $A \succeq C$ 不成立, 所以传递性不成立.

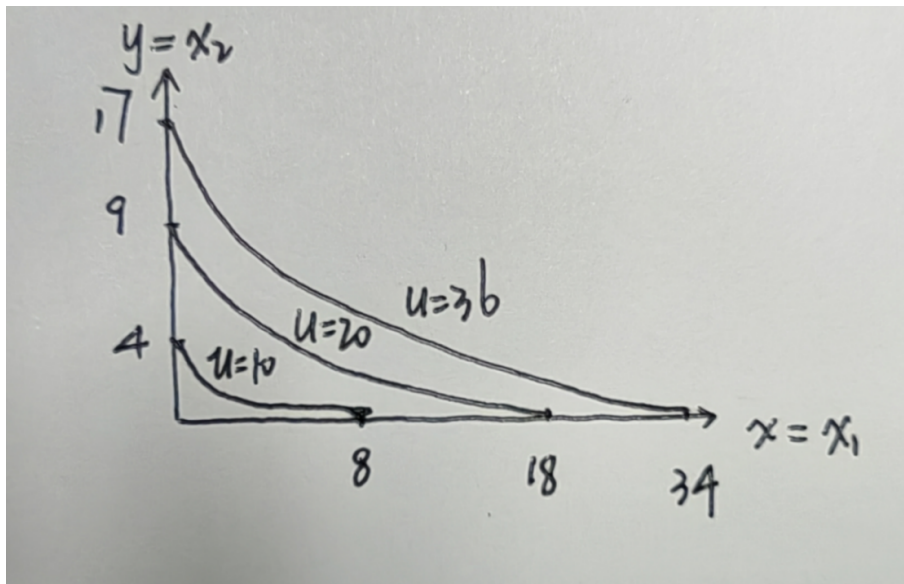
注: 在无法分辨的情况下,既可以说 $A \succeq B$, 也可以说 $B \succeq A$.

(2) Rosa的”无法区分”的关系是不可传递的. 已知 $A \sim B$, $B \sim C$, 但是 $A \not\sim C$. 因此不具有传递性.

(3) Rosa的”更好”的关系是可传递的. 考虑其他的情况, 如果 $A \succ B$, $B \succ C$, 那么A至少比B多一茶勺, B至少比C多一茶勺. 那么A至少比C多两茶勺, 有 $A \succ C$. \square

1.2 小明同学的效用函数

解答. (1) 无差异曲线 $(x_A + 1)(x_B + 1) = u$, 此处的 u 是定值 (2)和(3) \square



1.3 宁的效用函数

解答. For simplicity, $x_A = x$, $x_B = y$

(a) 预算约束: $x + 2y \leq 40$.

(b) 最优组合(20, 10)

$$\text{求解 } \max_{x+2y \leq 40} xy, L = xy + \lambda(x + 2y - 40), \begin{cases} L_x = y + \lambda = 0 \\ L_y = x + 2\lambda = 0 \\ L_x = x + 2y - 40 = 0 \end{cases} \Rightarrow x^* = 20, y^* = 10$$

(c) 最大效用 $u_{\max} = x^*y^* = 200$

(d) 此时, 新的预算约束 $x + 3y \leq 40$.

$$\text{求解 } \max_{x+3y \leq 40} xy, L = xy + \lambda(x + 3y - 40), \begin{cases} L_x = y + \lambda = 0 \\ L_y = x + 3\lambda = 0 \\ L_x = x + 3y - 40 = 0 \end{cases} \Rightarrow x^* = 20, y^* = \frac{20}{3}$$

此时的效用是 $u = \frac{400}{3}$.

要计算替代效用和收入效应, 那么在新的价格下, 如果保持购买力不变, 此时的补偿预算约束是: $x + 3y \leq 50$

$$\text{求解 } \max_{x+3y \leq 50} xy, L = xy + \lambda(x + 3y - 50), \begin{cases} L_x = y + \lambda = 0 \\ L_y = x + 3\lambda = 0 \\ L_x = x + 3y - 50 = 0 \end{cases} \Rightarrow x^* = 25, y^* = \frac{25}{3}$$

因此:

替代效应: $x_{\text{补偿}}^* - x_{\text{最初}}^* = 5, y_{\text{补偿}}^* - y_{\text{最初}}^* = -\frac{5}{3}$

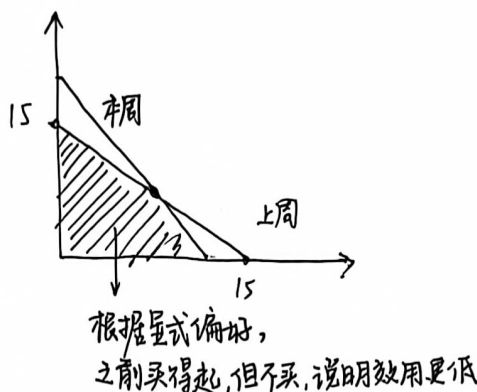
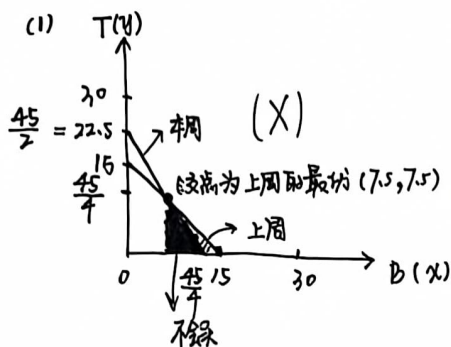
收入效应: $x_{\text{最终}}^* - x_{\text{补偿}}^* = -5, y_{\text{最终}}^* - y_{\text{补偿}}^* = -\frac{5}{3}$

1.4

□

4. 上周 B T
 $p \ 2 \ 2$
 $num \ 7.5 \ 7.5$
 $C = 4 \times 7.5 = 30$
 $2x + 2y = 30$

本周 B T
 $p' \ 4 \ 2$
 $num \ 7.5 \ 7.5$
 $C = 6 \times 7.5 = 45$
 $4x + 2y = 45$



(2) 这里分析替代效应 (称为 $\Delta p \Delta x < 0$)

因为: $p_1'x + p_2y = p_1'x' + p_2y'$ (其中 (x', y') 为本周最优 bundle)

$(x, y) = (7.5, 7.5)$ 和 (x', y') 在 $C = 45$ 买得起

买了 (x', y') , 故 $C = 30$ 时买不起 (x', y') 即 $p_1x' + p_2y' > p_1x + p_2y$

即: ~~$p_1x + p_2y < p_1x' + p_2y'$~~

~~$x(p_1 - p_1') < p_2(y - y') = p_1'(x - x')$~~

$p_1(x' - x) > p_2(y - y') = p_1'(x' - x)$

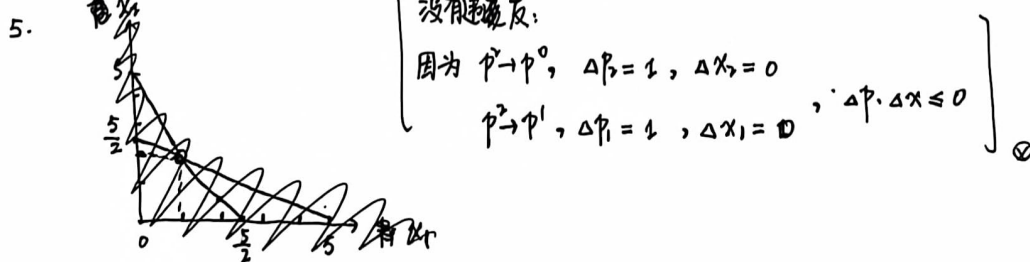
$(p_1' - p_1)(x' - x) < 0$

① ~~$m_0 = p_1x + p_2y$~~

② ~~$m_1 = p_1'x + p_2y = p_1'x' + p_2y'$~~

③ ~~$m_0 < m_1 \Leftrightarrow p_1x + p_2y < p_1'x' + p_2y'$~~

~~$p_1'x' + p_2y' < p_1x + p_2y$~~



违反了, 因为:

	p_1	p_2	x_1	x_2	m
case 0	1	2	1	2	5
case 1	2	1	2	1	5
case 2	1	1	2	2	4

此时也买得起 $x^1 \Rightarrow x^0 > x^1$
 买得起 $x^0 \Rightarrow x^1 > x^0$ } 矛盾! 违反了!

b. $m_0 = 16$, $u(w) = \sqrt{w}$

(a) 购买保险: $\begin{matrix} 90\% & 16-R \\ 5\% & 16-7-R=9-R \\ 5\% & 16-7-R=9-R \end{matrix}$ 故 $EU = 0.9 \times \sqrt{16-R} + 0.1 \times \sqrt{9-R}$

$$\begin{array}{r} 1.44 \\ 0.45 \\ 0.20 \\ \hline 2.09 \end{array}$$

(b) 不购买: $\begin{matrix} 90\% & 16 \\ 5\% & 9 \\ 5\% & 4 \end{matrix}$ $EU_2 = 0.9 \times 16 + 0.05 \times 9 + 0.05 \times 4$
 $= 1.44 + 0.45 + 0.2$
 $= 2.09$

$$\Delta: EU_2 = 0.9 \times \sqrt{16} + 0.05 \times \sqrt{9} + 0.05 \times \sqrt{4}$$

$$= 0.9 \times 4 + 0.05 \times 3 = 3.6 + 0.35 = 3.95$$

(c) $EU_1 \approx EU_2$

$R^* \approx 6.68$ 故 $R \leq 6.68$

7. (1)

$$2. A \left\{ \begin{matrix} 2500 & \frac{1}{2} \\ 400 & \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} + (1-\alpha) \cdot B \left\{ \begin{matrix} 1600 & \frac{1}{2} \\ 900 & \frac{1}{2} \end{matrix} \right\}$$

A 的 EU : $EU_A = \frac{1}{2} \cdot 50 + \frac{1}{2} \cdot 20 = 35$

B 的 EU : $EU_B = \frac{1}{2} \cdot 40 + \frac{1}{2} \cdot 30 = 35$

$$\alpha A + (1-\alpha)B \text{ 的 } EU: EU(\alpha) = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2500\alpha + 1600(1-\alpha)} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{400\alpha + 900(1-\alpha)} = \frac{1}{2} \sqrt{1600 + 900\alpha} + \frac{1}{2} \sqrt{900 - 500\alpha}$$

$$\arg\max_{\alpha} EU(\alpha) = \arg\max_{\alpha} \frac{5(16 + 9\alpha - 9 + 5\alpha)}{\sqrt{16 + 9\alpha} - \sqrt{9 - 5\alpha}} = 5(\sqrt{16 + 9\alpha} + \sqrt{9 - 5\alpha})$$

$$= \arg\max_{\alpha} \frac{5(7 + 4\alpha)}{\sqrt{16 + 9\alpha} - \sqrt{9 - 5\alpha}}$$

$$\frac{dEU(\alpha)}{d\alpha} = \frac{5}{2} \left(\frac{9}{\sqrt{16 + 9\alpha}} - \frac{5}{\sqrt{9 - 5\alpha}} \right) = 0 \Leftrightarrow \alpha^* = \frac{47}{90}$$

(2) 买保险收益: $\frac{1}{2} \cdot \sqrt{2500 - 400} + \frac{1}{2} \sqrt{400 - 400 + 800} = \frac{1}{2} \sqrt{2100} + \frac{1}{2} \sqrt{800} = 5(\sqrt{21} + \sqrt{8}) \approx 37.05$

即 $EU(\frac{47}{90}) = 35.37$

买保险更好!