

- Lecture9-1 投资组合理论和计算
 - 1.基本概念
 - 2.基本思路
 - 3.例子
 - 1.一个风险资产和一个无风险资产的组合
 - 2.两个风险资产
 - 3.两个风险资产和无风险资产的投资组合

Lecture9-1 投资组合理论和计算

研究投资组合理论目的是为了在进行资产选择与配置时让收益最大化，风险最小化

1.基本概念

收益率

- 无风险的资产：预期收益率是确定的，没有风险的资产的收益率叫做无风险收益
- 风险资产：预期收益率实际上是一个期望，具有不确定性，这种不确定性就是风险，预期收益率相同，风险有可能不同

风险

- 不确定性的度量，选用方差或者标准差

通常情况下，预期收益率更高的产品一般风险更高。风险资产的收益高于无风险资产的部分原因正是因为风险，这部分收益也被称为风险溢价，是对承担风险的补偿。

2.基本思路

对于不同的投资组合比较预期收益率和风险水平

- 给定风险，最大化预期收益率
- 给定预期收益率，最小化风险

step1:对市场上的单个资产分析收益率和风险 **step2:**约束优化问题

3.例子

1. 一个风险资产和一个无风险资产的组合

w 为总资产分配在风险资产上的权重，作为参数，可以给出投资组合预期收益和风险（标准差）之间的关系

2. 两个风险资产

两个风险资产的收益率的随机变量是 R_1, R_2 ，总资产的分配权重是 $w, 1 - w$ ， R_1, R_2 的期望，方差，相关系数为 $\mu_1, \mu_2, \sigma_1, \sigma_2, \rho$

那么投资组合的收益率是一个新的随机变量 $R = wR_1 + (1 - w)R_2$

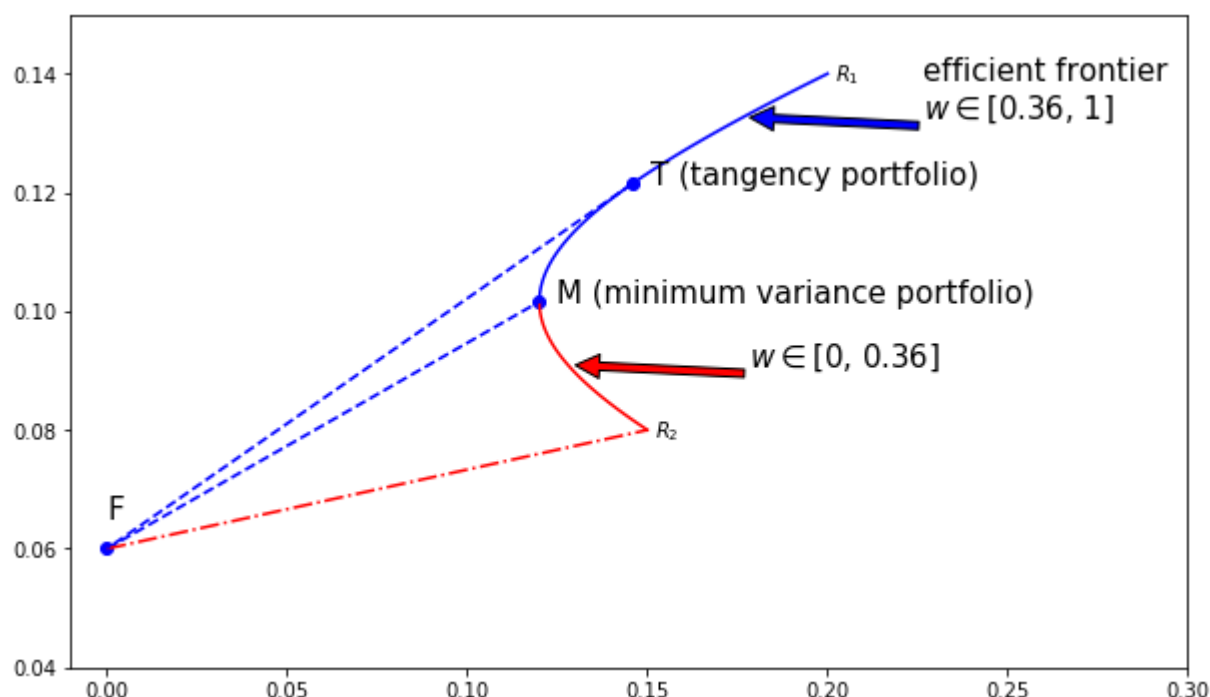
投资组合的预期收益率为 $E(R) = w\mu_1 + (1 - w)\mu_2$ ，投资组合的方差满足 $\sigma_R^2 = w^2\sigma_1^2 + (1 - w)^2\sigma_2^2 + 2w(1 - w)\rho_{12}\sigma_1\sigma_2$

可以得到 σ_R 为横轴， $E(R)$ 为纵轴的图像(w 作为单参数)，有如下特点：

- 投资组合的收益在两个风险资产的期望收益之间
- 风险低于单个资产的最低值
- 最小方差组合（minimum variance portfolio）：风险最低的组合
- 有效前沿（efficient frontier）：图像上，期望收益高于最小方差组合的组合；因为若是风险增大，期望收益率还下降，人们一定不会去选这个组合

3. 两个风险资产和无风险资产的投资组合

对两个风险资产进行组合之后再（固定 w ，从而固定了两个风险资产之间的投资组合）和无风险资产进行组合（连接直线）



夏普比 (Sharpe's Ratio)